



## Developing a new functionally graded lattice structure based on an elliptic unit cell for additive manufacturing and investigation of its properties

H. MojaveryAgah, M. Asgari \*

Faculty of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** The use of additive manufacturing provides the opportunity to create complex geometries at a low cost. This paper introduces a novel nature-inspired additive manufactured graded lattice structure based on an elliptic unit cell. Altering the unit cells' dimensions by the dimension ratios in each repetition results in a graded layer. Linear tessellated layers provide a highly porous, graded structure whose specific properties can be customized at any spatial location. Geometric features were calculated with high accuracy using analytical analysis. Abaqus simulations were utilized to determine the mechanical properties of unit cells, layers, and lattices. A compression test was conducted on a polymer specimen made by digital light processing (DLP) to validate the results. For a conformal model, the elastic modulus along the latitude axis is five times bigger than the value along the longitude axis. An 8.8-fold increase in the elastic modulus is achievable by decreasing the longitude ratio from 1 to 0.75. A reduction of 0.3% in porosity by setting the longitude ratio to 0.75 and a decrease of 2% in porosity by lessening the latitude ratio to 0.75 results in increases of 2.6 and 2.77 folds in the elastic modulus along two directions, respectively. It is possible to tailor geometrical and mechanical properties to meet any design preference by selecting the proper dimension ratios, which can be utilized for medical implant design.

### Review History:

Received: Sep. 04, 2022

Revised: Feb. 13, 2023

Accepted: Apr. 30, 2023

Available Online: May, 17, 2023

### Keywords:

Lattice structure

Graded porous material

Additive manufacturing

Nature-inspired

Mechanical properties

### 1- Introduction

Due to growing interest and the vast majority of fields in which cellular materials are necessitated, researchers are trying to introduce new unit cells to provide more efficient mechanical and geometrical properties. The unique properties of these structures are affected by these parameters: unit cell geometry, its topology, materials, and relative density [1].

Porous-graded structures are cellular structures that can provide more customized properties along a particular axis or in different spatial positions. Different characteristics of these structures result from the gradual change in unit cells' geometries through the layers [2]. These structures can be obtained by altering the thickness along any desired axis [3] or changing the size and relative densities simultaneously [4]. Mahbod and Asgari attain double pyramid dodecahedron porous unit cells to form graded structures that get thickened as the layers pile up [5]. As another example, a tessellated radial structure was architected to replicate bone properties [6].

Developing these porous graded structures leads to unique properties. This study introduces new nature-inspired porous uniform and graded structures based on elliptical unit cells, which can provide graded properties in three orthogonal cartesian axes. The parametric study was also conducted to

demonstrate the design variable effects on these structure characterizations.

### 2- Methodology

Unit cells represented in this paper can alter their shape and mechanical properties to form a layer by linear tessellation. Uniform and graded structures are achievable, as shown in Figure 1. Then as the result of the linear array in cartesian coordinates, these layers can form a structure.

Each unit cells consist of two struts and an ellipse that can vary in shape by changing horizontal and vertical radius as follows:

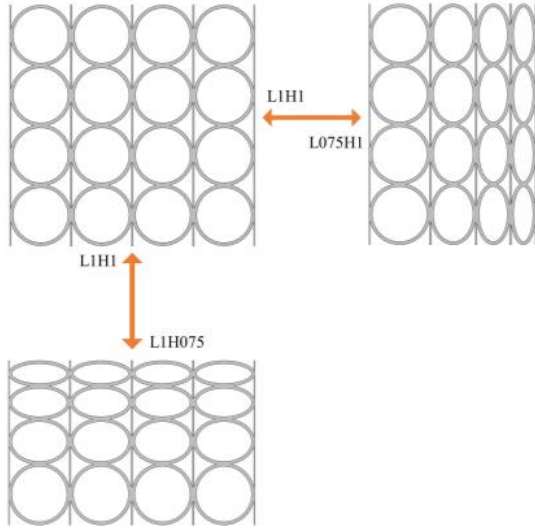
$$\frac{a(2)}{a(1)} = \frac{a(3)}{a(2)} = \frac{a(4)}{a(3)} = L \quad (1)$$

$$\frac{b(2)}{b(1)} = \frac{b(3)}{b(2)} = \frac{b(4)}{b(3)} = H \quad (2)$$

Moreover, the unit cell center determines each unit cell's spatial position, described in cartesian coordinates. These curved beam nature-inspired unit cells overlap each strut to reduce stress concentration.

\*Corresponding author's email: asgari@kntu.ac.ir





**Fig. 1. Sample tessellated layers with different horizontal and vertical dimension ratios**

$$xc_i = xc_{i-1} + L^{i-2}a(1) + L^{i-1}a(1) \quad (3)$$

$$yc_j = yc_{j-1} + H^{j-2}b(1) + H^{j-1}b(1) - overlap \quad (4)$$

The surface area and the volume are calculated using the Euler equation to calculate the mid-arc between two intersected volumes.

$$Le_{arcl} = \int_{x^0}^{x^1} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial}{\partial x}(F(i, j))\right)^2} dx \quad (5)$$

Furthermore, static general analysis is conducted by placing two plates on both sides of each model regarding the directions of the two study cases. One plate is fixed, and the other has a free translational degree of freedom along the loading axis.

**3- Discussion and Results**

An experiment test is conducted on an additively manufactured polymeric sample in the elastic region to validate the result, which shows good quantitative agreement with numerical ones. Geometrical properties were calculated. Tables 1 and 2 are an extract from the results of analytical and numerical solutions of surface area (SA) and volume of unit cells, respectively. Calculating these parameters leads to a high-accuracy assessment of the surface-to-volume ratios and porosity percentage.

**Table 1. Unit cells' (of L08H08) volume**

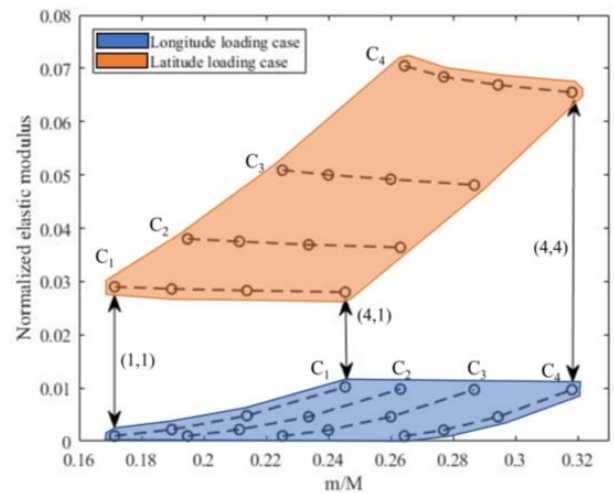
Unit cell	Volume (mm <sup>3</sup> )	Analytical volume (mm <sup>3</sup> )	Error%
(1,1)	8.53	8.5712	0.48
(1,4)	6.25	6.1570	0.47
(4,4)	4.14	4.1681	0.68

**Table 2. Unit cells' (of L08H08) surface area**

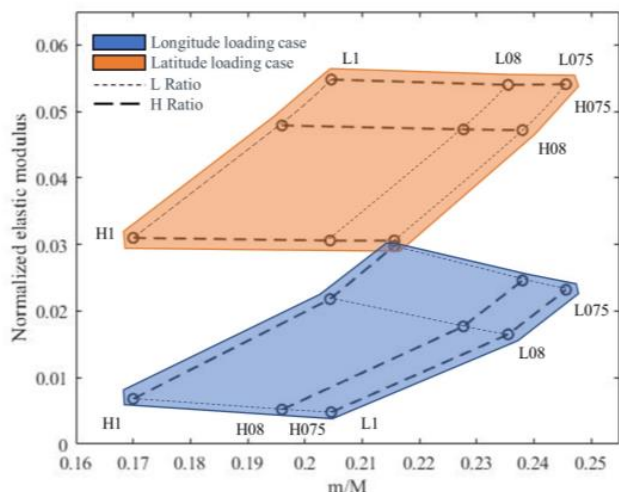
Unit cell	SA (mm <sup>2</sup> )	Analytical SA (mm <sup>2</sup> )	Error%
(1,1)	79.73	78.2368	1.87
(1,4)	63.71	61.6247	3.27
(4,4)	38.36	37.2776	2.82

Figure 2 compares mechanical properties along two loading directions and demonstrates the correlation between these properties and geometrical ones. In addition, the relative mass is calculated for each unit cell to describe the ratio of the unit cell's mass to the bulk cell's mass. Because of the diverse role the struts play as beam and column in two directions, there is a significant difference in the mechanical properties.

As shown in Figure 3, Compared to uniform layers, graded ones exhibit higher geometrical and mechanical properties. The unit cell geometry causes the normalized elastic modulus changes dramatically, while linear tessellation ensures that relative mass changes are kept to a minimum.



**Fig. 2. Normalized elastic modulus-relative mass of unit cells embedded in layer L08H08 in the longitude and latitude loading cases**



**Fig. 2. Normalized elastic modulus-relative mass of layers in the longitude and latitude loading cases**

#### 4- Conclusions

This paper represents a cellular porous graded structure inspired by porous wood texture. Mechanical properties in the elastic region and geometric properties, such as porosity percentage and surface-to-volume ratio, were examined for graded and uniform structures. As the dimension ratios (L and H) vary, graded separate structures are formed, resulting in different masses. Cells' relative mass is affected more by reducing the dimension ratio in the longitude direction. Ellipsis's eccentricity and distance between two struts play a vital role in the model's mechanical characteristics in two perpendicular loading cases. The normalized elastic modulus

is 2.77 and 2.6 times higher than the uniform structure along L and H directions by increasing relative mass about two times more than the uniform structure's mass. All models can retain high porosity in any dimension ratio, making them a potential candidate for biomaterial or implants.

#### References

- [1] A. Zargarian, M. Esfahanian, J. Kadkhodapour, S. Ziaei-Rad, Effect of solid distribution on elastic properties of open-cell cellular solids using numerical and experimental methods, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 37 (2014) 264-273.
- [2] Y. Li, Z. Feng, L. Hao, L. Huang, C. Xin, Y. Wang, E. Bilotti, K. Essa, H. Zhang, Z. Li, F. Yan, T. Peijs, A Review on Functionally Graded Materials and Structures via Additive Manufacturing: From Multi-Scale Design to Versatile Functional Properties, *Advanced Materials Technologies*, 5(6) (2020) 1900981.
- [3] A. du Plessis, S.M.J. Razavi, M. Benedetti, S. Murchio, M. Leary, M. Watson, D. Bhate, F. Berto, Properties and applications of additively manufactured metallic cellular materials: A review, *Progress in Materials Science*, 125 (2022) 100918.
- [4] J. Plocher, A. Panesar, Effect of density and unit cell size grading on the stiffness and energy absorption of short fibre-reinforced functionally graded lattice structures, *Additive Manufacturing*, 33 (2020) 101171.
- [5] M. Mahbod, M. Asgari, Elastic and plastic characterization of a new developed additively manufactured functionally graded porous lattice structure: Analytical and numerical models, *International Journal of Mechanical Sciences*, 155 (2019) 248-266.
- [6] N. Mohtadifar, M. Asgari, New Additively Manufactured Cellular Lattice Structure; Theory and Experiment, *mdrsjrns*, 20(7) (2020) 1895-1910. (in Persian).

#### HOW TO CITE THIS ARTICLE

H. MojaveryAgah, M. Asgari, *Developing a new functionally graded lattice structure based on an elliptic unit cell for additive manufacturing and investigation of its properties*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 55(4) (2023) 97-100.

