



## The Effect of Stacking Sequence Parameters on the Vibration Behavior of Rotating Hybrid Composite Shaft

M. M. Nazari, A. Rahi\*, R. Sarfaraz

Department of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** A rotating composite shaft can be used with power transmission applications in the rotating machinery industry. A composite power transmission shaft usually has higher natural frequencies and critical speeds than a conventional metal power transmission shaft. Accurate determination of the natural frequency of the shaft is of great importance in its design, especially in the case of composite shafts due to the anisotropy of composite materials. In this paper, first in a rotating state, finite element results of a composite shaft of eight layers of carbon/epoxy in the case of two steel discs in the middle are symmetric with different diameters are compared with the results of previous research and the accuracy of the results is verified. A hollow composite shaft of eight layers of carbon/epoxy and glass/epoxy is modeled with two steel discs on the elastic supports. Applying the Lagrange equations, the equations of motion of the hybrid composite shaft are obtained using the modified equivalent modulus beam theory. By writing code in MATLAB software and numerical solution, the amplitude diagram in terms of frequency in the rotating state is obtained and compared with the results of the composite shaft simulation in Ansys software, and validation is performed. Finally, the effect of stacking sequence parameters such as fiber angle, arrangement of use carbon/epoxy, and glass/epoxy on natural frequencies is investigated.

### Review History:

Received: Feb. 14, 2022

Revised: Aug. 20, 2022

Accepted: Oct. 17, 2022

Available Online: Nov. 05, 2022

### Keywords:

Hybrid composite shaft

Stacking sequence

Elastic bearing

Campbell diagram

Critical speed

### 1- Introduction

Nowadays, the composite shaft has wide applications in various industries, including aerospace and automobile industries, due to its lightness and proper strength. Investigating the composite shaft in terms of vibration is very important for the proper operation and stability of the rotating system with high rotation speed. Still, due to the non-isotropic property of composite materials, its dynamic analysis is almost difficult. Qi et al. [1] studied the vibration characteristics of composite shafts using the finite element analysis method, pulse vibration stimulation method, and numerical solution. Bavi et al. [2] investigated the combined effects of shaft asymmetry and geometric nonlinearity and stability of composite shafts. They derived the equations of motion by considering Euler angles and anisotropic properties of the composite material and using Hamilton's extended principle. They also considered the effects of tension, such as gyroscopic torque, rotational inertia, and nonlinear couplings. Barbosa et al. [3] examined the vibrations of a hollow carbon/epoxy composite shaft using the experimental test in rotating mode and finite element analysis by applying the simplified homogenized beam theory and considering the internal damping in the form of the Kelvin-Voigt model.

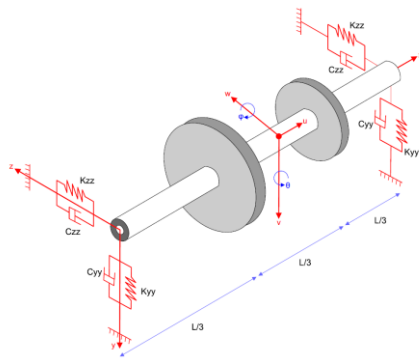
Kafi and Hosseini [4] studied the nonlinear vibrations of a rotating composite shaft. In their research, they considered

the gyroscopic effect, rotational inertia, and coupling created due to the non-isotropy of the composite material. They considered the nonlinear geometric effect and the shear deformation to be negligible. Mendonça et al. [5] examined the rotor dynamics of the composite shaft. They investigated the effect of the composite shaft layers' arrangement on the rotor's dynamic behavior. They used the simulation results to present the effect of layering in Campbell diagrams, critical speed, instability threshold, and frequency response functions. Shaban Ali Nezhad et al. [6] investigated the combined resonances of a rotating composite shaft by considering the nonlinear geometry and by applying the harmonic balance solution method.

Gurban and Gupta [7] studied the effect of lamination angle and coupling mechanisms on the natural frequencies of composite shafts. Ghoneam et al. [8] examined the effect of fiber layering and coupling mechanisms on the natural frequencies of glass/epoxy composite shafts. Ravishankar et al. [9] considered hybrid composites with automotive applications in a review paper. They stated that considering that composites have become the preferred and practical material to reduce weight in automobiles, hybrid composite materials are used in many engineering applications due to their diverse properties, including lightweight, high strength-to-weight ratio, low cost, and ease of use. By examining the

\*Corresponding author's email: a\_rahi@sbu.ac.ir





**Fig. 1. Composite shaft with two discs and elastic bearings at both ends**

previous research, it can be seen that so far, no specific and comprehensive work has been presented regarding the effect of layering parameters, such as the stacking sequence angle and the arrangement of layers in terms of the order of using carbon/epoxy and glass/epoxy on the dynamic behavior of a hybrid composite shaft.

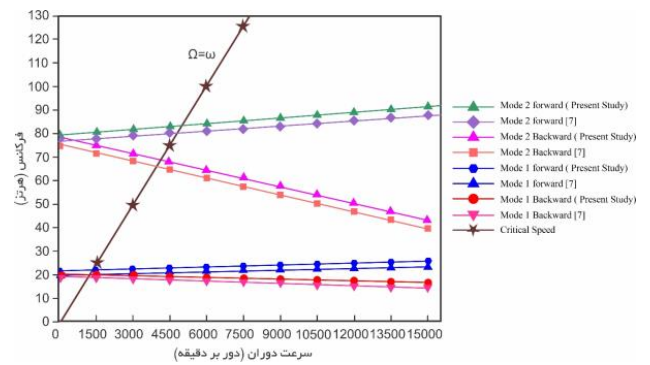
## 2- Methodology

First, a non-hybrid hollow composite shaft with eight layers of carbon/epoxy is modeled as a symmetric stacking sequence  $[45/-45/45/-45]_S$  to validate its results and then is generalized the modeling to investigate the dynamic behavior of the hybrid composite shaft. In Fig. 1, a hollow composite shaft is shown in the form of two steel discs resting on elastic supports at both ends. The theory of the modified equivalent modulus beam can be used to obtain the motion equations of the composite shaft. The equivalent modulus beam theory is developed by adding transverse shear deformation, rotational inertia, and gyroscopic effects to the Bresse-Timoshenko beam theory. In the modified equivalent modulus beam theory, bending-torsional, vertical shear, and bending-tensile couplings are also considered.

Next, a hybrid composite shaft with eight layers of glass/epoxy and carbon/epoxy is modeled. Considering that the cost of carbon/epoxy is about ten times that of glass/epoxy; as a result, two layers of carbon/epoxy and six layers of glass/epoxy are used.

## 3- Results and Discussion

To validate the finite element analysis, the simulation results of the eight layers composite shaft are compared with the numerical results of Mendonsa's research [5]. Fig. 2 shows the Campbell diagram of a rotating hollow composite shaft with eight layers of carbon/epoxy with  $[45/-45/45/-45]_S$  a symmetrical stacking sequence in the state of two steel discs with different external radial that is placed on elastic bearings at both ends, using the finite element method, which is compared Campbell diagram of research [5] and validation



**Fig. 2. Phase velocity dispersion curves for a steel pipe with outer diameter of 220 mm and  $[45/-45/45/-45]_S$  wall thickness of 4.8 mm**

of the results is confirmed. The forward and backward frequencies in the first and second modes are observed only due to gyroscopic effects. The accuracy of the results in the first and second forward and backward modes is acceptable, and the error is less than 9% in all rotation speeds.

## 4- Conclusions

This research investigated the dynamic behavior of a hybrid composite shaft with elastic bearings. First, a composite shaft with carbon/epoxy eight layers was modeled in the state of two steel discs with different diameters in the middle symmetrically placed on elastic supports. The results of the finite element were compared with the results of research [5], and the validity of the results was confirmed. In the following, the composite shaft was developed in the hybrid mode, and the governing equations of the hybrid composite shaft were derived in matrix form using Lagrange's equations. Then, by coding in MATLAB software and numerical solution, forward and backward frequencies in the first and second modes at different rotational speeds were obtained through the amplitude versus frequency diagram and compared with the finite element results, and validation of the results was done. In the end, the effect of stacking sequence parameters on forward and backward frequencies was investigated. The results showed that the cumulative sequence parameters have a significant effect on the vibration behavior of the hybrid composite shaft, which was summarized as follows:

- 1) The higher the stacking sequence angle, the higher the natural frequency of the hybrid composite shaft.
- 2) If the carbon/epoxy layer is the outer layer or is closer to the outer layers, the natural frequency of the hybrid composite shaft will also increase.
- 3) A higher stacking sequence angle of carbon/epoxy will have a greater effect in the hybrid composite shaft than the placement arrangement of the carbon/epoxy layer in the outer layers.
- 4) For the eight layers hybrid composite shaft, we will have the highest natural frequency in the case where the two

outer layers of the shaft are carbon/epoxy with a 90-degree angle, the two inner layers are glass/epoxy with a zero-angle, and the middle four layers are also glass/epoxy with The angles are 45 and -45 degrees.

5) To save money, it is possible to increase the number of natural frequencies and critical speeds by hybridizing the composite shaft and using less carbon/epoxy using layering and placing the appropriate carbon/epoxy and glass/epoxy. The results can be approached to the carbon/epoxy non-hybrid composite shaft.

## References

- [1] L. Qi, C. Li, X. Yu, W. Min, H. Shi, L. Tao, H. Wang, M. Yu, L. Ni, Z. Sun, Effect of reinforced fibers on the vibration characteristics of fibers reinforced composite shaft tubes with metal flanges, *Composite Structures*, 275 (2021) 114460.
- [2] R. Bavi, A. Hajnayeb, H.M. Sedighi, M. Shishesaz, Simultaneous resonance and stability analysis of unbalanced asymmetric thin-walled composite shafts, *International Journal of Mechanical Sciences*, 217 (2022) 107047.
- [3] P.C. Barbosa, V.T. Del Claro, M.S. Sousa Jr, A.A. Cavalini Jr, V. Steffen Jr, Experimental analysis of the SHBT approach for the dynamic modeling of a composite hollow shaft, *Composite Structures*, 236 (2020) 111892.
- [4] H. Kafi, S. Hosseini, Dynamic analysis of nonlinear rotating composite shafts excited by non-ideal energy source, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 99(5) (2019) e201800279.
- [5] W.R.D.P. Mendonça, E.C. De Medeiros, A.L.R. Pereira, M.H. Mathias, The dynamic analysis of rotors mounted on composite shafts with internal damping, *Composite Structures*, 167 (2017) 50-62.
- [6] H. Shaban Ali Nezhad, S. Hosseini, M. Moradi Tiaki, Combination resonances of spinning composite shafts considering geometric nonlinearity, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 41(11) (2019) 1-21.
- [7] H. Gubran, K. Gupta, The effect of stacking sequence and coupling mechanisms on the natural frequencies of composite shafts, *Journal of sound and vibration*, 282(1-2) (2005) 231-248.
- [8] S. Ghoneam, A. Hamada, M. EL-Elamy, The Effect of Stacking Sequence and Coupling Mechanisms on Eigen-Nature of Composite Shafts, in: *International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology*, The Military Technical College, 2013, pp. 1-21.
- [9] B. Ravishankar, S.K. Nayak, M.A. Kader, Hybrid composites for automotive applications—A review, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 38(18) (2019) 835-845.

### HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. M. Nazari, A. Rahi, R. Sarfaraz, *The Effect of Stacking Sequence Parameters on the Vibration Behavior of Rotating Hybrid Composite Shaft*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(10) (2023) 459-462.

