



Study of Nonlinear Vibration Behavior of an Electric Current-Carrying Ferromagnetic Plate in Magnetic Field

N. Ashrafi^{1*}, E. Tahmasebi²

¹ Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran

² Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

ABSTRACT: In the present study, considering the magnetic tractions and heat generated by electric current and eddy current, new nonlinear equations have been proposed to investigate the vibrational behavior of ferromagnetic plates carrying an electric current under a magnetic field. After extracting the governing differential equations of the system using Newton's second law, the coupled nonlinear equations are discretized using the Galerkin method and then solved numerically. The numerical results presented in the present study are compared with the results in the technical literature and then the effect of different parameters on the vibration characteristics of soft ferromagnetic plates is investigated. The results show that the magnetic field and electric current have a significant effect on the vibration behavior of the plate and lead to an increase in the amplitude oscillations of the system. The presence of a magnetic field reduces the equivalent stiffness of the plate and increases it, resulting in static instability in the system. Also, by considering the force created by magnetic tractions, a static rise is created in the plate and affects its steady-state response. In the study of thermal effects, it was found that the assumption of thermal coupling increases the natural frequency of the plate.

Review History:

Received: Jun. 30, 2021

Revised: Jan. 20, 2022

Accepted: Feb. 20, 2022

Available Online: May, 31, 2022

Keywords:

Vibration behavior

Ferromagnetic plate

Electric and eddy current

Magnetic field

Magnetic traction

1- Introduction

Electromagnetic solids include a wide range of materials and the interaction of mechanical and electromagnetic loads has a significant effect on their deformation. In most cases, the behavior of electromagnetic materials is described by a system of motion equations and Maxwell equations.

In the present paper, considering the interaction between a ferromagnetic material and magnetic field, magnetic tractions, and the temperature generated by electric currents, new thermo-magneto-electro-mechanical equations are obtained to study the transverse vibration behavior of ferromagnetic beams located in the magnetic field. The effect of electric current is presented. For this purpose, motion equations have been extracted using strain-displacement relations and equilibrium equations. Then, by applying the Galerkin method and numerical solution of the obtained coupling equations, the effect of different parameters on the vibrational behavior of these plates has been studied.

2- Methodology

According to Fig. 1, the isotropic conduction plate is considered to be the length a , the width b , and the thickness h , which carries the electric current along the x -axis and is affected by the intensity of the inclined magnetic field B_0 .

According to Maxwell's classical relations, Maxwell's

electromagnetic stress tensor is obtained as follows [1]:

$$\sigma_{ij}^{Maxwell} = \epsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 \right) \quad (1)$$

3- Equations of Motion

Using the assumptions of the plate-strip theory, the classical plate theory is used to derive the governing equations. And the differential equations of motion are obtained by the results of flexural moments affected by electromagnetic force, magnetic couplings, and magnetic tractions as follows.

$$\begin{aligned} & -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ & - \left[\frac{1}{4\mu_0(1+\chi_m)} \left(\frac{h^2 J^2 \mu_0^2 (1+\chi_m)^2 (-1+2\chi_m)}{+B_0^2 (-4+8\chi_m^2)} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right] \frac{\partial w}{\partial x} \\ & + \left[\frac{1}{4\mu_0(1+\chi_m)} \left(\frac{h^2 J^2 \mu_0^2 (1+\chi_m)^2 (-1+2\chi_m)}{+B_0^2 (-4+8\chi_m^2)} \right) \right] \left(\int_0^x \frac{\partial w}{\partial x} dx - \frac{1}{L} \int_0^L \int_0^x \frac{\partial w}{\partial x} dx dx \right) \\ & + \frac{1}{2l} \frac{Eh}{1-\nu^2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + I_z^{EM} + \frac{\partial C_x}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho h^3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Also, using the classical Fourier heat transfer model,

*Corresponding author's email: n_ashrafi@hotmail.com



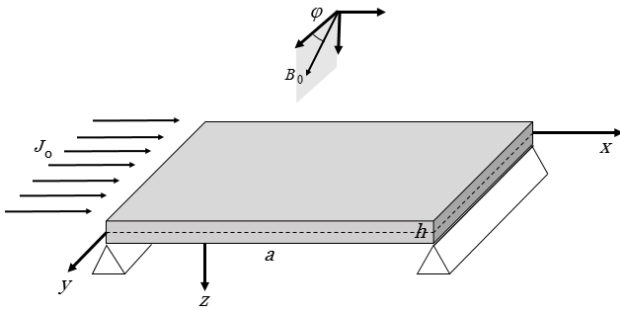


Fig. 1. The ferromagnetic thin plate under the influence of magnetic field and electric current

the energy equation of the conduction heat transfer [2, 3] is extracted as follows:

$$k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = (\rho C_v + \gamma E \alpha^2 T_0) \frac{\partial \theta}{\partial t} + (3\lambda + 2G) \alpha T_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right) + \frac{J_0^2}{\sigma} \left(\frac{1 + 2\chi_m}{1 + \chi_m} \right)^2 \quad (3)$$

The above equation expresses the relationship between displacement-temperature fields based on the theory of thermoelasticity for isotropic material under the influence of heat.

4- Solution of the Governing Equation

In order to solve the governing equations which are nonlinear equations, the Galerkin method is used. For this purpose, the following expansions are considered for the field of elastic displacement and temperature distribution [6]:

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^R q_i(\tau) \psi_i(\xi), \quad \Theta(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^R \Theta_i(\tau) \phi_i(\xi) \quad (4)$$

By placing hypothetical answers in the equations of motion and energy, the partial differential equations are discretized as differential equations with ordinary derivatives, in which the unknown functions of the generalized coordinates can be calculated. And the time response of the system will have obtained for different values of system parameters.

5- Results and Discussion

In the present paper, in order to enable the comparison of the results with the experimental results, the geometric characteristics of the ferromagnetic plate are presented in Table 1. The results show that with increasing the intensity of the magnetic field, the frequency of the system increases.

In the following, the effect of different parameters on the vibrational characteristics of ferromagnetic plates is studied. Fig2 . shows the effect of magnetic field intensity on the

Table 1. Changes in the free vibration frequency of a cantilever plate under a magnetic field to the magnetic field intensity

B(mT)	present study	Wei et al. [5] Percentage of the Error (%)	Takagi et al.[4] Percentage of the Error (%)
0	40.900	42.15(0.029%)	41.91(0.024%)
0.20	41.837	43.032(0.027%)	47.01(0.110%)
0.40	42.808	43.882(0.024%)	51.02(0.160%)
0.60	44.328	44.757(0.009%)	52.98(0.163%)
1.00	45.934	46.164(0.004%)	54.98(0.164%)

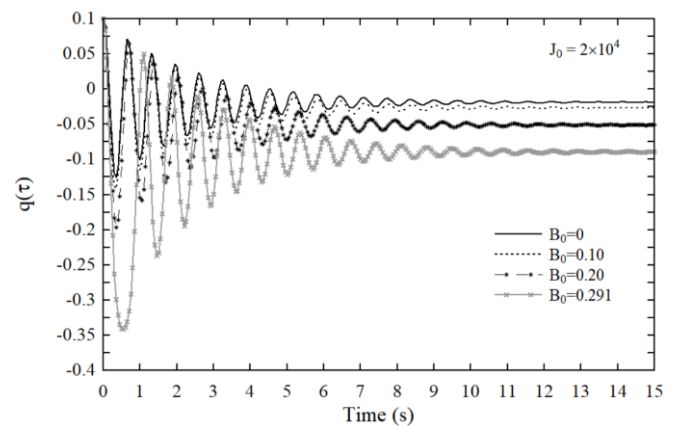


Fig. 2. Effect of magnetic field intensity on the frequency response of a ferromagnetic plate with simple supports at both ends for current J0 = 2 A

frequency response of the ferromagnetic plate with simple supports at both ends for current $J_0 = 2A$. As can be seen, the magnetic field has a significant effect on the vibrational behavior of the structure and with increasing the intensity of the magnetic field, the amplitude of system oscillations also increases.

6- Conclusions

In the present paper, considering the effects of magnetic tractions and eddy currents as well as the heat generated by electric currents, new mechanical-magnetic-thermal equations were presented to study the dynamic behavior of soft ferromagnetic plates. Discrete equations were studied using the Galerkin method and then the effect of different parameters on the vibrational characteristics of these systems was studied using the numerical solution. The results of the present study show that the component of the force created by magnetic tractions causes a change in the vibrational characteristics of the plate.

