

## یک رویکرد فیلترینگ مستقیم جدید مبتنی بر روش مدل چندگانه تعاملی در سامانه ناوبری تلفیقی سامانه موقعیت یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی

حسین حیدری صدرآبادی، الهه سادات عبدالکریمی، سید محمدرضا موسوی میرکلائی\*

دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۱۸  
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۹/۰۶  
پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۱۰  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۱۲/۰۶

### کلمات کلیدی:

سامانه موقعیت یاب جهانی  
سامانه ناوبری اینرسی  
فیلترینگ مستقیم  
تخمین مدل چندگانه  
مدل چندگانه تعاملی

**خلاصه:** در این مقاله، جهت افزایش دقت ناوبری در تلفیق سامانه موقعیت یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی، یک رویکرد فیلترینگ مستقیم جدید به نام فیلتر کالمن توسعه یافته ردیابی قوی تصحیح شده مدل چندگانه تعاملی طراحی شده است. در ساختار پیشنهادی، ضمن استفاده از معادلات ناوبری اینرسی و معادلات ردیابی به منظور بهبود دقت موقعیت و سرعت، برای افزایش دقت زوایای وضعیت، از روش های تخمین وضعیت مبتنی بر ژيروسکوپ، شتابسنج و سامانه موقعیت یاب جهانی بهره برده شده است. همچنین، به منظور مقاوم سازی فیلتر کالمن توسعه یافته در مقابل خطای مدل سازی، از روش ردیابی قوی تصحیح شده استفاده شده است. سپس، روش پیشنهادی با استفاده از داده های جمع آوری شده در یک آزمایش میدانی واقعی توسط هواپیما راستی آزمایی شد و در ادامه، نتایج روش پیشنهادی با نتایج روش های فیلترینگ غیرمستقیم فیلتر کالمن متداول، فیلترینگ مستقیم فیلتر کالمن خنثی و فیلتر کالمن توسعه یافته مدل چندگانه تعاملی مقایسه شدند. نتایج به دست آمده عملکرد دقیق تر روش پیشنهادی را در مقایسه با سه روش قبلی در تلفیق سامانه های موقعیت یاب جهانی و ناوبری اینرسی نشان داده اند.

### ۱- مقدمه

دارند [۱ و ۲]. سامانه موقعیت یاب جهانی<sup>۴</sup> برخلاف سامانه ناوبری اینرسی، از دقت بلند مدت بالایی برخوردار است. با این حال، نرخ به روزرسانی سامانه موقعیت یاب جهانی کم می باشد و به دست آوردن مداوم موقعیت دشوار است، زیرا سیگنال ماهواره به دلیل شرایط محیطی مانند ساختمان های بلند، تونل ها، کوهستان ها و خطاهای چندمسیری ممکن است از بین رفته و یا تضعیف و تخریب گردد. با توجه به مکمل بودن ویژگی های سامانه ناوبری اینرسی و سامانه موقعیت یاب جهانی، معمولاً از ناوبری تلفیقی سامانه موقعیت یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی برای تعیین موقعیت و وضعیت یک وسیله نقلیه استفاده می شود. بدین ترتیب می توان از مزایای هر دو سامانه بهره مند گردید [۳-۶].

امروزه، فیلتر کالمن<sup>۵</sup> به عنوان یکی از روش ها برای انجام تلفیق سامانه موقعیت یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی به شمار می رود [۴ و ۷]. هنگامی که از فیلتر کالمن در تلفیق سامانه موقعیت یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی استفاده می شود، اغلب به عنوان فیلترینگ مستقیم

سامانه ناوبری اینرسی<sup>۱</sup> یکی از روش های موقعیت یابی می باشد که بر اساس اندازه گیری شتاب حرکت جسم و انتگرال گیری از آن برای تعیین سرعت و انتگرال گیری مجدد برای تعیین موقعیت جسم عمل می نماید. با توجه به اینکه در ساختار این سامانه از ژيروسکوپ<sup>۲</sup> نیز استفاده می شود، در کنار تعیین متغیرهای حرکتی جسم می توان وضعیت جسم را نیز محاسبه کرد. لذا، یکی از مزیت های روش ناوبری اینرسی توانایی آن در تعیین توأم موقعیت و وضعیت جسم است. همچنین، این نوع ناوبری مستقل بوده و به عوامل و سیگنال های خارجی وابسته نیست و به راحتی تحت تأثیر تداخلات قرار نمی گیرد. با این حال، هزینه بالای اجزای اینرسی، محدودیت اصلی گسترش این فناوری در محدوده وسیع تری از کاربردها می باشد. حسگرهای کم هزینه فعلی نیز دارای خطای بزرگی می باشند و نیاز به کالیبراسیون<sup>۳</sup> مداوم

- 1 Inertial Navigation System (INS)
- 2 Gyroscope
- 3 Calibration

- 4 Global Positioning System (GPS)
- 5 Kalman Filter (KF)

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: m\_mosavi@iust.ac.ir



با مدل‌های مختلف و به‌طور موازی، تخمین‌های قابل اطمینان‌تری را ارائه می‌دهد. همچنین، با اختصاص دادن احتمال به خروجی هر فیلتر، خروجی‌های فیلترها را با هم تلفیق می‌کند. محدودیت بارز چنین رویکردی، بار محاسباتی زیاد آن است که با اجرای چندین فیلتر کالمن تحمیل می‌شود. با این حال، با بهبود فناوری پردازنده‌ها، اکنون می‌توان چنین رویکردی را حتی برای برنامه‌های کاربردی بلادرنگ نیز در نظر گرفت [۲۰]. تخمین تطبیقی مدل چندگانه<sup>۵</sup>، یکی از روش‌های رایج تخمین مدل چندگانه می‌باشد. تخمین تطبیقی مدل چندگانه، مجموعه‌ای از فیلترهای کالمن موازی است که هر یک از آن‌ها دارای مدل داخلی متفاوتی می‌باشند. همه این فیلترها به‌صورت موازی و بدون تعامل با یکدیگر در حال اجرا می‌باشند. مدل اصلاح‌شده این الگوریتم، مدل چندگانه تعاملی<sup>۶</sup> می‌باشد. برخلاف تخمین تطبیقی مدل چندگانه، در مدل چندگانه تعاملی تمام فیلترها با یکدیگر در تعامل هستند. هر فیلتر در هر مرحله زمانی با استفاده از ترکیبی از تخمین‌های حالت فیلترها، مجدداً راه‌اندازی می‌شود. الگوریتم مدل چندگانه تعاملی در مقایسه با سایر الگوریتم‌های تخمین مدل چندگانه، از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد و به همین دلیل توجه گسترده‌ای را به خود جلب کرده است [۲۱].

یکی دیگر از روش‌های تطبیقی، رویکرد فیلتر حافظه محوساز تطبیقی می‌باشد که نوعی روش مقیاس کوواریانس<sup>۷</sup> است. فیلتر کالمن ردیابی قوی<sup>۸</sup>، یکی از فیلترهای حافظه محوساز تطبیقی می‌باشد که در آن الگوریتم ردیابی قوی شامل یک ضریب محوساز زیربهبینه<sup>۹</sup> می‌باشد. این ضریب به‌منظور کاهش تأثیرات اطلاعات قبلی بر تخمین وضعیت سامانه، در ماتریس کوواریانس پیش‌بینی ضرب می‌شود. مزیت‌های این روش عبارت‌اند از: (۱) استحکام قوی در برابر عدم قطعیت‌های مدل و (۲) توانایی خوب در ردیابی بلادرنگ وضعیت سامانه حتی زمانی که یک پرش در وضعیت سامانه رخ بدهد. همچنین در این ویژگی، رسیدن سامانه به حالت پایدار اهمیتی ندارد [۱۸ و ۲۲].

با این حال، استفاده از ضریب ضریب محوساز زیربهبینه در بازه‌های زمانی که خطای مدل سینماتیکی<sup>۱۰</sup> در مدل سامانه وجود ندارد، ممکن است باعث تخریب عملکرد فیلتر شود [۴]. برای حل این مشکل، در مرجع [۴]، استفاده از فیلتر کالمن خنثی ردیابی قوی<sup>۱۱</sup> تصحیح‌شده<sup>۱۱</sup> پیشنهاد شده است.

یا فیلترینگ غیرمستقیم طبقه‌بندی می‌شود. در روش غیرمستقیم، از مدل خطای سامانه ناوبری اینرسی برای ساخت معادله حالت سامانه تلفیق سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی استفاده می‌شود. درحالی‌که در روش مستقیم، پارامترهای ناوبری خروجی هر دو سامانه ناوبری اینرسی و موقعیت‌یاب جهانی به‌عنوان حالت سامانه در نظر گرفته می‌شود. در این حالت، فیلتر کالمن نه‌تنها برای حل ناوبری از معادلات ناوبری اینرسی در نظر گرفته می‌شود، بلکه نقش فیلترکردن تخمین را نیز ایفا می‌کند و از محاسبات تکراری زیادی اجتناب می‌نماید. با این حال، هنگام استفاده از روش مستقیم برای ناوبری یکپارچه سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی، مدل سامانه دارای ویژگی‌های غیرخطی می‌باشد. بنابراین، فیلتر کالمن استاندارد که فقط می‌تواند با سامانه‌های خطی برخورد کند، دیگر برای این منظور مناسب نخواهد بود [۹-۱۳].