DOI: [10.22060/mej.2022.21101.7378](https://doi.org/10.22060/mej.2022.21101.7378)







## تأثیر پارامترهای لایه‌چینی بر روی رفتار ارتعاشی محور کامپوزیتی هیبریدی دوار

محمد مهدی نظری، عباس رهی\*، روح‌اله سرفراز

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۲۵  
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۵/۲۹  
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۵  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۸/۱۴

### کلمات کلیدی:

محور کامپوزیتی هیبریدی  
لایه‌چینی  
یاتاقان ارتجاعی  
دیاگرام کمبل  
سرعت بحرانی

**خلاصه:** یک محور کامپوزیتی دوار می‌تواند برای انتقال قدرت در صنایع مربوط به ماشین آلات دوار استفاده شود. در مقایسه با یک محور انتقال قدرت فلزی مرسوم، یک محور انتقال قدرت کامپوزیتی، معمولاً دارای فرکانس‌های طبیعی و سرعت‌های بحرانی بالاتری است. در این مقاله ابتدا در حالت دوار، نتایج المان محدود یک محور کامپوزیتی ۸ لایه کربن/اپوکسی در حالت دو دیسک فولادی در وسط به صورت متقارن و قطره‌های مختلف با نتایج پژوهش پیشین مقایسه شده و صحت نتایج تأیید می‌شود. سپس یک محور کامپوزیتی تو خالی هیبریدی ۸ لایه از جنس کربن/اپوکسی و شیشه/اپوکسی با دو دیسک فولادی که روی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی قرار دارد، مدل‌سازی می‌گردد. با بکارگیری معادلات لاگرانژ، معادلات حرکت محور کامپوزیتی هیبریدی با استفاده از تئوری تیر مدول معادل اصلاح شده بدست می‌آیند. با کدنویسی در نرم‌افزار متلب و حل عددی، نمودار دامنه بر حسب فرکانس در حالت دوار بدست می‌آید و با نتایج شبیه‌سازی محور کامپوزیتی در نرم‌افزار انسیس مقایسه شده و صحت‌گذاری انجام می‌گیرد. در نهایت تأثیر پارامترهای لایه‌چینی مانند زاویه الیاف و ترتیب استفاده از کربن/اپوکسی و شیشه/اپوکسی بر روی فرکانس‌های طبیعی بررسی می‌شود.

### ۱- مقدمه

کامپوزیتی با اتصالات فلزی در دو انتها در مقایسه با محور کامپوزیتی بدون اتصالات فلزی ضعیف‌تر می‌شود. باوی و همکاران [۲] اثرات ترکیبی عدم تقارن در محور و غیرخطی بودن هندسی و پایداری محوره‌های کامپوزیتی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها عدم تقارن محور را با یک مقطع مستطیلی مدل‌سازی کردند که باعث می‌شود سفتی محور در یک جهت با جهت دیگر متفاوت باشد. آن‌ها معادلات حرکت را با در نظر گرفتن زوایای اوپلر، خواص ناهمسانگرد ماده کامپوزیت و استفاده از اصل توسعه یافته همپلتون به دست آوردند و اثراتی مانند گشتاور ژيروسکوپ، اینرسی دورانی و کوپلینگ‌های غیرخطی ناشی از کشش را نیز در نظر گرفتند. علاوه بر این، برای تأیید نتایج حل به روش مقیاس‌های چندگانه، از تحلیل‌های عددی بر اساس روش رانگ کوتا استفاده کردند. باربوسا و همکاران [۳] با استفاده از آزمون تجربی در حالت دوار و تحلیل المان محدود با به کارگیری تئوری تیر همگن شده ساده شده<sup>۱</sup> و با لحاظ نمودن میرایی داخلی به صورت مدل کلون-ویت،

امروزه محور کامپوزیتی در صنایع مختلف از جمله صنایع هوا فضا و صنایع خودرو به علت سبک بودن و استحکام مناسب، دارای کاربردهای وسیعی می‌باشد. بررسی محور کامپوزیتی از نظر ارتعاشی برای کارکرد مناسب و پایداری سیستم دوار با سرعت دوران بالا اهمیت زیادی دارد، ولی به دلیل خاصیت غیر ایزوتروپیک مواد کامپوزیتی، تحلیل دینامیکی آن تقریباً دشوار است. کی و همکاران [۱] با استفاده از روش تحلیل المان محدود، روش تحریک ارتعاش پالس<sup>۱</sup> و حل عددی، ویژگی‌های ارتعاش محوره‌های کامپوزیتی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که افزایش مدول الیاف یکی از روش‌های مؤثر برای افزایش فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی است و نسبت میرایی محوره‌های کامپوزیتی تقویت شده با الیاف کربن در مقایسه با محور کامپوزیتی با الیاف بازالت و شیشه کوچک‌تر است. نتایج المان محدود آنها نسبتاً قابل اعتماد بود. آن‌ها نتیجه گرفتند که میرایی محور

2 Simplified Homogenized Beam Theory (SHBT)

1 Pulse Vibration Excitation Technique (PVET)

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: a\_rahi@sbu.ac.ir



ارتعاشات یک محور کامپوزیتی توخالی از جنس کربن/اپوکسی را مطالعه کردند. مجموعه آزمون تجربی از یک محور توخالی کامپوزیتی ۲۰ لایه از جنس کربن/اپوکسی با دو دیسک از جنس آلومینیوم با قطرهای برابر تشکیل می‌شد. در حالت دوار، سنسورهای ارتعاش سنج را به طور عمودی و افقی بر روی هر یاتاقان قرار دادند و داده‌های ارتعاشی را استخراج نمودند. کافی و حسینی [۴] ارتعاشات غیرخطی یک محور کامپوزیتی دوار را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در پژوهش خود اثر ژيروسکوپ، اینرسی دورانی، کوپلینگ ایجاد شده به دلیل غیرهمسانگرد بودن ماده کامپوزیت در نظر گرفته شده و اثر غیرخطی هندسی را لحاظ کردند و تغییر شکل برشی را ناچیز در نظر گرفتند. با محاسبه انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل کرنشی و کار نیروهای غیرپایستار و با به کارگیری اصل همیلتون، معادلات حرکت محور کامپوزیتی با سرعت دورانی متغیر را استخراج کردند. دیکسیت و همکاران [۵] کاربید آلومینیوم-بورون را به عنوان ماده‌ای سبک برای ساخت محوره‌های کامپوزیتی معرفی کردند و سرعت بحرانی را در این محوره‌های کامپوزیتی بررسی کردند. جگادیل و پادی [۶] یک محور کامپوزیتی از جنس شیشه/اپوکسی به روش رشته پیچی ساختند و استحکام پیچشی آن را مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها تلاش کردند تا استحکام پیچشی محور انتقال قدرت کامپوزیتی را با حفظ ابعاد مورد مطالعه قرار دهند. مواد انتخاب شده در ساخت محور کامپوزیتی، الیاف شیشه و اپوکسی به عنوان اجزاء اصلی بودند. هدف آنها جایگزینی یک محور کامپوزیتی با یک محور انتقال قدرت بود، به طوری که تمام پارامترهای طراحی را ثابت نگه دارد. مندونسا و همکاران [۷] دینامیک روتور با محور کامپوزیتی را مورد مطالعه قرار دادند. تحلیل دینامیکی این روتورها به دلیل وجود میرایی داخلی در محور با تحلیل‌های مرسوم متفاوت است. آن‌ها تأثیر چیدمان لایه‌های محور کامپوزیتی را بر رفتار دینامیکی روتور بررسی کردند. از نتایج شبیه‌سازی برای ارائه تأثیر لایه‌چینی در نمودارهای کمبل، سرعت بحرانی، آستانه ناپایداری و توابع پاسخ فرکانس استفاده کردند. سان و همکاران [۸] ارتعاشات محوره‌های کامپوزیتی تقویت شده با الیاف کربنی را مطالعه کردند. آن‌ها برای اینکه از خراب شدن محور کامپوزیتی جلوگیری کنند، پیشنهاد نمودند از اتصالات یکپارچه در انتهای محوره‌های انتقال قدرت استفاده شود. آن‌ها فرکانس‌های طبیعی محوره‌های کامپوزیتی تقویت شده با الیاف کربن را با استفاده از روش المان محدود و نیز آزمون تجربی بدست آوردند و نتایج را با یکدیگر مقایسه کردند. علی نژاد و همکاران [۹] رزونانس‌های ترکیبی یک محور کامپوزیتی دوار را با در نظر گرفتن هندسه غیرخطی و با به کارگیری

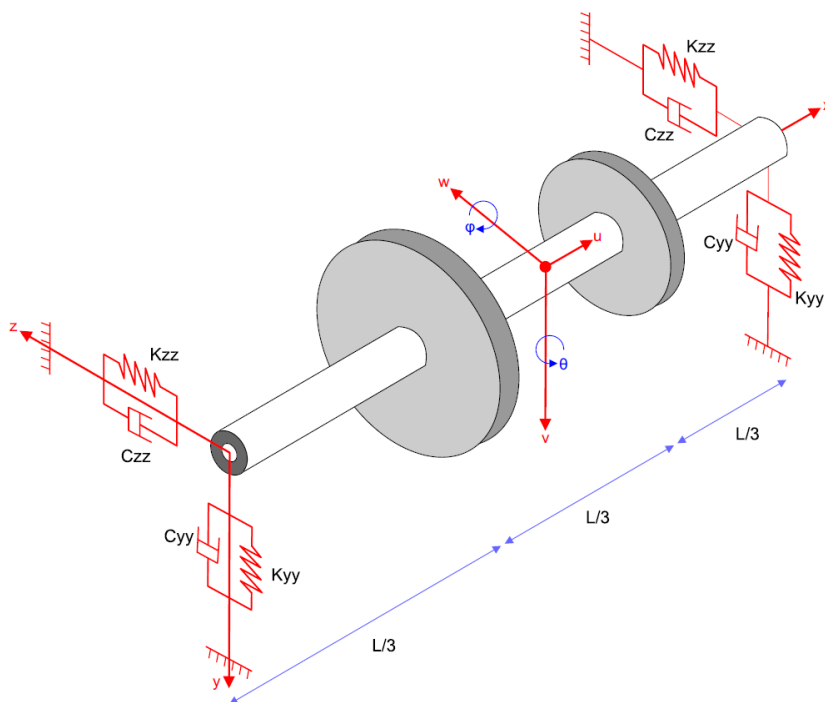
روش حل غیرخطی هارمونیک بالانس، بررسی کردند. عرب و همکاران [۱۰] ارتعاشات و پایداری محور کامپوزیتی دوار با وجود میرایی داخلی هیستریزس را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای تحلیل محور کامپوزیتی، روش المان محدود تیر اولر-برنولی را در نظر گرفتند و از تئوری تک لایه معادل<sup>۱</sup> استفاده کردند و در نهایت تأثیر پارامترهای متفاوت مانند لایه‌چینی الیاف و ضرایب سفتی و میرایی یاتاقان‌ها را بر روی فرکانس‌های طبیعی، سرعت بحرانی و آستانه ناپایداری محور کامپوزیتی بررسی کردند.

ری و همکاران [۱۱] اثر کوپلینگ خمش و پیچش در تحلیل ارتعاشات محور کامپوزیتی را بررسی کردند. آن‌ها با اصلاح تئوری تیر همگن شده ساده شده پارامترهایی همچون اثر پواسون و اثر کوپلینگ پیچش و خمش را در نظر گرفتند. همچنین تغییر شکل برشی عرضی به همراه اثر ژيروسکوپ و اینرسی دورانی را لحاظ نمودند. گوربان و گوپتا [۱۲] تأثیر زاویه لایه‌چینی و مکانیزم‌های کوپلینگ بر روی فرکانس‌های طبیعی محوره‌های کامپوزیتی را بررسی کردند. آن‌ها برای تحلیل تئوری تیر مدول معادل را با در نظر گرفتن تغییر شکل برشی، اینرسی دورانی و اثرات ژيروسکوپ در نظر گرفتند. شینده و ساوانت [۱۳] یک محور کامپوزیتی انتقال قدرت از جنس شیشه/اپوکسی را با کاربرد در وسیله نقلیه سبک را طراحی و مورد بررسی قرار دادند. قونیم و همکاران [۱۴] تأثیر لایه‌چینی الیاف و مکانیزم‌های کوپلینگ بر فرکانس‌های طبیعی محور کامپوزیتی از جنس شیشه/اپوکسی را بررسی کردند.

