نشريه مهندسي مكانيك اميركبير

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۴، شماره ۶ سال ۱۴۰۱، صفحات ۱۳۰۳ تا ۱۳۱۸ DOI: 10.22060/mej.2022.20221.7196



مطالعه رفتار ارتعاشات غیرخطی ورقهای فرومغناطیس حامل جریان الکتریکی در میدانهای مغناطیسی

نريمان اشرفي\*` ، الهام طهماسبي

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران. ۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

**تاریخچه داوری:** دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۰۹ بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۳۰ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۱ ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰

کلمات کلیدی: رفتار ارتعاشی ورق فرومغناطیس جریان الکتریکی و گردابی میدان مغناطیسی

**خلاصه:** در مطالعه حاضر، با در نظر گرفتن کششهای مغناطیسی و حرارت ایجاد شده در اثر جریان الکتریکی و جریان گردابی، معادلات غیرخطی جدیدی برای بررسی رفتار ارتعاشی ورقهای فرومغناطیس حامل جریان الکتریکی واقع در میدان مغناطیسی ارائه شده است. پس از استخراج معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم با استفاده از قانون دوم نیوتن، معادلات غیرخطی کوپل با استفاده از روش گالرکین گسسته سازی شده و سپس به صورت عددی حل شدهاند. نتایج عددی ارائه شده در تحقیق حاضر با نتایج موجود در ادبیات فن مقایسه شده و سپس اثر پارامترهای مختلف بر روی مشخصههای ارتعاشی ورق فرومغناطیس نرم بررسی شده است. نتایج تحقیق نشان میدهد که میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی تأثیر قابل توجهی بر روی رفتار ارتعاشی نوار ورق دارند و منجر به افزایش دامنه نوسانات سیستم میشوند. وجود میدان مغناطیسی باعث کاهش سفتی معادل ورق شده و افزایش آن ناپایداری استاتیکی را در سیستم رقم می زند. همچنین با در نظر گرفتن مؤلفه نیروی ایجاد شده در اثر کششهای مغناطیسی که نوآوری این مقاله میباشد، خیز استاتیکی در ورق ایجاد میشود و بر روی پاسخ حالت ماندگار آن تأثیر میگذارد. از طرفی در بررسی اثرات مشخص گردید که فرض کوپل حرارتی باعث افزایش فرکانس طبیعی نوار ورق میشود.

### ۱- مقدمه

استریکتیو<sup>۴</sup>، مگنتواستریکتیو<sup>۹</sup>، پیزوالکتریک<sup><sup>2</sup></sup> و پیزومگنتیک<sup>۷</sup>) با استفاده از روابط ساختاری کوپل میشوند. بسته به ماهیت کوپلینگ بین میدان الکترومغناطیسی و مکانیکی، تقریبهای مختلف از معادلات ماکسول مورد استفاده قرار می گیرند که منجر به شکل گیری فرمولهای مختلف ریاضی، متغیر از سیستمهای غیرخطی معادلات دیفرانسیل جزئی پارابولیک<sup>۸</sup> و هایپربولیک<sup>۹</sup> به سیستمهای غیرخطی معادلات دیفرانسیل جزئی می شود. گستره مطالعات اولیه بیشتر محدود به رساناهای الاستیک خطی و همسانگرد میشد، در حالی که مطالعات اخیر بر روی جامدهای الکترومغناطیسی متمرکز شده است[۱–۴]. در رساناهای الکتریکی، تعامل بین میدانهای مکانیکی و الکترومغناطیسی به دلیل نیروی لورنتس است که توسط میدان الکترومغناطیسی اعمال میشود. مواد پیزوالکتریک به علت کاربردهای

- 4 Electrostrictive
- 5 Magnetostrictive
- 6 Piezoelectric
- 7 Piezomagnetic
- 8 Parabolic
- 9 Hyperbolic

جامدات الکترومغناطیسی شامل یک طیف گستردهای از مواد است که در آن اثر متقابل ٔ بارهای مکانیکی و الکترومغناطیسی تأثیر قابل توجهی بر تغییر شکل میگذارند. به دلیل رخ دادن پدیده اندرکنش غیرخطی مغناطیزاسیون سازهها و میدان مغناطیسی اعمالی، ناپایداری دینامیکی ورق همواره مورد توجه علوم نظری و مهندسی بوده است. اهمیت این موضوع منجر به استخراج مطالعات گستردهای در این زمینه گردیده است. در بیشتر موارد، رفتار مواد الکترومغناطیس توسط سیستم معادلات حرکت و معادلات ماکسول<sup>۲</sup> توصیف میشود. در رساناهای الکتریکی، این دو مجموعه معادلات از طریق نیروی لورنتس<sup>۳</sup> و در دیالکتریکها (برای مثال: جامدات الکترو

- 1 Interaction
- 2 Maxwell's equations
- 3 Lorentz force

\* نویسنده عهدهدار مکاتبات: n\_ashrafi@hotmail.com

مختلف از هیدروکاستیک<sup>۱</sup> تا دستگاههای میکرو الکترومکانیکی و حسگرها، جایگاه خاصی در میان جامدهای الکترومغناطیسی دارند و این مسئله مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۸–۵].