References

- [1] T. Pourreza, A. Alijani, V.A. Maleki, A. Kazemi, Nonlinear vibration of nanosheets subjected to electromagnetic fields and electrical current, *Advances in nano research*, 10(5) (2021) 481-491.
- [2] R.B. Hetnarski, M.R. Eslami, G. Gladwell, *Thermal stresses: advanced theory and applications*, Springer, 41(2009).
- [3] M. Eslami, H. Vahedi, Coupled thermoelasticity beam problems, *AIAA journal*, 27(5) (1989) 662-665.
- [4] T. Takagi, J. Tani, Y. Matsubara, I. Mogi, Dynamic behavior of fusion structural components under strong magnetic fields, *Fusion engineering and design*, 27 (1995) 481-489.
- [5] L. Wei, S.A. Kah, H. Ruilong, Vibration analysis of a ferromagnetic plate subjected to an inclined magnetic field. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(4) (2007) 440-446.
- [6] M.N. Özisik, M.N. Özisik, *Heat conduction*. John Wiley & Sons, (1993).

HOW TO CITE THIS ARTICLE

N. Ashrafi, E. Tahmasebi, *Study of Nonlinear Vibration Behavior of an Electric Current-Carrying Ferromagnetic Plate in Magnetic Field*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(6) (2022) 263-266.

DOI: [10.22060/mej.2022.20221.7196](https://doi.org/10.22060/mej.2022.20221.7196)





مطالعه رفتار ارتعاشات غیرخطی ورق‌های فرومغناطیس حامل جریان الکتریکی در میدان‌های مغناطیسی

نریمان اشرفی^{۱*}، الهام طهماسبی^۲

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۰۹

بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۳۰

پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۱

ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰

کلمات کلیدی:

رفتار ارتعاشی

ورق فرومغناطیس

جریان الکتریکی و گردابی

میدان مغناطیسی

کشش مغناطیسی

خلاصه: در مطالعه حاضر، با در نظر گرفتن کشش‌های مغناطیسی و حرارت ایجاد شده در اثر جریان الکتریکی و جریان گردابی، معادلات غیرخطی جدیدی برای بررسی رفتار ارتعاشی ورق‌های فرومغناطیس حامل جریان الکتریکی واقع در میدان مغناطیسی ارائه شده است. پس از استخراج معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم با استفاده از قانون دوم نیوتن، معادلات غیرخطی کوپل با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی شده و سپس به صورت عددی حل شده‌اند. نتایج عددی ارائه شده در تحقیق حاضر با نتایج موجود در ادبیات فن مقایسه شده و سپس اثر پارامترهای مختلف بر روی مشخصه‌های ارتعاشی ورق فرومغناطیس نرم بررسی شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی تأثیر قابل توجهی بر روی رفتار ارتعاشی نوار ورق دارند و منجر به افزایش دامنه نوسانات سیستم می‌شوند. وجود میدان مغناطیسی باعث کاهش سفتی معادل ورق شده و افزایش آن ناپایداری استاتیکی را در سیستم رقم می‌زند. همچنین با در نظر گرفتن مؤلفه نیروی ایجاد شده در اثر کشش‌های مغناطیسی که نوآوری این مقاله می‌باشد، خیز استاتیکی در ورق ایجاد می‌شود و بر روی پاسخ حالت ماندگار آن تأثیر می‌گذارد. از طرفی در بررسی اثرات حرارتی مشخص گردید که فرض کوپل حرارتی باعث افزایش فرکانس طبیعی نوار ورق می‌شود.

۱- مقدمه

جامدات الکترومغناطیسی شامل یک طیف گسترده‌ای از مواد است که در آن اثر متقابل^۱ بارهای مکانیکی و الکترومغناطیسی تأثیر قابل توجهی بر تغییر شکل می‌گذارند. به دلیل رخ دادن پدیده اندرکنش غیرخطی مغناطیزاسیون سازه‌ها و میدان مغناطیسی اعمالی، ناپایداری دینامیکی ورق همواره مورد توجه علوم نظری و مهندسی بوده است. اهمیت این موضوع منجر به استخراج مطالعات گسترده‌ای در این زمینه گردیده است. در بیشتر موارد، رفتار مواد الکترومغناطیس توسط سیستم معادلات حرکت و معادلات ماکسول^۲ توصیف می‌شود. در رساناهای الکتریکی، این دو مجموعه معادلات از طریق نیروی لورنتس^۳ و در دی‌الکتریک‌ها (برای مثال: جامدات الکترو

استریکتیو^۴، مگنتواستریکتیو^۵، پیزوالکتریک^۶ و پیزومگنتیک^۷) با استفاده از روابط ساختاری کوپل می‌شوند. بسته به ماهیت کوپلینگ بین میدان الکترومغناطیسی و مکانیکی، تقریب‌های مختلف از معادلات ماکسول مورد استفاده قرار می‌گیرند که منجر به شکل‌گیری فرمول‌های مختلف ریاضی، متغیر از سیستم‌های غیرخطی معادلات دیفرانسیل جزئی پارابولیک^۸ و هایپربولیک^۹ به سیستم‌های خطی معادلات دیفرانسیل جزئی می‌شود. گستره مطالعات اولیه بیشتر محدود به رساناهای الاستیک خطی و همسانگرد می‌شد، در حالی که مطالعات اخیر بر روی جامدهای الکترومغناطیسی متمرکز شده است [۱-۴]. در رساناهای الکتریکی، تعامل بین میدان‌های مکانیکی و الکترومغناطیسی به دلیل نیروی لورنتس است که توسط میدان الکترومغناطیسی اعمال می‌شود. مواد پیزوالکتریک به علت کاربردهای

- 4 Electrostrictive
- 5 Magnetostrictive
- 6 Piezoelectric
- 7 Piezomagnetic
- 8 Parabolic
- 9 Hyperbolic

- 1 Interaction
- 2 Maxwell's equations
- 3 Lorentz force

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: n_ashrafi@hotmail.com



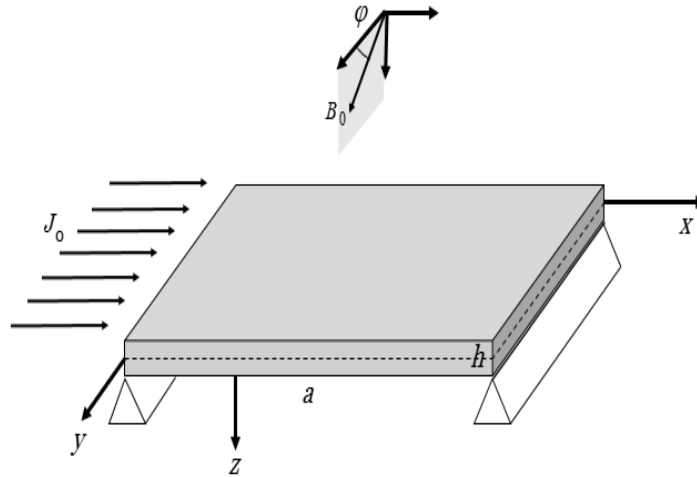
مختلف از هیدروکاستیک^۱ تا دستگاه‌های میکرو الکترومکانیکی و حسگرها، جایگاه خاصی در میان جامدهای الکترومغناطیسی دارند و این مسئله مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۸-۵].

از اولین مطالعات در زمینه مطالعه ناپایداری مغناطیسی می‌توان به تحقیق مون و پائو [۹]، اشاره نمود. آن‌ها به صورت تجربی نشان دادند که وقتی شدت میدان مغناطیسی اعمال شده به صفحه به مقدار بحرانی می‌رسد ورق فرومغناطیس دچار کماتش می‌شود. در ادامه، پائو و یه [۱۰]، با استفاده از فرمول‌بندی نیروهای مغناطیسی ارائه شده توسط براون [۱۱]، معادلات و مدل نیروی مغناطیسی جدیدی را برای مطالعه کماتش مغناطیسی ورق‌ها ارائه کردند. ارینگن [۱۲] و ارینگن و مائوگین [۱۳]، مدل نیروی مغناطیسی جدیدی را برای در نظر گرفتن اندرکنش سازه و میدان‌های مغناطیسی ارائه کردند. گلوبوا و همکاران [۵]، با استفاده از حل تحلیلی به بررسی رفتار ارتعاشی و فرکانس‌های طبیعی یک ورق فرومغناطیس تحت تأثیر میدان مغناطیسی پرداختند. نتایج مطالعه آنها نشان می‌دهد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی فرکانس‌های طبیعی ورق کاهش می‌یابد و در مقدار معینی ناپایداری در سیستم اتفاق می‌افتد. تاکاگی و همکاران [۴]، با استفاده از تست‌های تجربی به بررسی تغییرات فرکانس‌های طبیعی ورق نازک تحت میدان مغناطیسی درون صفحه‌ای پرداختند. با استفاده از اصل تغییرات، آن‌ها، مدل جدیدی برای نیروهای مغناطیسی اعمال شده بر روی صفحات واقع در میدان مغناطیسی درون صفحه ارائه دادند. ژو و میا [۱۴]، با استفاده از این مدل به بررسی فرکانس‌های طبیعی ورق واقع در میدان مغناطیسی پرداخته و نتایج خود را با داده‌های تجربی تاکاگی [۱۵] مورد مقایسه قرار دادند. لین [۱۶]، با استفاده از روش گالرکین به مطالعه رفتار ناپایداری صفحات تحت تأثیر میدان مغناطیسی پرداخت. در مطالعه اشاره شده، به علت دشواری محاسبه توزیع میدان مغناطیسی در اطراف نوار ورق فرومغناطیس از روش المان محدود استفاده شده است. هو و ژو [۱۷]، بر اساس نظریه الکترومغناطیسی به بررسی ارتعاش آزاد غیرخطی ورق نازک رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت ناشی از سیم پیچ حامل جریان پرداختند و دریافته‌اند که فرکانس طبیعی با افزایش ضخامت صفحه، افزایش و با افزایش جریان، کاهش می‌یابد.