راویشانکار و همکاران [۱۵] در یک مقاله مروری به بررسی کامپوزیت‌های هیبریدی با کاربرد در خودرو پرداختند. آن‌ها بیان کردند با توجه به اینکه کامپوزیت‌ها برای کاهش وزن در خودرو تبدیل به ماده ارجح و کاربردی شده‌اند، مواد کامپوزیت هیبریدی در بسیاری از کاربردهای مهندسی به دلیل خواص متنوع خود از جمله وزن سبک، نسبت استحکام به وزن بالا، هزینه کم، سهولت در توسعه سازه و مقاومت بالا استفاده می‌شوند. یوداتا و همکاران [۱۶] تأثیر نانو لوله‌های کربنی را در تقویت خواص دینامیکی محوره‌های لوله‌ای کامپوزیتی هیبریدی بررسی کردند. آکلیلو و همکاران [۱۷] تحلیل خرابی در تیرهای کامپوزیتی لایه‌ای هیبریدی دوار را انجام دادند. آن‌ها تحلیل عددی تیرهای دوار را با استفاده از برنامه نویسی متلب انجام دادند و برای ارزیابی محدودیت‌های شکست تئوری تیرهای دوار غیر هیبریدی و هیبریدی، معیار شکست چای-وو<sup>۲</sup> را به کار گرفتند. یوسف [۱۸] خواص مکانیکی کامپوزیت‌های هیبریدی ماتریس اپوکسی تقویت شده با الیاف کربن-کنف بافته شده را مورد مطالعه قرار داد. مونتگانیر و هوچارد [۱۹]

1 Equivalent Single Layer Theory (ESLT)

2 Tsai-Wu



شکل ۱. محور کامپوزیتی با دو دیسک و یاتاقان‌های ارتجاعی در دو انتها

Fig. 1. Composite shaft with two discs and elastic bearings at both ends

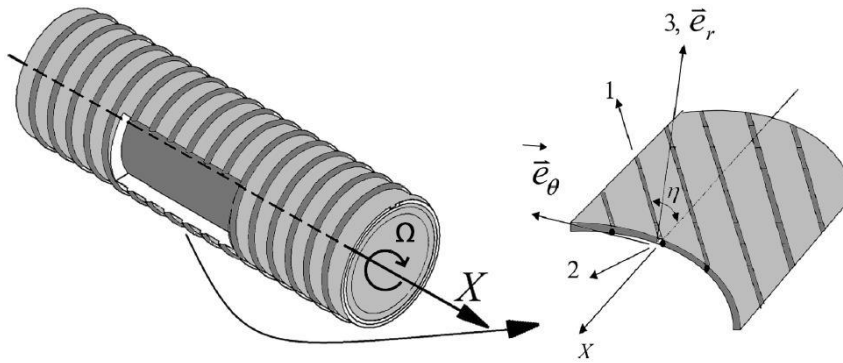
بدست می‌آید و با نتایج شبیه‌سازی محور کامپوزیتی در نرم‌افزار المان محدود انسیس مقایسه شده و صحت نتایج تأیید می‌گردد. سپس در حالت دوار، دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی با ۸ لایه کربن / اپوکسی با دیاگرام کمبل پژوهش مندونسا مقایسه شده و صحت‌گذاری انجام می‌گیرد. در نهایت تأثیر پارامترهای مختلف لایه‌چینی محور کامپوزیتی هیبریدی بر روی فرکانس طبیعی آن مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

## ۲- مدل‌سازی و استخراج معادلات حرکت محور کامپوزیتی هیبریدی

ابتدا یک محور کامپوزیتی توخالی غیرهیبریدی با ۸ لایه کربن / اپوکسی به صورت لایه‌چینی متقارن  $[45/-45/45/-45]$  یعنی  $[45/45/-45/-45/45/-45/45/-45]$  مدل‌سازی می‌شود تا بتوان نتایج آن را صحت‌گذاری کرد و سپس مدل‌سازی را برای بررسی رفتار دینامیکی محور کامپوزیتی هیبریدی تعمیم داد. در شکل ۱، یک محور کامپوزیتی توخالی در حالت دو دیسک فولادی که روی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در دو انتها قرار دارد، نمایش داده شده است. برای بدست آوردن

بهینه‌سازی محورهای انتقال قدرت کامپوزیتی هیبریدی پلاستیک تقویت شده با الیاف کربن با مدول و استحکام بالا را با استفاده از الگوریتم ژنتیک مورد بررسی قرار دادند. آرون و وینوث [۲۰] طراحی و توسعه لایه‌چینی محورهای انتقال قدرت کامپوزیتی هیبریدی با کاربرد در وسایل نقلیه را ارائه دادند. آن‌ها نتیجه گرفتند که افزایش تعداد لایه‌های کامپوزیتی، استحکام در برابر شکست را برای یک محور انتقال قدرت هیبریدی آلومینیوم-کامپوزیت افزایش خواهد داد.

با بررسی نمودن پژوهش‌های انجام گرفته پیشین، مشاهده می‌شود که تاکنون کار خاص و جامعی در خصوص تأثیر پارامترهای لایه‌چینی مانند زاویه لایه‌چینی و چیدمان لایه‌ها از نظر ترتیب استفاده از کربن / اپوکسی و شیشه / اپوکسی بر روی رفتار دینامیکی یک محور کامپوزیتی هیبریدی ارائه نشده است. در این پژوهش یک محور کامپوزیتی توخالی هیبریدی با ۸ لایه از جنس کربن / اپوکسی و شیشه / اپوکسی در حالت دو دیسک فولادی در وسط به صورت متقارن که روی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی قرار دارد، مدل‌سازی می‌شود. بعد از استخراج معادلات حاکم بر محور کامپوزیتی هیبریدی، با کدنویسی در نرم‌افزار متلب و حل عددی، نمودار دامنه بر حسب فرکانس



شکل ۲. دستگاه مختصات در جهتهای اصلی ۱-۲-۳ و دستگاه مختصات استوانه‌ای

Fig. 2. The coordinate system in principal directions 1-2-3 and the cylindrical coordinate system

در رابطه بالا  $\sigma$  و  $\tau$  به ترتیب تنش‌های قائم و برشی و همچنین  $\varepsilon$  و  $\gamma$  به ترتیب کرنش‌های قائم و برشی در جهتهای اصلی هستند. شکل ۲، یک مدل ساده از یک محور کامپوزیتی با در نظر گرفتن دستگاه مختصات در جهتهای اصلی ۱-۲-۳ و دستگاه مختصات استوانه‌ای  $r - \theta - x$  و همچنین زاویه لایه‌چینی  $\eta$  که همان زاویه بین راستای الیاف با محور است، برای یک لایه غیرهمسانگرد دلخواه کامپوزیت را نشان می‌دهد. رابطه تنش و کرنش و ماتریس سفتی برای یک ماده غیرهمسانگرد در حالت سه بعدی در دستگاه مختصات استوانه‌ای  $r - \theta - x$  به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{rr} \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} & 0 & 0 & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} & 0 & 0 & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{13} & \overline{Q}_{23} & \overline{Q}_{33} & 0 & 0 & \overline{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} & 0 \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{36} & 0 & 0 & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{rr} \\ \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{xr} \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\{\sigma\} = [\overline{Q}]\{\varepsilon\} \quad (3)$$

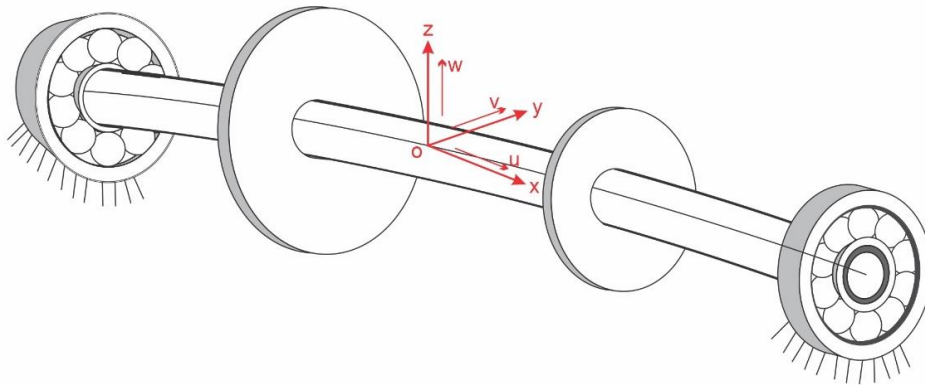
ماتریس سفتی  $[\overline{Q}]$  به صورت زیر بیان می‌شود [۲۱]:

معادلات حرکت محور کامپوزیتی، می‌توان تئوری تیر مدول معادل اصلاح شده را استفاده کرد. تئوری تیر مدول معادل با اضافه کردن تغییر شکل برشی عرضی، اینرسی دورانی و اثرات ژيروسکوپی به تئوری تیر برسه-تیموشنکو توسعه می‌یابد. در تئوری تیر مدول معادل اصلاح شده، کوپلینگ‌های خمشی-پیچشی، برشی قائم و خمشی-کششی نیز در نظر گرفته می‌شود. منظور از  $45_G$  یعنی زاویه الیاف آن لایه کامپوزیتی،  $45^\circ$  درجه و جنس آن، کربن/اپوکسی است و همچنین منظور از  $45_G$  یعنی زاویه الیاف آن لایه،  $45^\circ$  درجه و جنس آن، شیشه/اپوکسی می‌باشد.

در ادامه یک محور کامپوزیتی هیبریدی با ۸ لایه از جنس شیشه/اپوکسی و کربن/اپوکسی مدل‌سازی می‌شود. با توجه به اینکه هزینه کربن/اپوکسی حدود ۱۰ برابر شیشه/اپوکسی است، در نتیجه برای صرفه‌جویی در هزینه، از ۲ لایه کربن/اپوکسی و ۶ لایه شیشه/اپوکسی استفاده می‌شود. رابطه تنش و کرنش و ماتریس سفتی برای یک ماده غیرهمسانگرد در حالت سه بعدی در دستگاه مختصات اصلی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$





شکل ۳. جابجایی محور کامپوزیتی در امتداد محورهای x، y و z

Fig. 3. Displacement of the composite shaft along the x, y, and z axes

در رابطه (۶)،  $E_1$  و  $E_2$  به ترتیب مدول یانگ در جهت‌های ۱ و ۲،  $V_{12}$  ضریب پواسون و  $G_{12}$ ،  $G_{13}$  و  $G_{23}$  به ترتیب مدول برشی روی صفحات ۱-۲، ۲-۳ و ۳-۱ می‌باشند. جابجایی محور کامپوزیتی در امتداد محورهای x، y و z به ترتیب  $u(x, t)$ ،  $v(x, t)$  و  $w(x, t)$  هستند. شیب‌های خمش در صفحات xz و xy به ترتیب  $\theta$  و  $\varphi$  و همچنین زاویه پیچش و  $\Omega$  سرعت دوران محور کامپوزیتی می‌باشد.

شکل ۳، جابجایی محور کامپوزیتی در امتداد محورهای x، y و z یعنی  $u(x, t)$ ،  $v(x, t)$  و  $w(x, t)$  را نشان می‌دهد. در شکل ۴، شیب‌های خمش در صفحات xz و xy و همچنین زاویه پیچش محور کامپوزیتی مشاهده می‌شود.