برای سامانه‌های غیرخطی، فیلتر کالمن توسعه‌یافته<sup>۱</sup>، به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته شده است. فیلتر کالمن توسعه‌یافته از بسط سری تیلور مرتبه اول برای خطی‌سازی استفاده می‌کند که می‌تواند در سامانه‌های مرتبه بالاتر و دارای ویژگی غیرخطی پیچیده باعث واگرایی پاسخ فیلتر شود [۱۳ و ۱۴]. به‌منظور مقابله با خطاهای خطی‌سازی سامانه‌های غیرخطی، فیلتر کالمن خنثی<sup>۲</sup> معرفی شد. در فیلتر کالمن خنثی از چارچوب فیلتر کالمن مبتنی بر تبدیل خنثی استفاده می‌شود. تعداد نقاط نمونه‌برداری در فیلتر کالمن خنثی (که معمولاً به‌عنوان نقاط سیگما<sup>۳</sup> تعریف می‌شوند)، اندک می‌باشند و به راهبرد نمونه‌گیری بستگی دارند. متداول‌ترین راهبرد نمونه‌گیری، راهبرد نمونه‌گیری متقارین-سیگما می‌باشد [۱۵].

با این حال، روش‌های فیلتر کالمنی به یک مدل دقیق سامانه و اطلاعات آماری دقیق‌تر نیاز دارند. فراهم نمودن این شرایط در عمل مشکل است. مدل سامانه معمولاً شامل عدم قطعیت‌هایی مانند عدم تطابق مؤلفه‌های مدل، خطای تصادفی نویز سامانه و رانش‌های تصادفی<sup>۴</sup> می‌باشد که منجر به بدتر شدن یا حتی واگرا شدن راه‌حل فیلتر می‌شود. این خطاها به‌عنوان خطاهای مدل‌سازی نام‌گذاری می‌شوند و برای حل این مشکل، الگوریتم‌های فیلتر کالمن تطبیقی در نظر گرفته شده‌اند [۱۶-۱۸].

یکی از روش‌های رایج تطبیقی، تخمین مدل چندگانه می‌باشد که یک روش انطباقی ساختاری است [۱۹]. این روش، با استفاده از بیش از یک فیلتر

5 Multiple Model Adaptive Estimation (MMAE)  
6 Interacting Multiple Model (IMM)  
7 Covariance  
8 Strong Tracking Kalman Filter (STKF)  
9 Suboptimal Fading Factor (SFF)  
10 Kinematic model  
11 Refined Strong Tracking UKF (RSTUKF)

1 Extended Kalman Filter (EKF)  
2 Unscented Kalman Filter (UKF)  
3 Sigma Points  
4 Stochastic drifts

ردیابی قوی تصحیح شده مدل چندگانه تعاملی<sup>۴</sup> تشریح می‌گردد. در بخش ۴، الگوریتم پیشنهادی با استفاده از داده‌های آزمایش میدانی واقعی به همراه روش فیلترینگ غیرمستقیم فیلتر کالمن متداول و روش فیلترینگ مستقیم فیلتر کالمن خنثی مورد آزمایش و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. بخش ۵، نتیجه‌گیری مقاله آورده شده است.

## ۲- ساختار مدل طراحی شده برای تلفیق سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی

به منظور توصیف رفتار حرکتی وسیله نقلیه از سه مدل حرکتی، سرعت ثابت، حرکت چرخشی و حرکت شتابی استفاده شده است.

### ۲-۱- مدل‌های حرکتی وسیله نقلیه

#### ۲-۱-۱- مدل سرعت ثابت

مدل اول برای حرکت مستقیم با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی آن، ابتدا معادله وضعیت سامانه ناوبری اینرسی بر اساس الگوریتم اوپلر به صورت معادله (۱) تعریف می‌گردد [۴]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = M \left( \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \right) + M \begin{bmatrix} W_{\varepsilon_x} \\ W_{\varepsilon_y} \\ W_{\varepsilon_z} \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن،  $\dot{\phi}$ ،  $\dot{\theta}$  و  $\dot{\psi}$  به ترتیب رشد زوایای رول<sup>۵</sup>، پیچ<sup>۶</sup> و یاو<sup>۷</sup> در دستگاه مختصات شمال-شرق-پایین<sup>۸</sup>،  $\omega_x^b$ ،  $\omega_y^b$  و  $\omega_z^b$  سرعت‌های زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ در مختصات بدنه،  $\varepsilon_x$ ،  $\varepsilon_y$  و  $\varepsilon_z$  رانش‌های ثابت ژيروسکوپ و  $W_{\varepsilon_x}$ ،  $W_{\varepsilon_y}$  و  $W_{\varepsilon_z}$  نوبزهای سفید ژيروسکوپ می‌باشند. ماتریس  $M$ ، ماتریسی است که مقادیر سرعت زاویه‌ای را از مختصات بدنه به مختصات شمال-شرق-پایین تبدیل می‌نماید و به صورت معادله (۲) تعریف می‌شود:

در این روش، با استفاده از راهبرد آزمون فرض، تنها در شرایطی که خطای مدل سینماتیکی موجود باشد، از فیلتر کالمن خنثی ردیابی قوی تصحیح شده استفاده می‌شود و در غیر این صورت، از همان فیلتر کالمن خنثی استاندارد برای تخمین استفاده می‌گردد. این روش در مقایسه با دو روش فیلتر کالمن خنثی و فیلتر کالمن خنثی ردیابی قوی<sup>۱</sup> از دقت تخمین خوبی برخوردار می‌باشد. در این مقاله نیز، از مزایای این روش در ساختار پیشنهادی بهره برده شده است.

در رویکرد فیلترینگ مستقیم تلفیق سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی، روش‌های مختلفی برای تعریف مدل دینامیکی سامانه طراحی شده‌اند. در مرجع [۴]، از تخمین وضعیت مبتنی بر ژيروسکوپ برای تخمین زوایای وضعیت استفاده شده است. همچنین، از معادلات مکانیزاسیون<sup>۲</sup> سامانه ناوبری اینرسی، برای تخمین موقعیت و سرعت به کار گرفته شده‌اند. با این حال، این معادلات نمی‌توانند به‌تنهایی رفتار حرکتی وسیله نقلیه را در مانورهای مختلف حرکتی به‌خوبی مدل‌سازی نمایند. در مرجع [۲۳]، از مدل‌های ردیابی هدف مانند سرعت ثابت، شتاب ثابت و چرخش ثابت به منظور بهبود تخمین موقعیت و سرعت در دو بُعد استفاده شده است و توجه کمتری به زوایای وضعیت شده است.

در این مقاله، یک رویکرد فیلترینگ مستقیم جدید برای تلفیق داده‌های سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی طراحی شده است. رویکرد پیشنهادی مبتنی بر الگوریتم مدل چندگانه تعاملی می‌باشد. استفاده از الگوریتم مدل چندگانه تعاملی، امکان بهره‌برداری از مزایای مدل‌های با پویایی بالا را در مشکل ناوبری وسایل نقلیه فراهم می‌کند. در ساختار مدل چندگانه تعاملی پیشنهادی از سه مدل حرکتی سرعت ثابت، حرکت چرخشی و حرکت شتابی برای توصیف رفتاری حرکت وسیله نقلیه استفاده شده است. برای بهبود زوایای وضعیت، از تخمین وضعیت‌های مبتنی بر ژيروسکوپ، شتاب‌سنج و سامانه موقعیت‌یاب جهانی، استفاده شده است. همچنین، برای مقابله با خطاهای مدل‌سازی، روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح شده<sup>۳</sup> به کار گرفته شده است.