عموماً ارتعاش صفحات رسانا در میدان مغناطیسی باعث ایجاد جریان‌های گردابی در صفحه می‌شود که این امر می‌تواند باعث اتلاف انرژی و تولید حرارت شود. پی آمد این بارهای حرارتی نیز، به وجود آمدن گرادیان حرارتی در

صفحه می‌باشد. وجود این گرادیان حرارتی باعث می‌شود که رفتار دینامیکی صفحات تغییر کرده و ناپایداری در شدت میدان‌های مغناطیسی پایین‌تری رخ دهد. بر این اساس مطالعه تأثیر میدان‌های حرارتی بر روی رفتار ارتعاشی صفحات فرومغناطیس در معرض میدان‌های مغناطیسی حائز اهمیت فراوان می‌باشد و مطالعات بسیار محدودی در این زمینه وجود دارد. به عنوان مثال وو [۱۸] رفتار پایداری دینامیکی تیرهای واقع در میدان مغناطیسی عرضی و تحت بارهای حرارتی را با در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ مورد مطالعه قرار داده است. در مطالعه دیگر، وو [۱۹] رفتار ارتعاشات تیر تحت تأثیر میدان مغناطیسی عرضی و بارهای حرارتی را بررسی کرده است. او در مطالعات خود اثر بارهای حرارتی را به صورت نیروی محوری در معادلات در نظر گرفته است. در مطالعه دیگری، لی و همکاران [۲۰]، با تحقیق بر روی نیمه هادی‌ها تحت میدان‌های ترمو-الکترو-مغناطیسی دریافته‌اند که تحت پالس‌های الکترومغناطیسی، جریان‌های گردابی ایجاد می‌شود که مقدار آن به رسانایی صفحه بستگی دارد و منجر به افزایش زیاد دما و نیروی لورنتس می‌گردد.

هیو و همکاران [۲۱] به بررسی ارتعاشات غیرخطی یک میکرو تیر تابعی مدرج تحت نیروی الکتروستاتیک و میدان مغناطیسی پرداختند و عبارات تحلیلی را به منظور تخمین فرکانس‌های غیرخطی با استفاده از روش گالرکین و همپلتون به دست آوردند. نتایج عددی حاصله از تحقیق آنها نشان داد که شدت میدان مغناطیسی تأثیر بسزایی در رفتار ارتعاشی میکرو تیر دارد و منجر به افزایش فرکانس غیرخطی می‌شود، از سوی دیگر ولتاژ اعمالی منجر به کاهش فرکانس غیرخطی گردیده و میکرو تیر تابعی مدرج با افزایش ولتاژ تا مقادیر بحرانی آن، ناپایدار می‌گردد. ابراهیمی و همکاران [۲۲] با استفاده از روابط ماکسول، نیروی لورنتس القا شده توسط میدان مغناطیسی طولی و بکارگیری اصل همپلتون، معادلات دیفرانسیل تیر تابعی مدرج دو سر ساده واقع بر بستر الاستیک را در محیط ترمو مغناطیسی به دست آوردند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس ارتعاشات افزایش می‌یابد. همچنین اثر نرم شدن سختی با کاهش فرکانس ارتعاشات پس از افزایش گرادیان دمایی محیط حرارتی نشان داده شد. در مطالعه دیگری، پوررضا و همکاران [۲۳ و ۲۴] به بررسی رفتار ارتعاشی غیرخطی نانوصفحات گرافن تحت تأثیر میدان‌های الکترومغناطیسی و نیروهای ایجاد شده در اثر جریان الکتریکی پرداختند. آن‌ها معادلات غیرخطی سیستم را با روش گالرکین گسسته و سپس با روش رانگ-کوتا حل نمودند و تأثیر پارامترهای مختلف مانند اثر جریان



شکل ۱. صفحه نازک فرومغناطیس تحت تأثیر میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی

Fig. 1. Ferromagnetic thin plate under the influence of magnetic field and electric current

h که حامل جریان الکتریکی در راستای محور X و تحت اثر شدت میدان مغناطیسی متمایل B قرار دارد، در نظر گرفته می‌شود. به منظور بررسی رفتار دینامیکی سیستم‌های الکترومغناطیسی مورد می‌بایست روابط ماکسول به همراه معادلات انتقال حرارت رسانشی مورد استفاده قرار بگیرند [۲۴ و ۲۵]. با توجه به روابط کلاسیک ماکسول، تانسور تنش الکترومغناطیس ماکسول ناشی از میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی ایجاد شده درون ورق فرومغناطیس به صورت زیر به دست می‌آید [۲۶]:

$$\sigma_{ij}^{Maxwell} = \epsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 \right) \quad (1)$$

که در آن E نشان دهنده بردار میدان الکتریکی، B بردار میدان مغناطیسی، ϵ ضریب گذردهی خلأ، μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی استاتیکی محیط و δ_{ij} تابع دلتای کرونگر می‌باشد. با فرض رسانا بودن ماده، نیروی حجمی ماکروسکوپی الکترومغناطیسی ایجاد شده توسط جریان عبوری از ورق تحت میدان مغناطیسی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}^{EM} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \nabla \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \quad (2)$$

الکتریکی و شدت میدان مغناطیسی را بر ویژگی‌های ارتعاشی نانوصفحات گرافن بررسی نمودند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که میدان مغناطیسی فرکانس طبیعی خطی را افزایش و فرکانس طبیعی غیرخطی نانوصفحات گرافن را کاهش می‌دهد، همچنین افزایش بیش از حد میدان مغناطیسی باعث ناپایداری در نانوصفحات گرافن می‌شود.

بررسی مطالعات انجام شده در این زمینه نشان می‌دهد که تاکنون اثر جریان‌های گردابی و همچنین میدان‌های حرارتی تولید شده در اثر جریان الکتریکی بر روی رفتار ارتعاشی صفحات فرومغناطیسی واقع در میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار نگرفته است. بر این اساس در مقاله حاضر، با در نظر گرفتن اندرکنش بین مواد فرومغناطیس و میدان مغناطیسی، کشش‌های مغناطیسی و همچنین دمای تولید شده توسط جریان‌های الکتریکی، معادلات حرارتی-مغناطیسی-الکتریکی-مکانیکی جدیدی به منظور مطالعه رفتار ارتعاشات عرضی تیر ورق‌های فرومغناطیس واقع در میدان مغناطیسی و تأثیر جریان الکتریکی ارائه شده است. بدین منظور معادلات حرکت با استفاده از روابط کرنش-جابجایی خطی و استفاده از معادلات تعادل استخراج شده است. سپس با اعمال روش گالرکین و حل عددی معادلات کوپل به دست آمده، تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار ارتعاشی این صفحات مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲- استخراج معادلات

مطابق شکل ۱ یک صفحه رسانای ایزوتروپ، همگن ساخته شده از مواد فرومغناطیس نرم مستطیلی شکل به طول a ، عرض b و ضخامت

که در آن n_j بردار عمود بر سطح ورق می‌باشد که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{n} = -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\mathbf{i} - \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\mathbf{j} + \mathbf{k} \quad (۶)$$

نیروهای کشش الکترومغناطیسی که در بالا و پایین ورق وجود دارند، کوپل‌های مغناطیسی ایجاد می‌کنند. با محاسبه کشش‌های ایجاد شده در سطح بالایی و پایینی ورق با استفاده از رابطه (۵)، کوپل‌های مغناطیسی ایجاد شده در ورق فرومغناطیس را به صورت زیر می‌توان محاسبه نمود:

$$C_x = \left(t_y^{EM} \Big|_{z=h} + t_y^{EM} \Big|_{z=-h}\right) \frac{h}{2},$$

$$C_y = \left(t_x^{EM} \Big|_{z=h} + t_x^{EM} \Big|_{z=-h}\right) \frac{h}{2} \quad (۷)$$

۲-۱- استخراج معادلات حرکت

به منظور استخراج معادلات حاکم بر ارتعاشات عرضی از تئوری کلاسیک صفحات استفاده می‌شود. با فرض اینکه خواص مکانیکی ثابت بوده و مستقل از دما می‌باشد و نیروهای مکانیکی خارجی بر صفحه فرومغناطیس اعمال نمی‌شود، میدان‌های جابجایی صفحه نازک برحسب تغییر شکل‌های صفحه میانی به صورت زیر بیان می‌شود [۲۹]:

$$u_1 = u - z \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$u_2 = v - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_3 = w \quad (۸)$$