انرژی پتانسیل کرنشی به دلیل تغییر شکل خمشی، برشی و پیچشی به صورت رابطه (۷) است [۱۲]:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \left\{ \begin{aligned} & C_{HB} \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] + \\ & C_{HS} \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \theta \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \varphi \right)^2 \right] + \\ & \frac{C_{HBT}}{2} \left[ \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \cdot \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \cdot \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right] + \\ & C_{HT} \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \right\} dx \quad (7)$$

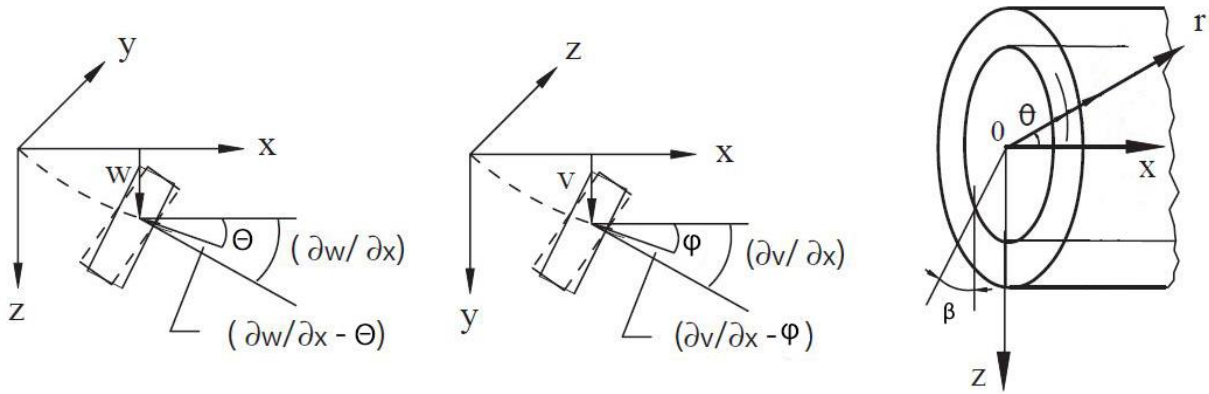
$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T} \quad (4)$$

که در آن ماتریس‌های  $[Q]$  و  $[T]$  طبق روابط (۵) و (۶) عبارتند از [۲۱]:

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$m = \cos \eta \quad , \quad n = \sin \eta$$

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \quad , \quad Q_{12} = \frac{E_2 \nu_{12}}{1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \quad , \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \quad , \quad Q_{44} = G_{23} \quad , \\ Q_{55} &= G_{13} \quad , \quad Q_{66} = G_{12} \quad , \\ Q_{13} &= Q_{23} = Q_{33} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$



شکل ۴. شیب خمشی در صفحات xz و xy و زاویه پیچش محور کامپوزیتی

Fig. 4. Bending slope in the xz and xy planes and the torsion angle of the composite shaft

داخلی لایه کامپوزیتی هستند.  $k$  شماره لایه کامپوزیتی و  $n$  تعداد لایه‌های محور کامپوزیتی هیبریدی می‌باشد که برابر ۸ است که ۲ لایه آن کربن/اپوکسی و ۶ لایه آن شیشه/اپوکسی است.

انرژی جنبشی محور کامپوزیتی و انرژی جنبشی دیسک از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$T_{shaft} = \frac{1}{2} \int_0^l [\rho A (\dot{v}^2 + \dot{w}^2) + I (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) + I_p \dot{\beta}^2 + 2I_p \Omega \dot{\theta} \dot{\phi}] dx \quad (12)$$

$$T_{disk} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \{ M_{D_i} [(\dot{v}(x_i))^2 + (\dot{w}(x_i))^2] + I_{D_i} [(\dot{\theta}(x_i))^2 + (\dot{\phi}(x_i))^2] + 2I_{D_i} \Omega \dot{\theta}(x_i) \dot{\phi}(x_i) \} \quad (13)$$

انرژی جنبشی کل سیستم برابر مجموع انرژی جنبشی محور کامپوزیتی و دیسک است که در آن  $l$  طول محور،  $\rho$  چگالی محور کامپوزیتی،  $\Omega$  سرعت دوران محور،  $A$ ،  $I$  و  $I_p$  به ترتیب سطح مقطع، ممان اینرسی جرمی عرضی و قطبی محور کامپوزیتی هیبریدی هستند.  $i$  شماره دیسک،  $x_i$  موقعیت مکانی دیسک  $i$ ام و  $N$  تعداد دیسک است. همچنین  $M_{D_i}$

که در آن ضریب سفتی خمشی  $C_{HB}$ ، ضریب سفتی پیچشی  $C_{HT}$  و ضریب سفتی برشی  $C_{HS}$  محور کامپوزیتی هیبریدی از رابطه‌های زیر بدست می‌آید [۱۲]:

$$C_{HB} = \frac{\pi}{4} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{11k} [r_{o_k}^4 - r_{i_k}^4] \quad (8)$$

$$C_{HT} = \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{66k} [r_{o_k}^4 - r_{i_k}^4] \quad (9)$$

$$C_{HS} = k' \pi \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{66k} [r_{o_k}^2 - r_{i_k}^2] \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)،  $k'$  ضریب تصحیح برشی می‌باشد که برای محورهای کامپوزیتی لوله‌ای برابر ۰/۵ است. همچنین ضریب سفتی خمشی-پیچشی  $C_{HBT}$  محور کامپوزیتی از رابطه (۱۱) بدست می‌آید [۱۲]:

$$C_{HBT} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{16k} [r_{o_k}^4 - r_{i_k}^4] \quad (11)$$

در تمامی روابط (۸) تا (۱۱)،  $r_o$  و  $r_i$  به ترتیب شعاع خارجی و شعاع

سپس معادلات حرکت محور کامپوزیتی به صورت پنج معادله جبری به شکل مسئله مقدار ویژه درجه دوم زیر بدست می‌آید:

$$[-\Omega^2[M]+i\Omega[D]+[K]]\{X\}=\{0\} \quad (18)$$

که در آن  $[M]$  ماتریس جرم،  $[K]$  ماتریس سختی و  $[D]$  ماتریس مربوط به اثرات ژيروسکوپی است که به سرعت دوران محور کامپوزیتی وابسته است. همچنین  $X$  بردار ویژه شامل  $V, W, \Theta, \Phi$  و  $\beta$  می‌باشد.

### ۳- تحلیل المان محدود محور کامپوزیتی هیبریدی

ابعاد هندسی محور کامپوزیتی هیبریدی در جدول ۱ نشان داده شده است.

خواص مکانیکی کربن/اپوکسی و شیشه/اپوکسی برای تحلیل المان محدود محور کامپوزیتی هیبریدی در جدول ۲ آمده است.

همچنین خواص هندسی و مکانیکی دو دیسک فولادی در جدول ۳ نمایش داده شده است.

با توجه به جدول ۳ شعاع داخلی دیسک برابر با شعاع خارجی محور می‌باشد و نوع اتصال آنها به صورت چسبیده است. شبیه‌سازی محور کامپوزیتی با ۸ لایه از جنس کربن/اپوکسی که ضخامت همه لایه‌ها یکسان و برابر یک میلی‌متر است، تحلیل در نرم‌افزار المان محدود انسیس انجام می‌شود.

در ادامه شرایط مرزی تکیه‌گاه ارتجاعی را برای محور کامپوزیتی در نظر می‌گیریم. دو یاتاقان انتهایی به صورت فنرهایی با سختی‌های غیرمساوی  $K_{yy} = 10^8 \text{ N/m}$  و  $K_{zz} = 10^9 \text{ N/m}$  هستند و ثابت میرایی آنها نیز صفر است. شکل ۵ ضرایب سختی و میرایی یاتاقان سمت راست محور کامپوزیتی ۸ لایه کربن/اپوکسی را نشان می‌دهد.

شکل ۶ شبکه‌بندی محور کامپوزیتی ۸ لایه را نشان می‌دهد. نوع المان شبکه، مربعی و اندازه شبکه برای لایه‌های کامپوزیت ۰/۵ میلی‌متر و برای دو دیسک ۵ میلی‌متر است. در ادامه آنالیز حساسیت شبکه بررسی شده که تعداد المان‌های شبکه ۱۳۶۱۲۳ و تعداد گره‌ها ۲۲۵۷۷۳ می‌باشد.

در ادامه شبیه‌سازی محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه‌چینی  $[45G/-45G/0G/90G/45C/-45C/0G/90G]$  انجام می‌گیرد. به دلیل اینکه هزینه کربن/اپوکسی حدود ۱۰ برابر شیشه/اپوکسی است، از ۲ لایه

$I_{D_i}$  و  $I_{D_{P_i}}$  به ترتیب جرم، ممان اینرسی جرمی عرضی و قطبی دیسک  $i$ ام می‌باشند.  $A, I, I_p$  طبق رابطه (۱۴) بدست می‌آید:

$$A = \pi \sum_{k=1}^n [r_{ok}^2 - r_{ik}^2],$$

$$I = \frac{\pi}{4} \left( \sum_{a=1}^c \rho_C [r_{oa}^4 - r_{ia}^4] + \sum_{b=1}^d \rho_G [r_{ob}^4 - r_{ib}^4] \right) \quad (14)$$

$$I_p = \frac{\pi}{2} \left( \sum_{a=1}^c \rho_C [r_{oa}^4 - r_{ia}^4] + \sum_{b=1}^d \rho_G [r_{ob}^4 - r_{ib}^4] \right)$$

در رابطه بالا،  $\rho_C$  و  $\rho_G$  به ترتیب چگالی کربن/اپوکسی و چگالی شیشه/اپوکسی است.  $c, d$  و  $n$  به ترتیب تعداد لایه‌های کربن/اپوکسی، شیشه/اپوکسی و تعداد کل لایه‌ها می‌باشد.

نیروهای  $F_x$  و  $F_y$  اعمال شده روی یاتاقان روتور به ترتیب در جهت  $y$  و  $z$  به صورت رابطه زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{yy} & c_{yz} \\ c_{zy} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

با تعریف لاگرانژین  $L = T - U$  و با استفاده از معادلات لاگرانژ داریم:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (i=1, 2, \dots, 5) \quad (16)$$

برای حل معادلات، توابع پاسخ را برای محور کامپوزیتی هیبریدی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$v(x) = \sum_{j=1}^n V_j \sin \frac{j\pi x}{l}, \quad w(x) = \sum_{j=1}^n W_j \sin \frac{j\pi x}{l},$$

$$\theta(x) = \sum_{j=1}^n \Theta_j \cos \frac{j\pi x}{l},$$

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^n \Phi_j \cos \frac{j\pi x}{l},$$

$$\beta(x) = \sum_{j=1}^n \beta_j \cos \frac{j\pi x}{l} \quad (17)$$

جدول ۱. ابعاد هندسی محور کامپوزیتی

Table 1. Geometric dimensions of the composite shaft

مشخصات محور	شعاع داخلی (m)	شعاع خارجی (m)	طول محور (m)
مقدار	۰/۰۴	۰/۰۴۸	۱/۲

جدول ۲. خواص مکانیکی کربن / اپوکسی و شیشه / اپوکسی

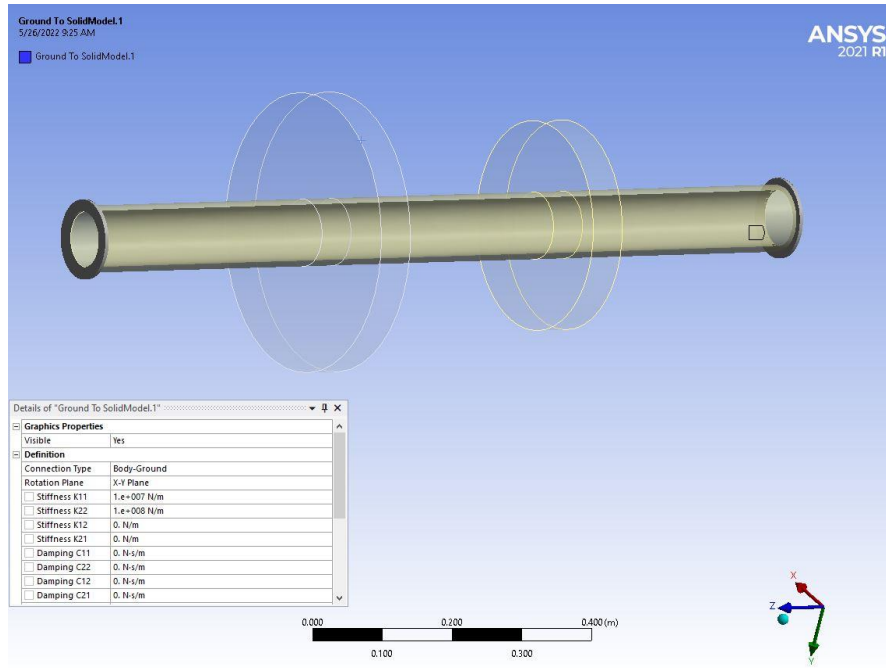
Table 2. Mechanical properties of carbon/epoxy and glass/epoxy

خواص مکانیکی	واحد	کربن / اپوکسی	شیشه / اپوکسی
مدول طولی ( $E_1$ )	GPa	۱۷۲/۷	۳۶/۶
مدول عرضی ( $E_2$ )	GPa	۷/۲	۵/۴
مدول برشی ( $G_{12}$ )	GPa	۳/۷۶	۴/۱
ضریب پواسون ( $\nu_{12}$ )	-	۰/۳	۰/۳
چگالی	kg/m <sup>۳</sup>	۱۴۴۶/۲	۲۰۰۰