DOI: 10.22060/mej.2023.21736.7504







## توسعه ساختار شبکه ای گرادایانی جدید بر اساس سلول واحد بیضوی برای ساخت افزایشی و بررسی خواص آن

هدیه مجاوری آگاه، مسعود عسگری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۱۳  
بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۲۴  
پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۱۰  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۲/۰۲/۲۷

### کلمات کلیدی:

تخلخل گرادایانی  
ساخت افزایشی  
الهام از طبیعت  
خواص مکانیکی

**خلاصه:** امروزه استفاده از تکنولوژی پیشرفته ساخت افزودنی، امکان ایجاد ساختارهایی با هندسه پیچیده و با هزینه کم را ممکن ساخته است. در این پژوهش با الهام از بافت متخلخل چوب ساختار شبکه ای گرادایانی بر اساس سلول واحد بیضی، طراحی شده است. با تغییر تدریجی ابعاد سلول واحد بر حسب نسبت ابعادی مختلف و تکرار آن در دو راستای عمود برهم لایه ها و با چینش خطی آنها، ساختارهای شبکه ای گرادایانی پدید آمده است که قابلیت گرادایانی کردن خواص را در تمام نقاط سازه دارد. ویژگی های هندسی نمونه ها با دقت بسیار خوبی بر اساس روابط تحلیلی برآورد شده است خواص مکانیکی از شبیه سازی سلول های واحد، لایه ها و سازه ها در دو جهت عمود برهم در نرم افزار آباکوس بدست آمده اند. به منظور صحت سنجی نتایج، نمونه ی پلیمری با استفاده از روش پردازش نوری دیجیتال ساخته و تحت آزمایش فشار قرار گرفته است. نسبت مدول الاستیک در راستای عرضی به محوری در ساختار یکنواخت برابر ۵ و این نسبت با کاهش نسبت تغییرات راستای محوری از ۱ به ۰/۷۵، ۸/۸ خواهد بود. همچنین با مقایسه ی سازه های گرادایانی نسبت به یکنواخت، با کاهش ۰/۳ و ۲ درصدی تخلخل با تغییر یکی از ضرایب ابعادی عرضی یا طولی به ۰/۷۵، مدول الاستیک به ترتیب ۲/۶ و ۲/۷۷ برابر خواهد شد. این طراحی امکان ایجاد قطعاتی سبک با خواص هندسی و مکانیکی سفارشی شده بر اساس اولویت های طراحی و قیود هندسی، با انتخاب ضرایب هندسی مناسب را فراهم می آورد که می تواند در تولید ایمپلنت های پزشکی مورد استفاده قرار گیرد.

### ۱- مقدمه

ساختارهای شبکه ای و سلولی نوعی از مواد متخلخل هستند. این ساختارها دارای مجموعه ای از خواص هستند که محققان علوم مهندسی در پی آن می باشند. نسبت مقاومت به وزن بالا، جذب انرژی بالا و کاهش مقدار مواد خام برای تولید، از پراهمیت ترین خواص آنها است این ساختارها در ایمپلنت های پزشکی و صناعی مانند خودرو سازی و هوافضا که وزن کم قطعات در آنها اهمیت دارد، مورد استفاده قرار میگیرند [۱، ۲]. در گذشته برای کم کردن وزن سازه ها راهی جز تغییر ماده به ماده ای ذاتا سبک تر با خواص متفاوت از مطلوب طراح، امکان پذیر نبوده است با گذشت زمان برای رسیدن به ساختاری سبک از بهینه سازی توپولوژی استفاده شده ولی امروزه پژوهشگران در نظر دارند تا این کاهش وزن را با طراحی مواد سلولی انجام دهند به گونه ای که بتوانند قطعه ای واحد با خصوصیات و رفتار دلخواه در نواحی دلخواه و تحت بارگذاری مختلف داشته باشند [۳]. ساختارهای شبکه ای سلولی قادرند تا بار زیادی را تحمل کرده و به دلیل خاصیت جذب

انرژی به صورت گسترده به عنوان جاذب انرژی به کار میروند [۴]. همچنین ماده ی متخلخل به دلیل فراهم آوردن فضایی مناسب برای رشد استخوان و حرکت بدون حبس خون به عنوان مواد زیستی<sup>۱</sup> مانند استخوان اسفنجی استفاده می شود که جایگزینی برای مفاصل و استخوان های آسیب دیده است [۵].

با توجه به کاربرد وسیع ساختارهای سلولی، پژوهش های زیادی برای ارائه و معرفی این ساختارها و ایجاد ساختارهای جدید و بررسی خواص و رفتار آنها با توجه به کاربردهای مختلف صورت گرفته است. خواص مکانیکی این ساختارها به صورت عمده تحت تاثیر چهار پارامتر قرار می گیرند: شکل هندسی سلول های واحد و توپولوژی آنها، خواص ماده ی سازنده و چگالی نسبی سلول واحد [۶]. ویژگی های یاد شده بر مشخصات سازه های سلولی از جمله مدول یانگ، تنش تسلیم و انعطاف پذیری ماده تاثیرگذارند. همچنین در نمونه ها با درصد تخلخل بالا تنش به شکل برشی ۴۵ درجه و در نمونه ها با درصد تخلخل کمتر تغییر شکل پلاستیک بوده و لایه ها بر هم جمع

### 1 Biomaterial

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: asgari@kntu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



سال ۲۰۲۱ [۲۰] ساختار گرادینانی و دو وجهی<sup>۴</sup> را ارائه کردند. این ساختار به گونه‌ای است که توانایی تغییر همزمان اندازه و چگالی را دارد.

از جمله مزایای این ساختارها، مشابه‌سازی خواص موادی مانند فوم‌های فلزی [۲۱] یا فوم‌های پلی‌استر [۲۲] که با گرادینانی کردن ساختارها امکان‌پذیر است. مهبذ و عسگری [۲۳] در سال ۲۰۱۹ به روش ساخت افزودنی و در نظر گرفتن دو هرم دوازده وجهی<sup>۵</sup> به عنوان سلول واحد و مطالعه‌ی پارامتریک و سپس بهینه کردن پارامترهای طراحی برای رسیدن به خواصی مطلوب پرداخته‌اند. در پژوهشی دیگر محققان با استفاده از فرایند ساخت افزایشی و با توزیع شعاعی سلول‌های واحد و تغییر پارامترهای طراحی در هر لایه به توزیع چگالی مشابه با بافت استخوان اسفنجی دست یافتند [۲۴]. مطابق پژوهشی در سال ۲۰۲۱، محققان با استفاده از ساخت افزایشی ماده‌ی سه بعدی پنتامود را ایجاد کرده‌اند. آنها به وسیله‌ی این تکنیک توانستند سازه‌ای بسیار سبک و با تخلخل بسیار بالا را ایجاد کنند. این ماده با حذف مدول‌های برشی خواص الاستیک جالب توجهی را فراهم می‌آورد [۲۵].

توسعه‌ی این ساختارها با توجه به خواص بسیار جالب توجه همچنان مورد توجه بسیار است. در پژوهش پیش‌رو سازه‌ی شبکه‌ای متخلخل گرادینانی جدیدی بر پایه‌ی شکل بیضی و با الهام از بافت چوب طراحی و مورد بررسی قرار گرفته که قابلیت ایجاد خواص گرادینانی در جهت محوری، عرضی و در عمق خود را دارد. خواص مکانیکی سازه‌ها در دو جهت عمود بر هم و همچنین ویژگی‌های هندسی ساختار ارائه شده‌اند. نتایج با تطابق بسیار مناسب در ناحیه‌ی الاستیک با تست نمونه‌ی پلیمری صحنه‌گذاری شده و تاثیر پارامترهای طراحی بر خواص هندسی سلول‌های واحد، لایه‌ها و سازه‌ها بررسی شده‌است.

## ۲- سازه شبکه‌ای متخلخل گرادینانی توسعه یافته و روابط تحلیلی حاکم

### ۲-۱- سلول واحد بیضوی با الهام از طبیعت<sup>۶</sup>

گسترش علم و تکنولوژی موجب شده تا بتوان سازه‌های موجود در طبیعت را با تقریب خوبی شبیه‌سازی کرد. بافت متخلخل چوب الهام بخش ایده‌ی ساختار مورد بحث در این پژوهش می‌باشد. پراکندگی آوندهای کامل<sup>۷</sup>

می‌شوند [۷]. محققان سعی دارند با تغییر موارد ذکر شده به وسیله‌ی متخلخل نمودن سازه‌ها و با تغییر پارامترهای طراحی به سازه‌هایی دست یابند تا با فراهم آوردن خواص مشابه استخوان که از مهم‌ترین آنها مدول الاستیک است، از ایجاد تنش شیلدینگ<sup>۱</sup> جلوگیری کنند [۸]. بررسی اشکال هندسی و چیدمان آنها امکان ایجاد بهترین الگوی ساختار سلولی برای نزدیک بودن به بافت استخوان انسان را فراهم می‌آورد [۹].

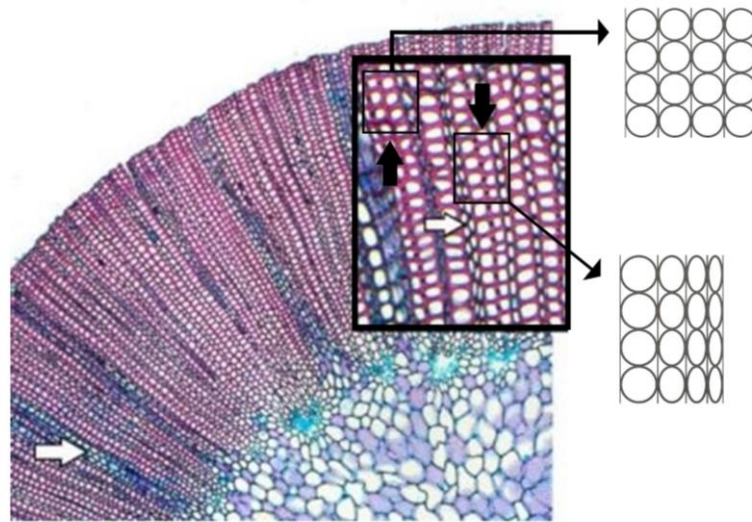
برای دستیابی به ساختارهای جدید روش‌های زیادی وجود دارد که یکی از مهم‌ترین آنها الهام از طبیعت<sup>۲</sup> و عمل آوری آن برای رسیدن به اهداف طرح مهندسی می‌باشد. مواد سلولی در طبیعت به وفور یافت می‌شوند از آن جمله میتوان به برگ و بافت بدن ماهی‌ها اشاره نمود [۱۰، ۱۱]. چالش بزرگ در استفاده از چنین ایده‌هایی برای تولید سازه‌ها، دشواری ساخت آنها بوده که امروزه به کمک روش ساخت افزودنی تا حدود زیادی امکان‌پذیر شده‌است. استفاده از ساخت افزایشی به گونه‌ای گسترش یافته که امکان ساخت قطعات تابعی گرادینانی متنوعی چه در هندسه و چه در مواد تشکیل دهنده آن را فراهم می‌آورد. [۱۲، ۱۳]. برای نمونه می‌توان به طراحی داخلی داربست‌های استخوانی به منظور تاثیر بر مهاجرت و تکثیر سلول‌های بنیادین اشاره کرد [۱۴]. مهندسی بافت استخوان مربوط به جراحات بزرگی است که استخوان توان ترمیم آن را ندارد. مهم‌ترین بخش مهندسی بافت مربوط به طراحی داربستی متناسب با بافت می‌باشد. در حالت کلی با افزایش ابعاد جسم می‌توان به خواص مکانیکی بالاتری دست یافت این درحالیست که با اعمال این تغییرخواص بیولوژیکی شامل عبور مواد مغزی توسط سلول‌های تکثیر شده بر داربست استخوانی وخیم می‌شود. ازین رو ایجاد ساختاری بهینه با توجه به خواص مکانیکی و بیولوژیکی اهمیت زیادی دارد [۱۵، ۱۶]. بسیاری ساختارهای دارای خواص جالب توجه در طبیعت به عنوان ساختارهای سلولی تابعی گرادینانی قابل دسته‌بندی هستند.