از اولین مطالعات در زمینه مطالعه ناپایداری مغناطوالاستیک میتوان به تحقیق مون و پائو [۹]، اشاره نمود. آنها به صورت تجربی نشان دادند که وقتی شدت میدان مغناطیسی اعمال شده به صفحه به مقدار بحرانی میرسد ورق فرومغناطیس دچار کمانش می شود. در ادامه، پائو و یه [۱۰]، با استفاده از فرمول بندی نیروهای مغناطیسی ارائه شده توسط براون [۱۱]، معادلات و مدل نیروی مغناطیسی جدیدی را برای مطالعه کمانش مغناطوالاستیک ورقها ارائه کردند. ارینگن [۱۲] و ارینگن و مائوگین [۱۳]، مدل نیروی مغناطیسی جدیدی را برای در نظر گرفتن اندرکنش سازه و میدانهای مغناطیسی ارائه کردند. گلوبوا و همکاران [۵]، با استفاده از حل تحلیلی به بررسی رفتار ارتعاشی و فرکانسهای طبیعی یک ورق فرومغناطیس تحت تأثير ميدان مغناطيسي پرداختند. نتايج مطالعه آنها نشان ميدهد كه با افزایش شدت میدان مغناطیسی فرکانسهای طبیعی ورق کاهش می یابد و در مقدار معینی ناپایداری در سیستم اتفاق میافتد. تاکاگی و همکاران [۴]، با استفاده از تستهای تجربی به بررسی تغییرات فرکانسهای طبیعی ورق نازک تحت میدان مغناطیسی درون صفحهای پرداختند. با استفاده از اصل تغييرات، أنها، مدل جديدي براي نيروهاي مغناطيسي اعمال شده بر روی صفحات واقع در میدان مغناطیسی درون صفحه ارائه دادند. ژو و میا [۱۴]، با استفاده از این مدل به بررسی فرکانس های طبیعی ورق واقع در میدان مغناطیسی پرداخته و نتایج خود را با دادههای تجربی تاکاگی [۱۵] مورد مقایسه قرار دادند. لین [۱۶]، با استفاده از روش گالرکین به مطالعه رفتار ناپایداری صفحات تحت تأثیر میدان مغناطیسی پرداخت. در مطالعه اشاره شده، به علت دشواری محاسبه توزیع میدان مغناطیسی در اطراف نوار ورق فرومغناطیس از روش المان محدود استفاده شده است. هو و ژو [۱۷]، بر اساس نظریه الکترومغناطیسی به بررسی ارتعاش آزاد غیرخطی ورق نازک رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت ناشی از سیم پیج حامل جریان پرداختند و دریافتند که فرکانس طبیعی با افزایش ضخامت صفحه، افزایش و با افزایش جریان، کاهش مییابد.

عموماً ارتعاش صفحات رسانا در میدان مغناطیسی باعث ایجاد جریانهای گردابی در صفحه میشود که این امر میتواند باعث اتلاف انرژی و تولید حرارت شود. پی آمد این بارهای حرارتی نیز، به وجود آمدن گرادیان حرارتی در

صفحه میباشد. وجود این گرادیان حرارتی باعث میشود که رفتار دینامیکی صفحات تغییر کرده و ناپایداری در شدت میدانهای مغناطیسی پایین تری رخ دهد. بر این اساس مطالعه تأثیر میدانهای حرارتی بر روی رفتار ارتعاشی صفحات فرومغناطیس در معرض میدانهای مغناطیسی حائز اهمیت فراوان میباشد و مطالعات بسیار محدودی در این زمینه وجود دارد. به عنوان مثال وو [۸۸] رفتار پایداری دینامیکی تیرهای واقع در میدان مغناطیسی عرضی مطالعه قرار داده است. در مطالعه دیگر، وو [۹۹] رفتار ارتعاشات تیر تحت تأثیر میدان مغناطیسی عرضی و بارهای حرارتی را بررسی کرده است. او در مطالعات خود اثر بارهای حرارتی را به صورت نیروی محوری در معادلات در نظر گرفته است. در مطالعه دیگر، وو [۹۹] رفتار ارتعاشات تیر تحت مطالعات خود اثر بارهای حرارتی را به صورت نیروی محوری در معادلات در نظر گرفته است. در مطالعه دیگری، لی و همکاران [۲۰]، با تحقیق بر روی نیمه هادیها تحت میدانهای ترمو–الکترو– مغناطیسی دریافتند که تحت پالسهای الکترومغناطیسی، جریانهای گردابی ایجاد میشود که مقدار آن به رسانایی صفحه بستگی دارد و منجر به افزایش زیاد دما و نیروی لورنتس میگردد.

هیو و همکاران [۲۱] به بررسی ارتعاشات غیرخطی یک میکرو تیر تابعی مدرج تحت نيروى الكتروستاتيك و ميدان مغناطيسي پرداختند و عبارات تحلیلی را به منظور تخمین فرکانسهای غیرخطی با استفاده از روش گالرکین و همیلتون به دست آوردند. نتایج عددی حاصله از تحقیق آنها نشان داد که شدت میدان مغناطیسی تأثیر بسزایی در رفتار ارتعاشی میکرو تیر دارد و منجر به افزایش فرکانس غیرخطی می شود، از سوی دیگر ولتاژ اعمالی منجر به کاهش فرکانس غیرخطی گردیده و میکرو تیر تابعی مدرج با افزایش ولتاژ تا مقادیر بحرانی آن، ناپایدار می گردد. ابراهیمی و همکاران [۲۲] با استفاده از روابط ماکسول، نیروی لورنتس القا شده توسط میدان مغناطیسی طولی و بکارگیری اصل همیلتون، معادلات دیفرانسیل تیر تابعی مدرج دو سر ساده واقع بر بستر الاستیک را در محیط ترمو مغناطیسی به دست آوردند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس ارتعاشات افزایش مییابد. همچنین اثر نرم شدن سختی با کاهش فرکانس ارتعاشات پس از افزایش گرادیان دمایی محیط حرارتی نشان داده شد. در مطالعه دیگری، پوررضا و همکاران [۲۳ و ۲۴] به بررسی رفتار ارتعاشی غیرخطی نانوصفحات گرافن تحت تأثیر میدانهای الکترومغناطیسی و نیروهای ایجاد شده در اثر جریان الکتریکی پرداختند. آنها معادلات غیرخطی سیستم را با روش گالرکین گسسته و سپس با روش رانگ-کوتا حل نمودند و تأثیر پارامترهای مختلف مانند اثر جریان

<sup>1</sup> Hydroacoustics



شکل ۱. صفحه نازک فرومغناطیس تحت تأثیر میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی

Fig. 1. Ferromagnetic thin plate under the influence of magnetic field and electric current

الکتریکی و شدت میدان مغناطیسی را بر ویژگیهای ارتعاشی نانوصفحات گرافن بررسی نمودند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که میدان مغناطیسی فرکانس طبیعی خطی را افزایش و فرکانس طبیعی غیرخطی نانوصفحات گرافن را کاهش میدهد، همچنین افزایش بیش از حد میدان مغناطیسی باعث ناپایداری در نانوصفحات گرافن میشود.