جدول ۳. خواص هندسی و مکانیکی دیسکها

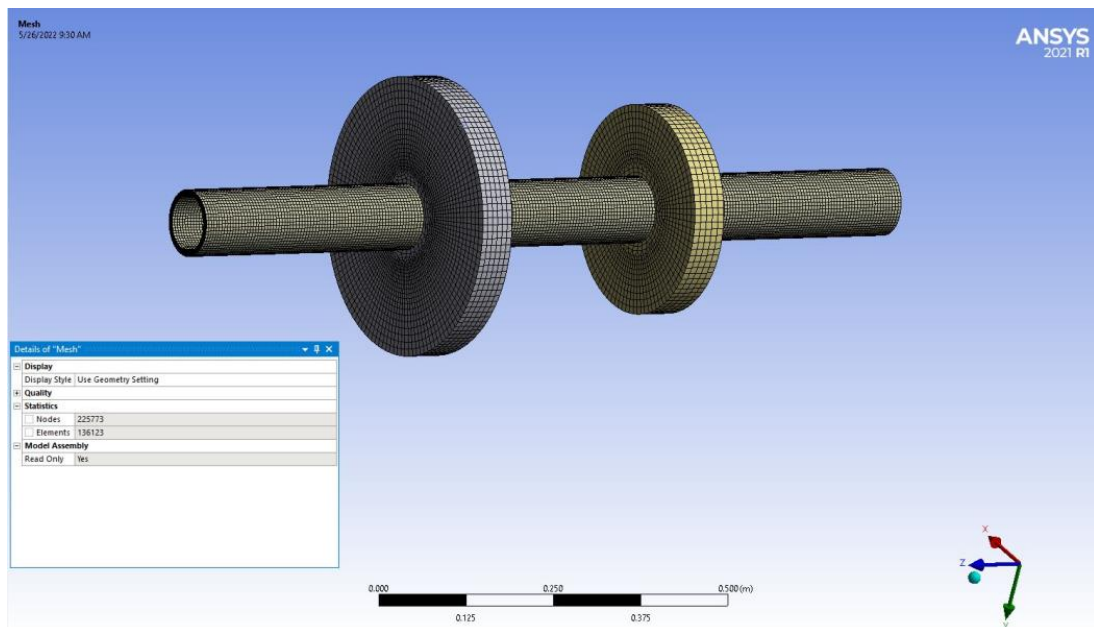
Table 3. Geometrical and mechanical properties of discs

خواص هندسی و مکانیکی	ضخامت (m)	شعاع داخلی (m)	شعاع خارجی (m)	مدول یانگ (GPa)	چگالی (kg / m <sup>۳</sup> )
دیسک سمت راست	۰/۰۵	۰/۰۴۸	۰/۱۵	۲۰۰	۷۸۵۰
دیسک سمت چپ	۰/۰۵	۰/۰۴۸	۰/۲	۲۰۰	۷۸۵۰



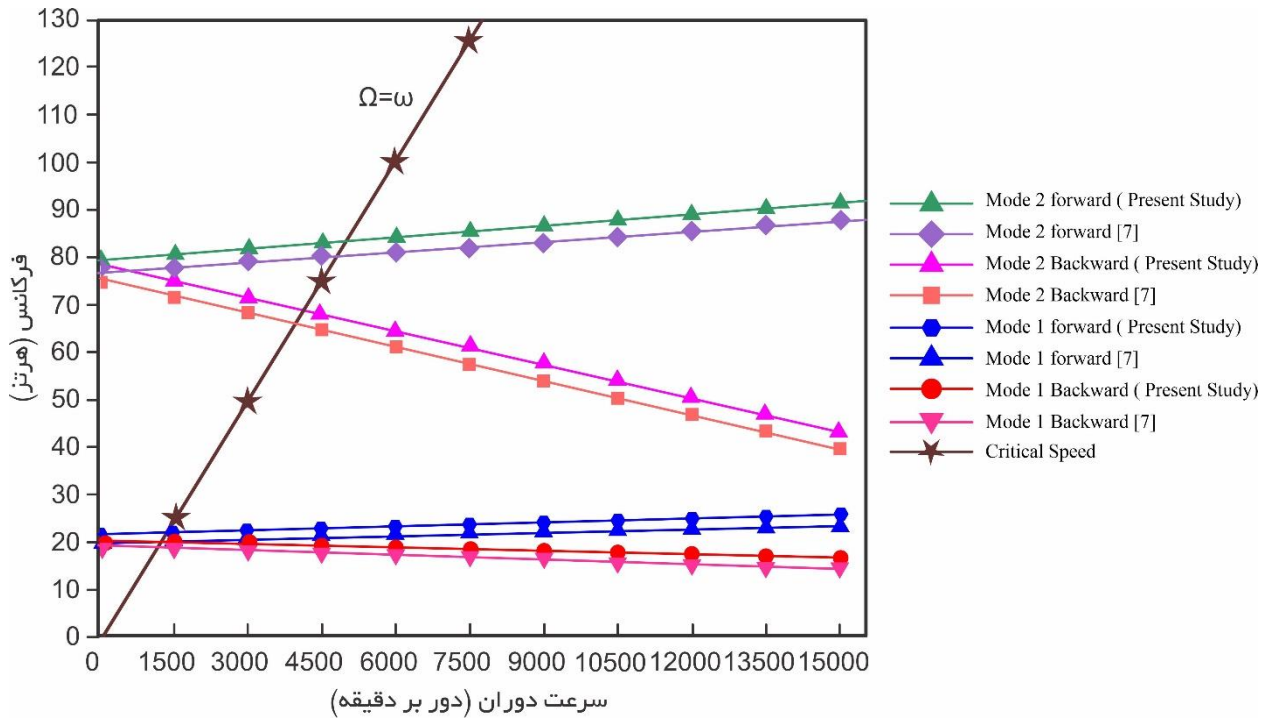
شکل ۵. ضرایب سفتی و میرایی یاتاقان سمت راست محور کامپوزیتی ۸ لایه کربن/ اپوکسی

Fig. 5. Stiffness and damping coefficients of the right bearing of the carbon/epoxy 8 layers composite shaft



شکل ۶. شبکه‌بندی محور کامپوزیتی ۸ لایه کربن/ اپوکسی با دو دیسک و لایه چینی متقارن  $[45/-45/45/-45]_S$

Fig. 6. Carbon/epoxy 8 layers composite shaft meshing with two discs and  $[45/-45/45/-45]_S$  symmetrical stacking sequence



شکل ۷. مقایسه دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی ۸ لایه کربن/اپوکسی و لایه چینی متقارن  $[45/-45/45/-45]_S$  با مرجع [۷]

Fig. 7. Comparison of Campbell diagram of carbon/epoxy 8 layers composite shaft and  $[45/-45/45/-45]_S$  symmetric stacking sequence with reference [7]

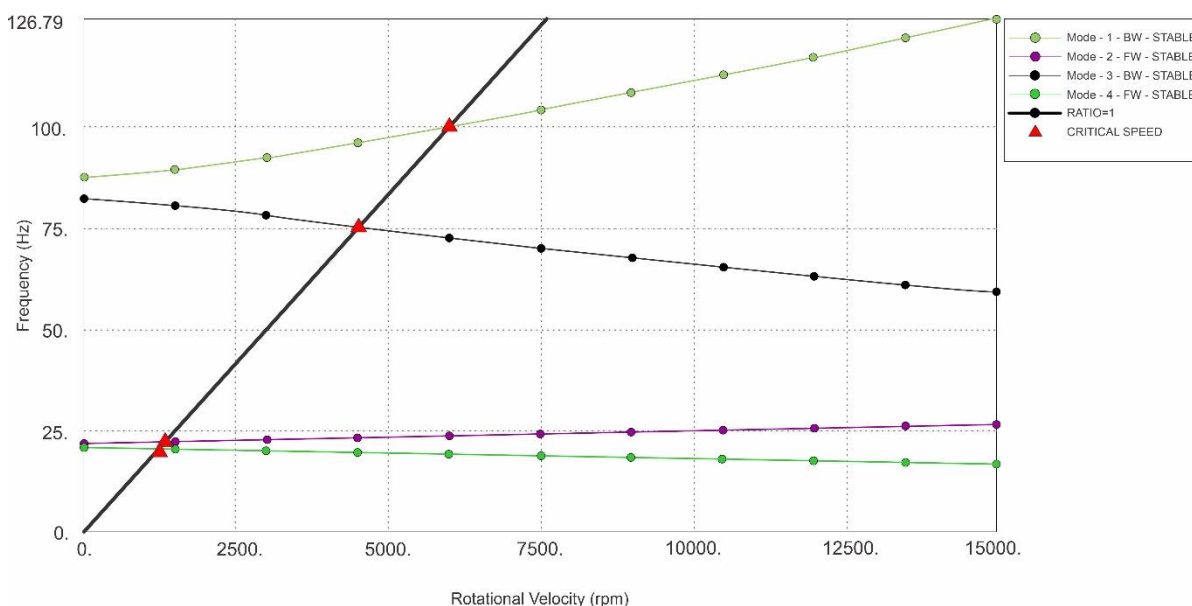
مورد قبول بوده و خطا در تمام سرعت‌های دوران کمتر از ۹ درصد می‌باشد. با توجه به شکل ۷، در مطالعه حاضر سرعت‌های بحرانی  $1358/2$  دور بر دقیقه و  $1398/9$  دور بر دقیقه به ترتیب از برخورد خط با نسبت  $1 (\Omega=\omega)$  با فرکانس‌های مود اول پسرو و پیشرو بدست می‌آید. همچنین سرعت‌های بحرانی  $4306/3$  دور بر دقیقه و  $5027/4$  دور بر دقیقه به ترتیب از برخورد خط  $\Omega = \omega$  با فرکانس‌های مود دوم پسرو و پیشرو حاصل می‌شود که محور کامپوزیتی غیرهیبریدی در این دوره‌های بحرانی بیشترین دامنه را خواهد شد و تشدید رخ می‌دهد.

دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی هیبریدی توخالی دوار با لایه‌چینی  $[45G/-45G/0G/90G/45C/-45C/0G/90G]$  و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در شکل ۸ مشاهده می‌شود. در شکل ۸، سرعت‌های بحرانی  $1442/2$  دور بر دقیقه و  $1521/4$  دور بر دقیقه به ترتیب از برخورد خط با نسبت  $1 (\Omega=\omega)$  با فرکانس‌های مود اول پسرو و پیشروی محور کامپوزیتی هیبریدی توخالی بدست می‌آید. همچنین سرعت‌های بحرانی  $5102/7$  دور بر دقیقه و  $6570/7$  دور بر دقیقه به ترتیب از برخورد خط  $\Omega = \omega$  با فرکانس‌های مود دوم پسرو و پیشرو حاصل می‌شود که محور کامپوزیتی هیبریدی در این دوره‌های

کربن/اپوکسی و ۶ لایه آن شیشه/اپوکسی استفاده می‌شود. برای تحلیل المان محدود، تمامی خواص مکانیکی و ابعاد هندسی مطابق جدول‌های ۱ تا ۳ می‌باشد. شرایط مرزی محور کامپوزیتی هیبریدی به صورت فنر با سفتی‌های غیر مساوی  $K_{yy} = 10^8 \text{ N/m}$  و  $K_{zz} = 10^9 \text{ N/m}$  برای یاتاقان‌ها تعریف می‌شوند. میرایی یاتاقان‌ها نیز صفر است.