ساختار متخلخل تابعی گرادینانی<sup>۳</sup> گونه‌ای از ساختارهای سلولی هستند که توزیع خواص در آنها وابسته به مکان قرارگیری ریزساختارها یا سلول‌های آن است. تفاوت در لایه‌ها و نقاط مختلف این سازه وابسته به تغییرات تدریجی در هندسه سلول‌های واحدهای سازنده می‌باشد [۱۷]. ایجاد این ساختارها به صورت تغییر ضخامت در امتداد محوری خاص [۱۸] یا به صورت تغییر ابعاد سلول واحد و چگالی کل سازه صورت می‌گیرد [۱۹]. مصطفی و همکاران در

4 Dual graded  
Double pyramid dodecahedron 5  
6 Nature-inspired  
7 Vessels

1 Stress shielding  
2 Bio-inspired  
Porous functionally graded materials 3





شکل ۱. ایده با الهام از بافت متخلخل چوب و تغییر ابعاد حفره‌های آن [۲۷]

Fig. 1. Concept inspired by porous wood texture and different pores sizes

لایه‌ها از چینش سلول‌های واحد در کنار یکدیگر در دو جهت محوری و عرضی حاصل شده‌اند. مطابق شکل ۳-الف سلول واحد اولیه در مبدا مختصات و در گوشه‌ی سمت چپ و پایین قرار می‌گیرد. مشخصه‌ی شعاع افقی با نسبت ثابت محوری که می‌تواند بر حسب نیاز برابر یا متفاوت باشد، در امتداد طول سازه تغییر میکند تا یک ردیف از لایه را به وجود آورد. تکثیر سلول واحد در امتداد ارتفاع سلول واحد اولیه با توجه به نسبت ثابت عرضی به ایجاد یک ستون از لایه مطابق با شکل ۳-ب می‌گردد. لایه‌ها از چینش این ستون‌ها و ردیف‌ها در کنار یکدیگر پدید می‌آیند.

همچنین تعیین فاصله‌ی مرکز هر یک از بیضی‌ها تا مبدا مختصات و نسبت تغییر شعاع افقی و نسبت تغییر شعاع عمودی هر سلول واحد نسبت به سلول مجاور ساختار شبکه‌ای گرادانی را ایجاد می‌کند. به عنوان نمونه اگر این نسبت‌ها در دو راستا ثابت باشند روابط (۱) و (۲) بین نسبت شعاع‌ها در دو جهت برقرار است.

$$\frac{a(2)}{a(1)} = \frac{a(3)}{a(2)} = \frac{a(4)}{a(3)} = L \quad (1)$$

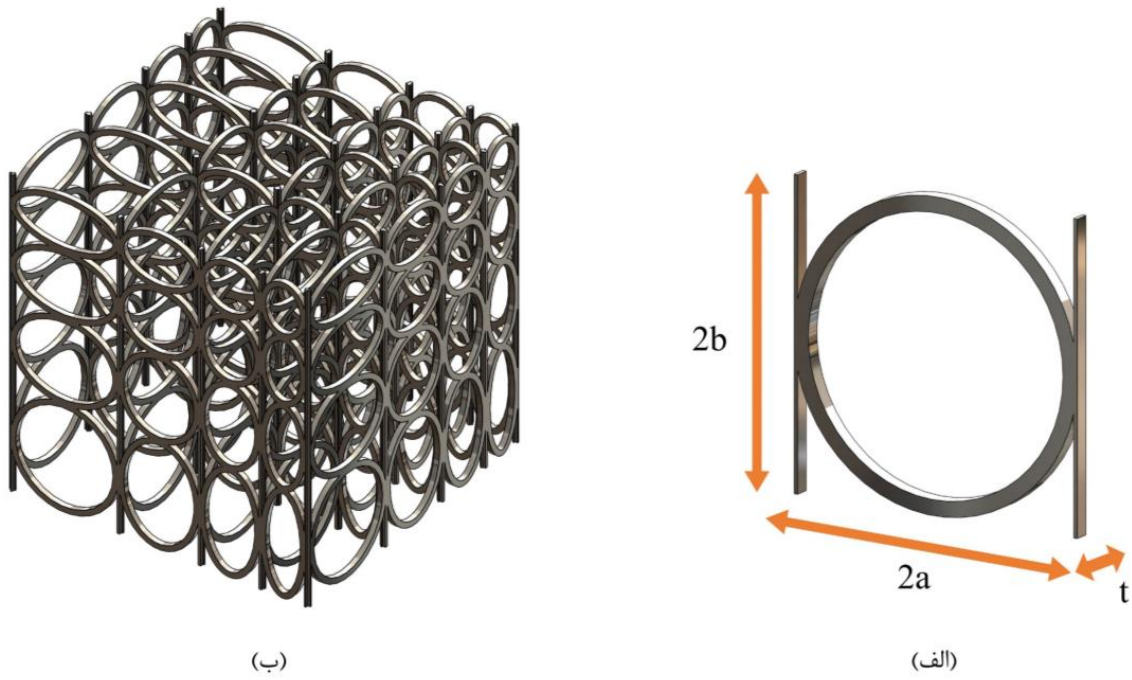
$$\frac{b(2)}{b(1)} = \frac{b(3)}{b(2)} = \frac{b(4)}{b(3)} = H \quad (2)$$

با گوشه‌هایی گرد، مقطع دایره‌شکل تراکنیده<sup>۱</sup> در چوب‌های فشاری<sup>۲</sup> [۲۶] و کشیدگی پارانشیم‌های<sup>۳</sup> عرضی، توزیع و تغییر نسبت ابعاد حفره‌های موجود در بافت، موجب شکل‌گیری ایده‌ی اولیه و ترسیم شکل ظاهری سازه شده‌است. شکل ۱ چگونگی ایجاد طرح اولیه با بررسی بافت چوب در دید دوبعدی را نمایش می‌دهد. با توجه به ساختار چوب ایده به دو بخش، یکی اجزایی عمودی امتداد یافته در طول ساختارها و دیگری دواپری که بر حسب نیاز طراحی قطر قایم و افقی آن متفاوت است، تقسیم می‌شود.

## ۲-۲- معرفی ساختار متخلخل سلولی گرادانی

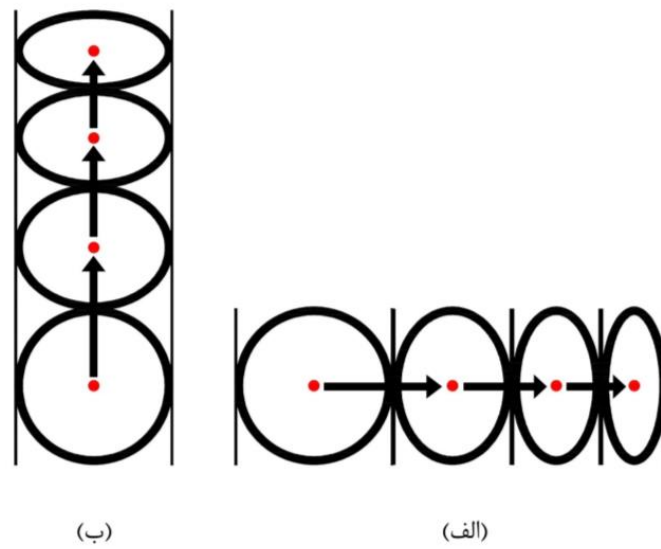
هر سلول واحد شامل دو یال بوده که یک بیضی را در میان گرفته است. در صورت یکسان بودن شعاع افقی و قائم بیضی، شکل حاصل دایره خواهد بود. شکل ۲ تصویری از سلول واحد اولیه با قطر افقی و عمودی برابر را نمایش می‌دهد. هر سلول واحد دارای ۴ مشخصه، شامل موقعیت مرکز بیضی نسبت به دو امتداد محوری و عرضی و شعاع در همین دو راستا است. شعاع در جهت محوری با حرف a و در جهت عرضی با حرف b نمایش داده شده است. t اندازه‌ی ضخامت سلول واحد در راستای عمود بر دو راستای دیگر است.

- 
- 1 Tracheid
  - 2 Compression wood
  - 3 Parenchyma



شکل ۲. الف) سلول واحد اولیه، ب) ساختار شبکه ای سه بعدی

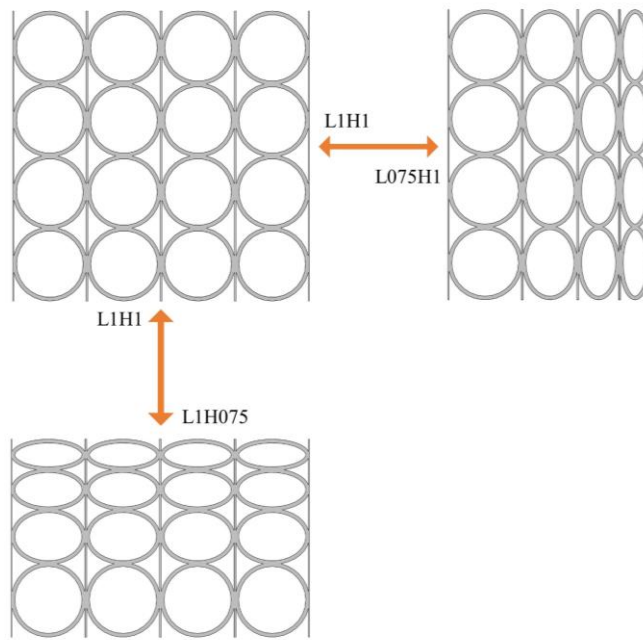
Fig. 2. a) The primitive unit cell. b) 3D lattice structure



شکل ۳. تکثیر سلول واحد در الف) جهت محوری، ب) جهت عرضی

Fig. 3. Linear tessellation along a) longitude direction, b) latitude direction





شکل ۴. سازه‌های تشکیل شده از تکثیر و تغییر نسبت افقی و عمودی سلول واحد

Fig. 4. Creating different structures by varying dimension ratios

### ۲-۳- محاسبه تخلخل و نسبت سطح به حجم

مقدار قطر افقی و عمودی هر سلول واحد با معلوم بودن ابعاد سلول واحد اولیه و ضریب کاهش در جهت افق و عمود به ترتیب از رابطه (۳) و (۴) محاسبه می‌شود. موقعیت مرکز بیضی‌ها  $(XC_i, YC_j)$  با توجه به موقعیت مرکز سلول واحد اولیه در دو راستا از روابط (۵) و (۶) قابل محاسبه است. مقدار همپوشانی  $OV^2$  در این رابطه، به اندازه‌ی نیمی از ضخامت قطر سطح مقطع بیضی در نظر گرفته شده‌است.

$$a(i) = a(1)L^{i-1} \quad (3)$$

$$b(j) = b(1)H^{j-1} \quad (4)$$

$$xc_i = xc_{i-1} + L^{i-2}a(1) + L^{i-1}a(1) \quad (5)$$

شکل ۴، نمونه‌هایی از ساختارهای حاصل از تغییرات نسبت شعاع افقی و نسبت شعاع عمودی هر سلول واحد نسبت به سلول پیشین خود را نمایش می‌دهد. در صورتی که نسبت تغییرات در دو جهت یکسان و برابر ۱ باشد سازه یکنواخت<sup>۱</sup> و در غیر این صورت سازه گرادیانی است. همچنین نسبت تغییرات می‌تواند تنها در یک جهت برابر یک باشد بدان معنا که ابعاد در امتداد آن محور ثابت باقی خواهد ماند.