بررسی مطالعات انجام شده در این زمینه نشان میدهد که تاکنون اثر جریانهای گردابی و همچنین میدانهای حرارتی تولید شده در اثر جریان الکتریکی بر روی رفتار ارتعاشی صفحات فرومغناطیسی واقع در میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار نگرفته است. بر این اساس در مقاله حاضر، با در نظر گرفتن اندرکنش بین مواد فرومغناطیس و میدان مغناطیسی، کششهای مغناطیسی و همچنین دمای تولید شده توسط جریانهای الکتریکی، معادلات حرارتی-مغناطیسی-الکتریکی-مکانیکی جدیدی به منظور مطالعه رفتار ارتعاشات عرضی تیر ورقهای فرومغناطیس واقع در میدان مغناطیسی و تأثیر جریان الکتریکی ارائه شده است. بدین منظور معادلات حرکت با استفاده از روابط کرنش-جابجایی خطی و استفاده از معادلات تعادل استخراج شده است. سپس با اعمال روش گالرکین و حل عددی معادلات کوپل به مطالعه قرار گرفته است.

### ۲- استخراج معادلات

مطابق شکل ۱ یک صفحه رسانای ایزوتروپ، همگن ساخته شده از مواد فرومغناطیس نرم مستطیلی شکل به طول a، عرض b و ضخامت

h که حامل جریان الکتریکی در راستای محور x و تحت اثر شدت میدان مغناطیسی متمایل  $B_{.}$  قرار دارد، در نظر گرفته می شود. به منظور بررسی رفتار دینامیکی سیستمهای الکترومغناطوالاستیک می میبایست روابط ماکسول به همراه معادلات انتقال حرارت رسانشی مورد استفاده قرار بگیرند [۲۴ و ۲۵]. با توجه به روابط کلاسیک ماکسول، تانسور تنش الکترومغناطیسی و الکتریکی

ایجاد شده درون ورق فرومغناطیس به صورت زیر به دست می آید [۲۶]:

$$\sigma_{ij}^{Maxwell} = \varepsilon_0 \left( E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left( B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 \right)$$
(1)

که در آن E نشان دهنده بردار میدان الکتریکی، B بردار میدان مغناطیسی، E نشان دهنده بردار میدان الکتریکی، B بردار میدان مغناطیسی، E ضریب گذردهی خلاً،  $\mu$  ضریب نفوذپذیری مغناطیسی استاتیکی محیط و  $\delta_{ij}$  تابع دلتای کرونکر میباشد. با فرض رسانا بودن ماده، نیروی حجمی ماکروسکوپیک الکترومغناطیسی ایجاد شده توسط جریان عبوری از ورق تحت میدان مغناطیسی به صورت زیر به دست میآید:

$$\mathbf{F}^{EM} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \nabla \mathbf{B} \cdot \mathbf{M} \tag{7}$$

با استفاده از قانون آمپر در مواد مغناطیده، چگالی جریان ماده رسانا در میدان مغناطیسی با استفاده از رابطه (۳) به دست میآید [۲۷ و ۲۸]. با در نظر گرفتن حالت شبه ایستایی برای مسئله مورد مطالعه، و با فرض اینکه جریان اعمالی در راستای محور x برابر با باشد، در نتیجه چگالی کل جریان، به صورت زیر به دست میآید:

$$\mathbf{J} = \sigma \left( \mathbf{E} + \dot{\mathbf{w}} \times \mathbf{B} \right) + \nabla \times \mathbf{M} =$$

$$J_0 \mathbf{i} + \frac{\chi_m}{\mu} \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & B_0 \cos \varphi - \mu_0 J_0 z & B_0 \sin \varphi \end{bmatrix} = (\gamma)$$

$$J_0 \mathbf{i} + \left( \frac{\chi_m}{\mu} \mu_0 J_0 \right) \mathbf{i}$$

که در آن  $\mathbf{E}$  بردار شدت میدان الکتریکی و  $\sigma$  رسانایی الکتریکی می باشد. با فرض اینکه ورق به صورت کامل رسانا باشد، در این صورت با استفاده از روابط (۲) و (۳) مؤلفه های غیر صفر نیروی الکترومغناطیس وارد بر صفحه حاصل از خاصیت مغناطیس شدن و عبور جریان به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{F}^{EM} = B_0 J_0 h \left[ \left( \cos \varphi \right) \mathbf{k} - \left( \frac{1 + 2\chi_m}{1 + \chi_m} \right) \left( \sin \varphi \right) \mathbf{j} \right]$$
(\*)

با توجه به اینکه بردار کشش مغناطیسی موجود در سطح بالایی و پایینی صفحه باعث ایجاد کوپل مغناطیسی می شود، بنابراین در تحقیق حاضر برای محاسبه گشتاورهای مغناطیسی از رابطه زیر استفاده می شود:

که در آن 
$$n_j$$
 بردار عمود بر سطح ورق میباشد که از رابطه زیر  
محاسبه میشود:

$$\mathbf{n} = -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\mathbf{i} - \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\mathbf{j} + \mathbf{k}$$
(8)

نیروهای کشش الکترومغناطیسی که در بالا و پایین ورق وجود دارند، کوپلهای مغناطیسی ایجاد میکنند. با محاسبه کششهای ایجاد شده در سطح بالایی و پایینی ورق با استفاده از رابطه (۵)، کوپلهای مغناطیسی ایجاد شده در ورق فرومغناطیس را به صورت زیر میتوان محاسبه نمود:

$$\begin{split} C_{x} &= \left( t_{y}^{EM} \left|_{z=h} + t_{y}^{EM} \right|_{z=-h} \right) \frac{h}{2}, \\ C_{y} &= \left( t_{x}^{EM} \left|_{z=h} + t_{x}^{EM} \right|_{z=-h} \right) \frac{h}{2} \end{split} \tag{Y}$$

۲- ۱- استخراج معادلات حرکت

به منظور استخراج معادلات حاکم بر ارتعاشات عرضی از تئوری کلاسیک صفحات استفاده می شود. با فرض اینکه خواص مکانیکی ثابت بوده و مستقل از دما می باشد و نیروهای مکانیکی خارجی بر صفحه فرومغناطیس اعمال نمی شود، میدان های جابجایی صفحه نازک برحسب تغییر شکل های صفحه میانی به صورت زیر بیان می شود [۲۹]:

$$u_{1} = u - z \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$u_{2} = v - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_{3} = w$$
(A)