#### ۴- ارائه نتایج و صحه‌گذاری

به منظور صحه‌گذاری تحلیل المان محدود، نتایج شبیه‌سازی محور کامپوزیتی ۸ لایه با نتایج عددی پژوهش مندونسا و همکاران [۷] مقایسه می‌شود. شکل ۷ دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی توخالی دوار با ۸ لایه از جنس کربن/اپوکسی با لایه‌چینی متقارن  $[45/-45/45/-45]_S$  در حالت دو دیسک فولادی با شعاع خارجی مختلف که روی یاتاقان‌های ارتجاعی در دو انتها قرار دارد، به روش المان محدود را نشان می‌دهد که با دیاگرام کمبل مرجع [۷] مقایسه شده و صحه‌گذاری نتایج تأیید می‌گردد. با توجه به این شکل، فرکانس‌های پیشرو و پسرو در مودهای اول و دوم فقط به دلیل اثرات ژيروسکوپی مشاهده می‌شود. دقت نتایج در مود اول و دوم پیشرو و پسرو



شکل ۸. دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  و دو دیسک فولادی و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی

Fig. 8. Campbell diagram of the hybrid composite shaft with  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  stacking sequence and two steel discs and elastic support

فرکانس‌های پیشرو و پسرو در مدهای مختلف تابعی از سرعت دوران محور است. در حالت خاص، زمانی که سرعت دوران محور صفر باشد ( $\Omega = 0$ )، فرکانس‌های پیشرو و پسرو با هم برابر هستند و در مود اول و دوم به ترتیب برابر  $24/71$  هرتز و  $94/87$  هرتز می‌باشد. فرکانس‌های پیشرو و پسرو محور کامپوزیتی هیبریدی در سرعت‌های مختلف دوران مختلف در جدول ۴ مشاهده می‌شود.

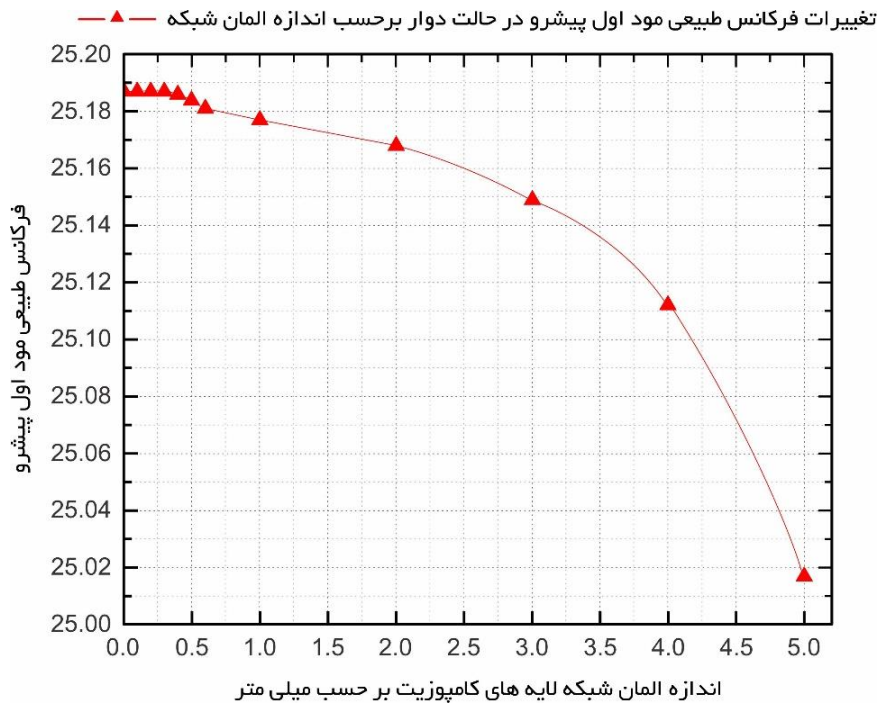
در حالتی که سرعت دوران محور  $1500$  دور بر دقیقه باشد، نمودار دامنه بر حسب فرکانس‌های پیشرو در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود. اگر قله‌های نمودار را که دو فرکانس پیشروی مود اول و دوم محور کامپوزیتی هیبریدی است و به ترتیب برابر  $27/24$  هرتز و  $103/17$  هرتز می‌باشد، با نتایج المان محدود شکل ۸ که فرکانس‌های پیشروی مود اول و دوم محور کامپوزیتی هیبریدی در سرعت دوران  $1500$  دور بر دقیقه که به ترتیب  $25/352$  هرتز و  $99/851$  هرتز است مقایسه کنیم، مشاهده می‌شود درصد خطا کمتر از  $0.7\%$  می‌باشد و صحت نتایج تأیید می‌شود.

همچنین شکل ۱۱، نمودار دامنه بر حسب فرکانس‌های پسروی مود اول و دوم در سرعت دوران محور  $1500$  دور بر دقیقه را نشان می‌دهد. قله‌های

بحرانی بیشترین دامنه را خواهد شد و تشدید رخ می‌دهد. در نتیجه باید محور کامپوزیتی هیبریدی دور از این دورهای بحرانی باشد. از مقایسه شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شود که با وجود سفتی بالای کربن/اپوکسی، با هیبریدی کردن محور کامپوزیتی فرکانس‌های مود اول و دوم پیشرو و پسرو در تمام سرعت‌های دوران، بیشتر می‌شود و همچنین دورهای بحرانی نیز افزایش می‌یابد.

شکل ۹ نمودار حساسیت به اندازه شبکه را نشان می‌دهد که تغییرات فرکانس طبیعی مود اول پیشروی محور کامپوزیتی هیبریدی در حالت دوار با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  را بر حسب اندازه المان شبکه برای لایه‌های کامپوزیت را نشان می‌دهد.

با کدنویسی معادله (۱۸) در نرم‌افزار متلب، فرکانس‌های مود اول و دوم محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  در سرعت دوران  $1500$  دور بر دقیقه استخراج می‌شوند. ویرلینگ محور و ظهور فرکانس‌های پیشرو و پسرو فقط به دلیل اثرات ژيروسکوپی می‌باشد که در معادلات حرکت محور کامپوزیتی به دلیل گشتاورهای ژيروسکوپی است. به همین دلیل



شکل ۹. آنالیز حساسیت شبکه محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  و دو دیسک فولادی و تکیه گاه های ارتجاعی

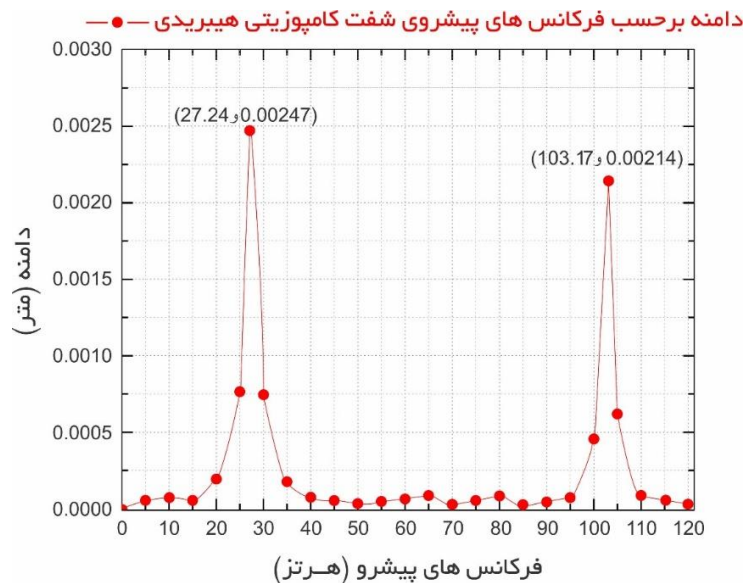
Fig. 9. Sensitivity analysis of the hybrid composite shaft meshing with  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  stacking sequence and two steel discs and elastic supports

جدول ۴. فرکانس های مود اول و دوم پیشرو و پسروی محور کامپوزیتی هیبریدی در حالت دو دیسک فولادی و تکیه گاه های ارتجاعی در حالت دوار با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  در سرعت های مختلف دوران

Table 4. Frequencies of the first and second forward and backward modes of the rotating hybrid composite shaft in the state of two steel discs and elastic supports with  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  stacking sequence at different rotational speeds

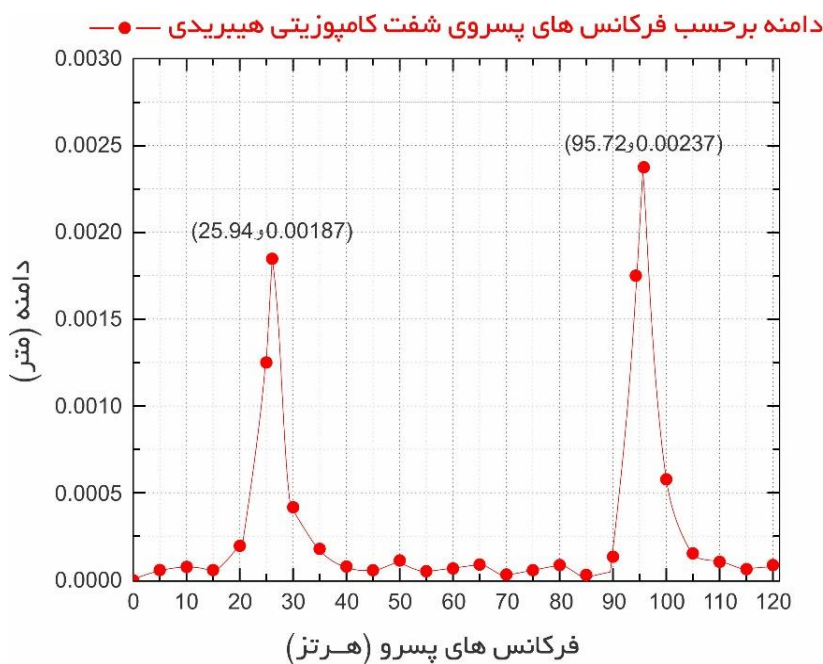
سرعت دوران (دور بر دقیقه)	فرکانس مود اول پیشرو (هرتز)	فرکانس مود اول پسرو (هرتز)	فرکانس مود دوم پیشرو (هرتز)	فرکانس مود دوم پسرو (هرتز)
۰	۲۴/۷۱	۲۴/۷۱	۹۴/۸۷	۹۴/۸۷
۱۵۰۰	۲۴/۹۵	۲۴/۴۹	۹۵/۶۸	۹۳/۷۲
۳۰۰۰	۲۵/۲۲	۲۴/۲۳	۹۷/۵۹	۹۲/۳۹
۴۵۰۰	۲۵/۵	۲۳/۹۴	۱۰۰/۴۷	۹۰/۷۵
۶۰۰۰	۲۵/۸۱	۲۳/۵۷	۱۰۳/۳۴	۸۸/۷۲
۷۵۰۰	۲۶/۱۵	۲۳/۱۵	۱۰۶/۴۶	۸۶/۵۴
۹۰۰۰	۲۶/۵۱	۲۲/۶۸	۱۰۹/۸۹	۸۳/۹۷
۱۰۵۰۰	۲۶/۹۲	۲۲/۱۷	۱۱۳/۷۳	۸۱/۵۹
۱۲۰۰۰	۲۷/۳۶	۲۱/۶۲	۱۱۷/۸۶	۷۸/۷۸





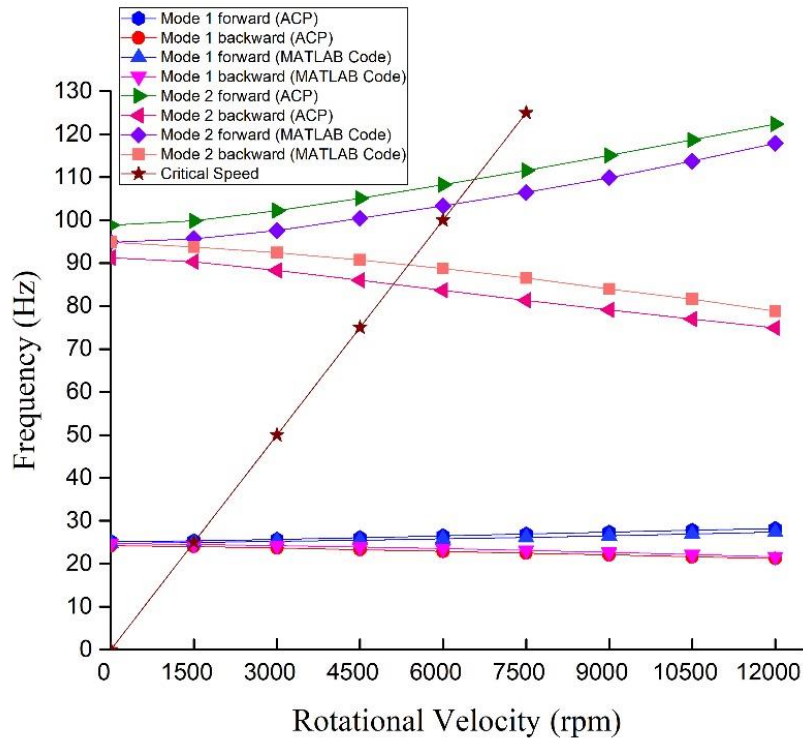
شکل ۱۰. نمودار دامنه بر حسب فرکانس های پیشروی محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  و دو دیسک فولادی و تکیه گاه های ارتجاعی در حالت دوار ( $\Omega=1500$  rpm)