چرخش ۹۰ درجه‌ای ساختار دو بعدی، اتصال این دو ساختار عمود بر هم در مبدا مختصات و تکرار خطی آنها به طوری که محور میانی یال‌ها بر هم قرار بگیرد منجر به ایجاد شکل سه بعدی شده که می‌تواند در سه جهت خواص گرادیانی داشته باشد. در تمامی مدل‌ها قطر بیضی‌ها و یال‌ها ثابت و برابر ۰/۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده‌است. نمونه‌ای از ساختار سه بعدی با ضریب کاهش ۰/۸ در هر سه امتداد در شکل ۲-ب نمایش داده شده‌است. با توجه به تکرار لایه در جهت عمق سازه در ساختارهای سه بعدی، نسبت ابعادی در این راستا که با  $W$  نمایش داده می‌شود در تمام سازه‌ها برابر  $L$  می‌باشد.

گردد. با استفاده از رابطه (۱۳) حجم تداخلی محاسبه می‌گردد.

$$Le_{arcl} = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \frac{\partial}{\partial x} (F(i, j))^2} dx \quad (12)$$

$$V_{intI} = L_{arcl} S_{epI} \quad (13)$$

که در آن  $L_{arcl}$  طول کمان حاصل از تداخل بیضی و یال و  $S_{epI}$  سطح مقطع بخش نفوذ کرده‌ی بیضی در یال می‌باشد.

برای بدست آوردن حجم تداخل دو بیضی جهت عرضی، مانند آنچه گفته شد معادله‌ی دو بیضی  $F(i, j)$  و  $F(i+1, j)$  را قطع داده و با استفاده از رابطه (۱۲) و محل نقاط تقاطع آنها، طول کمان و در نهایت حجم تداخل آن‌ها  $V_{intII}$  را محاسبه می‌کنیم.

طول و عرض فضای خالی میانی در چیدمان سه بعدی با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۵) محاسبه شده است.

$$a_{\beta}^i(i) = 2a(i) - d_{st} \quad (14)$$

$$a_{\beta}^k(k) = 2a(k) - d_{st} \quad (15)$$

که در آن  $a_{\beta}^i$  طول فضای خالی در راستای محوری و  $a_{\beta}^k$  طول این فضا در راستای عمق سازه می‌باشد.  $d_{st}$  مجموع طول یال‌های یک سلول واحد است.

مطابق با رابطه (۱۶)، با فرض یکسان بودن ساختار لایه‌ای تکرار شونده در راستای  $L$  و  $W$  محاسبه‌ی مساحت فضای خالی  $A_{\beta}$  ایجاد شده به صورت رابطه (۱۷) ساده می‌شود.

$$a_{\beta}^i(i) = a_{\beta}^k(k) \quad (16)$$

$$A_{\beta}(i, j) = a_{\beta}^i(i)^T a_{\beta}^i(i) \quad (17)$$

$$yc_j = yc_{j-1} + H^{j-2}b(1) + H^{j-1}b(1) - ov \quad (6)$$

ماده‌ی سلولی به دلیل تخلخل بالا و وزن کم مورد توجه قرار گرفته بنابراین محاسبه و ارائه‌ی درصد تخلخل از اهمیت بالایی برخوردار است. برای انجام محاسبات، با استفاده از رابطه (۷) میزان تخلخل  $\rho$  با استفاده از تقسیم حجم فضای پر  $V_{solid}$  به حجم ماده‌ی بالک  $V_{Bulk}$  محاسبه گردد.

$$\rho = 1 - \frac{V_{solid}}{V_{Bulk}} \quad (7)$$

رابطه (۸) چگونگی محاسبه‌ی حجم توپر در لایه‌ها  $V_{La}$  را نمایش می‌دهد. حجم توپر مجموع حجم بیضی‌ها  $V_{ell}$  و یال‌ها  $V_{st}$  با کسر تداخل یال و بیضی  $V_{intI}$  و دو بیضی با یکدیگر  $V_{intII}$  می‌باشد. حجم یال‌ها از رابطه (۹) با استفاده از سطح مقطع یال  $S_{st}$  و ارتفاع آن  $he_{st}$  و حجم بیضی‌ها از رابطه (۱۰) و (۱۱) محاسبه می‌شوند. در این روابط از ضرب سطح مقطع عمود بر محور میانی بیضی که دارای قطر افقی  $a_{mid}$  و قطر عمودی  $b_{mid}$  می‌باشد، استفاده شده است.

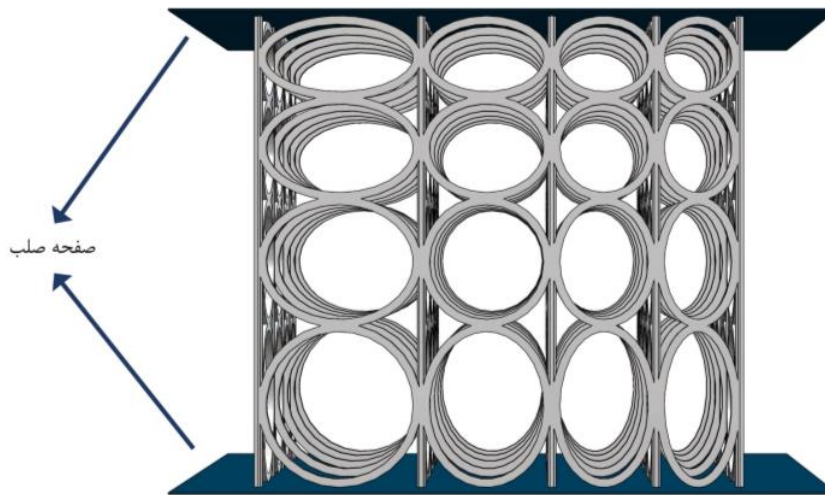
$$V_{La} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (V_{st}(i, j) + V_{ell}(i, j) - V_{intI}(i, j) - V_{intII}(i, j)) \quad (8)$$

$$V_{st}(j) = 2he_{st}(j)S_{st} \quad (9)$$

$$V_{ell}(i, j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \pi \frac{(a_{mid}(j) + b_{mid}(i)(1 + 3h(i, j)))}{10 + \sqrt{4 - 3h(i, j)}} S_{ell} \quad (10)$$

$$h(i, j) = \frac{(a_{mid}(j) - b_{mid}(i))^2}{(a_{mid}(j) + b_{mid}(i))^2} \quad (11)$$

برای یافتن تداخل ابتدا معادله‌ی یال  $x = x_{VL}$  و بیضی  $F(i, j)$  را تداخل داده و دو جواب صحیح  $x_0$  و  $x_1$  بدست آمده را در کران بالا و پایین رابطه انتگرالی (۱۲) قرار می‌دهیم تا طول کمان بین این دو مقدار محاسبه



شکل ۵. شرایط مرزی در ساختار گرادینانی

Fig. 5. Boundary conditions of graded structures

کرده، خواهد بود.

$$S_{intI} = L_{arcI} P_p^{st} + (x_1 - x_0)t \quad (21)$$

$$S_{intII} = L_{arcII} P_p^{ell} \quad (22)$$

$$S_{La} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (S_{st}(i, j) + S_{ell}(i, j) - S_{intI}(i, j) - S_{intII}(i, j)) \quad (23)$$

محاسبه‌ی تخلخل در سلول سه بعدی  $\rho_{3D}$  با استفاده از مجموع فضای خالی در هر لایه  $V_\beta^{La}$  به کمک چگالی نسبی آن  $RV_\beta^{La}$  و فضای خالی در بخش میانی چیدمان  $V_\beta$  از رابطه (۱۸) تا (۲۰) محاسبه شده‌است

$$V_\beta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_\beta(i, j) h_{st} \quad (18)$$

$$V_\beta^{La} = (1 - RV_\beta^{La}) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a(i)b(j) \quad (19)$$

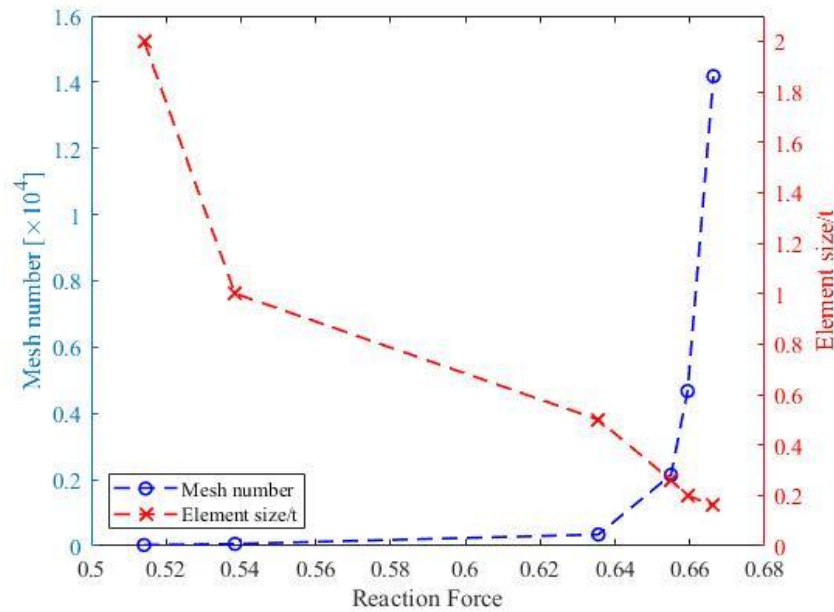
$$\rho_{3D} = \frac{V_\beta + V_\beta^{La}}{V_{bulk}} \quad (20)$$

### ۳- مدل‌سازی المان محدود

مدلسازی در نرم‌افزار آباکوس<sup>۱</sup> به کمک دو صفحه‌ی صلب<sup>۲</sup> که در طرفین مدل قرار می‌گیرند، انجام شده‌است. شکل ۵ قیود هندسی و فیزیکی به‌کار رفته در مدل‌سازی المان محدود را نمایش می‌دهد. به دلیل صفر بودن کرنش<sup>۳</sup> دو صفحه صلب، معادلات تنش و کرنش در نرم‌افزار برای آنها حل نشده که به نوعی شرایطی برای ساده‌سازی تحلیل به شمار می‌آیند. تغییرات در دو راستا یکی در امتداد محوری و دیگری امتداد عرضی مورد بررسی

به منظور محاسبه‌ی سطح جانبی سازه‌ها مانند آنچه برای محاسبه‌ی تداخل انجام شده، با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) مقدار تداخل هر بیضی با یال مجاور  $S_{intI}$  و بیضی دیگر  $S_{intII}$  محاسبه و با جایگذاری در رابطه (۲۳) مقدار آن در لایه‌ها  $S_{La}$  به کمک بخشی از محیط تداخل کرده بیضی در یال  $P_p^{st}$  و در بیضی دیگر  $P_p^{ell}$ ، محاسبه می‌گردد. سطح جانبی سازه شامل مجموعی از سطوح جانبی ساختار لایه‌ها با کسر بخش‌های تداخل

1 ABAQUS  
2 Rigid  
3 Zero strain



شکل ۶ آنالیز حساسیت مش.