که در آن با در نظر گرفتن مبداً سیستم مختصات در صفحه میانی ورق، که در آن با در نظر گرفتن مبداً سیستم مختصات در صفحه میانی ورق، u = u (x, y, z) و w = w (x, y, z) با باراین، رابطه بین تغییر مکانها در راستای محورهای X، X و Z میباشند. بنابراین، رابطه بین مؤلفههای جابجایی و کرنش به صورت زیر میباشد [۳۰]:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{x} \\ \mathcal{E}_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \mathcal{E}_{x}^{(0)} \\ \mathcal{E}_{y}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{cases} + z \begin{cases} \mathcal{E}_{x}^{1} \\ \mathcal{E}_{y}^{1} \\ \gamma_{xy}^{1} \end{cases}$$
(9)

$$\begin{cases} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} \\ \frac{\partial v_{0}}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x} \right) \end{cases}, \qquad (1 \cdot)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x}^{1} \\ \varepsilon_{y}^{1} \\ \gamma_{xy}^{1} \end{cases} = \begin{cases} -\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \\ -\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} \\ -2 \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} \end{cases}$$

$$t_{ij}^{Mech} = C_{klij} \varepsilon_{kl}^{Mech} =$$

$$\lambda \varepsilon_{kk}^{Mech} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}^{Mech}$$
(11)

که در آن  $\mathcal{A}$  و G ثوابت لامه هستند و بر حسب مدول یانگ E و نسبت پواسون  $\mathcal{V}$  بیان می شوند. به دلیل آنکه کرنش های الکترومغناطیسی در مقایسه با کرنش های الاستیک کوچک بوده و قابل صرفنظر کردن می باشند [۲۴]. تانسور تنش کل برای جامدات الکترومغناطیس به صورت زیر به دست می آید:

$$t_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk}^{Mech} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}^{Mech} - B_i M_j \tag{17}$$

با در نظر گرفتن المانی از ورق فرومغناطیس، منتجههای نیروهای برشی، محوری و ممانهای خمشی صفحه نازک را میتوان به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{split} M_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{ij}^{E} z dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{ij}^{M} z dz , \\ N_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{ij}^{E} dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{ij}^{M} dz \end{split}$$
(17)

$$Q_{x} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{xz}^{E} dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{xz}^{M} dz$$
(14)

$$Q_{y} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{yz}^{E} dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} t_{yz}^{M} dz$$
(10)

با در نظر گرفتن المانی از صفحه، معادلات دیفرانسیلی حرکت توسط منتجههای ممانهای خمشی و نیروی برشی به دست میآیند. با نوشتن معادله تعادل ممانها حول محور y و صرفنظر کردن از مشتقات مراتب بالا خواهیم داشت:

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \tag{15}$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} + t_x^{EM} = \rho h \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}$$
(1V)

$$\frac{\partial C_{y}}{\partial x} = -\frac{h}{8\mu_{0}\left(\chi_{m}+1\right)} \left\{ 4B_{0}^{2}\left(2\chi_{m}^{2}-1\right) +h^{2}J_{0}^{2}\mu_{0}^{2}\left(\chi_{m}+1\right)^{2}\left(2\chi_{m}-1\right) \right\} \left(\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}\right)$$
(71)

$$t_{z}^{EM} = t_{z} |_{z=-h} + t_{z} |_{z=h} = \frac{1}{8\mu_{0} (1 + \chi_{m})} \times \left\{ 4B_{0}^{2} \left[ \left( 10\chi_{m}^{2} - 2\chi_{m} - 1 \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} + 4\chi_{m} + 2 \right] - \left( \Upsilon \right) \right\}$$

$$h^{2}J^{2}\mu_{0}^{2} (\chi_{m} + 1)^{2} (2\chi_{m} - 1) \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} - 2 \right] \right\}$$
(YY)

$$t_{x}^{EM} = t_{x} |_{z=-h} + t_{x} |_{z=h} = -\frac{1}{4\mu_{0} (1 + \chi_{m})} \times (h^{2}J^{2}\mu_{0}^{2} (1 + \chi_{m})^{2} (-1 + 2\chi_{m}) + (YY)$$

$$B_{0}^{2} (-4 + 8\chi_{m}^{2})) \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)$$

در نهایت، با جایگذاری روابط (۲۳)–(۲۱) در معادلات (۱۹) و (۲۰)، معادله دیفرانسیل حاکم بر تیر–ورق تحت بررسی به صورت زیر به دست میآید:

$$-\frac{Eh^{3}}{12(1-\nu^{2})}\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{4}}$$

$$-\left[\frac{1}{4\mu_{0}(1+\chi_{m})}(h^{2}J^{2}\mu_{0}^{2}(1+\chi_{m})^{2}\times\right] + B_{0}^{2}(-4+8\chi_{m}^{2})\frac{\partial w}{\partial x} + B_{0}^{2}(-4+8\chi_{m}^{2})\frac{\partial w}{\partial x} + \left[\frac{1}{4\mu_{0}(1+\chi_{m})}(h^{2}J^{2}\mu_{0}^{2}(1+\chi_{m})^{2}(-1+2\chi_{m}) + (\gamma\epsilon)\right] + B_{0}^{2}(-4+8\chi_{m}^{2})\left[\int_{0}^{x}\frac{\partial w}{\partial x}dx - \frac{1}{L}\int_{0}^{L}\int_{0}^{x}\frac{\partial w}{\partial x}dxdx\right] + \frac{1}{2l}\frac{Eh}{1-\nu^{2}}\int_{0}^{l}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}dx + \frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}} + t_{z}^{EM} + \frac{\partial C_{y}}{\partial x} = \rho h\frac{\partial^{2}w}{\partial t^{2}} - \rho h^{3}\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{2}\partial t^{2}}$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left( F_z^{EM} + t_z^{EM} \right) + \frac{\partial C_y}{\partial x} + \frac{\partial C_x}{\partial y} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho h^3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2}$$
(1A)