موضوع این مقاله به شرح زیر ارائه شده است. در بخش ۲، ساختار مدل‌های طراحی شده برای توصیف رفتاری حرکت وسیله نقلیه آورده شده است. در بخش ۳، الگوریتم روش پیشنهادی به نام فیلتر کالمن توسعه‌یافته

4 IMM-RSTKF  
5 Roll  
6 Pitch  
7 Yaw  
8 North-East-Down (NED)

1 Strong Tracking UKF (STUKF)  
2 Mechanization  
3 Refined Strong Tracking EKF (RSTEFK)

بدین ترتیب با استفاده از روابط (۱) تا (۷)، معادله حالت پیوسته مدل حرکتی سرعت ثابت به صورت معادله (۸) تعریف می‌گردد.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + w(t) \quad (۸)$$

که در آن،  $f(\cdot)$  تابع غیرخطی است،  $w(t)$  بردار نویز فرآیند می‌باشد. در حالت گسسته، معادله حالت مدل حرکتی سرعت ثابت به صورت معادله (۹) تعریف می‌شود.

$$x_k = f(x_{k-1}) + w_k \quad (۹)$$

### ۲-۱-۲- مدل حرکت چرخشی

در این مدل، معادلات ردیابی سرعت و موقعیت متداول برای حرکت چرخشی در ارتفاع ثابت [۲۲]، جهت استفاده در مختصات شمال-شرق-پایین متناسب‌سازی شده‌اند. این معادلات در حالت گسسته با تقریب خوبی به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) تعریف می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} v_{N,k} \\ v_{E,k} \\ v_{D,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{N,k-1} - (T_s v_{E,k-1} \dot{\psi}) - \left(\frac{1}{2} T_s^2 v_{N,k-1} \dot{\psi}^2\right) \\ v_{E,k-1} + (T_s v_{N,k-1} \dot{\psi}) - \left(\frac{1}{2} T_s^2 v_{E,k-1} \dot{\psi}^2\right) \\ v_{D,k-1} \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_k \\ \lambda_k \\ h_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{k-1} + \frac{1}{(R_M + h_{k-1})} \left( v_{N,k-1} T_s - \frac{1}{2} T_s^2 v_{E,k-1} \dot{\psi} \right) \\ \lambda_{k-1} + \frac{1}{(R_N + h_{k-1}) \cos \phi_{k-1}} \left( v_{E,k-1} T_s + \frac{1}{2} T_s^2 v_{N,k-1} \dot{\psi} \right) \\ h_{k-1} - v_{D,k-1} T_s \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \quad (۲)$$

به‌طورکلی، در هر سه مدل، از معادله (۱) برای تعریف وضعیت در معادله حالت مدل‌ها استفاده شده است. در این مدل، معادلات سرعت و موقعیت به صورت روابط (۳) و (۴) تعریف شده‌اند:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_N \\ \dot{v}_E \\ \dot{v}_D \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_M + h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R_N + h) \cos \phi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} \quad (۴)$$

که در آن‌ها،  $v_N$ ،  $v_E$  و  $v_D$  به ترتیب مقادیر سرعت در جهت شمال، شرق و پایین،  $\phi$ ،  $\lambda$  و  $h$  به ترتیب طول، عرض و ارتفاع جغرافیایی می‌باشند.  $R_N$  و  $R_M$  به ترتیب شعاع انحناء نصف‌النهاری و شعاع انحناء اولیه می‌باشند. رشد رانش ژيروسکوپ و رشد بایاس شتاب‌سنج برای هر سه مدل، صفر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\dot{\mathcal{E}}_i = 0 (i = x, y, z) \quad (۵)$$

$$\dot{\nabla}_i = 0 (i = x, y, z) \quad (۶)$$

به‌طورکلی، برای هر سه مدل، بردار فضای حالت (۷) در نظر گرفته شده است.

$$x(t) = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad v_N \quad v_E \quad v_D \quad \phi \quad \lambda \quad h \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z \quad \mathcal{E}_x \quad \mathcal{E}_y \quad \mathcal{E}_z]^T \quad (۷)$$

$$\begin{bmatrix} f_N \\ f_E \\ f_D \end{bmatrix} = C_b^n \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن،  $f_x^b$ ،  $f_y^b$  و  $f_z^b$  مقادیر نیروی خاص اندازه‌گیری شده توسط شتابسنج در مختصات بدنه می‌باشند.  $C_b^n$  ماتریسی است که مقادیر را از مختصات بدنه به مختصات شمال-شرق-پایین انتقال می‌دهد و به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود.

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

لازم به ذکر است که در ساختار مدل‌ها، از روش حلقه بسته استفاده شده است. در روش حلقه بسته، خطاهای شتابسنج و ژيروسکوپ تخمینی فیلتر کالمن برای تصحیح اندازه‌گیری‌های واحد اندازه‌گیری اینرسی قبل از استفاده در معادلات مکانیزاسیون، فیدبک داده می‌شوند. از این رو، این روش کمک می‌کند تا از افزایش خطاهای حسگرهای اینرسی جلوگیری شود.

### ۲-۲-۲ مدل‌های اندازه‌گیری

در این بخش، به معرفی مدل‌های اندازه‌گیری تعریف شده برای فیلترها پرداخته می‌شود:

#### ۲-۲-۱-۱ مدل اندازه‌گیری برای سرعت ثابت

در روش‌های متداول به دلیل مشاهده‌پذیری کم زاویه یا در حرکت مستقیم، این زاویه به راحتی واگرا می‌شود. در مدل پیشنهادی، با استفاده از روش تخمین وضعیت مبتنی بر سامانه موقعیت‌یاب جهانی، زاویه یا به صورت معادله (۱۷) محاسبه می‌شود [۲۳].

در روابط (۱۰) و (۱۱)،  $\dot{\psi}$  رشد زاویه یا در مختصات شمال-شرق-پایین است و به کمک رابطه (۱۲) قابل محاسبه می‌باشد.

$$\dot{\psi} = \left( \left( \omega_y^b \sin \phi_{k-1} + \omega_z^b \cos \phi_{k-1} \right) \sec \theta_{k-1} \right) \quad (12)$$

### ۲-۱-۳ حرکت شتابی

مدل سوم برای حرکت شتابی در نظر گرفته شده است. در این مدل برای معادلات سرعت و موقعیت از معادلات مکانیزاسیون سامانه ناوبری اینرسی رایج استفاده شده است. بدین ترتیب، این معادلات در حالت گسسته به صورت معادلات (۱۳) و (۱۴) تعریف می‌شوند [۴].

$$\begin{bmatrix} v_{N,k-1} \\ v_{E,k-1} \\ v_{D,k-1} \end{bmatrix} + T_s \begin{bmatrix} f_N \\ f_E \\ f_D \end{bmatrix} + T_s \begin{bmatrix} -v_{E,k-1} \sin \phi_{k-1} \left( 2\Omega_e + \frac{v_{E,k-1}}{(R_N + h_{k-1}) \cos \phi_{k-1}} \right) \\ 2\Omega_e (v_{N,k-1} \sin \phi_{k-1} + v_{D,k-1} \cos \phi_{k-1}) \\ -v_{E,k-1} \cos \phi_{k-1} \left( 2\Omega_e + \frac{v_{E,k-1}}{(R_N + h_{k-1}) \cos \phi_{k-1}} \right) \end{bmatrix} + T_s \begin{bmatrix} \frac{v_{N,k-1} v_{D,k-1}}{R_M + h_{k-1}} \\ \frac{v_{E,k-1} (v_{D,k-1} + (v_{N,k-1} \tan \phi_{k-1}))}{R_N + h_{k-1}} \\ -\frac{v_{N,k-1}^2}{R_M + h_{k-1}} - g \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_k \\ \lambda_k \\ h_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{k-1} + \left( \frac{v_{N,k-1}}{R_M + h_{k-1}} \right) T_s \\ \lambda_{k-1} + \left( \frac{v_{E,k-1}}{(R_N + h_{k-1}) \cos \phi_{k-1}} \right) T_s \\ h_{k-1} - v_{D,k-1} T_s \end{bmatrix} \quad (14)$$

در معادله (۱۳)،  $\Omega_e$  و  $g$  به ترتیب سرعت زاویه‌ای و شتاب گرانشی زمین می‌باشند.  $f_N$ ،  $f_E$  و  $f_D$  مقادیر نیروی خاص در راستای شمال، شرق و پایین می‌باشند و به کمک رابطه (۱۵) محاسبه می‌شوند.

یکی از مزیت‌های شتاب‌سنج این است که می‌تواند اندازه‌گیری‌های بسیار دقیقی از زوایای وضعیت را ارائه دهد، اما این نکته را باید در نظر گرفت که تخمین وضعیت مبتنی بر شتاب‌سنج، به شتاب و ارتعاش خارجی حساس می‌باشد؛ بنابراین، هنگامی که وسیله نقلیه مانورهای دینامیکی بالا مانند حرکت شتابی یا چرخشی را انجام می‌دهد، این فرض که فقط شتاب گرانشی وجود دارد نامعتبر می‌گردد و در این حالت نمی‌توان از روابط (۱۹) و (۲۰) استفاده نمود [۲۷]. به‌طور کلی، از مقادیر  $\psi_{GPS}$ ،  $\phi_{acc}$  و  $\theta_{acc}$  تنها در این مدل که برای حرکت مستقیم با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است، می‌توان استفاده نمود. بدین ترتیب، بردار اندازه‌گیری مدل سرعت ثابت، شامل ۹ متغیر می‌شود و به‌صورت رابطه (۲۱) تعریف می‌گردد.

$$Z_k = [\phi_{acc}, \theta_{acc}, \psi_{GPS}, v_{N,GPS}, v_{E,GPS}] \quad (21)$$

$$v_{D,GPS}, \varphi_{GPS}, \lambda_{GPS}, h_{GPS}]$$

که در آن،  $\psi_{GPS}$ ،  $\phi_{acc}$  و  $\theta_{acc}$  به ترتیب مقادیر به‌دست‌آمده از روابط (۱۸) تا (۲۰) می‌باشند.  $v_{N,GPS}$ ،  $v_{E,GPS}$  و  $v_{D,GPS}$  مقادیر سرعت و  $\varphi_{GPS}$ ،  $\lambda_{GPS}$  و  $h_{GPS}$  مقادیر موقعیت اندازه‌گیری شده توسط سامانه موقعیت‌یاب جهانی می‌باشند.