که در آن با در نظر گرفتن مبدأ سیستم مختصات در صفحه میانی ورق، $u = u(x, y, z)$ ، $v = v(x, y, z)$ و $w = w(x, y)$ به ترتیب نشان دهنده تغییر مکان‌ها در راستای محورهای x ، y و z می‌باشند. بنابراین، رابطه بین مؤلفه‌های جابجایی و کرنش به صورت زیر می‌باشد [۳۰]:

با استفاده از قانون آمپر در مواد مغناطیده، چگالی جریان ماده رسانا در میدان مغناطیسی با استفاده از رابطه (۳) به دست می‌آید [۲۷ و ۲۸]. با در نظر گرفتن حالت شبه ایستایی برای مسئله مورد مطالعه، و با فرض اینکه جریان اعمالی در راستای محور x برابر با باشد، در نتیجه چگالی کل جریان، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{w}} \times \mathbf{B}) + \nabla \times \mathbf{M} =$$

$$J_0 \mathbf{i} + \frac{\chi_m}{\mu} \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & B_0 \cos \varphi - \mu_0 J_0 z & B_0 \sin \varphi \end{bmatrix} = \quad (۳)$$

$$J_0 \mathbf{i} + \left(\frac{\chi_m}{\mu} \mu_0 J_0\right) \mathbf{i}$$

که در آن \mathbf{E} بردار شدت میدان الکتریکی و σ رسانایی الکتریکی می‌باشد. با فرض اینکه ورق به صورت کامل رسانا باشد، در این صورت با استفاده از روابط (۲) و (۳) مؤلفه‌های غیر صفر نیروی الکترومغناطیس وارد بر صفحه حاصل از خاصیت مغناطیس شدن و عبور جریان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}^{EM} = B_0 J_0 h \left[(\cos \varphi) \mathbf{k} - \left(\frac{1+2\chi_m}{1+\chi_m}\right) (\sin \varphi) \mathbf{j} \right] \quad (۴)$$

با توجه به اینکه بردار کشش مغناطیسی موجود در سطح بالایی و پایینی صفحه باعث ایجاد کوپل مغناطیسی می‌شود، بنابراین در تحقیق حاضر برای محاسبه گشتاورهای مغناطیسی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$t_{ij}^{EM} = \sigma_{ij}^{Maxwell} n_j =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^{Maxwell} & \sigma_{xy}^{Maxwell} & \sigma_{xz}^{Maxwell} \\ \sigma_{yx}^{Maxwell} & \sigma_{yy}^{Maxwell} & \sigma_{yz}^{Maxwell} \\ \sigma_{zx}^{Maxwell} & \sigma_{zy}^{Maxwell} & \sigma_{zz}^{Maxwell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} t_x^{EM} \\ t_y^{EM} \\ t_z^{EM} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

با در نظر گرفتن المانی از ورق فرومغناطیس، متوجه‌های نیروهای برشی، محوری و ممان‌های خمشی صفحه نازک را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$M_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{ij}^E z dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{ij}^M z dz, \quad (13)$$

$$N_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{ij}^E dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{ij}^M dz$$

و برای نیروهای برشی خواهیم داشت:

$$Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{xz}^E dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{xz}^M dz \quad (14)$$

$$Q_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{yz}^E dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{h}{2} t_{yz}^M dz \quad (15)$$

با در نظر گرفتن المانی از صفحه، معادلات دیفرانسیلی حرکت توسط متوجه‌های ممان‌های خمشی و نیروی برشی به دست می‌آیند. با نوشتن معادله تعادل ممان‌ها حول محور Y و صرف نظر کردن از مشتقات مراتب بالا خواهیم داشت:

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (16)$$

در نهایت با نوشتن رابطه تعادل نیروها در راستای محوره‌های X و Z و صرف نظر کردن از اینرسی دورانی، به ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} + t_x^{EM} = \rho h \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \quad (17)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(0)} \\ \varepsilon_y^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

که در آن

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}$$

علاوه بر این، تانسور تنش مکانیکی را با فرض ورق به صورت الاستیک و همسانگرد به صورت زیر می‌توان نوشت [۲۶]:

$$t_{ij}^{Mech} = C_{klj} \varepsilon_{kl}^{Mech} = \lambda \varepsilon_{kk}^{Mech} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}^{Mech} \quad (11)$$

که در آن G و λ ثابت لامه هستند و بر حسب مدول یانگ E و نسبت پواسون ν بیان می‌شوند. به دلیل آنکه کرنش‌های الکترومغناطیسی در مقایسه با کرنش‌های الاستیک کوچک بوده و قابل صرف نظر کردن می‌باشند [۲۴]. تانسور تنش کل برای جامدات الکترومغناطیس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk}^{Mech} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}^{Mech} - B_i M_j \quad (12)$$

$$\frac{\partial C_y}{\partial x} = -\frac{h}{8\mu_0(\chi_m + 1)} \left\{ 4B_0^2 (2\chi_m^2 - 1) + h^2 J_0^2 \mu_0^2 (\chi_m + 1)^2 (2\chi_m - 1) \right\} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (21)$$

$$t_z^{EM} = t_z|_{z=-h} + t_z|_{z=h} = \frac{1}{8\mu_0(1+\chi_m)} \times \left\{ 4B_0^2 \left[(10\chi_m^2 - 2\chi_m - 1) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 4\chi_m + 2 \right] - h^2 J^2 \mu_0^2 (\chi_m + 1)^2 (2\chi_m - 1) \left(\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - 2 \right) \right\} \quad (22)$$

$$t_x^{EM} = t_x|_{z=-h} + t_x|_{z=h} = -\frac{1}{4\mu_0(1+\chi_m)} \times \left(h^2 J^2 \mu_0^2 (1+\chi_m)^2 (-1+2\chi_m) + B_0^2 (-4+8\chi_m^2) \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (23)$$

در نهایت، با جایگذاری روابط (۲۱)-(۲۳) در معادلات (۱۹) و (۲۰)، معادله دیفرانسیل حاکم بر تیر-ورق تحت بررسی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ & - \left[\frac{1}{4\mu_0(1+\chi_m)} (h^2 J^2 \mu_0^2 (1+\chi_m)^2 \times \right. \\ & \left. (-1+2\chi_m) + B_0^2 (-4+8\chi_m^2) \right] \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \\ & \left[\frac{1}{4\mu_0(1+\chi_m)} (h^2 J^2 \mu_0^2 (1+\chi_m)^2 (-1+2\chi_m) + \right. \\ & \left. B_0^2 (-4+8\chi_m^2) \right] \left(\int_0^x \frac{\partial w}{\partial x} dx - \frac{1}{L} \int_0^L \int_0^x \frac{\partial w}{\partial x} dx dx \right) + \\ & \frac{1}{2l} \frac{Eh}{1-\nu^2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \\ & t_z^{EM} + \frac{\partial C_y}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho h^3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left(N_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + (F_z^{EM} + t_z^{EM}) + \\ & \frac{\partial C_y}{\partial x} + \frac{\partial C_x}{\partial y} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho h^3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن ∂C_x و ∂C_y کویل‌های مغناطیسی ایجاد شده توسط کشش‌های مغناطیسی و t_z^{EM} مؤلفه عرضی نیروهای اعمالی توسط کشش‌های مغناطیسی می‌باشند. لازم به ذکر است این مؤلفه نیرویی به واسطه وجود میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی در صفحه ایجاد می‌شود و این ترم در معادلات ارائه شده توسط محققان دیگر که در این زمینه مطالعه کرده‌اند ارائه نشده است. با محاسبه نیروهای برشی، محوری و گشتاورهای خمشی از روابط (۱۳) تا (۱۶) و با استفاده از فرضیات تئوری تیر-ورق^۱ و جایگذاری آنها در روابط (۱۷) و (۱۸) و همچنین صرف نظر کردن از اینرسی محوری، معادله غیرخطی حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی تیر-ورق فرومغناطیس تحت تأثیر میدان مغناطیسی متمایل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} = 0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ & \frac{Eh}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} + \\ & t_z^{EM} + \frac{\partial C_y}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho h^3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \end{aligned} \quad (20)$$

با جایگذاری رابطه (۶) در رابطه (۱۳) و استفاده از رابطه (۱۴) و (۱۵)، گشتاور خمشی الکترومغناطیسی و برآیند بردار کشش‌های مغناطیسی در راستای محور Z و X به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^R q_i(t) \psi_i(\xi), \quad (27)$$

$$\Theta(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^R \Theta_i(t) \phi_i(\xi)$$

که در آن، $q_i(t)$ و $\Theta_i(t)$ مختصه‌های تعمیم یافته بوده و $\psi_i(\xi)$ توابع ویژه تیر با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها انتخاب می‌شود. همچنین، توابع ویژه مسأله انتقال حرارت یک بعدی صفحه با دمای صفر در دو انتها در نظر گرفته می‌شود که به صورت زیر می‌باشد [۳۳]:

$$\phi_i(\xi) = \sin i\pi\xi, \quad i=1,2,\dots,R \quad (28)$$

با جایگذاری پاسخ‌های فرضی (۲۸) در معادلات (۲۴) و (۲۶) و ضرب طرفین در عبارت‌های $\psi_i(\xi)$ و $\phi_i(\xi)$ و سپس انتگرال‌گیری در بازه ۰ تا ۱، معادلات دیفرانسیل به مشتقات جزئی به صورت معادلات دیفرانسیل با مشتقات معمولی گسسته‌سازی شده که از حل آنها می‌توان توابع مجهول مختصه‌های تعمیم یافته را محاسبه نمود. با محاسبه مختصه‌های تعمیم یافته و جایگذاری آنها در روابط (۲۷)، می‌توان پاسخ زمانی سیستم را به ازای مقادیر مختلف پارامترهای سیستم به دست آورد و مورد بررسی قرار داد.