که در آن  ${}_{x}\partial C$  و  ${}_{y}\partial C$  کوپلهای مغناطیسی ایجاد شده توسط کششهای مغناطیسی و  ${}_{z}^{EM}$  مؤلفه عرضی نیروهای اعمالی توسط کششهای مغناطیسی و  ${}_{z}^{EM}$  مؤلفه عرضی نیروهای اعمالی توسط کششهای مغناطیسی میباشند. لازم به ذکر است این مؤلفه نیرویی به واسطه وجود میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی در صفحه ایجاد میشود و این ترم در معادلات ارائه شده توسط محققان دیگر که در این زمینه مطالعه کردهاند ارائه نشده است. با محاسبه نیروهای برشی، محوری و گشتاورهای خمشی از روابط (۱۳) تا (۱۶) و با استفاده از فرضیات تئوری تیر-ورق<sup>°</sup> و جایگذاری آنها در روابط (۱۷) و (۱۸) و همچنین صرفنظر کردن از اینرسی محوری، معادله غیرخطی حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی تیر-ورق فرومغناطیس محوری، معادله نیر میدان مغناطیسی متمایل به صورت زیر به دست میآید:

$$\frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} = 0 \tag{19}$$

$$-\frac{Eh^{3}}{12(1-v^{2})}\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{4}} - \frac{Eh}{1-v^{2}}\left\{\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u_{0}}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}\right\} + (\gamma \cdot)$$
$$t_{z}^{EM} + \frac{\partial C_{y}}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^{2}w}{\partial t^{2}} - \rho h^{3} \frac{\partial^{4}w}{\partial x^{2}\partial t^{2}}$$

1 Beam plate

در مواد فرومغناطیس وجود میدان مغناطیسی باعث ایجاد جریانهای گردابی در صفحه شده که در نتیجه آن حرارت در صفحه تولید می شود که مطابق معادله حرکت (۲۴)، بر رفتار ارتعاشی آن تأثیرگذار می باشد. به منظور به دست آوردن اثرات حرارت ورق بایستی معادله انرژی آن استخراج شود. با استفاده از مدل کلاسیک انتقال حرارت فوریه، معادله حاکم بر انتقال حرارت رسانشی با در نظر گرفتن اثرات متقابل ترموالاستیک را می توان به صورت زیر بیان نمود [۳۱ و ۳۲]:

$$\rho C_{v} \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \left( \frac{\partial^{2} \theta}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \theta}{\partial y^{2}} \right) - \alpha T_{0} \left( 3\lambda + 2G \right) \dot{\varepsilon}_{ii} - \frac{J^{2}}{\sigma} = 0$$
(Ya)

که در آن،  $\lambda$  و G ثوابت لامه هستند،  $C_v$  ظرفیت حرارتی ماده،  $\dot{c}_{ii}$  و  $\lambda$  نرخ  $\dot{c}_{ii}$  مریب انبساط حرارتی و  $\dot{c}_{ii}$  نرخ k ضریب انبساط حرارتی و  $\dot{c}_{ii}$  نرخ k نریس و T دمای محیط میباشد. همچنین  $J^r/\sigma$  تلفات حرارتی جریان در حجم ثابت میباشد که به صورت گرما در ورق فرومغناطیس ظاهر می شود.

$$k \frac{\partial^{2} \theta}{\partial x^{2}} = \left(\rho C_{v} + \gamma E \,\alpha^{2} T_{0}\right) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(3\lambda + 2G\right) \alpha T_{0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_{0}}{\partial x}\right) + \frac{J^{2}}{\sigma} \left(\frac{1 + 2\chi_{m}}{1 + \chi_{m}}\right)^{2}$$
(YF)

معادله فوق، رابطه بین میدانهای جابجایی- دما را بر اساس تئوری ترموالاستیسیته برای ماده همسانگرد تحت تأثیر حرارت، بیان میکند.

## ۲-۲- حل معادلات حاکم

به منظور حل معادلات حاکم بر سیستم که به صورت معادلات غیرخطی هستند از روش گالرکین استفاده می شود. بدین منظور، بسطهای زیر برای میدان جابجایی الاستیک و توزیع دما در نظر گرفته می شود:

$$\eta(\xi,\tau) = \sum_{i=1}^{R} q_i(t) \psi_i(\xi),$$
  

$$\Theta(\xi,\tau) = \sum_{i=1}^{R} \Theta_i(t) \phi_i(\xi)$$
(YY)

که در آن،  $(q_i(t) \ e^{-i})$  مختصههای تعمیم یافته بوده و  $(\xi) \ \psi_i(\xi)$  توابع ویژه تیر با تکیهگاههای ساده در دو انتها انتخاب میشود. همچنین، توابع ویژه مسأله انتقال حرارت یک بعدی صفحه با دمای صفر در دو انتها در نظر گرفته میشود که به صورت زیر میباشد [۳۳]:

$$\phi_i(\xi) = \sin i\pi\xi, \quad i = 1, 2, \dots, R \tag{YA}$$

با جایگذاری پاسخهای فرضی (۲۸) در معادلات (۲۴) و (۲۶) و ضرب طرفین در عبارتهای  $(\tilde{\zeta})_i \psi = (\tilde{\zeta})_i \phi$  و سپس انتگرال گیری در بازه ۰ تا ۱، معادلات دیفرانسیل به مشتقات جزئی به صورت معادلات دیفرانسیل با مشتقات معمولی گسسته سازی شده که از حل آنها میتوان توابع مجهول مختصههای تعمیم یافته را محاسبه نمود. با محاسبه مختصههای تعمیم یافته و جایگذاری آنها در روابط (۲۷)، میتوان پاسخ زمانی سیستم را به ازای مقادیر مختلف پارامترهای سیستم به دست آورد و مورد بررسی قرار داد.