لازم به ذکر است که برخلاف روش تخمین وضعیت مبتنی بر ژيروسکوپ که سرعت رشد زوایای وضعیت محاسبه می‌شود، در روش‌های تخمین وضعیت مبتنی بر شتاب‌سنج و سامانه موقعیت‌یاب جهانی، مقادیر  $\psi_{GPS}$ ،  $\phi_{acc}$  و  $\theta_{acc}$  مستقل از مقدار قبلی زوایا محاسبه می‌شوند و باعث تسریع در همگرایی زوایای وضعیت می‌گردند.

با توجه به بردار اندازه‌گیری و بردار حالت سامانه، مدل اندازه‌گیری سرعت ثابت در حالت گسسته به‌صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود:

$$Z_k = H_k x_k + v_k \quad (22)$$

در مدل اندازه‌گیری، ماتریس مشاهده  $H_k$  به‌صورت رابطه (۲۳) تعریف می‌شود:

$$\psi_{GPS} = \arctan\left(\frac{v_{E,GPS}}{v_{N,GPS}}\right) \quad (17)$$

که در آن،  $v_{E,GPS}$  و  $v_{N,GPS}$  به ترتیب مقادیر سرعت اندازه‌گیری شده توسط سامانه موقعیت‌یاب جهانی در راستای شرق و شمال می‌باشند. لازم به ذکر است که زاویه یاب بین بازه  $(0, 2\pi)$  قرار دارد و به دلیل وجود عدم قطعیت در  $\pi/2$ ، پیشنهاد می‌شود که به‌جای استفاده از رابطه (۱۷) از نصف زاویه و به‌صورت رابطه (۱۸) استفاده گردد.

$$\psi_{GPS} = 2 \arctan\left(\frac{v_E}{v_N + \sqrt{(v_E)^2 + (v_N)^2}}\right) \quad (18)$$

سپس، برای افزایش مشاهده‌پذیری زاویه یاب، زاویه  $\psi_{GPS}$  به بردار اندازه‌گیری  $Z$  اضافه می‌شود. با این حال، استفاده از رابطه (۱۸) محدودیت‌هایی را نیز دارد. از این رابطه، تنها در وضعیت حرکت مستقیم با سرعت بیشتر از ۳ متر بر ثانیه می‌توان استفاده کرد، زیرا در حرکت چرخشی، به دلیل وجود زاویه لغزش، مقادیر سرعت سامانه موقعیت‌یاب جهانی دچار خطا می‌شوند. در این شرایط بهتر است که به‌روزرسانی زاویه یاب به کمک سامانه موقعیت‌یاب جهانی متوقف شود [۲۵].

برای متوقف کردن آن، مقدار نویز اندازه‌گیری زاویه یاب در مرحله به‌روزرسانی فیلتر کالمن توسعه‌یافته افزایش داده می‌شود. همچنین، از آنجایی که وسیله نقلیه در حرکت مستقیم با سرعت ثابت تنها تحت تأثیر نیروی گرانش زمین می‌باشد، می‌توان از مقادیر شتاب‌سنج نیز مطابق روابط (۱۹) و (۲۰) برای افزایش مشاهده‌پذیری زوایای رول و پیچ استفاده نمود [۲۶].

$$\phi_{acc} = \arctan\left(\frac{f_y^b}{f_z^b}\right) \quad (19)$$

$$\theta_{acc} = \arctan\left(\frac{-f_x^b}{f_y^b \sin \phi_{acc} + f_z^b \cos \phi_{acc}}\right) \quad (20)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1}) \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (26)$$

که در آن،  $\mathbf{x}_k$  بردار وضعیت  $n$  بُعدی سامانه و  $\mathbf{z}_k$  بردار مشاهده  $m$  بُعدی در لحظه  $k$  هستند.  $\mathbf{w}_{k-1}$  و  $\mathbf{v}_k$  به ترتیب نویزهای فرآیند و اندازه‌گیری می‌باشند. بردارهای  $\mathbf{w}_{k-1}$  و  $\mathbf{v}_k$  نویز سفید گاوسی با مقدار متوسط صفر هستند و به ترتیب دارای ماتریس کوواریانس‌های  $\mathbf{Q}$  و  $\mathbf{R}$  می‌باشند.  $f(\cdot)$  و  $\mathbf{H}_k$  نیز به ترتیب تابع غیرخطی و ماتریس مشاهده را تشکیل می‌دهند.

معادلات فیلتر کالمن توسعه‌یافته در دو بخش پیش‌بینی و به‌روزرسانی،

به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۸]:

• معادلات بخش پیش‌بینی:

$$A = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-} \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-) \quad (28)$$

$$P_k^- = A P_{k-1} A^T + Q \quad (29)$$

• معادلات بخش به‌روزرسانی:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1} \quad (30)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k (\mathbf{y}_k - H_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (31)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (32)$$

۳-۲- روش ردیابی قوی تصحیح‌شده

به‌منظور افزایش مقاومت فیلتر کالمن توسعه‌یافته، در مقابل خطای مدل‌سازی، استفاده از روش ردیابی قوی پیشنهاد می‌شود [۱۷]. در این روش، با استفاده از یک متغیر زمانی به نام ضریب محسوس زیر بهینه در ماتریس کوواریانس پیش‌بینی‌شده قرار می‌دهند و رابطه کوواریانس پیش‌بینی‌شده

$$H_k = [I_9 \quad \mathbf{0}_{9 \times 9}] \quad (23)$$

۲-۲- مدل اندازه‌گیری برای مدل‌های حرکت چرخشی و حرکت شتابی  
برای مدل‌های حرکت چرخشی و حرکت شتابی، بردار اندازه‌گیری شامل ۶ متغیر می‌باشد و به‌صورت رابطه (۲۴) تعریف می‌گردد.

$$\mathbf{z}_k = [\mathbf{v}_{N,GPS}, \mathbf{v}_{E,GPS}, \mathbf{v}_{D,GPS}, \varphi_{GPS}, \lambda_{GPS}, h_{GPS}]^T \quad (24)$$

ماتریس مشاهده  $H_k$  نیز به‌صورت رابطه (۲۵) تعریف می‌شود.

$$H_k = [I_6 \quad \mathbf{0}_{6 \times 9}] \quad (25)$$

### ۳- فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده مدل چندگانه تعاملی

در این بخش، ابتدا الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته استاندارد معرفی می‌شود. در ادامه، روش ردیابی قوی تصحیح‌شده [۴]، به‌منظور افزایش استحکام فیلتر کالمن توسعه‌یافته در مقابل خطای مدل‌سازی به الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته اضافه می‌شود. سپس، فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده مدل چندگانه تعاملی توسعه داده می‌شود.

#### ۳-۱- فیلتر کالمن توسعه‌یافته

الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته معمولاً در سامانه‌های غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد و محاسبات آن به‌راحتی قابل‌اجرا می‌باشند. با این حال، بسط تیلور متعلق به فرآیند خطی است. بنابراین، تنها در صورتی که وضعیت سامانه و معادلات مشاهده نزدیک به خطی و پیوسته باشند، نتایج فیلتر کالمن توسعه‌یافته نسبتاً به مقدار واقعی نزدیک می‌گردد. علاوه بر این، نتیجه فیلتر تحت تأثیر وضعیت و نویز اندازه‌گیری قرار می‌گیرد. ماتریس کوواریانس وضعیت سامانه و نویز مشاهده در روند فیلتر کالمن توسعه‌یافته، بدون تغییر باقی می‌ماند. اگر ماتریس کوواریانس نویز وضعیت و نویز مشاهده به‌اندازه کافی درست در نظر گرفته نشده باشند، خطای تجمعی ممکن است به‌راستی فیلتر منجر شود [۴]. با در نظر گرفتن سامانه (۲۶) در حالت گسسته داریم:

$\lambda_k$  افزایش می‌یابد که منجر به افزایش اندازه هر دو ماتریس کوواریانس پیش‌بینی‌شده و ماتریس بهره فیلتر کالمن می‌گردد. در نتیجه، خطای مدل سینماتیکی به‌عنوان یک وزن کوچک در فرآیند تخمین در نظر گرفته می‌شود و اثر اختلال آن در پاسخ فیلتر کاهش می‌یابد.

با این حال، یکی از معایب این روش، اعمال ضریب  $\lambda_k$  در بازه‌های زمانی که خطای مدل سینماتیکی وجود ندارد، می‌باشد؛ زیرا این شرایط، باعث کاهش دقت فیلتر می‌گردد. یکی از مزیت‌های روش ردیابی قوی تصحیح‌شده، استفاده از ضریب  $\lambda_k$ ، تنها در بازه‌های زمانی که خطای مدل سینماتیکی وجود دارد، می‌باشد. برای این منظور، از روش آزمون فرض<sup>۱</sup> برای شناسایی بازه‌های زمانی که خطای مدل سینماتیکی رخ می‌دهد، استفاده می‌کند. برای استفاده از آزمون فرض، ابتدا تابع آماری به‌صورت رابطه (۳۸) تعریف می‌شود [۴]:

$$\theta_k = \tilde{z}_k^T P_{\tilde{z}_{k/k-1}}^{-1} \tilde{z}_k = \tilde{z}_k^T \left[ H_k \hat{P}_{k/k-1} H_k^T + R_k \right]^{-1} \tilde{z}_k \quad (38)$$

در این آزمون، فرضیه‌های صفر و یک به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

➤ فرضیه صفر  $H$ : خطای مدل‌سازی در مدل سامانه دینامیکی وجود ندارد.