۳- بررسی نتایج

در مقاله حاضر، به منظور فراهم آوردن امکان مقایسه نتایج با نتایج تجربی، مشخصات هندسی ورق فرومغناطیس تحت بررسی در جدول ۱ ارائه شده است که مشابه مقادیر داده شده در مرجع [۴] می‌باشد. با صرف نظر کردن از اثرات جریان الکتریکی و همچنین صرف نظر کردن از اثرات غیرخطی هندسی، معادله حرکت (۳۴) به معادله حرکت ارائه شده توسط وی و همکاران [۲۹] و تاکاگی و همکاران [۴] ساده می‌شود. به منظور فراهم آوردن امکان مقایسه نتایج، در جدول ۲ نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۹] و [۴] مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد ماکزیمم اختلاف مابین مطالعه حاضر و نتایج آزمایشگاهی تاکاگی در حدود ۱۶ درصد برای شدت میدان مغناطیسی یک تسلا و در حدود ۱۱ درصد برای ۰/۲ تسلا می‌باشد. همچنین ماکزیمم اختلاف مابین مطالعه حاضر و نتایج تحلیلی وی در حدود ۳ درصد برای شدت میدان مغناطیسی ۰/۲ تسلا و در

در مواد فرومغناطیس وجود میدان مغناطیسی باعث ایجاد جریان‌های گردابی در صفحه شده که در نتیجه آن حرارت در صفحه تولید می‌شود که مطابق معادله حرکت (۲۴)، بر رفتار ارتعاشی آن تأثیرگذار می‌باشد. به منظور به دست آوردن اثرات حرارت ورق بایستی معادله انرژی آن استخراج شود. با استفاده از مدل کلاسیک انتقال حرارت فوریه، معادله حاکم بر انتقال حرارت رسانشی با در نظر گرفتن اثرات متقابل ترموالاستیک را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۳۱ و ۳۲]:

$$\rho C_v \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) - \alpha T_0 (3\lambda + 2G) \varepsilon_{ii} - \frac{J^2}{\sigma} = 0 \quad (25)$$

که در آن، λ و G ثوابت لامه هستند، C_v ظرفیت حرارتی ماده، k ضریب انتقال حرارت هدایت، α ضریب انبساط حرارتی و ε_{ii} نرخ کرنش و T_0 دمای محیط می‌باشد. همچنین J^2/σ تلفات حرارتی جریان در حجم ثابت می‌باشد که به صورت گرما در ورق فرومغناطیس ظاهر می‌شود.

$$k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = (\rho C_v + \gamma E \alpha^2 T_0) \frac{\partial \theta}{\partial t} + (3\lambda + 2G) \alpha T_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right) + \frac{J^2}{\sigma} \left(\frac{1+2\chi_m}{1+\chi_m} \right)^2 \quad (26)$$

معادله فوق، رابطه بین میدان‌های جابجایی-دما را بر اساس تئوری ترموالاستیسیته برای ماده همسانگرد تحت تأثیر حرارت، بیان می‌کند.

۲-۲- حل معادلات حاکم

به منظور حل معادلات حاکم بر سیستم که به صورت معادلات غیرخطی هستند از روش گالرکین استفاده می‌شود. بدین منظور، بسط‌های زیر برای میدان جابجایی الاستیک و توزیع دما در نظر گرفته می‌شود:

جدول ۱. مشخصات هندسی و مکانیکی ورق فرومغناطیس تحت بررسی

Table 1. Geometric and mechanical properties of the investigated ferromagnetic plate

۷۸۰۰	چگالی ماده (ρ (kg/m ^۳))
۲۰۰	مدول یانگ (E (GPa))
۰/۳۰	نسبت پواسون ν
۰/۵۰	ضخامت ورق h (میلی‌متر)
۱۰۰	طول ورق L (میلی‌متر)
$1-2 \times 10^{-5}$	نفوذ پذیری مغناطیسی (μ (H/m))
$2/3 \times 10^6$	رسانایی الکتریکی (σ (S/m))
۹۰	زاویه شدت میدان مغناطیسی ϕ (درجه)
۱۵	پذیرفتاری محیط فرومغناطیس χ_m
۱۵۶	ضریب انتقال حرارت (k (W/m ^۲ .K))
۷۱۳	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت C_v (J/kg.K)
3×10^{-6}	ضریب انبساط حرارتی (α (K ^{-۱}))

جدول ۲. تغییرات فرکانس ارتعاش آزاد ورق تحت میدان مغناطیسی با تکیه‌گاه گیردار-آزاد نسبت به شدت میدان مغناطیسی

Table 2. Free vibration frequency changes of the of the cantilever plate under a magnetic field to the magnetic field intensity

تاکاگی [۴] درصد خطا (%)	وی [۲۹] درصد خطا (%)	مطالعه حاضر	میدان مغناطیسی (میلی تسلا)
۴۱/۹۱ (٪۰/۰۲۴)	۴۲/۱۵ (٪۰/۰۲۹)	۴۰/۹۰۰	۰
۴۷/۰۱ (٪۰/۱۱۰)	۴۳/۰۳۲ (٪۰/۰۲۷)	۴۱/۸۳۷	۰/۲۰
۵۱/۰۲ (٪۰/۱۶۰)	۴۳/۸۸۲ (٪۰/۰۲۴)	۴۲/۸۰۸	۰/۴۰
۵۲/۹۸ (٪۰/۱۶۳)	۴۴/۷۵۷ (٪۰/۰۰۹)	۴۴/۳۲۸	۰/۶۰
۵۴/۹۸ (٪۰/۱۶۴)	۴۶/۱۶۴ (٪۰/۰۰۴)	۴۵/۹۳۴	۱/۰۰

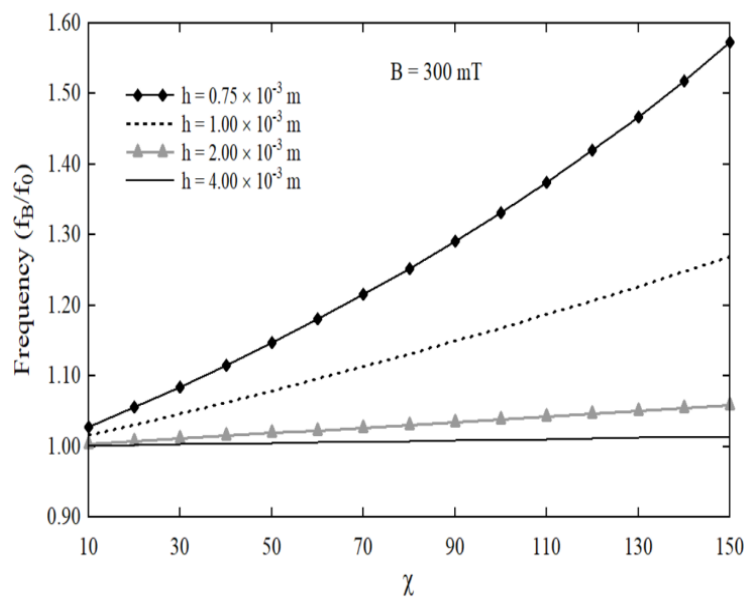
می‌گردد که با افزایش مقدار پذیرفتاری محیط مغناطیسی، سرعت افزایش مقدار نسبت فرکانسی در میدان مغناطیسی بالاتر افزایش می‌یابد. همچنین در مقدار پایین شدت میدان مغناطیسی (کمتر از ۰/۳ تسلا) تأثیر کمتری مخصوصاً برای نسبت ضخامت به طول بزرگ‌تر از ۰/۲ دارد.

کانتور تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی و ضخامت‌های مختلف در مقادیر مختلف شدت میدان مغناطیسی در شکل ۴ ارائه شده است.