# ۳- بررسی نتایج

در مقاله حاضر، به منظور فراهم آوردن امکان مقایسه نتایج با نتایج تجربی، مشخصات هندسی ورق فرومغناطیس تحت بررسی در جدول ۱ ارائه شده است که مشابه مقادیر داده شده در مرجع [۴] میباشد. با صرفنظر کردن از اثرات جریان الکتریکی و همچنین صرفنظر کردن از اثرات غیرخطی هندسی، معادله حرکت (۳۴) به معادله حرکت ارائه شده توسط وی و همکاران [۲۹] و تاکاگی و همکاران [۴] ساده میشود. به منظور فراهم آوردن امکان مقایسه نتایج، در جدول ۲ نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۹] و [۴] مقایسه شده است. نتایج نشان میدهد ۹ کا درصد برای شدت میدان مغناطیسی یک تسلا و در حدود ۱۱ درصد برای ۲/۰ تسلا میباشد. همچنین ماکزیمم اختلاف مابین مطالعه حاضر و نتایج تحلیلی وی در حدود ۳ درصد برای شدت میدان مغناطیسی ۲/۰ تسلا و در جدول ۱. مشخصات هندسی و مکانیکی ورق فرومغناطیس تحت بررسی

۷۸۰۰	$ ho (\mathrm{kg/m^{ ext{r}}})$ چگالی مادہ (
۲	مدول یانگ (GPa) مدول یانگ
• / ٣ •	${m  u}$ نسبت پواسون ${m  u}$
• / <b>\</b> •	ضخامت ورق h (میلیمتر)
۱	طول ورق L (میلیمتر)
۱-۲×۱۰ <sup>-۵</sup>	نفوذ پذیری مغناطیسی (H/m)
۲/۳×۱۰۶	$\sigma~( ext{S/m})$ رسانایی الکتریکی (
٩٠	زاویه شدت میدان مغناطیسی $arphi$ (درجه)
۱۵	پذیرفتاری محیط فرومغناطیس X_m
۱۵۶	$k(\mathrm{W/m^r.K})$ ضریب انتقال حرارت
٧١٣	$C_{ u}\left(\mathrm{J/kg.K} ight)$ ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت
۳×۱۰-۶	$lpha\left(\mathrm{K}^{ ext{}} ight)$ ضریب انبساط حرارتی

Table 1. Geometric and mechanical properties of the investigated ferromagnetic plate

جدول ۲. تغییرات فرکانس ارتعاش آزاد ورق تحت میدان مغناطیسی با تکیهگاه گیردار-آزاد نسبت به شدت میدان مغناطیسی

 Table 2. Free vibration frequency changes of the of the cantilever plate under a magnetic field to the magnetic field intenstiy

تاکاگی [۴] درصد خطا (./)	وی [۲۹] درصد خطا (./)	مطالعه حاضر	ميدان مغناطيسي
			(میلی تسلا)
41/91(%.•/•74)	FT/10('/·/·T9)	4./4	•
۴۷/۰ ۱ (٪ ۰ / ۱ ۱ ۰ )	47/•77(' <u>/</u> •/•7Y)	41/222	• / ٢ •
۵۱/۰۲(٪.۰/۱۶۰)	FT/XXT('.·/·TF)	42/4•4	•/4•
۵۲/۹۸(٪.۰/۱۶۳)	44/VDV('/.·/··9)	**/771	• / ۶ •
BF/9X(%+/18F)	FF/19F(½+/++F)	40/924	١/• •

حدود ۰/۵ درصد برای یک تسلا میباشد. از نتایج مشخص می گردد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی مقدار فرکانس سیستم افزایش مییابد.

در ادامه برای بررسی تأثیر ضخامت نوار ورق بر فرکانس ارتعاش آزاد سیستم تحت میدان مغناطیسی، ضخامتهای مختلف به صورت ۰/۷۵، ۱، ۲ و ۴ میلیمتر با مشخصات جدول ۱ در نظر گرفته میشود. شکلهای ۲ و ۳ تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاشات آزاد نوار ورق با تکیهگاههای ساده در دو انتها و تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی و شدت میدان مغناطیسی برای نوار ورق با ضخامتهای مختلف ارائه شده است. از نتایج به دست آمده مشخص

می گردد که با افزایش مقدار پذیرفتاری محیط مغناطیسی، سرعت افزایش مقدار نسبت فرکانسی در میدان مغناطیسی بالاتر افزایش می یابد. همچنین در مقدار پایین شدت میدان مغناطیسی (کمتر از ۲/۳ تسلا) تأثیر کمتری مخصوصاً برای نسبت ضخامت به طول بزرگ تر از ۲/۰ دارد.

کانتور تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی و ضخامتهای مختلف در مقادیر مختلف شدت میدان مغناطیسی در شکل ۴ ارائه شده است.

از نتایج به دست آمده مشخص می گردد که با افزایش مقدار پذیرفتاری



شکل ۲. تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق با تکیهگاه گیردار-آزاد تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی در ضخامتهای مختلف





شکل ۳. تغییرات نسبت اولین فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق با تکیهگاه گیردار-آزاد تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به شدت میدان مغناطیسی در ضخامتهای مختلف

Fig. 3. Changes of the ratio of the first free vibration frequency of the cantilever plate strip under the magnetic field to the absence of a magnetic field to the intensity of the magnetic field at different thicknesses



شکل ۴. کانتور تغییرات نسبت فرکانس ارتعاش آزاد نوار ورق تحت میدان مغناطیسی به عدم وجود میدان مغناطیسی نسبت به پذیرفتاری محیط مغناطیسی و ضخامتهای مختلف برای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی



محیط مغناطیسی، سرعت افزایش مقدار نسبت فرکانس برای ضخامتهای کمتر به شدت افزایش مییابد. همچنین در مقدار پایین شدت میدان مغناطیسی (کمتر از ۰/۳ تسلا) تأثیر کمتری داشته به طوری که تغییرات نسبت فرکانس در شدت میدان مغناطیسی ۰/۳ تسلا برای محدوده تغییرات پذیرفتاری محیط مغناطیسی از ۱۰ تا ۱۵۰ برای ضخامتهای ۰/۵ تا ۴ میلیمتر در حدود ۳۰ درصد بوده در صورتی که برای میدان مغناطیسی ۰/۵ تسلا در حدود ۲۴۰ درصد میباشد.

در ادامه به مطالعه تأثیر پارامترهای مختلف بر روی مشخصههای ارتعاشاتی ورق فرومغناطیس پرداخته میشود. در شکل ۵ اثر شدت میدان مغناطیسی بر پاسخ زمانی و همچنین پاسخ فرکانسی ورق فرومغناطیس با تکیهگاههای ساده در دو انتها و به ازای جریانهای صفر و ۲ آمپر مشخصات داده شده در جدول ۱ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده میشود میدان مغناطیسی تأثیر قابل توجهی بر روی رفتار ارتعاشی سازه دارد و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، دامنه نوسانات سیستم نیز افزایش مییابد. به عنوان مثال، با افزایش شدت میدان مغناطیسی از ۰ به ۲/۳ تسلا، حداکثر دامنه ارتعاشات سیستم تقریباً ۲/۵ برابر برای حالت بدون جریان الکتریسیته و تقریباً ۲/۳ برابر برای جریان الکتریسیته به شدت ۲۰/۰ ۲ آمپر میباشد.