➤ فرضیه یک  $H$ : خطای مدل‌سازی در مدل سامانه دینامیکی وجود دارد.

تابع آماری  $\theta_k$  از توزیع کای دو<sup>۲</sup>  $\chi^2$  با  $m$  درجه آزادی تبعیت می‌کند. برای سطح معنی‌داری  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ )، مقدار آستانه  $\chi_{\alpha, m}^2$  را می‌توان به کمک رابطه (۳۹) محاسبه نمود.

$$P(\chi^2 + \chi_{\alpha, m}^2) = \alpha \quad (39)$$

بنابراین، وقتی فرضیه یک درست باشد، تابع آماری  $\theta_k$  بزرگ‌تر از  $\chi_{\alpha, m}^2$  خواهد بود. یعنی:

برای فیلتر کالمن توسعه‌یافته به ترتیب به‌صورت رابطه (۳۳) بازنویسی می‌شوند:

$$P_k^- = \lambda_k \{ A P_{k-1} A^T + Q \} \quad (33)$$

در رابطه جدید،  $\lambda_k$  متغیر ضریب محوساز زیربهرینه و به‌صورت رابطه (۳۴) تعریف می‌شود.

$$\lambda_k = \frac{\text{tr}(Y_{0,k} - R_k)}{\text{tr}(H_k P_{k/k-1} H_k^T)} \quad (34)$$

که در آن، تابع  $\text{tr}$  اثر یک ماتریس را محاسبه می‌کند.  $Y_{0,k}$  نیز با در نظر گرفتن شروط زیر:

$$\begin{cases} E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = \min \\ E[\tilde{z}_k^T \tilde{z}_{k+j}] = 0, j = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (35)$$

به‌صورت رابطه (۳۶) تعریف می‌شود:

$$Y_{0,k} = \begin{cases} \tilde{z}_1 \tilde{z}_1^T, k = 1 \\ \frac{\rho \cdot Y_{0,k-1} + \tilde{z}_k \tilde{z}_k^T}{1 + \rho}, k > 1 \end{cases} \quad (36)$$

که در آن،  $0 < \rho \leq 1$  ضریب محوشدگی می‌باشد، معمولاً  $0.95$  در نظر گرفته می‌شود [۴]. در رابطه (۳۶)، مقدار  $\lambda_k$  ممکن است کمتر از یک شود، برای جلوگیری از چنین شرایطی، را به‌صورت رابطه (۳۷) بازنویسی می‌شود.

$$\lambda_k = \max \left\{ 1, \frac{\text{tr}(Y_{0,k} - R_k)}{\text{tr}(H_k P_{k/k-1} H_k^T)} \right\} \quad (37)$$

بدین ترتیب، هنگامی که خطایی در مدل سینماتیکی رخ بدهد، مقدار

1 Assumption Test  
2 Chi Squared



$$\mathbf{x}_{m-1}^{0,j} = \sum_{i=1}^r \mu_m^{i,j} \mathbf{x}_{m-1}^{+,i} \quad (43)$$

$$P_{m-1}^{0,j} = \sum_{i=1}^r \mu_m^{i,j} \left[ P_{m-1}^{+,i} + (\mathbf{x}_{m-1}^{+,j} - \hat{\mathbf{x}}_{m-1}^{+,j}) (\mathbf{x}_{m-1}^{+,j} - \hat{\mathbf{x}}_{m-1}^{+,j})^T \right] \quad (44)$$

که در آن‌ها،  $\mathbf{x}_{m-1}^{+,j}$  و  $P_{m-1}^{+,j}$  به ترتیب میانگین و کوواریانس نهایی برای یک مدل منفرد  $i$  می‌باشند.

### ۳-۳-۲- بخش به‌روزرسانی احتمال حالت

با استفاده از حالت و کوواریانس مختلط اولیه، احتمال پیش‌بینی و به‌روزرسانی برای هر فیلتر به دست می‌آید و میانگین حالت و کوواریانس هر فیلتر را می‌توان بر این اساس تخمین زد. علاوه بر این، تابع احتمالی که از هر فیلتر نشأت می‌گیرد را می‌توان به‌صورت رابطه (۴۵) محاسبه نمود.

$$\Lambda_m^i = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |S_m^i|^{1/2}} \exp \left( -\frac{(\mathbf{v}_m^i)^T (S_m^i)^{-1} \mathbf{v}_m^i}{2} \right) \quad (45)$$

که در آن،  $n$  نشان‌دهنده فرکانس اندازه‌گیری‌ها است.  $S_m^i$  و  $\mathbf{v}_m^i$  به ترتیب دنباله نوآوری و کوواریانس مربوط به آن می‌باشند که به‌صورت روابط (۴۶) و (۴۷) تعریف می‌شوند.

$$\mathbf{v}_m = \mathbf{z}_m - H_m \mathbf{x}_m^- \quad (46)$$

$$S_m = H_m P_m^- H_m^T + R_m \quad (47)$$

که در آن،  $R_m$  ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری در لحظه  $m$  ام می‌باشد. در ادامه، احتمال به‌روز شده هر فیلتر به‌صورت رابطه (۴۸) تعریف می‌شود.

$$\mu_m^i = \frac{1}{C} \Lambda_m^i \bar{C}_i \quad (48)$$

که در آن،  $C$  یک ثابت نرمال شده برای به‌روزرسانی احتمال حالت است

$$\begin{aligned} H_0: \theta_k &\leq x_{\alpha,m}^2 \quad \forall k \\ H_1: \theta_k &> x_{\alpha,m}^2 \quad \exists k \end{aligned} \quad (40)$$

باید توجه داشت که سطح معنی‌داری  $\alpha$ ، دلالت بر احتمال رد نادرست فرض صفر می‌باشد. بنابراین، هرچه مقدار  $\alpha$  کوچک‌تر باشد، احتمال شناسایی خطای مدل‌سازی بیشتر می‌شود. با این حال،  $\alpha$  معمولاً ۰/۰۵ انتخاب می‌شود، زیرا اگر احتمال (۳۹) کمتر یا مساوی ۰/۰۵ باشد، فرض یک، به یک رویداد آماری نادر تبدیل خواهد شد. بنابراین، نیازی به کوچک‌تر کردن  $\alpha$  نیست [۴]. بدین ترتیب، فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده برای استفاده در ساختار روش پیشنهادی توسعه داده می‌شود.

### ۳-۳-۳- روش چندگانه مدل تعاملی

الگوریتم مدل چندگانه تعاملی از سه بخش تشکیل شده است [۲۰]: (۱) تعامل و ترکیب، (۲) به‌روزرسانی احتمال حالت و (۳) ترکیب.

### ۳-۳-۱- بخش تعامل و ترکیب

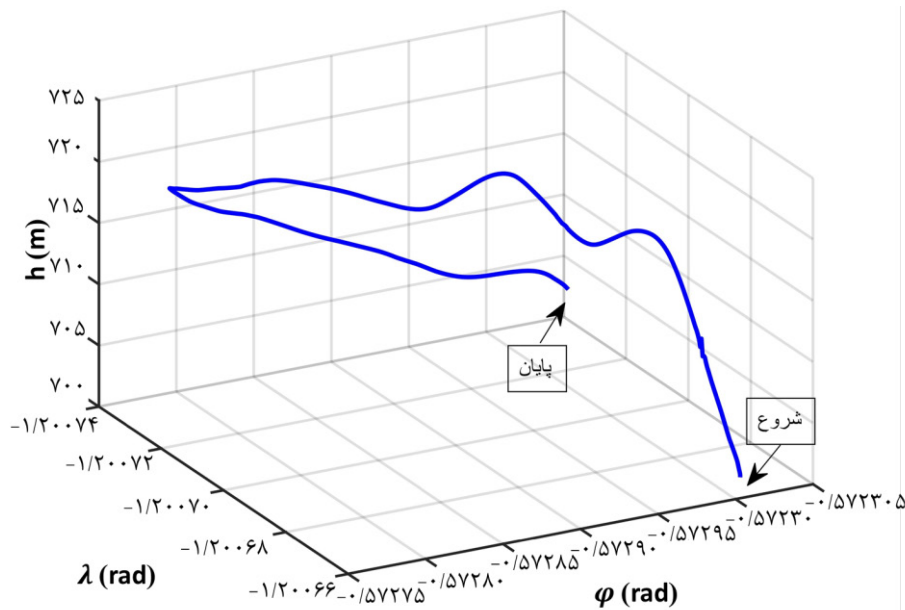
در ساختار مدل چندگانه تعاملی، اگر تعداد مدل‌ها را  $r$  در نظر بگیریم، می‌توان مدل‌ها را به‌صورت  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_r\}$  در نظر گرفت. رابطه احتمال ترکیب برای مدل‌ها  $\mu_m^{i,j}$  به‌صورت رابطه (۴۱) تعریف می‌شود.

$$\mu_m^{i,j} = \frac{1}{C_j} P_{ij} \mu_{m-1}^i \quad (41)$$

که در آن،  $\mu_{m-1}^i$  احتمال حالت مرحله قبل مدل  $i$ ام می‌باشد و  $P_{ij}$  ماتریس احتمال انتقال مدل‌ها است.  $\bar{C}_j$  نیز که ضریب نرمال‌کننده می‌باشد به‌صورت رابطه (۴۲) تعریف می‌شود.

$$\bar{C}_j = \sum_{i=1}^r P_{ij} \mu_{m-1}^i \quad (42)$$

حالت مختلط اولیه  $\mathbf{x}_{m-1}^{+,j}$  و کوواریانس آن  $P_{m-1}^{+,j}$  برای هر فیلتر به کمک روابط (۴۳) و (۴۴) به دست می‌آیند.