Fig. 6. Mesh sensitivity analysis

#### ۵- نتایج

۵-۱- صحت سنجی شبیه سازی عددی و روابط تحلیلی محاسبه ی خواص خواص الاستیک: به منظور صحت گذاری رفتار الاستیک سازه، نمونه ی ساخته شده از ماده ی رزین فوتوپلیمر به روش ساخت افزودنی و پردازش نوری دیجیتال<sup>۲</sup>، مطابق شکل ۸-الف تحت آزمایش فشار قرار گرفته است. لازم به ذکر است خواص مکانیکی ماده، از نتایج حاصل از تست فشار قطعه ی استوانه ای بدست آمده و در جدول ۱ قابل مشاهده می باشد.

شکل ۸-ب نتایج حاصل از شبیه سازی عددی و تست تجربی را در ناحیه الاستیک در قالب نمودار نیرو-جابجایی نمایش می دهد. نتایج حاصل از مدلسازی عددی و تجربی تطابق بسیار مناسبی دارند. مقادیر بیشینه ی نیرو و شیب نمودار نیروجابجایی در ناحیه ی الاستیک در جدول ۲ ارائه شده است. خواص هندسی سازه: ساختار سلولی طراحی شده در این پژوهش، با توجه به مشخصات فیزیکی سلول واحد و چگونگی چیدمان آن می تواند یکنواخت و یا تابعی گرادیانی باشد. درصد تخلخل و نسبت سطح به حجم از ویژگی های پراهمیت در ساختارهای سلولی است. نمونه ای از اهمیت این دو مشخصه، اهمیت آن می توان به فراهم آوردن فضای کافی برای رشد مجدد استخوان در میان سطوح داخلی ایمپلنت ها و ایجاد ساختارهایی سازگار با بدن

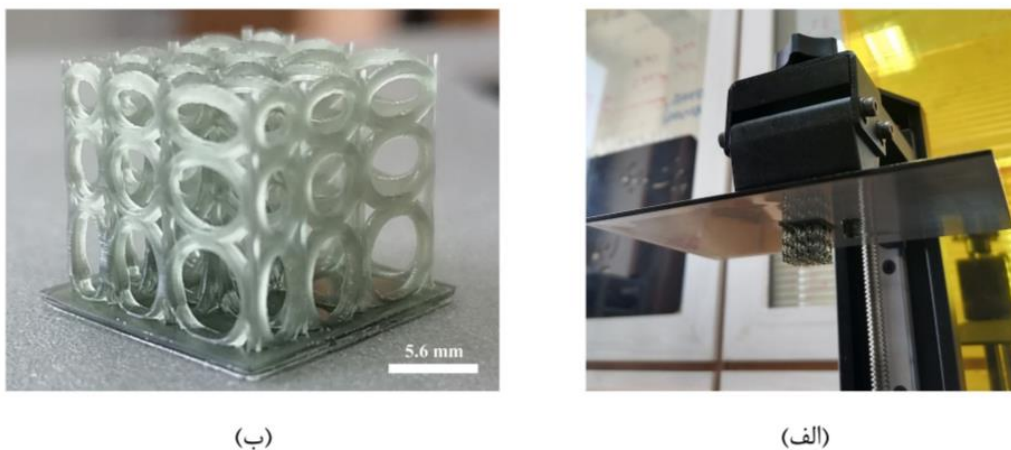
قرار گرفته است. شبیه سازی به صورت استاتیکی<sup>۱</sup> انجام شده و با توجه به اندرکنشها و قیودی که در جسم وجود دارد تحلیل در چندگام زمانی صورت گرفته است. نوع المان تتراهدرال<sup>۲</sup> می باشد. آنالیز حساسیت مش برای یافتن اندازه ی مش بر اساس تعداد المان و نسبت اندازه المان به عرض سلول واحد انجام شده و مقدار بهینه ی آن با توجه به شکل ۶ برابر ۰/۱۳ میلی متر در نظر گرفته شده است.

#### ۴- ساخت نمونه و تست تجربی

قطعه ی پلیمری به دلیل پیچیدگی های هندسی به روش ساخت افزودنی از ماده ی رزین فوتوپلیمر مانند شکل ۷-الف ساخته شده است. برای دستیابی به هندسه ی نمونه، قطعه ای ۳ در ۳ از یک لایه ی ۵ در ۵ با ضریب کاهشی ۰/۷۵ در هر دو جهت جدا شده و با تکرار آن در دو راستای عمود بر هم سازه ای مانند شکل ۷ به طول ۱۳/۵۱، عرض ۱۳/۵۱ و ارتفاع ۱۲/۵۲ میلی متر ایجاد شده که بر پایه ای از همان جنس با ضخامت ۰/۱ میلی متر مانند شکل ۷-ب قرار گرفته است. همچنین برای استخراج خواص مکانیکی این ماده نمونه ی استوانه ای شکل پلیمری نیز به قطر و ارتفاع ۵ میلی متر ساخته شده است.

- 1 Static general
- 2 Tetrahedral

3 Digital light processing (DLP)



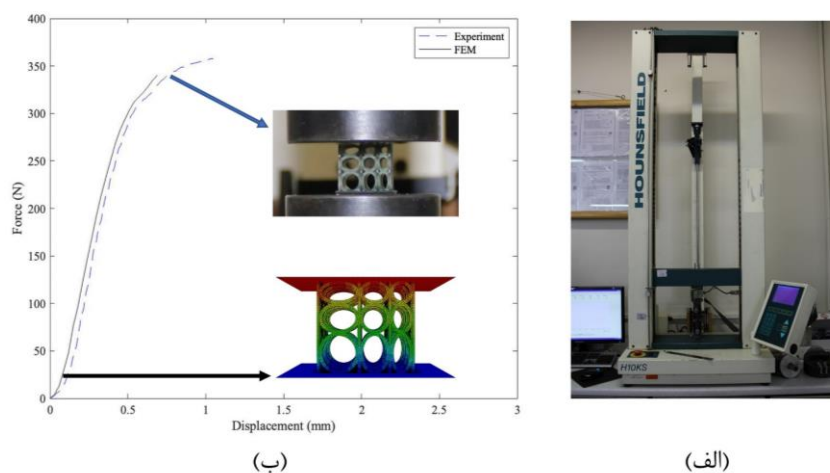
شکل ۷. الف) نمونه‌ی پلیمری در حال ساخت به روش افزودنی. ب) سازه گرادینانی

Fig. 7. a) Polymeric sample being additively manufactured. b) Graded structure

جدول ۱. مشخصات رزین فوتوپلیمر

Table 1. Mechanical properties of photopolymer resin

مقدار	پارامتر
۱/۲۷	مدول الاستیک (گیگاپاسکال)
۰/۴	ضریب پواسون
$۱/۳۶ \times ۱۰^{-۳}$	چگالی (گرم بر میلی‌متر مکعب)



شکل ۸. الف) تست تجربی نمونه‌ی پلیمری. ب) مقایسه‌ی نمودار نیرو-جابجایی حاصل از حل عددی و تجربی نمونه در ناحیه‌ی الاستیک

Fig. 8. a) Experimental test on a polymer sample. b) Force-displacement graph of numerical and experimental analysis in the elastic region



جدول ۲. نتایج حاصل از شبیه سازی عددی و تست تجربی

Table 2. Results of numerical simulations and experimental test

خطا %	تجربی	عددی	مشخصه
۴/۱۲	۸۰۶/۸۱۸	۸۴۸/۱۲۸	شیب نمودار نیرو جابه جایی (نیوتن- میلی متر)
۱/۵۹	۳۵۷/۶	۳۵۱/۹۱۴	بیشینه مقدار نیرو (نیوتن)

جدول ۳. درصد تخلخل و سطح جانبی در سلول های واحد تشکیل دهنده مدل L08H08

Table 3. Porosity percentage and surface area of different unit cells embedded in layer L08H08

شماره ی سلول	حجم سلول واحد (mm <sup>3</sup> )	حجم (تحلیلی)	درصد تخلخل	خطا %	سطح سلول واحد (mm <sup>2</sup> )	سطح (تحلیلی)	خطا %
(۱و۱)	۸/۵۳	۸/۵۷۱۲	۸۲/۸۶	۰/۴۸	۷۹/۷۳	۷۸/۲۳۶۸	۱/۸۷
(۱و۴)	۶/۲۵	۶/۲۷۹۸	۷۵/۴۷	۰/۴۷	۶۳/۷۱	۶۱/۶۲۴۷	۳/۲۷
(۴و۱)	۶/۷	۶/۷۶۷	۷۳/۵۷	۱	۵۶/۰۲	۵۵/۳۰۳۴	۱/۲۸
(۴و۴)	۴/۱۴	۴/۱۶۸۱	۶۸/۲۰	۰/۶۸	۳۸/۳۶	۳۷/۲۷۷۶	۲/۸۲

جدول ۴. درصد تخلخل و سطح جانبی لایه ها

Table 4. Porosity percentage and surface area of different layers

نام لایه	حجم لایه (mm <sup>3</sup> )	حجم (تحلیلی)	درصد تخلخل	خطا %	سطح لایه (mm <sup>2</sup> )	سطح (تحلیلی)	خطا %
L1H1	۱۳۳/۸۸	۱۳۶/۷۶۴۸	۸۲/۵۸	۲/۱۵	۱۱۱۱/۷۱	۱۱۳۰/۹	۱/۷۲
L1H075	۱۰۹/۵۵	۱۰۷/۴۵۲۵	۷۹/۸۰	۱/۹۱	۸۹۴/۲۵	۸۶۴/۳۵۴۱	۳/۳۴
L075H1	۱۱۵/۴۵	۱۱۷/۰۹۰۸	۷۸/۱۸	۱/۴۲	۹۵۵/۹۲	۹۱۵/۱۷۶۰	۴/۲۶
L075H075	۸۹/۵۳	۸۸/۶۶۹۷	۷۵/۶۱	۰/۹۶	۷۳۰/۹۶	۶۷۳/۵۷۱۹	۷/۸۵

بیشترین میزان تخلخل مربوط به سلول (۱و۱)، دایره با قطر واحد و دو یال می باشد که ۸۲/۸۶ است. با حرکت به سمت راست و بالا و ضرب قطر افقی و قائم در ضریب کاهش ۰/۸، تخلخل کمتر شده و در سلول (۴و۴) کمترین میزان تخلخل ۶۸/۲ درصد وجود دارد.

در جدول ۴ درصد تخلخل ۴ لایه با ضرایب کاهش متفاوت ارائه شده است. بیشترین میزان تخلخل مربوط به ساختار L1H1 برابر عدد

انسان اشاره کرد. این استخوان های نورسته در میان ایمپلنت باعث پایداری ایمپلنت در بدن انسان میشوند [۲۸، ۲۹]. جدول ۳ مقایسه ای از حجم، سطح جانبی و درصد تخلخل سلول واحد های تشکیل دهنده ی لایه با دو نسبت کاهش ۰/۸ را با نتایج بدست آمده از حل تحلیلی در بخش ۲-۲ ارائه میدهد. لازم به ذکر است حجم با مفهوم حجم توپر، سطح با مفهوم تمام سطوح جانبی در نظر گرفته شده اند.