بر این اساس میتوان بیان نمود که وجود میدان مغناطیسی همانند نیروی محوری باعث کاهش سفتی معادل سازه شده و با افزایش مقدار آن ناپایداری میتواند در سازه اتفاق افتد. علاوه بر این، نتایج نشان میدهد که میدان مغناطیسی بر روی پاسخ حالت ماندگار سیستم نیز تأثیرگذار میباشد که علت این امر با توجه به ترم  $\Delta x / \sqrt{2} + \frac{E^M}{2}$  در معادله حرکت (۲۴) که در نتیجه در نظر گرفتن اثرات کششهای نیروهای مغناطیسی ایجاد شده است، میباشد. وجود این جمله در معادله حرکت (۲۴) که در سایر مدلهای نیرویی ارائه شده برای میدان مغناطیسی وجود ندارد باعث شده است اثرات نیروهای حجمی ایجاد شده توسان میکند. و ورق حول این موقعیت نوسان میکند.

به منظور بررسی اثر شدت میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی بر حداکثر دامنه نوسانات، بازه جریان صفر تا ۳۰۰۰۰ آمپر و میدان مغناطیسی صفر تا ۲/۳ تسلا در نظر گرفته میشود. همان طور که در شکل ۶ مشاهده می شود با افزایش شدت جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی، دامنه نوسانات ورق افزایش می یابد و به ازای مقادیر مشخصی از این پارامترها ناپایداری در سیستم اتفاق می افتد و دامنه نوسانات به صورت ناگهانی افزایش می یابد. با توجه به اینکه در این نواحی فرکانس



شکل ۵. تأثیر میدان مغناطیسی بر پاسخ ارتعاشی نوار ورق فرومغناطیسی هادی جریان الکتریکی با تکیهگاههای ساده در دو انتها

Fig. 5. The effect of magnetic field on the vibrational response of a conductor ferromagnetic plate strip with simply supports at both ends

فرض کوپل حرارتی و صرفنظر کردن از اثرات کوپل حرارتی نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود در نظر گرفتن دمای ایجاد شده ناشی از جریان های گردابه ای و جریان الکتریکی باعث تغییر قابل ملاحظه ای در پاسخ ارتعاشی ورق فرومغناطیس می شود. هر چند که فرض کوپل حرارتی تغییر قابل ملاحظه ای بر حداکثر دامنه نوسانات سیستم ندارد ولی باعث افزایش فرکانس طبیعی ورق می شود. به عنوان مثال با توجه به شکل ۷ مشاهده می شود که برای شرایط تحت بررسی فرکانس طبیعی اول در حالت کوپل حرارتی و در غیاب آن به ترتیب برابر ۱/۶۴ هرتز و ۱/۲۴ هرتز به

نوسانات برابر صفر میباشد، بنابراین ناپایداری ایجاد شده از نوع ناپایداری استاتیکی میباشد. همچنین مشاهده میشود که با بیشتر شدن شدت جریان الکتریکی، ناپایداری در سیستم به ازای مقادیر کمتر میدان مغناطیسی اتفاق میافتد. نتایج شکل ۶ نشان میدهد که جریان الکتریکی بیشتر باعث میدان مغناطیسی بحرانی کمتر میشود و مقدار میدان مغناطیسی بحرانی به ازای شدت جریان ۳۰۰۰۰ آمپر تقریباً ۳۰ درصد کمتر از مقدار متناظر در غیاب جریان الکتریکی میباشد. به منظور مطالعه اثرات کوپل حرارتی بر روی رفتار ارتعاشی ورق، در شکل ۷ مقایسه بین پاسخ ارتعاشی در دو حالت با



شکل ۶. تأثیر شدت میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی بر نوسان حداکثر دامنه سیستم صفحه فرومغناطیسی



دست می آید.

### ۴- نتیجهگیری

در مقاله حاضر با در نظر قرار دادن اثرات کششهای مغناطیسی و جریانهای گردابی و همچنین گرمای ایجاد شده در اثر جریانهای الکتریکی، معادلات مکانیکی-مغناطیسی-حرارتی جدیدی برای مطالعه رفتار دینامیکی ورقهای فرومغناطیس نرم ارائه شد. با استفاده از روش گالرکین معادلات

گسسته سازی شده و سپس با استفاده از حل عددی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی مشخصه های ارتعاشی این سیستم ها مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج تحقیق حاضر نشان می دهد که مؤلفه نیروی ایجاد شده در اثر کشش های مغناطیسی باعث تغییر در مشخصه های ارتعاشی ورق می شود. بر این اساس در مطالعه این سیستم ها بایستی اثرات این پارامتر ها مورد توجه قرار گیرد. به عنوان مثال مشاهده می شود که برای شرایط تحت بررسی، فرکانس طبیعی اول در حالت کوپل حرارتی و در غیاب آن به ترتیب برابر ۱/۶۴ هرتز و ۱/۶۴



شکل ۷. تأثیر کوپل حرارتی بر پاسخ دینامیکی و فرکانس طبیعی اول ورق فرومغناطیس

Fig. 7. The effect of thermal coupling on the dynamic response and the first natural frequency of ferromagnetic plate

- [5] A. Ghobadi, Y.T. Beni, H. Golestanian, Size dependent thermo-electro-mechanical nonlinear bending analysis of flexoelectric nano-plate in the presence of magnetic field, International Journal of Mechanical Sciences, 152 (2019) 118-137.
- [6] Z. Su, G. Jin, T. Ye, Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions, International Journal of Mechanical Sciences, 138 (2018) 42-53.
- [7] J. Li, Y. Hu, Principal and internal resonance of rectangular conductive thin plate in transverse magnetic field, Theoretical and Applied Mechanics Letters, 8(4) (2018) 257-266.
- [8] Z. Su, G. Jin, T. Ye, Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions, International Journal of Mechanical Sciences, 138 (2018) 42-53.
- [9] F. Moon, Y. Pao, Vibration and dynamic instability of a beam-plate in a transverse magnetic field, Journal of Applied Mechanics, 36(1) (1969) 92-100.
- [10] P. Yih-Hsing, Y. Chau-Shioung, A linear theory for soft ferromagnetic elastic solids, International Journal of

هرتز به دست میآید. در نتیجه میتوان گفت که فرض کوپل حرارتی در معادلات باعث افزایش حدود ۳۲ درصدی در فرکانس طبیعی اول برای این سیستم میشود.