شکل ۱. مسیر حرکتی وسیله نقلیه هوایی.

Fig. 1. The trajectory of the air vehicle.

ساخته می‌شود.

و به صورت رابطه (۴۹) به دست می‌آید.

#### ۴- نتایج آزمایش‌ها

$$C = \sum_{i=1}^r \Lambda_m^i \bar{C}_i \quad (49)$$

به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، از داده‌های جمع‌آوری شده در یک آزمایش میدانی واقعی توسط پرواز شرکت هواپیمایی معراج استفاده شده است. در این آزمایش، وسیله نقلیه هوایی مورد نظر، مانورهای مختلف حرکتی را در طول بازه زمانی ۱۵۰ ثانیه‌ای انجام داده است. در شکل ۱ مسیر حرکتی وسیله نقلیه نشان داده شده است.

در این آزمایش، تجهیزات یکپارچه‌سازی سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی در داخل وسیله نقلیه و مطابق شکل ۲ نصب شده‌اند. تجهیزات یکپارچه‌سازی سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی نصب شده بر روی وسیله نقلیه شامل یک حسگر سامانه ناوبری اینرسی مدل ADIS۱۶۴۰۵ و یک گیرنده سامانه موقعیت‌یاب جهانی مدل گارمین ۱ (سری ۱۶X) با نرخ به‌روزرسانی ۵ هرتز می‌باشند. حسگر ADIS۱۶۴۰۵ یک سامانه ناوبری اینرسی کامل با واحد اندازه‌گیری اینرسی مبتنی بر سامانه‌های میکرو الکترومکانیکی<sup>۲</sup> ارزان قیمت است

#### ۳-۳-۳- بخش ترکیب

اکنون پیش‌بینی مرحله بعدی با توجه به احتمال به‌روز شده هر فیلتر به دست می‌آید. تحت فرمول ترکیبی، حالت نهایی  $x_m$  و کوواریانس آن  $P_m$  را می‌توان به کمک روابط (۵۰) و (۵۱) محاسبه کرد.

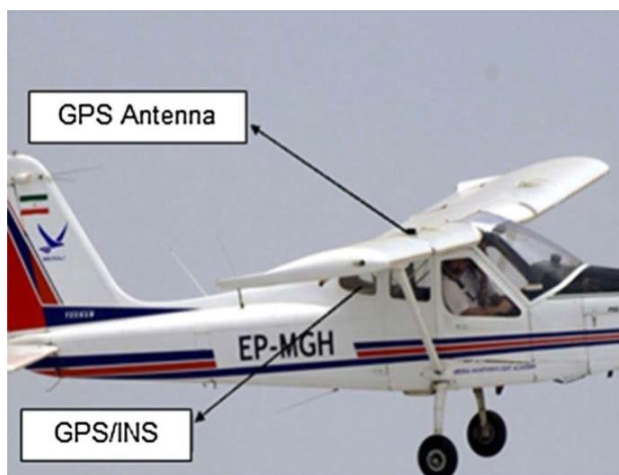
$$x_m = \sum_{i=1}^r \mu_m^i x_m^i \quad (50)$$

$$P_m = \sum_{i=1}^r \mu_m^i \left[ P_m^{+,i} + (x_m^{+,j} - x_m)(x_m^{+,j} - x_m)^T \right] \quad (51)$$

سرانجام، روش پیشنهادی فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده مدل چندگانه تعاملی، به کمک مدل‌های معرفی‌شده در بخش ۲ و فیلتر فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده توسعه داده شده،

1 Garmin

2 Microelectromechanical Systems (MEMS)



شکل ۲. تصویر وسیله نقلیه همراه با تجهیزات یکپارچه سازی GPS/INS.

Fig. 2. Image of vehicle with GPS/INS integration equipment.



شکل ۳. حسگر ADIS16405.

Fig. 3. The ADIS16405 sensor.

که با نرخ نمونه برداری ۱۰۰ هرتز کار می کند. خطاهای بایاس اولیه برای ژيروسکوپ و شتابسنج موجود در واحد اندازه گیری اینرسی به ترتیب  $\pm 3$  درجه بر ثانیه و  $\pm 50$  میلی جی می باشند. تصویر یک نمونه حسگر ADIS16405 در شکل ۳ نشان داده شده است.

در جدول ۱ نیز، مشخصات فنی حسگر آورده شده است.

برای مقایسه نتایج خروجی فیلترها، از مؤلفه ریشه میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> استفاده شده است. ریشه میانگین مربعات خطا به صورت رابطه (۵۲) تعریف

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (Y_{ok} - Y_{pk})^2} \quad (52)$$

که در آن،  $n$  تعداد نمونه ها،  $Y_{ok}$  پاسخ بهینه و  $Y_{pk}$  پاسخ تخمین زده شده می باشند. در این شبیه سازی به دلیل محدودیت های موجود، از مقادیر موقعیت و سرعت سامانه موقعیت یاب جهانی برای مقایسه نتایج

1 Root Mean Square Error (RMSE)

جدول ۱. مشخصات فنی حسگر ADIS16405.

Table 1. Technical specifications of the ADIS16405 sensor.

مشخصه	شتاب سنج	ژیروسکوپ
دامنه تغییرات	$\pm 18g$	$\pm 350^\circ/s$
خطای بایاس اولیه	$\pm 18mg$	$\pm 3^\circ/s$
خطای بایاس در طول اجرا	$0/2mg$	$0/007^\circ/s$
نویز تصادفی	$0/2m/s/\sqrt{hr}$	$0/2^\circ/\sqrt{hr}$

جدول ۲. مقایسه بین مقادیر بار محاسباتی و ریشه میانگین مربعات خطاهای موقعیت و سرعت بین روش‌های KF متداول، IMM-RSTEKF و روش پیشنهادی UKF، IMM-EKF.

Table 2. Comparison between computational load values and RMSEs of position and velocity between conventional KF, UKF, IMM-EKF and the proposed IMM-RSTEKF methods.

مؤلفه	KF متداول	UKF	IMM-EKF	IMM-RSTEKF
$\varphi(m)$	۱/۶۷۰	۱/۹۹۳	۲/۲۰۳	۱/۴۰۱
$\lambda(m)$	۲/۱۹۲	۲/۳۶۹	۲/۵۱۰	۱/۴۵۰
$v_N(m/s)$	۰/۰۷۰۹	۰/۰۵۴۷	۰/۰۴۲۰	۰/۰۴۲۲
$v_E(m/s)$	۰/۰۷۹۲	۰/۰۸۷۲	۰/۰۴۸۵	۰/۰۴۸۵
$v_D(m/s)$	۰/۰۵۴۶	۰/۰۴۶۴	۰/۰۴۲۹	۰/۰۴۲۹
بار محاسباتی (s)	۵/۲۸۳	۲۲/۲۲۷	۱۰/۴۰۴	۱۱/۵۱۷

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 0/96 & 0/02 & 0/02 \\ 0/02 & 0/96 & 0/02 \\ 0/02 & 0/02 & 0/96 \end{bmatrix} \quad (54)$$

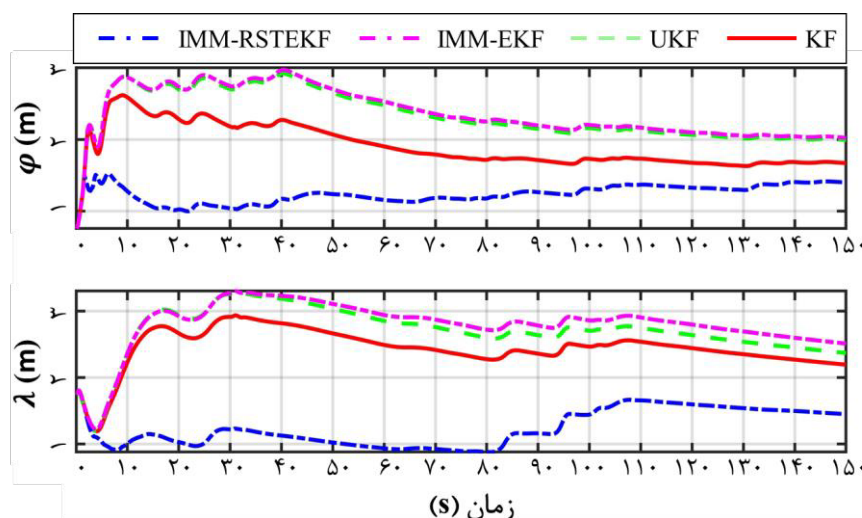
همچنین، برای شناسایی وجود خطای مدل‌سازی در مدل‌های دینامیکی به کار گرفته شده در ساختار فیلتر کالمن توسعه یافته ردیابی قوی تصحیح شده، متغیر  $\chi_{\alpha,m}^2$  با ۶ درجه آزادی و  $\alpha$  برابر ۰/۰۵، ۱۲/۵۹۲ در نظر گرفته شده است.