از نتایج به دست آمده مشخص می‌گردد که با افزایش مقدار پذیرفتاری

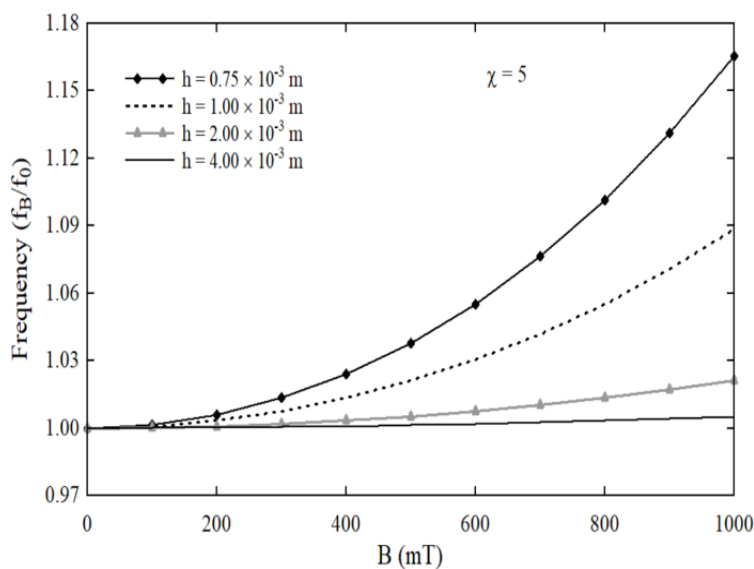
حدود ۰/۵ درصد برای یک تسلا می‌باشد. از نتایج مشخص می‌گردد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی مقدار فرکانس سیستم افزایش می‌یابد.

در ادامه برای بررسی تأثیر ضخامت نوار ورق بر فرکانس ارتعاش آزاد سیستم تحت میدان مغناطیسی، ضخامت‌های مختلف به صورت ۰/۷۵، ۱، ۲ و ۴ میلی‌متر با مشخصات جدول ۱ در نظر گرفته می‌شود. شکل‌های ۲ و ۳ تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاشات آزاد نوار ورق با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی و شدت میدان مغناطیسی برای نوار ورق با ضخامت‌های مختلف ارائه شده است. از نتایج به دست آمده مشخص



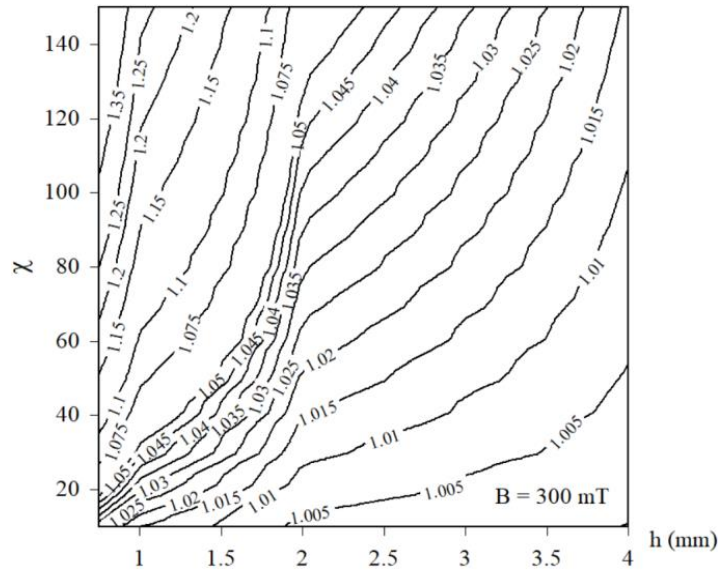
شکل ۲. تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق با تکیه‌گاه گیردار-آزاد تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی در ضخامت‌های مختلف

Fig. 2. Changes of the ratio of the first free vibration frequency of the cantilever plate strip under the magnetic field to the absence of a magnetic field to the susceptibility of the magnetic field at different thicknesses



شکل ۳. تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق با تکیه‌گاه گیردار-آزاد تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به شدت میدان مغناطیسی در ضخامت‌های مختلف

Fig. 3. Changes of the ratio of the first free vibration frequency of the cantilever plate strip under the magnetic field to the absence of a magnetic field to the intensity of the magnetic field at different thicknesses



شکل ۴. کانتور تغییرات نسبت فرکانس ارتعاش آزاد ورق تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی و ضخامت‌های مختلف برای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی

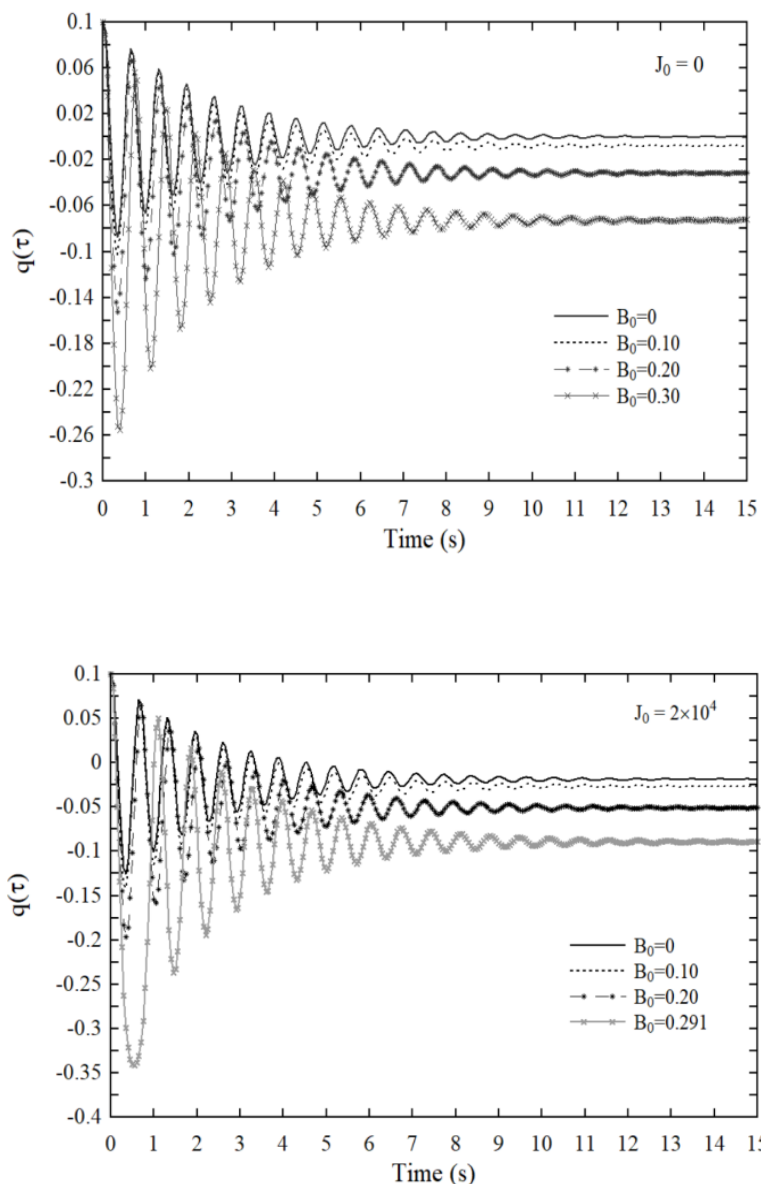
Fig. 4. Contour changes of the free vibration frequency ratio of the plate strip under the magnetic field to the absence of a magnetic field relative to the susceptibility of the magnetic medium and different thicknesses for different values of the magnetic field

بر این اساس می‌توان بیان نمود که وجود میدان مغناطیسی همانند نیروی محوری باعث کاهش سفتی معادل سازه شده و با افزایش مقدار آن ناپایداری می‌تواند در سازه اتفاق افتد. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی بر روی پاسخ حالت ماندگار سیستم نیز تأثیرگذار می‌باشد که علت این امر با توجه به ترم $t_z^{EM} + \partial C_y / \partial x$ در معادله حرکت (۲۴) که در نتیجه در نظر گرفتن اثرات کشش‌های نیروهای مغناطیسی ایجاد شده است، می‌باشد. وجود این جمله در معادله حرکت (۲۴) که در سایر مدل‌های نیرویی ارائه شده برای میدان مغناطیسی وجود ندارد باعث شده است اثرات نیروهای حجمی ایجاد شده توسط میدان مغناطیسی باعث خیز استاتیکی در ورق شده و ورق حول این موقعیت نوسان می‌کند.