### منابع

- I. Esen, C. Özarpa, M.A. Eltaher, Free vibration of a cracked FG microbeam embedded in an elastic matrix and exposed to magnetic field in a thermal environment, Composite Structures, 261 (2021) 113552.
- [2] R. Jahanghiry, R. Yahyazadeh, N. Sharafkhani, V.A. Maleki, Stability analysis of FGM microgripper subjected to nonlinear electrostatic and temperature variation loadings, Science and Engineering of Composite Materials, 23(2) (2016) 199-207.
- [3] Y.D. Hu, H.R. Xu, Nonlinear natural vibration of a circular plate in the non-uniform induced magnetic field, Archive of Applied Mechanics, 91(6) (2021) 1-21.
- [4] T. Takagi, J. Tani, Y. Matsubara, I. Mogi, Dynamic behavior of fusion structural components under strong magnetic fields, Fusion engineering and design, 27 (1995) 481-489.

- [22] F. Ebrahimi, A. Seyfi, M. Nouraei, P.Haghi, Influence of magnetic field on the wave propagation response of functionally graded (FG) beam lying on elastic foundation in thermal environment, Waves in Random and Complex Media, 31(1) (2021) 1-19.
- [23] T. Pourreza, A. Alijani, V.A. Maleki, A. Kazemi, Nonlinear vibration of nanosheets subjected to electromagnetic fields and electrical current, Advances in nano research, 10(5) (2021) 481-491.
- [24] T. Pourreza, A. Alijani, V.A. Maleki, A. Kazemi, The effect of magnetic field on buckling and nonlinear vibrations of Graphene nanosheets based on nonlocal elasticity theory. International Journal of Nano Dimension, 13(1) (2022) 54-70.
- [25] Y.H. Pao, Electromagnetic forces in deformable continua, In: Mechanics today, Volume 4.(A78-35706 14-70) New York, 4 (1978) 209-305.
- [26] A. H. Ghorbanpour Arani, M. J. Maboudi, A. Ghorbanpour Arani, S. Amir, 2D-magnetic field and biaxiall in-plane pre-load effects on the vibration of double bonded orthotropic graphene sheets, Journal of Solid Mechanics 5(2) (2013), 193-205.
- [27] F.C. Moon, P. Graneau, Magneto-solid mechanics, Physics Today, 38(76) (1985) 79.
- [28] D. J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, American Journal of Physics, 73(6) (2005), 574-583.
- [29] L.Wei, S.A. Kah, H. Ruilong, Vibration analysis of a ferromagnetic plate subjected to an inclined magnetic field. International Journal of Mechanical Sciences, 49(4) (2007) 440-446.
- [30] J. N. Reddy, Theory and analysis of elastic plates and shells, CRC press, (2006).
- [31] R.B. Hetnarski, M.R. Eslami, G. Gladwell, Thermal stresses: advanced theory and applications, Springer, 41(2009).
- [32] M.Eslami, H. Vahedi, Coupled thermoelasticity beam problems, AIAA journal, 27(5) (1989) 662-665.
- [33] M.N. Ã-zisik, M.N. Özışık, Heat conduction, John Wiley & Sons, (1993).

Engineering Science, 11(4) (1973) 415-436.

- [11] W.F. Brown, Magnetoelastic interactions, Springer, (1966).
- [12] A.C. Eringen, Theory of electromagnetic elastic plates, International Journal of Engineering Science, 27(4) (1989) 363-375.
- [13] A.C. Eringen, G.A. Maugin, Electrodynamics of continua I: foundations and solid media, Springer Science & Business Media, (2012).
- [14] Y. H. Zhou, X. Zheng, A general expression of magnetic force for soft ferromagnetic plates in complex magnetic fields, International Journal of Engineering Science, 35(15) (1997) 1405-1417.
- [15] T. Takagi, A New Numerical Analysis Method of Dynamic Behavior of a Thin Plateunder Magnetic Field Considering Magnetic Visous Damping Effect, International journal of applied electromagnetics in materials, 4(1) (1993) 35-42.
- [16] C.B. Lin, Destabilizing Effect of In-Plane Magnetic Field on Panel Flutter, Journal of Mechanics, 15(2) (1999)79-87.
- [17] Y.D. Hu, H.R. Xu, Nonlinear natural vibration of a circular plate in the non-uniform induced magnetic field, Archive of Applied Mechanics, 91(6) (2021) 2513-2533.
- [18] G.Y. Wu, Non-linear vibration of bimaterial magnetoelastic cantilever beam with thermal loading, International Journal of Non-Linear Mechanics, 55 (2013) 10-18.
- [19] G.Y. Wu, Transient vibration analysis of a pinned beam with transverse magnetic fields and thermal loads, Journal of vibration and acoustics, 127(3) (2005) 247-253.
- [20] Q. Li, L. Zhu, H. Ruan, Electromagnetic–Thermo– Mechanical Coupling Behavior of Cu/Si Layered Thin Plate Under Pulsed Magnetic Field, Acta Mechanica Solida Sinica, 35(1) (2022) 90-100.
- [21] D.V. Hieu, N.T. Hoa, L.Q. Duy N.T. Kim Thoa, Nonlinear Vibration of an Electrostatically Actuated Functionally Graded Microbeam under Longitudinal Magnetic Field, Journal of Applied and Computational Mechanics, 7(3) (2021) 1537-1549.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم N. Ashrafi, E. Tahmasebi, Study of Nonlinear Vibration Behavior of an Electric Current-Carrying Ferromagnetic Plate in Magnetic Field, Amirkabir J. Mech Eng., 54(6) (2022) 1303-1318.



**DOI:** 10.22060/mej.2022.20221.7196

بی موجعه محمد ا