نتایج ریشه میانگین مربعات خطاهای موقعیت و سرعت روش‌ها در جدول ۲ آورده شده‌اند. با توجه به نتایج گزارش شده در جدول ۲، روش پیشنهادی توانسته در مقایسه با فیلتر کالمن متداول، خطای موقعیت و

استفاده شده است و زوایای وضعیت مورد بررسی قرار گرفته نشده‌اند. با این حال، با بهبود در زوایای وضعیت می‌توان انتظار بهبود در مقادیر موقعیت و سرعت را نیز داشت. در این شبیه‌سازی، روش پیشنهادی به همراه روش‌های فیلترینگ غیرمستقیم فیلتر کالمن متداول، فیلترینگ مستقیم فیلتر کالمن خنثی و فیلتر کالمن توسعه یافته مدل چندگانه تعاملی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

برای راه‌اندازی روش پیشنهادی و فیلتر کالمن توسعه یافته مدل چندگانه تعاملی، نیاز به مقداردهی ماتریس‌های احتمال حالت  $\mu$  و احتمال انتقال مدل‌ها می‌باشد که به ترتیب به کمک روابط (۵۳) و (۵۴)، مقداردهی می‌شوند.

$$\mu_0 = [0/1 \quad 0/1 \quad 0/8] \quad (53)$$



شکل ۴. مقایسه مقادیر ریشه میانگین مربعات خطاهای موقعیت در طول و عرض جغرافیایی بین روش‌های متداول KF، UKF، IMM-EKF و روش پیشنهادی IMM-RSTEKF.

Fig. 4. Comparison of the RMSE values of position in longitude and latitude between conventional KF, UKF, IMM-EKF and the proposed IMM-RSTEKF method.

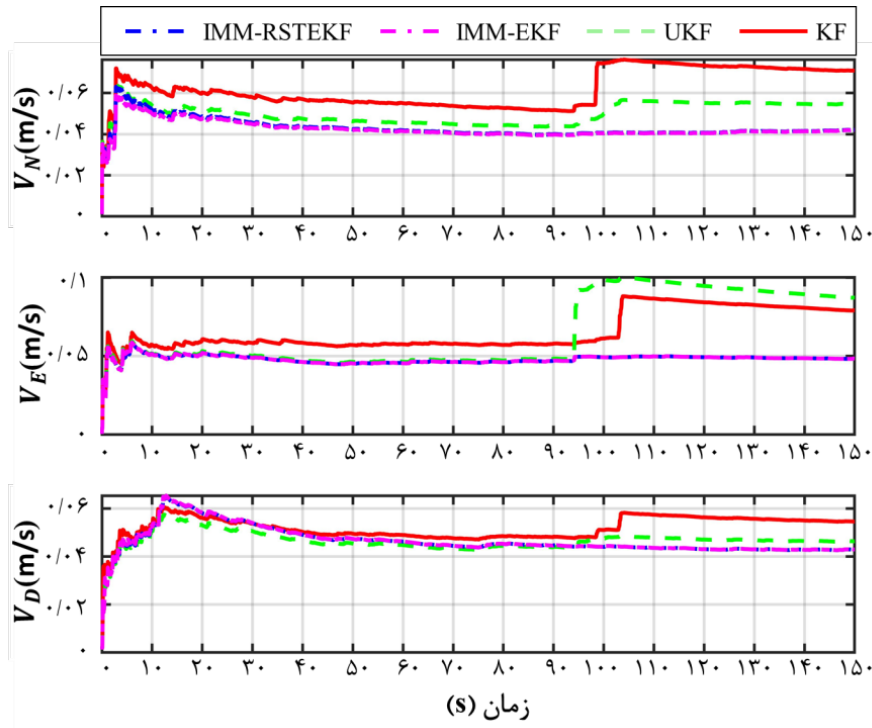
نکته قابل توجه روش پیشنهادی، بار محاسباتی آن در مقایسه با روش فیلتر کالمن خنثی می‌باشد. فیلتر کالمن توسعه‌یافته به کار گرفته شده در روش پیشنهادی، باعث کاهش میزان پردازش در مقایسه با فیلتر کالمن خنثی شده است. استفاده از روش‌های انطباقی مانند ردیابی قوی و مدل چندگانه تعاملی باعث شده تا عملکرد فیلتر کالمن توسعه‌یافته نسبت به فیلتر کالمن خنثی بر روی سامانه‌های غیرخطی دچار افت نشود. همچنین، استفاده از روش ردیابی قوی تصحیح‌شده باعث شده تا بار محاسباتی روش پیشنهادی نسبت به فیلتر کالمن توسعه‌یافته مدل چندگانه تعاملی تغییر زیادی نداشته باشد. علاوه بر این، با وجود اینکه در روش پیشنهادی، سه فیلتر فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده به‌طور هم‌زمان در حال پردازش می‌باشند، اما بار محاسباتی آن، تنها دو برابر روش فیلتر کالمن متداول می‌باشد. این مزیت به خاطر استفاده از روش مستقیم در فیلترینگ می‌باشد. آنچه در بار محاسباتی گزارش شده توسط فیلتر طراحی شده حائز اهمیت است، این است که فیلتر طراحی شده برای ۱۵۰۰۰ نمونه در فرکانس نمونه‌برداری سامانه ناوبری اینرسی و سامانه موقعیت‌یاب جهانی گزارش شده کاملاً به‌صورت بلادرنگ عمل می‌کند.

سرعت را به ترتیب بیش از ۱۲٪ و ۳۴٪ کاهش بدهد. همچنین، در مقایسه با فیلتر کالمن خنثی، خطای موقعیت و سرعت را به ترتیب بیش از ۱۲٪ و ۲۹٪ کاهش بدهد. علاوه بر این، از نظر سرعت، نتایج یکسانی با روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته مدل چندگانه تعاملی دارد، ولی از نظر موقعیت توانسته خطای موقعیت را به اندازه ۱۴٪ کاهش بدهد. این بهبودی به دلیل استفاده از روش ردیابی قوی در ساختار روش پیشنهادی می‌باشد.

در شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب مقادیر ریشه میانگین مربعات خطاهای موقعیت و سرعت برای هر چهار روش فیلتر کالمن متداول، فیلتر کالمن خنثی، فیلتر کالمن توسعه‌یافته مدل چندگانه تعاملی و روش پیشنهادی آورده شده‌اند.

تمامی شبیه‌سازی‌ها در بستر نرم‌افزار متلب ورژن ۲۰۱۹b انجام شده‌اند. سخت‌افزار استفاده‌شده نیز از یک پردازنده مدل اینتل کور آی ۵-۵۲۰۰ با فرکانس ۲/۲ گیگاهرتز و ۶ گیگابایت رم<sup>۱</sup> تشکیل شده است. نتایج بار محاسباتی برای روش‌های فیلتر کالمن متداول، فیلتر کالمن خنثی، فیلتر کالمن توسعه‌یافته مدل چندگانه تعاملی و روش پیشنهادی فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده مدل چندگانه تعاملی در جدول ۲ و برحسب ثانیه ترسیم شده‌اند.

1 Random-Access Memory (RAM)



شکل ۵. مقایسه مقادیر ریشه میانگین مربعات خطاهای سرعت در جهت‌های شمال، شرق و پایین بین روش‌های متداول KF، UKF، IMM-EKF و روش پیشنهادی IMM-RSTEKF.