به منظور بررسی اثر شدت میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی بر حداکثر دامنه نوسانات، بازه جریان صفر تا ۳۰۰۰۰ آمپر و میدان مغناطیسی صفر تا ۰/۳ تسلا در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود با افزایش شدت جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی، دامنه نوسانات ورق افزایش می‌یابد و به ازای مقادیر مشخصی از این پارامترها ناپایداری در سیستم اتفاق می‌افتد و دامنه نوسانات به صورت ناگهانی افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در این نواحی فرکانس

محیط مغناطیسی، سرعت افزایش مقدار نسبت فرکانس برای ضخامت‌های کمتر به شدت افزایش می‌یابد. همچنین در مقدار پایین شدت میدان مغناطیسی (کمتر از ۰/۳ تسلا) تأثیر کمتری داشته به طوری که تغییرات نسبت فرکانس در شدت میدان مغناطیسی ۰/۳ تسلا برای محدوده تغییرات پذیرفتاری محیط مغناطیسی از ۱۰ تا ۱۵۰ برای ضخامت‌های ۰/۷۵ تا ۴ میلی‌متر در حدود ۳۰ درصد بوده در صورتی که برای میدان مغناطیسی ۰/۵ تسلا در حدود ۲۴۰ درصد می‌باشد.

در ادامه به مطالعه تأثیر پارامترهای مختلف بر روی مشخصه‌های ارتعاشاتی ورق فرومغناطیس پرداخته می‌شود. در شکل ۵ اثر شدت میدان مغناطیسی بر پاسخ زمانی و همچنین پاسخ فرکانسی ورق فرومغناطیس با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و به ازای جریان‌های صفر و ۲ آمپر مشخصات داده شده در جدول ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود میدان مغناطیسی تأثیر قابل توجهی بر روی رفتار ارتعاشی سازه دارد و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، دامنه نوسانات سیستم نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، با افزایش شدت میدان مغناطیسی از ۰ به ۰/۳ تسلا، حداکثر دامنه ارتعاشات سیستم تقریباً ۲/۵ برابر برای حالت بدون جریان الکتریسیته و تقریباً ۳/۴ برابر برای جریان الکتریسیته به شدت 2×10^4 آمپر می‌باشد.

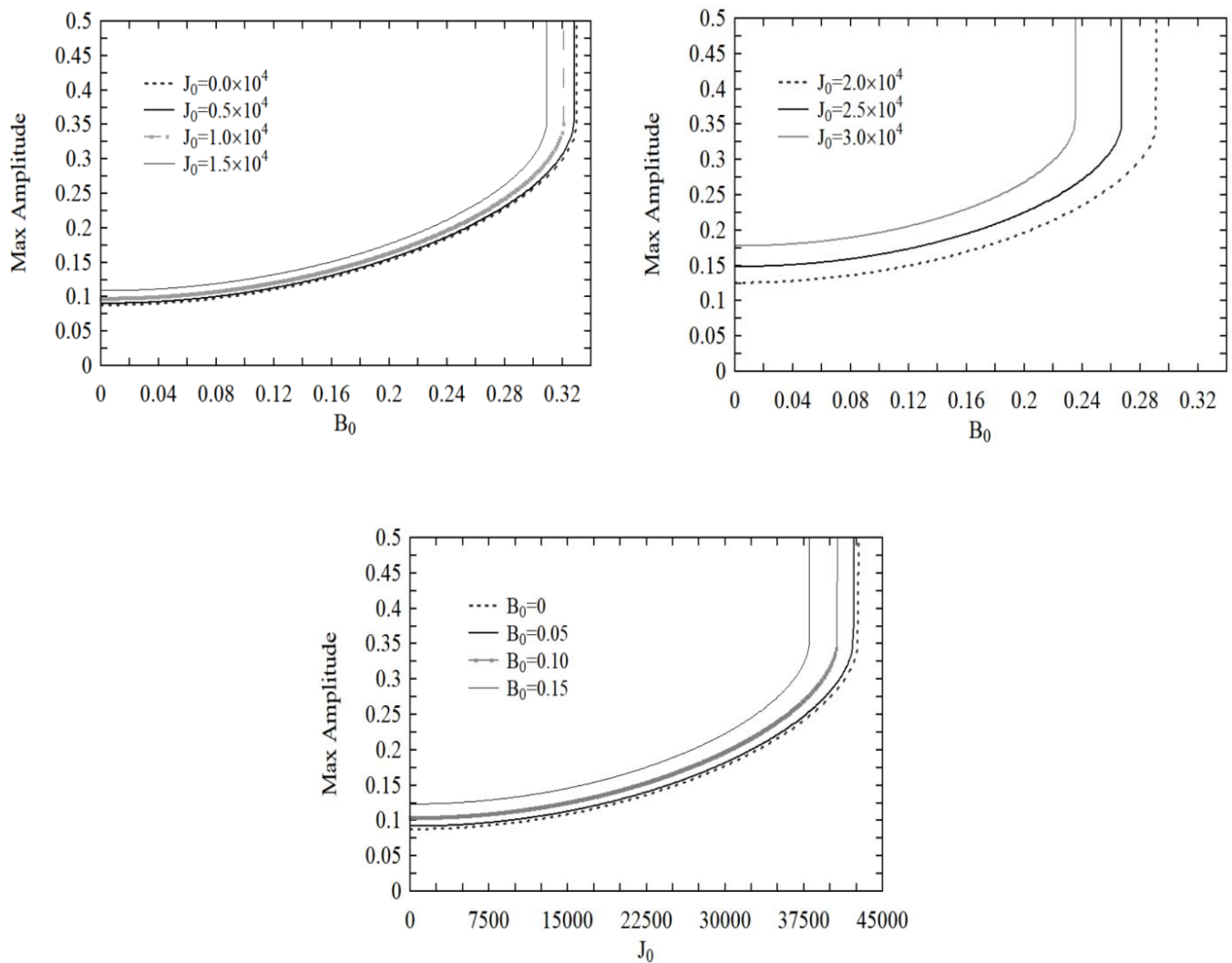


شکل ۵. تأثیر میدان مغناطیسی بر پاسخ ارتعاشی نوار ورق فرومغناطیسی هادی جریان الکتریکی با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها

Fig. 5. The effect of magnetic field on the vibrational response of a conductor ferromagnetic plate strip with simply supports at both ends

فرض کوپل حرارتی و صرف‌نظر کردن از اثرات کوپل حرارتی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در نظر گرفتن دمای ایجاد شده ناشی از جریان‌های گردابه‌ای و جریان الکتریکی باعث تغییر قابل ملاحظه‌ای در پاسخ ارتعاشی ورق فرومغناطیس می‌شود. هر چند که فرض کوپل حرارتی تغییر قابل ملاحظه‌ای بر حداکثر دامنه نوسانات سیستم ندارد ولی باعث افزایش فرکانس طبیعی ورق می‌شود. به عنوان مثال با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که برای شرایط تحت بررسی فرکانس طبیعی اول در حالت کوپل حرارتی و در غیاب آن به ترتیب برابر $1/64$ هرتز و $1/24$ هرتز به

نوسانات برابر صفر می‌باشد، بنابراین ناپایداری ایجاد شده از نوع ناپایداری استاتیکی می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که با بیشتر شدن شدت جریان الکتریکی، ناپایداری در سیستم به ازای مقادیر کمتر میدان مغناطیسی اتفاق می‌افتد. نتایج شکل ۶ نشان می‌دهد که جریان الکتریکی بیشتر باعث میدان مغناطیسی بحرانی کمتر می‌شود و مقدار میدان مغناطیسی بحرانی به ازای شدت جریان 30000 آمپر تقریباً 30 درصد کمتر از مقدار متناظر در غیاب جریان الکتریکی می‌باشد. به منظور مطالعه اثرات کوپل حرارتی بر روی رفتار ارتعاشی ورق، در شکل ۷ مقایسه بین پاسخ ارتعاشی در دو حالت با



شکل ۶. تأثیر شدت میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی بر نوسان حداکثر دامنه سیستم صفحه فرومغناطیسی

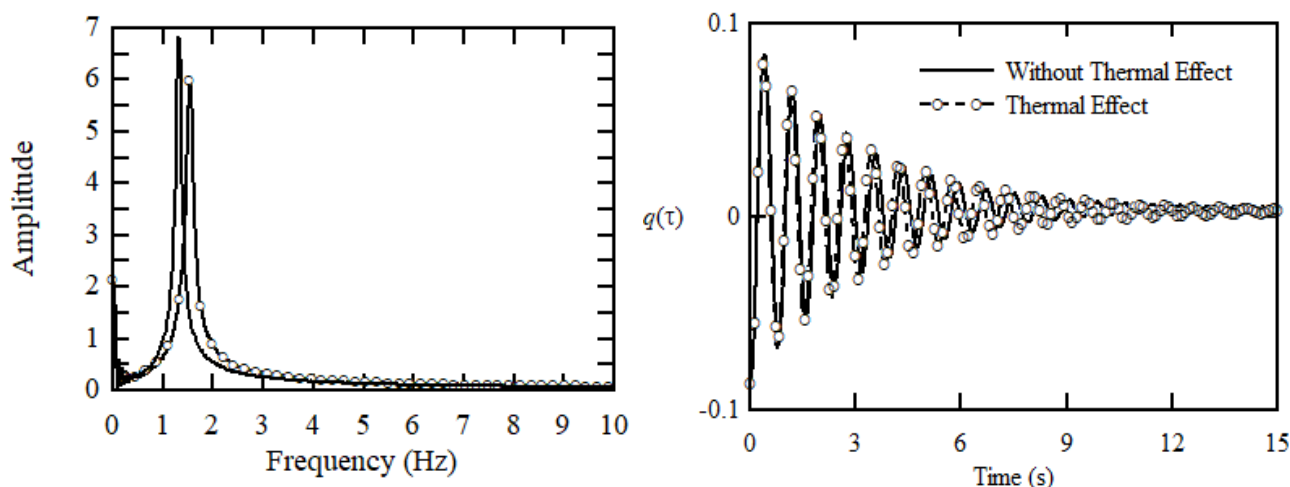
Fig. 6. The effect of magnetic field intensity and electric current on the maximum oscillation of the ferromagnetic plate