جدول ۵. محاسبه ی درصد تخلخل و سطح جانبی سازه‌ها

Table 5. Porosity percentage and surface area of different structures

نام سازه	حجم سازه (mm <sup>3</sup> )	حجم (تحلیلی) (mm <sup>3</sup> )	درصد تخلخل	خطا %	سطح سازه (mm <sup>2</sup> )	سطح تحلیلی	خطا %
L1H1W1	۱۲۶۷/۰۳	۱۲۲۰/۵	۹۸/۱۰	۳/۶۷	۹۹۳۴/۵۲	۱۰۵۲۴/۸۹	۵/۹۴
L1H075W1	۱۰۴۳/۱۱	۹۷۴/۷۹۸۰	۹۷/۷۷	۶/۵۴	۸۱۳۸/۴۳	۸۱۱۱/۷	۰/۳۳
L075H1W075	۸۳۹/۴۳	۷۸۶/۹۶۹۵	۹۶/۱۸	۶/۲۴	۸۲۹۴/۲۸	۸۳۶۶/۷	۳/۷۶
L075H075W075	۹۱۱/۹۹	۸۵۹/۱۹۱۸	۹۶/۶۹	۵/۷	۶۴۴۶/۵۲	۶۲۰۳/۸	۰/۷۵

خطچین به هم متصل شده‌اند. سلول واحد اولیه (۱و۱) دارای کمترین مقدار  $m/M$  بوده و این مقدار در سلول واحد (۴و۱) واقع در ردیف ۴ و ستون اول افزایش یافته است. مطابق با شکل حرکت در راستای افقی و عرضی با مترکم شدن سلول واحد موجب افزایش نسبت  $m/M$  میشود. افزایش این نسبت در راستای محوری با توجه به ثابت بودن ارتفاع و سطح مقطع سلول بیشتر است. در بارگذاری محوری پارامتر  $H$  بسیار موثرتر از  $L$  بر سفتی سلول‌های واحد است. حال آنکه در بارگذاری عرضی به طور کاملاً برعکس، پارامتر  $L$  تاثیرگذارتر است. بدان معنا که، کمتر شدن فاصله‌ی یال‌ها در بارگذاری عرضی موجب می‌شود تا مدول الاستیک بی بعد در سلول واحد (۴و۱) برابر با  $۰/۰۲۸$  در سلول واحد (۴و۴) تا  $۰/۰۷$  به صورت غیر خطی تغییر کند. با توجه به عملکرد یال‌ها به عنوان ستون در این بارگذاری دامنه‌ی تغییرات در سطح بسیار بالاتری نسبت به حالت محوری قرار دارد. این امر نشان دهنده‌ی تاثیر ویژگی‌های هندسه‌ی گردادیانی بر ویژگی مکانیکی و فیزیکی سلول‌هاست.

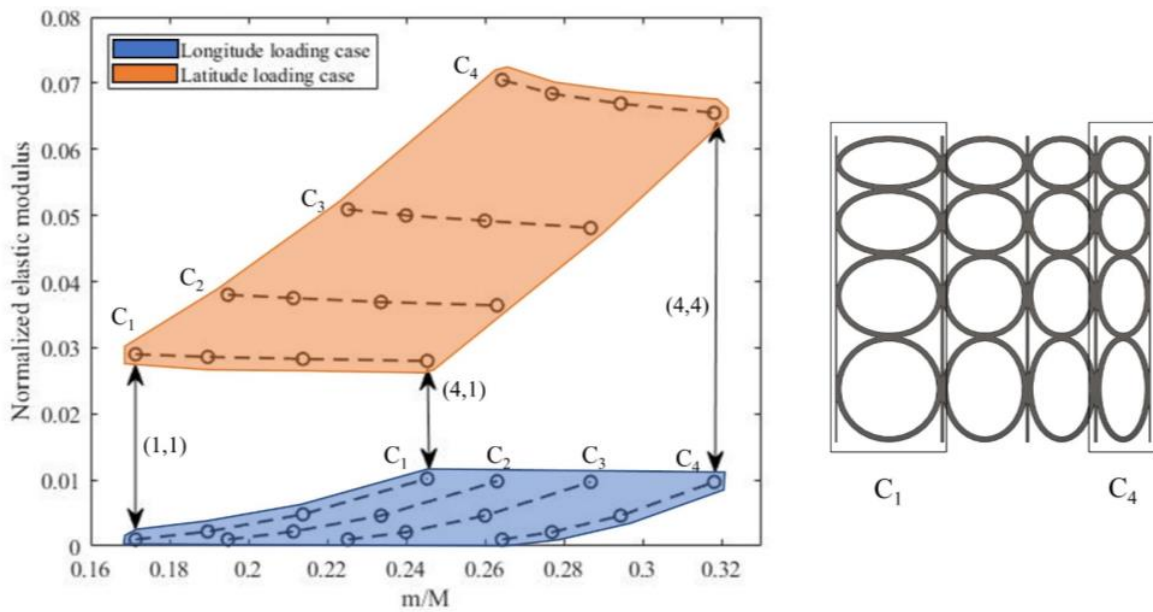
مدول الاستیک بی‌بعد لایه‌های مختلف با ضرایب ۱،  $۰/۸$  و  $۰/۷۵$  در دو جهت محوری و عرضی در شکل ۱۰ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. ویژگی‌های هندسی بر خواص مکانیکی لایه‌ها تاثیرگذارند. مانند سلول‌واحدها با توجه به عملکرد المان‌های خطی به عنوان ستون، مدول الاستیک در جهت عرضی دارای مقادیر بزرگتری می‌باشد. مطابق شکل در بارگذاری عرضی با نزدیک شدن ستون‌ها به یکدیگر و کاهش تخلخل مدول بی‌بعد افزایش می‌یابد. در بارگذاری محوری ضریب  $H$  و در بارگذاری عرضی ضریب  $L$  بر مدول الاستیک تاثیر بیشتری دارد.

$۸۲/۵۸$  و کمترین آن مربوط به  $L075H075$  برابر عدد  $۷۵/۶۱$  است. ملاحظه میشود که چینش سلول‌های واحد برای دستیابی به لایه‌ها منجر به ایجاد دامنه‌ی تغییرات کوچکتر در تخلخل شده‌است. و مقدار بیشینه و کمینه ی این اعداد از آنچه در جدول ۳ وجود دارد، بیشتر است.

مطابق جدول ۵، با گزینش ۴ سازه و بررسی آنها، بیشترین تخلخل مانند قبل مربوط به مدل یکنواخت  $L1H1W1$  و به دلیل انتخاب نسبت ابعادی به صورت کاهشی و فشرده‌تر شدن سازه در جهات مختلف، کمترین مقدار تخلخل مربوط به سازه‌ی  $L075H075W075$  است. دامنه‌ی تغییرات تخلخل بین اعداد  $۹۸/۱$  و  $۹۶/۱۸$  تغییر میکند. به طور مشابه در سازه‌ها نسبت به لایه‌ها دامنه‌ی تغییرات تخلخل کوچکتر شده و میزان کمینه و بیشینه ی اعداد با توجه به چینش خطی لایه‌ها و فضای خالی میانی بین آنها به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته‌است.

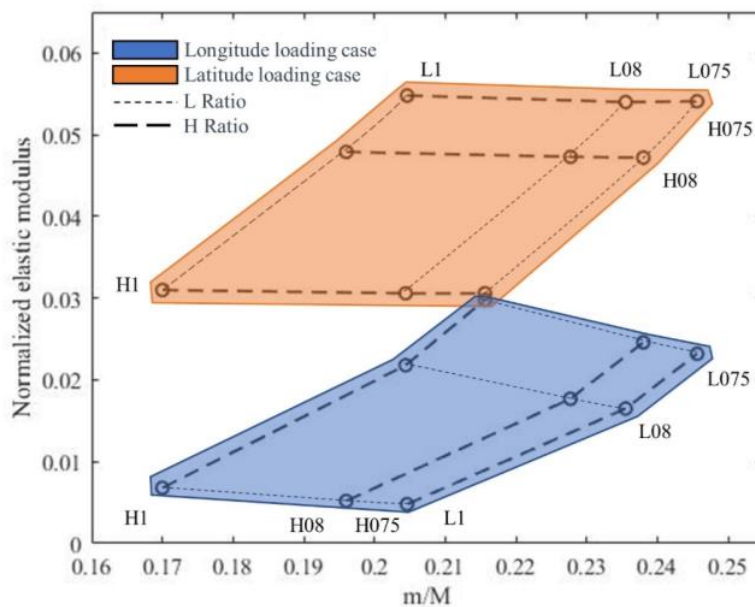
۵-۲- بررسی خواص هندسی و مکانیکی سازه‌ی شبکه‌ی ای

رفتار ساختارهای معرفی شده شامل، سلول واحد، لایه‌ها و سازه‌ها در نرم‌افزار آباکوس در دو جهت محوری و عرضی بررسی شده‌است. در شکل ۹ مدول الاستیک بی بعد شده بر حسب جرم سلول واحد  $m$  به جرم سلول واحد توپر  $M$  در دو بارگذاری محوری و عرضی نمایش داده شده‌است. مدول الاستیک بی بعد به صورت نسبت مدول الاستیک در راستای مورد نظر به مدول الاستیک ماده‌ی سازنده  $E_0$  در نظر گرفته شده‌است. هر نقطه بیانگر یک سلول واحد در لایه‌ی  $L08H08$  می‌باشد که به صورت متناظر در دو بارگذاری عمود بر هم مورد بررسی قرار گرفته اند. برای تشخیص بهتر محل هر سلول، سلول‌واحدهای مستقر در هر ستون  $C1$  تا  $C4$  با



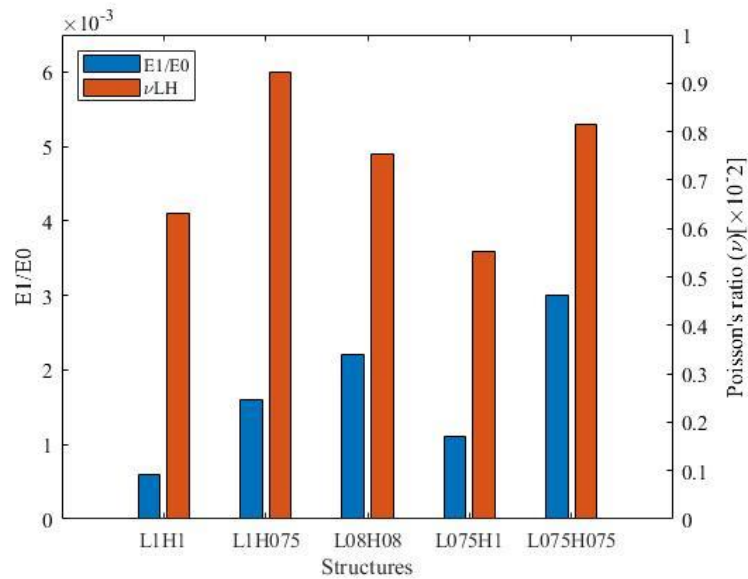
شکل ۹. مدول الاستیک بی بعد-نسبت جرم به جرم توپر برای سلول‌های واحدها در لایه L08H08 در بارگذاری محوری و عرضی

Fig. 9. Normalized elastic modulus-relative mass of unit cells embedded in layer L08H08 in the longitude and latitude loading cases



شکل ۱۰. مدول الاستیک بی بعد-نسبت جرم به جرم توپر برای لایه‌های مختلف در بارگذاری محوری و عرضی

Fig. 10. Normalized elastic modulus-relative mass of layers in the longitude and latitude loading cases