Fig. 10. Amplitude versus forward frequencies diagram of the rotating hybrid composite shaft with  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  stacking sequence and two steel discs and elastic supports ( $\Omega=1500$  rpm)



شکل ۱۱. نمودار دامنه بر حسب فرکانس های پسروی محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  و دو دیسک فولادی و تکیه گاه های ارتجاعی در حالت دوار ( $\Omega=1500$  rpm)

Fig. 11. Amplitude versus backward frequencies diagram of the rotating hybrid composite shaft with  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  stacking sequence and two steel discs and elastic supports ( $\Omega=1500$  rpm)



شکل ۱۲. دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی هیبریدی با لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  و دو دیسک فولادی و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در حالت دوار حاصل از کدنویسی متلب و المان محدود

Fig. 12. Campbell diagram of the rotating hybrid composite shaft with  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  stacking sequence and two steel discs and elastic supports resulting from MATLAB coding and finite element

دوم پیشرو و پس‌رو، به دلیل سفتی بالای کربن / اپوکسی، فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی غیرهیبریدی کربن / اپوکسی بالاتر از فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی هیبریدی است. همچنین فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی غیرهیبریدی بالاتر از فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی غیر هیبریدی شیشه / اپوکسی می‌باشد. در نتیجه با هیبرید کردن محور و استفاده از ۲ لایه کربن / اپوکسی و ۶ لایه شیشه / اپوکسی در مقایسه با ۸ لایه کربن / اپوکسی می‌توان فرکانس طبیعی را با کاهش هزینه، افزایش داد. همچنین با تغییر آرایش و ترتیب استفاده از کربن / اپوکسی و شیشه / اپوکسی و زاویه لایه چینی می‌توان به فرکانس طبیعی بالاتری دست یافت و از وضعیت تشدید محور کامپوزیت هیبریدی جلوگیری کرد.

نتایج عددی فرکانس‌های محور کامپوزیتی هیبریدی در حالت دو دیسک فولادی و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در حالت دوار با سرعت دوران ۱۵۰۰ دور بر دقیقه با لایه‌چینی‌های مختلف و آرایش متفاوت لایه‌های کربن و شیشه در جدول ۶ مشاهده می‌شود. می‌توان نتیجه گرفت در حالتی که دو لایه کربن /

نمودار دو فرکانس پس‌روی مود اول و دوم محور کامپوزیتی هیبریدی است و به ترتیب برابر ۲۵/۹۴ هرتز و ۹۵/۷۲ هرتز می‌باشد. اگر با نتایج المان محدود شکل ۸ که فرکانس‌های پس‌روی مود اول و دوم محور کامپوزیتی هیبریدی در سرعت دوران ۱۵۰۰ دور بر دقیقه که به ترتیب ۲۴/۰۳ هرتز و ۹۰/۳۱۴ هرتز است مقایسه کنیم، مشاهده می‌شود درصد خطا کمتر از ۶٪ می‌باشد و لذا صحت‌گذاری نتایج انجام می‌شود.

شکل ۱۲، مقایسه دیاگرام کمبل محور کامپوزیتی هیبریدی با دو دیسک فولادی و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در حالت لایه چینی  $[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$  حاصل از کدنویسی متلب و المان محدود را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، صحت نتایج تأیید می‌شود.

در جدول ۵ مقایسه فرکانس‌های طبیعی محور کامپوزیتی هیبریدی را با محور کامپوزیتی غیرهیبریدی از جنس شیشه / اپوکسی و کربن / اپوکسی را در سرعت دوران ۱۵۰۰ دور بر دقیقه خواهیم داشت. در فرکانس‌های اول و

جدول ۵. مقایسه فرکانس‌های طبیعی محور کامپوزیتی هیبریدی با محور کامپوزیتی غیرهیبریدی در حالت دو دیسک فولادی و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در حالت دوار ( $\Omega=1500$  rpm)

**Table 5. Comparison of the natural frequencies of the rotating hybrid composite shaft with the rotating non-hybrid composite shaft in the state of two steel discs and elastic supports ( $\Omega=1500$  rpm)**

فرکانس مود دوم پسرو (هرتز)	فرکانس مود دوم پیشرو (هرتز)	فرکانس مود اول پسرو (هرتز)	فرکانس مود اول پیشرو (هرتز)	لایه چینی
۹۰/۳۱۴	۹۹/۸۵۱	۲۴/۰۳	۲۵/۳۵۲	$[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$
۸۱/۶۸۵	۸۸/۰۳۲	۲۱/۷۸۷	۲۲/۹۲۱	$[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_G/-45_G/0_G/90_G]$
۱۳۳/۵۲	۱۶۱/۵۸	۳۸/۵۳۷	۴۳/۰۰۶	$[45_C/-45_C/0_C/90_C/45_C/-45_C/0_C/90_C]$

جدول ۶. مقایسه فرکانس‌های مود اول و دوم محور کامپوزیتی هیبریدی در حالت دو دیسک فولادی و تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در حالت دوار با لایه‌چینی‌های مختلف و ترتیب قرارگیری کربن/اپوکسی و شیشه/اپوکسی متفاوت ( $\Omega=1500$  rpm)

**Table 6. Comparison of the first and second mode frequencies of the rotating hybrid composite shaft in the state of two steel discs and elastic supports with different stacking sequences and distinct arrangement of carbon/epoxy and glass/epoxy ( $\Omega=1500$  rpm)**

فرکانس مود دوم پسرو (هرتز)	فرکانس مود دوم پیشرو (هرتز)	فرکانس مود اول پسرو (هرتز)	فرکانس مود اول پیشرو (هرتز)	لایه چینی
۹۰/۳۱۴	۹۹/۸۵۱	۲۴/۰۳	۲۵/۳۵۲	$[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_C/-45_C/0_G/90_G]$
۹۲/۶۹۳	۱۰۶/۷۶	۳۰/۸۰۴	۳۳/۰۷۳	$[45_G/-45_G/0_G/90_G/45_G/-45_G/0_C/90_C]$
۹۲/۸۸۹	۱۰۰/۸۲	۲۸/۷۹۷	۳۰/۶۸۸	$[45_G/-45_G/0_C/90_C/45_G/-45_G/0_G/90_G]$
۸۸/۶۱۲	۹۷/۸۰۵	۲۳/۵۳۴	۲۴/۸۱۵	$[45_C/-45_C/0_G/90_G/45_G/-45_G/0_G/90_G]$
۱۰۸/۷۹	۱۱۰/۷	۳۱/۲۴۴	۳۳/۶۱۷	$[45_C/-45_G/0_G/90_G/45_G/-45_G/0_G/90_C]$
۸۶/۳۸۹	۹۴/۸۹۲	۲۳/۱۹۲	۲۴/۴۳۳	$[45_G/-45_C/0_G/90_G/45_G/-45_G/0_C/90_G]$
۹۲/۷۶۸	۱۱۵/۶۲	۳۴/۷۲۲	۳۷/۹۵۹	$[45_G/-45_G/0_G/90_C/45_G/-45_G/0_G/90_C]$
۱۰۵/۱۱	۱۱۴/۱۵	۲۹/۴۳۹	۳۱/۴۵۳	$[45_G/-45_G/0_G/90_C/45_C/-45_G/0_G/90_G]$
۱۱۷/۷۲۱	۱۴۶/۶۷	۳۶/۸۶۴	۴۱/۳۸۴	$[0_G/0_G/45_G/-45_G/45_G/-45_G/90_C/90_C]$
۹۴/۰۳۵	۱۱۶/۸۹	۳۵/۴۴۶	۳۸/۸۹۹	$[90_C/90_G/45_G/-45_G]_S$
۹۴/۴۹۴	۱۱۴/۹۱	۳۴/۸۷۷	۳۸/۱۵۸	$[45_G/-45_G/90_G/90_C]_S$
۹۴/۴۹۲	۱۱۵/۱۸	۳۴/۹۵۲	۳۸/۲۵۵	$[45_G/-45_G/90_C/90_G]_S$
۹۴/۰۴۹	۱۱۶/۰۲	۳۵/۱۹۷	۳۸/۵۷۴	$[90_G/90_C/45_G/-45_G]_S$
۸۲/۹۹	۱۱۷/۱۹	۳۶/۶۰۶	۴۰/۴۳	$[0_G/0_G/45_G/-45_G/90_G/90_G/90_C/90_C]$
۸۴/۵۳۲	۱۱۶/۷۲	۳۶/۴۳۷	۴۰/۲۰۴	$[0_G/0_G/90_G/90_G/45_G/-45_G/90_C/90_C]$
۸۱/۶	۱۱۶/۸۱	۳۶/۳۸۱	۴۰/۱۳	$[45_G/-45_G/90_G/90_G/0_G/0_G/90_C/90_C]$

اپوکسی، در لایه‌های خارجی‌تر محور باشند، فرکانس طبیعی بیشتر بوده و زمانی که در لایه‌های داخلی‌تر محور باشند، فرکانس طبیعی کمتر است. با توجه به جدول ۶، نتیجه گرفته می‌شود که لایه با زاویه ۹۰ درجه کربن/ اپوکسی، بیشترین سفتی را دارد و زمانی که ۲ لایه ۹۰ درجه کربن/ اپوکسی، خارجی‌ترین لایه‌های محور کامپوزیتی هستند، بیشترین فرکانس طبیعی مشاهده می‌شود. البته با افزایش زاویه لایه‌چینی نیز سفتی افزایش می‌یابد. بنابراین در شرایطی که زاویه‌های الیاف ۰، ۴۵، ۴۵- و ۹۰ درجه باشد و ۲ لایه کربن/ اپوکسی و ۶ لایه شیشه/ اپوکسی داشته باشیم، بیشترین فرکانس طبیعی را در حالتی که ۲ لایه کربن/ اپوکسی ۹۰ درجه، خارجی‌ترین لایه، ۲ لایه شیشه/ اپوکسی با زاویه صفر درجه داخلی‌ترین لایه و ۴ لایه وسط نیز، شیشه/ اپوکسی با زاویه ۴۵ و ۴۵- درجه باشند، خواهیم داشت. البته با بررسی حالت‌های بیشتر مشاهده می‌شود که در حالتی که ۲ لایه بیرونی محور کامپوزیتی هیبریدی از جنس کربن/ اپوکسی با زاویه ۹۰ و ۶ لایه زیرین آن همگی از جنس شیشه/ اپوکسی با زاویه ۹۰ باشند، فرکانس مود اول پیشرو و پسرو بیشترین مقدار و فرکانس مود دوم پسرو کمترین مقدار را در بین حالت‌های مورد بررسی دارد. همچنین از جدول ۵ مشاهده می‌شود که لایه‌چینی متقارن نسبت به لایه‌چینی غیرمتقارن به جزء حالتی که ۲ لایه کربن/ اپوکسی خارجی‌ترین لایه هستند، فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی هیبریدی بیشتر خواهد بود، زیرا تقارن لایه‌چینی باعث سفتی بیشتر می‌شود.

از جدول ۶ نتیجه گرفته می‌شود که زاویه لایه‌چینی کربن/ اپوکسی نسبت به ترتیب قرارگیری آن از نظر نزدیک بودن به لایه‌های خارجی محور تأثیر بیشتری در فرکانس طبیعی خواهد داشت. همچنین مقایسه جدول ۵ و ۶ نشان می‌دهد که با هیبریدی کردن محور کامپوزیتی و بهبود خواص، می‌توان با کاهش هزینه از نظر استفاده کمتر از کربن/ اپوکسی، با تغییر لایه‌چینی، مقدار فرکانس طبیعی را افزایش داد و این امر باعث افزایش مقدار سرعت بحرانی و در نهایت جلوگیری از پدیده تشدید خواهد شد.