Fig. 5. Comparison of velocity RMSE values in the north, east and down directions between conventional KF, UKF, IMM-EKF and the proposed IMM-RSTEKF method.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک رویکرد فیلترینگ مستقیم جدید در تلفیق سامانه موقعیت‌یاب جهانی و سامانه ناوبری اینرسی معرفی شد. در روش پیشنهادی، از مدل‌های ردیابی و معادلات مکانیزاسیون سامانه ناوبری اینرسی، به منظور بهبود دقت موقعیت و سرعت استفاده شد. برای تخمین زوایای وضعیت نیز، تخمین‌های وضعیت مبتنی بر ژيروسکوپ، شتاب‌سنج و سامانه موقعیت‌یاب جهانی، به کار گرفته شدند. همچنین، به منظور جلوگیری از افزایش خطای رانش ژيروسکوپ، از روش حلقه بسته در ساختار مدل‌ها استفاده شد. در ساختار مدل‌ها، فیلتر کالمن توسعه‌یافته وظیفه تخمین مقادیر را بر عهده دارد. فیلتر کالمن توسعه‌یافته نسبت به سایر روش‌های فیلتر غیرخطی از بار محاسباتی کمتری برخوردار می‌باشد. با این حال، از خطاهای خطی‌سازی مرتبه اول سامانه‌ی غیرخطی رنج می‌برد. برای مقاوم کردن فیلتر کالمن

توسعه‌یافته در برابر خطاهای مدل‌سازی، از روش ردیابی قوی تصحیح‌شده استفاده شد. در ادامه، مدل‌های توسعه داده‌شده به کمک روش مدل چندگانه تعاملی با یکدیگر تلفیق شدند. فیلتر کالمن توسعه‌یافته ردیابی قوی تصحیح‌شده مدل چندگانه تعاملی توسعه داده شده، احتمال موفقیت هر مدل را در هر بار اجرای فیلتر محاسبه می‌کند و یک راه‌حل ترکیبی واقع‌بینانه برای رفتار حرکتی وسیله ارائه می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی با داده‌های آزمایش میدانی واقعی بهبودی ۱۲٪ و ۳۴٪ به ترتیب در موقعیت و سرعت نسبت به روش فیلترینگ غیرمستقیم فیلتر کالمن متداول نشان دادند. همچنین، بهبودی ۱۲٪ و ۲۹٪ به ترتیب در موقعیت و سرعت نسبت به روش فیلترینگ مستقیم فیلتر کالمن خنثی گزارش داده‌اند. علاوه بر این، استفاده از روش ردیابی قوی تصحیح‌شده، باعث شد تا از نظر موقعیت، بهبودی ۱۴٪ در مقایسه با فیلتر کالمن توسعه‌یافته مدل چندگانه تعاملی داشته باشد.

10(5) (2013) 222.

## ۶- فهرست علائم

### علائم انگلیسی

ضریب محوساز زیر بهینه  $SFF$

شعاع انحناء نصف‌النهاری  $R_M$

شعاع انحناء اولیه  $R_N$

بردار نویز فرآیند  $w$

شتاب گرانشی زمین  $g$

نیروهای خاص اندازه‌گیری شده توسط شتاب‌سنج در مختصات بدنه  $f_z^b, f_y^b, f_x^b$

نرخ نمونه‌برداری  $T_s$

فرضیه‌های صفر یک آزمون فرض  $H_0, H_1$

تعداد نمونه  $n$

پاسخ بهینه  $Y_{ok}$

پاسخ تخمین زده‌شده  $Y_{pk}$

### علائم یونانی

زوایای وضعیت (rad)  $\psi, \theta, \varphi$

طول، عرض و ارتفاع جغرافیایی  $h, \lambda, \varphi$

سرعت‌های زاویه‌ای اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ در مختصات بدنه  $\omega_z^b, \omega_y^b, \omega_x^b$

رانش‌های ثابت ژيروسکوپ  $\varepsilon_z, \varepsilon_y, \varepsilon_x$

نویزهای سفید ژيروسکوپ  $w_{\varepsilon_z}, w_{\varepsilon_y}, w_{\varepsilon_x}$

سرعت زاویه‌ای زمین  $\Omega_e$

رشد زاویه‌ی یابو  $\dot{\psi}$

ضریب محوشدگی  $\rho$

سطح معنی‌داری  $\alpha$

### منابع

- [4] G. Hu, W. Wang, Y. Zhong, B. Gao, C. Gu, A new direct filtering approach to INS/GNSS integration, *Aerospace Science and Technology*, 77 (2018) 755-764.
- [5] E.S. Abdolkarimi, M.-R. Mosavi, A low-cost integrated MEMS-based INS/GPS vehicle navigation system with challenging conditions based on an optimized IT2FNN in occluded environments, *GPS Solutions*, 24(4) (2020) 108.
- [6] M.M. Amami, The Advantages and Limitations of Low-Cost Single Frequency GPS/MEMS-Based INS Integration, *Global Journal of Engineering and Technology Advances*, 10(2) (2022) 018-031.
- [7] E.S. Abdolkarimi, G. Abaei, A. Selamat, M.R. Mosavi, A hybrid type-2 fuzzy logic system and extreme learning machine for low-cost INS/GPS in high-speed vehicular navigation system, *Applied Soft Computing*, 94 (2020) 106447.
- [8] P. Yan, J. Jiang, F. Zhang, D. Xie, J. Wu, C. Zhang, Y. Tang, J. Liu, An Improved Adaptive Kalman Filter for a Single Frequency GNSS/MEMS-IMU/Odometer Integrated Navigation Module, *Remote Sensing*, 13(21) (2021) 4317.
- [9] C. Ran, X. Cheng, A direct and non-singular UKF approach using euler angle kinematics for integrated navigation systems, *Sensors*, 16(9) (2016) 1415.
- [10] J. Wendel, C. Schlaile, G.F. Trommer, Direct Kalman filtering of GPS/INS for aerospace applications, in: *International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS2001)*, 2001.
- [11] H. Qi, J.B. Moore, Direct Kalman filtering approach for GPS/INS integration, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 38(2) (2002) 687-693.
- [12] K. Li, B. Hu, L. Chang, Y. Li, Comparison of direct navigation mode and indirect navigation mode for integrated SINS/GPS, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 38(1) (2016) 3-13.
- [13] C. Jiayao, Z. Dalong, H. Gangtao, L. Zhiyuan, A Method for Lever Arm Estimation in INS/GPS

- [1] A. Noureldin, T.B. Karamat, J. Georgy, *Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] P. Aggarwal, Z. Syed, A. Noureldin, N. El-Sheimy, *MEMS-based integrated navigation*. Artech House, Inc.: Norwood, MA, USA, (2010).
- [3] D.-J. Jwo, C.-W. Hu, C.-H. Tseng, Nonlinear filtering with IMM algorithm for ultra-tight GPS/INS integration, *International Journal of Advanced Robotic Systems*,

- 52(3) (2019) 73-78.
- [21] C. Zhang, C. Guo, D. Zhang, Data fusion based on adaptive interacting multiple model for GPS/INS integrated navigation system, *Applied Sciences*, 8(9) (2018) 1682.
- [22] D.-J. Jwo, S.-Y. Lai, Navigation integration using the fuzzy strong tracking unscented Kalman filter, *The Journal of Navigation*, 62(2) (2009) 303-322.
- [23] H. Qian, D. An, Q. Xia, IMM-UKF based land-vehicle navigation with low-cost GPS/INS, in: *The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*, IEEE, 2010, pp. 2031-2035.
- [24] X.R. Li, V.P. Jilkov, Survey of maneuvering target tracking: dynamic models, in: *Signal and Data Processing of Small Targets 2000*, SPIE, 2000, pp. 212-235.
- [25] Z. Wu, M. Yao, H. Ma, W. Jia, Improving accuracy of the vehicle attitude estimation for low-cost INS/GPS integration aided by the GPS-measured course angle, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(2) (2012) 553-564.
- [26] R. Kottath, P. Narkhede, V. Kumar, V. Karar, S. Poddar, Multiple model adaptive complementary filter for attitude estimation, *Aerospace Science and Technology*, 69 (2017) 574-581.
- [27] Y.-C. Lai, S.-S. Jan, Attitude estimation based on fusion of gyroscopes and single antenna GPS for small UAVs under the influence of vibration, *GPS solutions*, 15 (2011) 67-77.
- [28] M.S. Grewal, A.P. Andrews, *Kalman filtering: Theory and Practice with MATLAB*, John Wiley & Sons, 2014.
- Integration Using Direct Unscented Kalman Filter, in: *2020 IEEE 6th International Conference on Computer and Communications (ICCC)*, IEEE, 2020, pp. 985-990.
- [14] Q. Li, R. Li, K. Ji, W. Dai, Kalman filter and its application, in: *2015 8th International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems (ICINIS)*, IEEE, 2015, pp. 74-77.
- [15] E.A. Wan, R. Van Der Merwe, The unscented Kalman filter for nonlinear estimation, in: *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No. 00EX373)*, Ieee, 2000, pp. 153-158.
- [16] B. Gao, S. Gao, Y. Zhong, G. Hu, C. Gu, Interacting multiple model estimation-based adaptive robust unscented Kalman filter, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15 (2017) 2013-2025.
- [17] Z. Yin, G. Li, Y. Zhang, J. Liu, Symmetric-strong-tracking-extended-Kalman-filter-based sensorless control of induction motor drives for modeling error reduction, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(2) (2018) 650-662.
- [18] D.-J. Jwo, S.-H. Wang, Adaptive fuzzy strong tracking extended Kalman filtering for GPS navigation, *IEEE Sensors Journal*, 7(5) (2007) 778-789.
- [19] C.-H. Tseng, C.-W. Chang, D.-J. Jwo, Fuzzy adaptive interacting multiple model nonlinear filter for integrated navigation sensor fusion, *Sensors*, 11(2) (2011) 2090-2111.
- [20] A. Akca, M.Ö. Efe, Multiple model Kalman and Particle filters and applications: A survey, *IFAC-PapersOnLine*,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. H. Sadrabady, E. Sadat Abdolkarimi, M. R. Mosavi, A New Direct Filtering Approach based on the Interactive Multiple Model Method in the Global Positioning System/Inertial Navigation System Integration, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 54(12) (2023) 2725-2740.

DOI: 10.22060/mej.2023.21380.7441