شکل ۱۱. مقدار مدول الاستیک بی بعد و نسبت پواسون در سازه ها در بارگذاری محوری

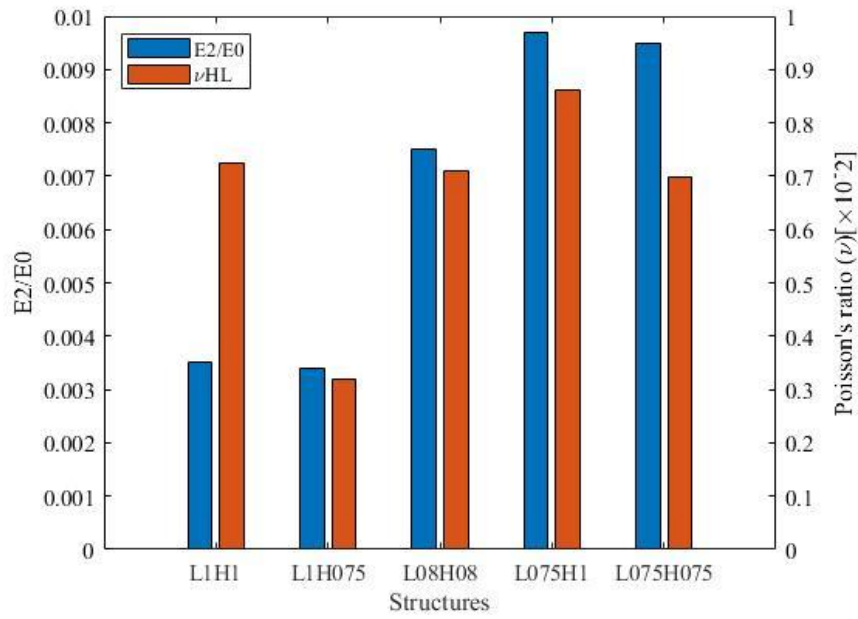
Fig. 11. Structure's normalized elastic modulus and Poisson's ratio in the longitude direction

دست یافت.

با محاسبه‌ی عددی و با توجه به آنکه شعاع افقی و عمودی بیضی‌ها به عنوان مهم‌ترین و تاثیرگذارترین پارامتر طراحی در چینش و ایجاد ساختارهای گوناگون معرفی شده، در این بخش به بررسی تاثیر این دو پارامتر مهم بر دو مشخصه‌ی درصد تخلخل و نسبت سطح به حجم پرداخته شده‌است. همچنین تاثیر تغییر ضخامت بیضی‌ها بر دو مشخصه‌ی مذکور نیز بررسی شده‌است.

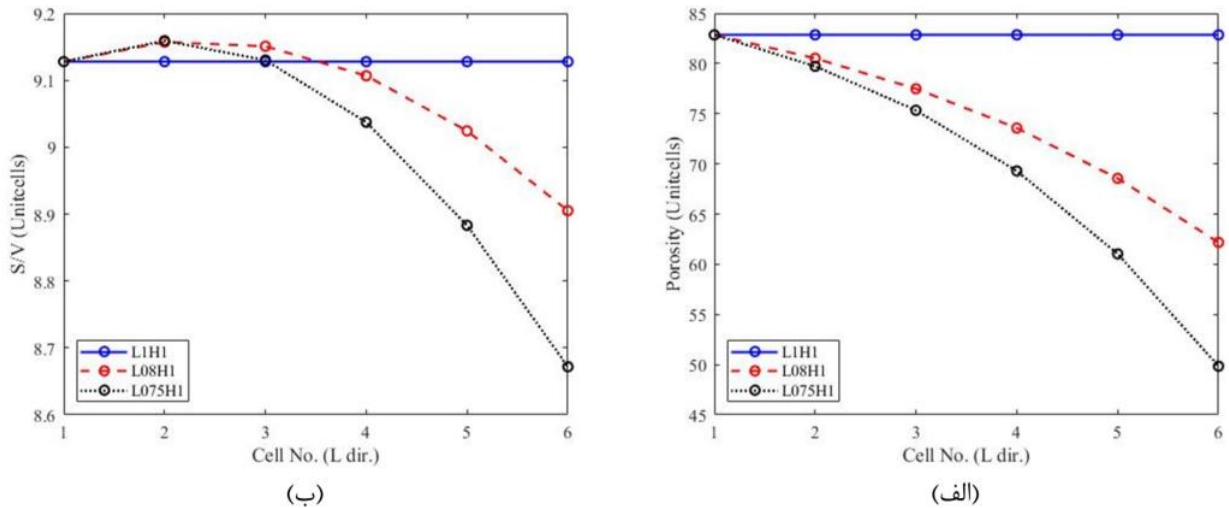
شکل ۱۳ نشان دهنده‌ی مقدار تخلخل و نسبت سطح به حجم سلول‌های واحد در سازه‌های L1H1 و L08H1 و L075H1 می‌باشد در اینجا بررسی بر مبنای سلول‌واحد‌های یک لایه‌های ۶ در ۶ صورت گرفته‌است. در سازه‌ی یکنواخت L1H1 با توجه به تکرار یک سلول در دو جهت طولی و عرضی، تخلخل در سلول‌های واحد مقداری ثابت است. در سازه‌های یاد شده با توجه به ثابت بودن H، هرچه پارامتر L کوچکتر شود مقدار تخلخل نیز به صورت غیر خطی کاهش می‌یابد. این در حالی است که توزیع تخلخل در ردیف‌های مختلف سازه برابر می‌باشند. نسبت سطح به حجم با کاهش L به صورت غیرخطی پس از گذر از مقداری بیشینه، کم شده و شیب آن افزایش می‌یابد.

مدول الاستیک بی‌بعد و ضریب پواسون برای سازه‌های مختلف در بارگذاری محوری در شکل ۱۱ ارائه شده‌است. در بارگذاری محوری سازه‌ها با ثابت نگه داشتن L و کاهش ضریب H با توجه به کاهش تخلخل مدول الاستیک تا ۱/۵ برابر افزایش می‌یابد. همانطور که مشاهده می‌شود تغییر ضریب L نیز می‌تواند با تاثیر بر فشردگی و کاهش تخلخل، سفتی سازه را افزایش دهد ولی این تاثیر از تاثیر H کمتر خواهد بود. لازم به ذکر است در تمامی سازه‌ها تمامی خواص هندسی سازه در دو جهت L و W برابر است از این رو تکرار حرف W در نمودار سازه‌های حذف شده‌است. شکل ۱۲ مقادیر مدول الاستیک بی‌بعد و ضریب پواسون در بارگذاری محور عرضی را نمایش می‌دهد، همانطور که مشخص است. با توجه به تفاوت تنها ۲ درصدی تخلخل در سازه‌ها می‌توان نتیجه گرفت، شکل هندسی سازه‌ها در ایجاد تمایز در دامنه‌ی تغییرات این ضریب بسیار اهمیت دارد. لازم به ذکر است مدول الاستیک در سازه‌ها همانند لایه‌ها دارای اختلاف زیادی در دو راستا می‌باشد. در بسیاری از پژوهش‌های صورت گرفته، برای دستیابی به خواص تقویت شده، طراح باید اجزایی را به سلول‌های واحد اضافه نماید [۳۰]، حال آنکه در طرح پیشنهادی همانطور که از شکل‌های ۱۱ و ۱۲ برمی‌آید، تنها با تغییر پارامترهای طراحی می‌توان به خواص بسیار متفاوتی



شکل ۱۲. مقدار مدول الاستیک بی بعد و نسبت پواسون در سازه ها در بارگذاری عرضی

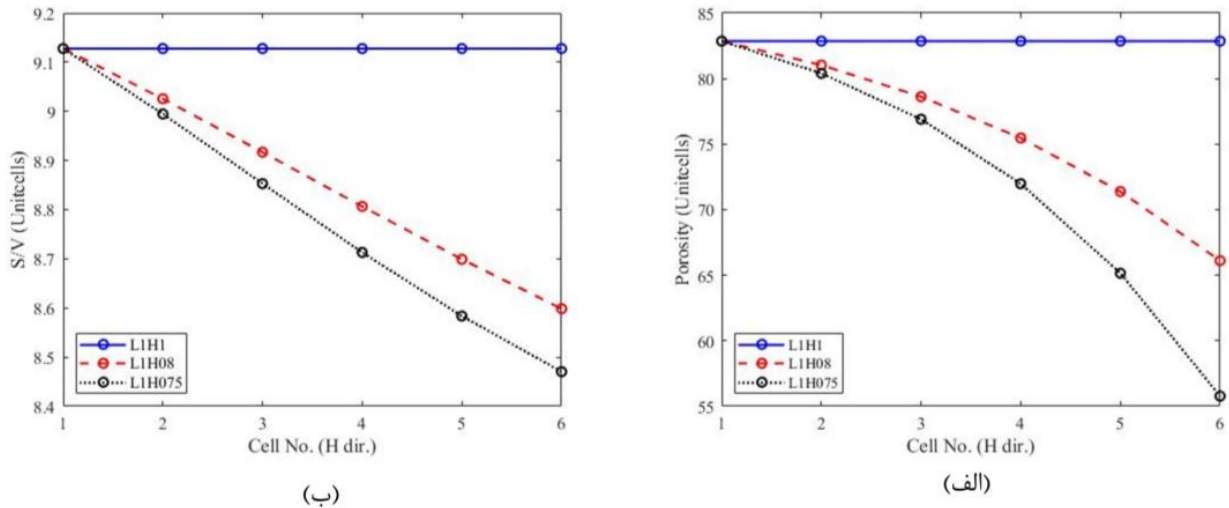
Fig. 12. Structure's normalized elastic modulus and Poisson's ratio in the latitude direction



شکل ۱۳. الف) مقدار تخلخل و ب) مقدار نسبت سطح به حجم، در سلول های واحد تشکیل دهنده لایه های مختلف

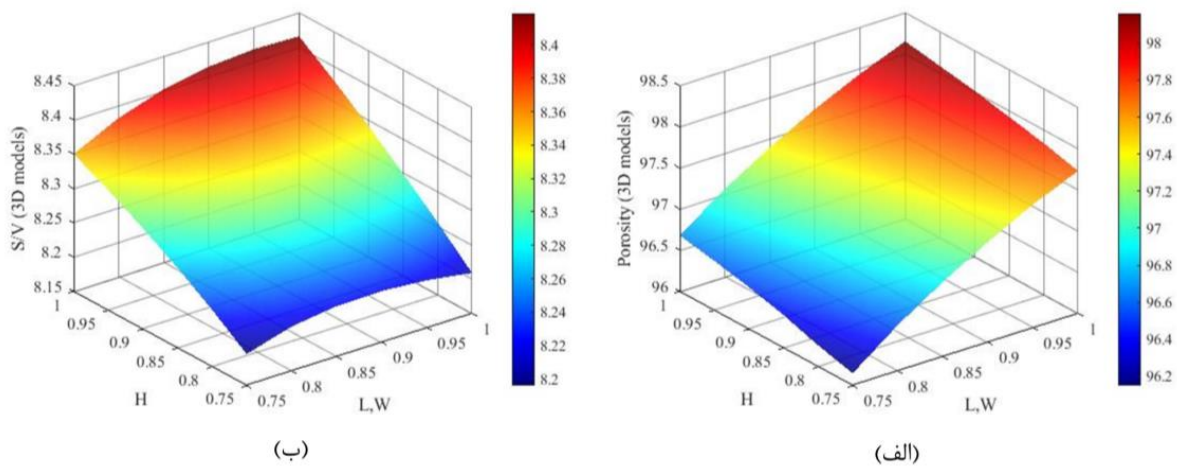
Fig. 13. a) Porosity value and b) surface-to-volume ratio in different unit cells embedded in different layers