## ۵- جمع‌بندی

در این پژوهش، رفتار دینامیکی یک محور کامپوزیتی هیبریدی با یاتاقان‌های ارتجاعی مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا یک محور کامپوزیتی

۸ لایه از جنس کربن/ اپوکسی در حالت دو دیسک فولادی با قطرهای مختلف در وسط به صورت متقارن که روی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی قرار دارد، مدل‌سازی می‌شود. نتایج المان محدود آن با نتایج پژوهش مرجع [۷] مقایسه می‌شود و صحت نتایج تأیید می‌شود. در ادامه، محور کامپوزیتی در حالت هیبریدی توسعه داده می‌شود و معادلات حاکم بر محور کامپوزیتی هیبریدی به صورت ماتریسی، با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج می‌شود. سپس با کدنویسی در نرم‌افزار متلب و حل عددی، فرکانس‌های پیشرو و پسرو در مودهای اول و دوم در سرعت‌های دوران مختلف از طریق نمودار دامنه بر حسب فرکانس بدست می‌آید و با نتایج المان محدود مقایسه نموده و صحت‌گذاری نتایج انجام می‌شود. در انتها تأثیر پارامترهای لایه‌چینی بر روی فرکانس‌های پیشرو و پسرو و دوره‌های بحرانی بررسی می‌شود.

نتایج نشان داد که پارامترهای لایه‌چینی بر روی رفتار ارتعاشی محور کامپوزیتی هیبریدی تأثیر قابل ملاحظه‌ای دارند که خلاصه آن به شرح زیر است:

۱- هر چه زاویه لایه‌چینی بیشتر باشد، فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی هیبریدی بیشتر است.

۲- در صورتی که لایه کربن/ اپوکسی لایه خارجی‌تر باشد یا به لایه‌های خارجی نزدیک‌تر باشد، فرکانس طبیعی محور کامپوزیتی هیبریدی نیز افزایش می‌یابد.

۳- زاویه لایه‌چینی بیشتر کربن/ اپوکسی نسبت به آرایش قرارگیری لایه کربن/ اپوکسی در لایه‌های خارجی‌تر، در محور کامپوزیتی هیبریدی، اثر بیشتری خواهد داشت.

۴- برای محور کامپوزیتی هیبریدی ۸ لایه، بیشترین مقدار فرکانس طبیعی را در حالتی خواهیم داشت که ۲ لایه خارجی محور، کربن/ اپوکسی با زاویه ۹۰ درجه، ۲ لایه داخلی آن شیشه/ اپوکسی با زاویه صفر و ۴ لایه میانی آن نیز شیشه/ اپوکسی با زاویه ۴۵ و ۴۵- درجه باشند.

۵- به منظور صرفه‌جویی اقتصادی می‌توان با هیبریدی نمودن محور کامپوزیتی و استفاده کمتر از کربن/ اپوکسی به وسیله لایه‌چینی و ترتیب قرارگیری کربن/ اپوکسی و شیشه/ اپوکسی مناسب، مقدار فرکانس‌های طبیعی و سرعت‌های بحرانی را افزایش داد و نتایج را به محور کامپوزیتی غیرهیبریدی کربن/ اپوکسی نزدیک نمود.

۶- فهرست علائم

		علائم انگلیسی
ماتریس سفتی یک ماده غیرهمسانگرد	$[Q]$	$A$ سطح مقطع محور کامپوزیتی، $m^2$
شعاع داخلی لایه کامپوزیتی، $m$	$r_i$	$c$ تعداد لایه‌های کربن / اپوکسی
شعاع خارجی لایه کامپوزیتی، $m$	$r_o$	$C_{HB}$ ضریب سفتی خمشی محور کامپوزیتی هیبریدی
انرژی جنبشی محور کامپوزیتی هیبریدی، $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$T_{shaft}$	$C_{HT}$ ضریب سفتی پیچشی محور کامپوزیتی هیبریدی
انرژی جنبشی دیسک، $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$T_{disk}$	$C_{HS}$ ضریب سفتی برشی محور کامپوزیتی هیبریدی
انرژی پتانسیل کرنشی محور کامپوزیتی هیبریدی، $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$U$	$C_{HB}$ ضریب سفتی خمشی-پیچشی محور کامپوزیتی هیبریدی
جابجایی محور کامپوزیتی در امتداد محور $x$	$u(x, t)$	$d$ تعداد لایه‌های شیشه / اپوکسی
جابجایی محور کامپوزیتی در امتداد محور $y$	$v(x, t)$	$[D]$ ماتریس مربوط به اثرات ژبروسکوپی
جابجایی محور کامپوزیتی در امتداد محور $z$	$w(x, t)$	$E_1$ مدول یانگ در جهت ۱، $\frac{N}{m^2}$
بردار ویژه	$X$	$E_2$ مدول یانگ در جهت ۲، $\frac{N}{m^2}$
موقعیت مکانی دیسک $i$ ام	$x_i$	$F_y$ نیروی اعمال شده روی یاتاقان روتور به ترتیب در جهت $y$ ، $N$
		$F_z$ نیروی اعمال شده روی یاتاقان روتور به ترتیب در جهت $z$ ، $N$
	علائم یونانی	$G_{12}$ مدول برشی روی صفحه ۱-۲، $\frac{N}{m^2}$
	$\sigma$	$G_{13}$ مدول برشی روی صفحه ۱-۳، $\frac{N}{m^2}$
تنش قائم، $\frac{N}{m^2}$		$G_{23}$ مدول برشی روی صفحه ۲-۳، $\frac{N}{m^2}$
تنش برشی، $\frac{N}{m^2}$	$\tau$	$i$ شماره دیسک
کرنش قائم	$\epsilon$	$I$ ممان اینرسی جرمی عرضی محور کامپوزیتی هیبریدی، $kg \cdot m^2$
کرنش برشی	$\gamma$	$I_p$ ممان اینرسی جرمی قطبی محور کامپوزیتی هیبریدی، $kg \cdot m^2$
زاویه لایه چینی، $rad$	$\eta$	$I_{D_i}$ ممان اینرسی جرمی عرضی دیسک $i$ ام
ضریب پواسون	$\nu_{12}$	$I_{D_B}$ ممان اینرسی جرمی قطبی دیسک $i$ ام
شیب خمش در صفحه $xz$ ، $rad$	$\theta$	$k$ شماره لایه کامپوزیتی
شیب خمش در صفحه $xy$ ، $rad$	$\varphi$	$[K]$ ماتریس سفتی
زاویه پیچش، $rad$	$\beta$	$k'$ ضریب تصحیح برشی
سرعت دوران محور کامپوزیتی، $\frac{rad}{s}$	$\Omega$	$l$ طول محور کامپوزیتی هیبریدی، $m$
چگالی محور کامپوزیتی هیبریدی، $\frac{kg}{m^3}$	$\rho$	$L$ لاگرانژین
چگالی کربن / اپوکسی، $\frac{kg}{m^3}$	$\rho_C$	$[M]$ ماتریس جرم
چگالی شیشه / اپوکسی، $\frac{kg}{m^3}$	$\rho_G$	$n$ تعداد کل لایه‌های محور کامپوزیتی
		$N$ تعداد دیسک

- Combination resonances of spinning composite shafts considering geometric nonlinearity, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 41(11) (2019) 1-21.
- [10] S.B. Arab, J.D. Rodrigues, S. Bouaziz, M. Haddar, Stability analysis of internally damped rotating composite shafts using a finite element formulation, *Comptes Rendus Mécanique*, 346(4) (2018) 291-307.
- [11] K. Ri, K. Choe, P. Han, Q. Wang, The effects of coupling mechanisms on the dynamic analysis of composite shaft, *Composite Structures*, 224 (2019) 111040.
- [12] H. Gubran, K. Gupta, The effect of stacking sequence and coupling mechanisms on the natural frequencies of composite shafts, *Journal of sound and vibration*, 282(1-2) (2005) 231-248.
- [13] R.M. Shinde, S.M. Sawant, Investigation on glass-epoxy composite drive shaft for light motor vehicle, *International Journal of Design Engineering*, 9(1) (2019) 22-35.
- [14] S. Ghoneam, A. Hamada, M. EL-Elamy, The Effect of Stacking Sequence and Coupling Mechanisms on Eigen-Nature of Composite Shafts, in: *International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology*, The Military Technical College, 2013, pp. 1-21.
- [15] B. Ravishankar, S.K. Nayak, M.A. Kader, Hybrid composites for automotive applications—A review, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 38(18) (2019) 835-845.
- [16] P. Udatha, A. Sekhar, R. Velmurugan, The effect of CNT to enhance the dynamic properties of hybrid composite tube shafts, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 26(1) (2019) 88-92.
- [17] G. Aklilu, S. Adali, G. Bright, Failure analysis of rotating hybrid laminated composite beams, *Engineering Failure Analysis*, 101 (2019) 274-282.
- [18] M.I. Yusuff, Mechanical properties of woven carbon Fiber/Kenaf Fabric reinforced epoxy matrix hybrid composites, *Malaysian Journal of Microscopy*, 15(1) (2019).
- [19] O. Montagnier, C. Hochard, Optimisation of hybrid
- [1] L. Qi, C. Li, X. Yu, W. Min, H. Shi, L. Tao, H. Wang, M. Yu, L. Ni, Z. Sun, Effect of reinforced fibers on the vibration characteristics of fibers reinforced composite shaft tubes with metal flanges, *Composite Structures*, 275 (2021) 114460.
- [2] R. Bavi, A. Hajnayeb, H.M. Sedighi, M. Shishesaz, Simultaneous resonance and stability analysis of unbalanced asymmetric thin-walled composite shafts, *International Journal of Mechanical Sciences*, 217 (2022) 107047.
- [3] P.C. Barbosa, V.T. Del Claro, M.S. Sousa Jr, A.A. Cavalini Jr, V. Steffen Jr, Experimental analysis of the SHBT approach for the dynamic modeling of a composite hollow shaft, *Composite Structures*, 236 (2020) 111892.
- [4] H. Kafi, S. Hosseini, Dynamic analysis of nonlinear rotating composite shafts excited by non-ideal energy source, *ZAMM—Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 99(5) (2019) e201800279.
- [5] A.C. Dixit, B. Sridhara, M. Achutha, Evaluation of Critical Speed for Aluminum–Boron Carbide Metal Matrix Composite Shaft, in: *Innovative Design, Analysis and Development Practices in Aerospace and Automotive Engineering (I-DAD 2018)*, Springer, 2019, pp. 527-534.
- [6] V. Jagadale, S.N. Padhi, Fabrication and torsional strength evaluation of a glass fiber epoxy composite shaft, *Indian Journal of Engineering and Materials Sciences*, 28 (2021) 282-285.
- [7] W.R.D.P. Mendonça, E.C. De Medeiros, A.L.R. Pereira, M.H. Mathias, The dynamic analysis of rotors mounted on composite shafts with internal damping, *Composite Structures*, 167 (2017) 50-62.
- [8] Z. Sun, J. Xiao, X. Yu, R. Tusiime, H. Gao, W. Min, L. Tao, L. Qi, H. Zhang, M. Yu, Vibration characteristics of carbon-fiber reinforced composite drive shafts fabricated using filament winding technology, *Composite Structures*, 241 (2020) 111725.
- [9] H. Shaban Ali Nezhad, S. Hosseini, M. Moradi Tiaki,

- and Exploring Engineering, 2 (2013) 157-165.
- [21] H. Shaban Ali Nezhad, S. Hosseini, M. Zamanian, Flexural–flexural–extensional–torsional vibration analysis of composite spinning shafts with geometrical nonlinearity, *Nonlinear Dynamics*, 89(1) (2017) 651-690.
- high-modulus/high-strength carbon fibre reinforced plastic composite drive shafts, *Materials & Design*, 46 (2013) 88-100.
- [20] M. Arun, K.S. Vinoth, Design and development of laminated aluminum glass fiber drive shaft for light duty vehicles, *International Journal of Innovative Technology*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. M. Nazari, A. Rahi , R. Sarfaraz , *The Effect of Stacking Sequence Parameters on the Vibration Behavior of Rotating Hybrid Composite Shaft*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(10) (2023) 2277-2296.

DOI: 10.22060/mej.2022.21101.7378