گسسته‌سازی شده و سپس با استفاده از حل عددی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی مشخصه‌های ارتعاشی این سیستم‌ها مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد که مؤلفه نیروی ایجاد شده در اثر کشش‌های مغناطیسی باعث تغییر در مشخصه‌های ارتعاشی ورق می‌شود. بر این اساس در مطالعه این سیستم‌ها بایستی اثرات این پارامترها مورد توجه قرار گیرد. به عنوان مثال مشاهده می‌شود که برای شرایط تحت بررسی، فرکانس طبیعی اول در حالت کوپل حرارتی و در غیاب آن به ترتیب برابر $1/64$ هرتز و $1/24$

دست می‌آید.

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر با در نظر قرار دادن اثرات کشش‌های مغناطیسی و جریان‌های گردابی و همچنین گرمای ایجاد شده در اثر جریان‌های الکتریکی، معادلات مکانیکی-مغناطیسی-حرارتی جدیدی برای مطالعه رفتار دینامیکی ورق‌های فرومغناطیس نرم ارائه شد. با استفاده از روش گالرکین معادلات



شکل ۷. تأثیر کوپل حرارتی بر پاسخ دینامیکی و فرکانس طبیعی اول ورق فرومغناطیس

Fig. 7. The effect of thermal coupling on the dynamic response and the first natural frequency of ferromagnetic plate

- [5] A. Ghobadi, Y.T. Beni, H. Golestanian, Size dependent thermo-electro-mechanical nonlinear bending analysis of flexoelectric nano-plate in the presence of magnetic field, *International Journal of Mechanical Sciences*, 152 (2019) 118-137.
- [6] Z. Su, G. Jin, T. Ye, Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions, *International Journal of Mechanical Sciences*, 138 (2018) 42-53.
- [7] J. Li, Y. Hu, Principal and internal resonance of rectangular conductive thin plate in transverse magnetic field, *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 8(4) (2018) 257-266.
- [8] Z. Su, G. Jin, T. Ye, Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions, *International Journal of Mechanical Sciences*, 138 (2018) 42-53.
- [9] F. Moon, Y. Pao, Vibration and dynamic instability of a beam-plate in a transverse magnetic field, *Journal of Applied Mechanics*, 36(1) (1969) 92-100.
- [10] P. Yih-Hsing, Y. Chau-Shiung, A linear theory for soft ferromagnetic elastic solids, *International Journal of*

هرتز به دست می‌آید. در نتیجه می‌توان گفت که فرض کوپل حرارتی در معادلات باعث افزایش حدود ۳۲ درصدی در فرکانس طبیعی اول برای این سیستم می‌شود.

منابع

- [1] I. Esen, C. Özarpa, M.A. Eltaher, Free vibration of a cracked FG microbeam embedded in an elastic matrix and exposed to magnetic field in a thermal environment, *Composite Structures*, 261 (2021) 113552.
- [2] R. Jahanghiry, R. Yahyazadeh, N. Sharafkhani, V.A. Maleki, Stability analysis of FGM microgripper subjected to nonlinear electrostatic and temperature variation loadings, *Science and Engineering of Composite Materials*, 23(2) (2016) 199-207.
- [3] Y.D. Hu, H.R. Xu, Nonlinear natural vibration of a circular plate in the non-uniform induced magnetic field, *Archive of Applied Mechanics*, 91(6) (2021) 1-21.
- [4] T. Takagi, J. Tani, Y. Matsubara, I. Mogi, Dynamic behavior of fusion structural components under strong magnetic fields, *Fusion engineering and design*, 27 (1995) 481-489.

- [22] F. Ebrahimi, A. Seyfi, M. Nouraei, P.Haghi, Influence of magnetic field on the wave propagation response of functionally graded (FG) beam lying on elastic foundation in thermal environment, *Waves in Random and Complex Media*, 31(1) (2021) 1-19.
- [23] T. Pourreza, A. Alijani, V.A. Maleki, A. Kazemi, Nonlinear vibration of nanosheets subjected to electromagnetic fields and electrical current, *Advances in nano research*, 10(5) (2021) 481-491.
- [24] T. Pourreza, A. Alijani, V.A. Maleki, A. Kazemi, The effect of magnetic field on buckling and nonlinear vibrations of Graphene nanosheets based on nonlocal elasticity theory. *International Journal of Nano Dimension*, 13(1) (2022) 54-70.
- [25] Y.H. Pao, Electromagnetic forces in deformable continua, In: *Mechanics today*, Volume 4.(A78-35706 14-70) New York, 4 (1978) 209-305.
- [26] A. H. Ghorbanpour Arani, M. J. Maboudi, A. Ghorbanpour Arani, S. Amir, 2D-magnetic field and biaxial in-plane pre-load effects on the vibration of double bonded orthotropic graphene sheets, *Journal of Solid Mechanics* 5(2) (2013), 193-205.
- [27] F.C. Moon, P. Graneau, Magneto-solid mechanics, *Physics Today*, 38(76) (1985) 79.
- [28] D. J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, *American Journal of Physics*, 73(6) (2005), 574-583.
- [29] L.Wei, S.A. Kah, H. Ruilong, Vibration analysis of a ferromagnetic plate subjected to an inclined magnetic field. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(4) (2007) 440-446.
- [30] J. N. Reddy, Theory and analysis of elastic plates and shells, CRC press, (2006).
- [31] R.B. Hetnarski, M.R. Eslami, G. Gladwell, Thermal stresses: advanced theory and applications, Springer, 41(2009).
- [32] M.Eslami, H. Vahedi, Coupled thermoelasticity beam problems, *AIAA journal*, 27(5) (1989) 662-665.
- [33] M.N. Ā-zisik, M.N. Özişik, Heat conduction, John Wiley & Sons, (1993).
- Engineering Science, 11(4) (1973) 415-436.
- [11] W.F. Brown, Magnetoelastic interactions, Springer, (1966).
- [12] A.C. Eringen, Theory of electromagnetic elastic plates, *International Journal of Engineering Science*, 27(4) (1989) 363-375.
- [13] A.C. Eringen, G.A. Maugin, Electrodynamics of continua I: foundations and solid media, Springer Science & Business Media, (2012).
- [14] Y. H. Zhou, X. Zheng, A general expression of magnetic force for soft ferromagnetic plates in complex magnetic fields, *International Journal of Engineering Science*, 35(15) (1997) 1405-1417.
- [15] T. Takagi, A New Numerical Analysis Method of Dynamic Behavior of a Thin Plate under Magnetic Field Considering Magnetic Visous Damping Effect, *International journal of applied electromagnetics in materials*, 4(1) (1993) 35-42.
- [16] C.B. Lin, Destabilizing Effect of In-Plane Magnetic Field on Panel Flutter, *Journal of Mechanics*, 15(2) (1999) 79-87.
- [17] Y.D. Hu, H.R. Xu, Nonlinear natural vibration of a circular plate in the non-uniform induced magnetic field, *Archive of Applied Mechanics*, 91(6) (2021) 2513-2533.
- [18] G.Y. Wu, Non-linear vibration of bimaterial magneto-elastic cantilever beam with thermal loading, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 55 (2013) 10-18.
- [19] G.Y. Wu, Transient vibration analysis of a pinned beam with transverse magnetic fields and thermal loads, *Journal of vibration and acoustics*, 127(3) (2005) 247-253.
- [20] Q. Li, L. Zhu, H. Ruan, Electromagnetic-Thermo-Mechanical Coupling Behavior of Cu/Si Layered Thin Plate Under Pulsed Magnetic Field, *Acta Mechanica Solida Sinica*, 35(1) (2022) 90-100.
- [21] D.V. Hieu, N.T. Hoa, L.Q. Duy N.T. Kim Thoa, Nonlinear Vibration of an Electrostatically Actuated Functionally Graded Microbeam under Longitudinal Magnetic Field, *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 7(3) (2021) 1537-1549.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

N. Ashrafi, E. Tahmasebi, Study of Nonlinear Vibration Behavior of an Electric Current-Carrying Ferromagnetic Plate in Magnetic Field, Amirkabir J. Mech Eng., 54(6) (2022) 1303-1318.

DOI: [10.22060/mej.2022.20221.7196](https://doi.org/10.22060/mej.2022.20221.7196)