شکل ۱۴. الف) مقدار تخلخل و ب) مقدار نسبت سطح به حجم، در سلول های واحد تشکیل دهنده ی لایه های مختلف

Fig.14. a) Porosity value and b) surface-to-volume ratio in different unit cells embedded in different layers

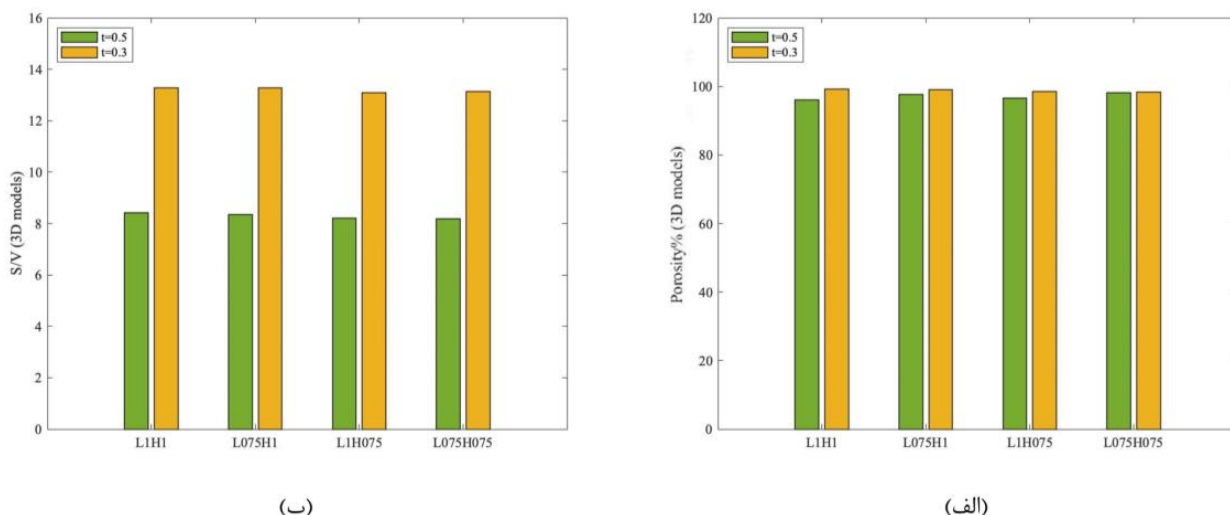


شکل ۱۵. الف) توزیع تخلخل و ب) نسبت سطح به حجم در مدل سه بعدی سازه ها

Fig. 15. Distribution of a) porosity percentage and b) surface-to-volume ratios of different structures

بیضی ها و هم بر ارتفاع یال ها تاثیر گذار است، با کم شدن  $H$  و کاهش حجم سلول واحد، تخلخل نسبت به کاهش ضریب  $L$ ، عددی بزرگتر خواهد بود. همچنین با توجه به دو نمودار ۱۳-ب و ۱۴-ب مشخص می گردد که کاهش  $H$  بر نسبت سطح به حجم تاثیر بیشتری نسبت به کاهش ضریب  $L$  دارد. شکل ۱۵ میزان تخلخل و نسبت سطح به حجم در سازه ها را با نسبت های مختلف را نمایش می دهد. در سازه ها کاهش مقدار  $L$ ، تاثیر بیشتری در افزایش تخلخل دارد. حال آنکه کاهش نسبت  $H$  در نسبت سطح به حجم موثرتر است.

تخلخل و نسبت سطح به حجم در لایه های  $L1H075$  و  $L1H08$  و مقایسه ی آن با لایه ی یکنواخت در شکل ۱۴ صورت گرفته است. همانطور که مشخص است تغییر در قطر عمودی باعث شده تا تخلخل سلول واحدهایی که به شکل عمودی بر هم قرار گرفته اند متفاوت بوده و با توجه به  $L=1$  سلول واحدهایی که به صورت افقی در کنار یکدیگرند، مقداری یکسان داشته باشند. در ردیف های مختلف با کاهش نسبت ابعادی عمودی، تخلخل و نسبت سطح به حجم، به طرز قابل ملاحظه ای کاهش پیدا می کند. با مقایسه شکل ۱۳-الف و ۱۴-الف و با توجه به آنکه ضریب ابعادی عرضی هم بر قطر عمودی



شکل ۱۶. تاثیر تغییر ضخامت بیضی‌ها در مدل سه‌بعدی سازه‌ها بر الف) تخلخل و ب) نسبت سطح به حجم

Fig. 16. Effect of structure's different thicknesses on a) porosity percentage, b) surface-to-volume ratios

از جنس رزین فوتوپلیمر به روش ساخت افزودنی ساخته و آزمایش تست فشار قرار گرفته‌است. نتایج حاصل از تست تجربی تطابق بسیار خوبی را در شیب نمودار نیرو جابه‌جایی در ناحیه‌ی الاستیک و بیشینه مقدار آن نمایش می‌دهد. ویژگی‌های هندسی بر خواص مکانیکی ساختار تاثیر بسزایی دارند به طوری که علاوه بر میزان تخلخل و نسبت سطح به حجم، کشیدگی سلول‌های واحد و به تبع آن، کشیدگی لایه‌ها و سازه‌های در برگیرنده‌ی آنها نسبت به بارگذاری در جهات عمود، متفاوت عمل می‌کنند. تغییر عملکرد المان‌های امتداد یافته در طول از تیر به ستون و بالعکس در جهت بارگذاری مختلف عاملی مهم برای تفاوت مقدار مدول الاستیک و ضریب پواسون می‌باشد. در این ساختارها با انتخاب نسبت‌های ابعادی مختلف میتوان به سازه‌هایی با جرم متفاوت دست یافت. تاثیر پارامترها بر جرم، خواص مکانیکی و ویژگی‌های هندسی طرح را می‌توان چنین بیان نمود:

- کاهش پارامتر  $L$  در سلول واحد منجر به افزایش بیشتر وزن نسبت به کاهشی مشابه در پارامتر  $H$  می‌شود. همچنین کاهش ضریب  $L$  در سلول واحدهای لایه‌ی L08H08، در بارگذاری عرضی منجر به افزایش سفتی الاستیک در سلول‌های واحد تا ۹/۱ برابر میشود. حال آنکه تغییر پارامتر  $H$  برای این لایه در این بارگذاری تقریباً بدون تاثیر می‌باشد. به طور عکس در بارگذاری محوری پارامتر  $H$  موثر بوده و کاهش آن منجر به افزایش حدود ۱۰ برابری سفتی الاستیک می‌گردد.

- در بارگذاری عرضی سازه‌های طراحی شده، تغییر ضریب  $L$  از ۱

ایجاد مدل‌های سه‌بعدی سازه‌ها از چیدمان خطی لایه‌ها باعث شده است هر دو مشخصه در مقادیر بیشینه و کمینه‌ی خود افزایش قابل ملاحظه‌ای را داشته باشند. به دلیل حجم فضای خالی بسیار زیاد در این ساختارها دامنه‌ی تغییرات تخلخل در آن‌ها بین ۹۶/۱۵ تا ۹۸/۱۶ درصد می‌باشد. دامنه‌ی تغییرات تخلخل کم و مقدار آن در تمام سازه‌ها بسیار بالا است و دو پارامتر  $H$  و  $L$  تاثیر چندانی بر آنها ندارند.

بررسی تاثیر تغییر ضخامت بیضی‌ها در شکل ۱۶ صورت گرفته است. کاهش ضخامت از ۰/۵ میلی‌متر به ۰/۳ میلی‌متر تاثیر چندانی بر میزان تخلخل ندارد که این امر نشأت گرفته از فضای میانی خالی بزرگ در میانه‌ی سازه‌ها می‌باشد. بر خلاف تخلخل، تغییر این پارامتر طراحی موجب تغییراتی محسوس در نسبت سطح به حجم سازه‌ها می‌شود.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با الهام از ساختار متخلخل چوب، سازه‌ی تابعی گرادینانی جدیدی با امکان ایجاد خواص گرادینانی در سه راستای عمود بر هم ارائه شده‌است. بر خلاف عموم تحقیقات پیشین که بیشتر بر تغییر ضخامت اجزا به منظور دستیابی به خواص گرادینانی تمرکز داشته‌اند، سعی شده تا با تغییر ابعاد سلول واحد در هر تکرار، به خاصیت گرادینانی دست یابیم. حل تحلیلی برای یافتن مقادیر تخلخل و نسبت سطح به حجم در سلول‌های واحد، لایه‌ها و سازه‌ها ارائه شده که دقت بسیار مناسبی دارند. نمونه‌ای

$A$	مساحت، $\text{mm}^2$
$E$	مدول الاستیسیته، $\text{N/mm}^2$
<b>علائم یونانی</b>	
$\delta$	مشتق جزئی
$\rho$	تخلخل
$\beta$	فضای خالی

### منابع

- [1] A. Nazir, K. Mekonen, A. Kumar, J.-Y. Jeng, A state-of-the-art review on types, design, optimization, and additive manufacturing of cellular structures, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 104 (2019).
- [2] M. Benedetti, A. du Plessis, R.O. Ritchie, M. Dallago, S.M.J. Razavi, F. Berto, Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication, *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 144 (2021) 100606.
- [3] T. Schaedler, W. Carter, Architected Cellular Materials, *Annual Review of Materials Research*, 46 (2016).
- [4] A. Dara, M.V.A.R. Bahubalendruni, A. Johnney Mertens, G. Balamurali, Numerical and experimental investigations of novel nature inspired open lattice cellular structures for enhanced stiffness and specific energy absorption, *Materials Today Communications*, 31 (2022) 103286.
- [5] F.S.L. Bobbert, K. Lietaert, A.A. Eftekhari, B. Pouran, S.M. Ahmadi, H. Weinans, A.A. Zadpoor, Additively manufactured metallic porous biomaterials based on minimal surfaces: A unique combination of topological, mechanical, and mass transport properties, *Acta Biomaterialia*, 53 (2017) 572-584.
- [6] A. Zargarian, M. Esfahanian, J. Kadkhodapour, S. Ziaei-Rad, Effect of solid distribution on elastic properties of open-cell cellular solids using numerical and experimental methods, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 37 (2014) 264-273.
- [7] A. Faramarzian Haghighi, A. Haerian Ardakani, M. Kafaei Razavi, A. Moloodi, Simulation of Mechanical

به ۰/۷۵ و نزدیک شدن المان‌های خطی تغییرات قابل توجهی را به وجود می‌آورد به طوری که سفتی الاستیک تا ۲/۷۷ برابر افزوده میشود این در حالی است که تغییر تخلخل در این سازه‌ها تنها حدود ۲ درصد است. تغییرات  $H$  از ۱ به ۰/۷۵ در بارگذاری محوری سازه‌های گرادیانی موجب تغییرات ۲/۶ برابری می‌شود. لازم به ذکر است دامنه‌ی تغییرات این مدول نسبت به مدول در راستای محوری بیشتر است. این امر نشان می‌دهد در این طرح شکل هندسی و کشیدگی سازه‌ها در دو بارگذاری از اهمیت زیادی برخوردار است. این در حالی است که با وجود فضای خالی میانی در ساختارهای طراحی شده پارامترهای هندسی تاثیر چندانی بر میزان تخلخل ندارند. به عبارتی در این ساختارها با حفظ درصد تخلخل بالا میتوان تنها با تغییر نسبت ابعادی به خواص جدیدی دست یافت. همچنین با توجه به خواص مکانیکی گرادیانی، امکان ایجاد ابعاد مختلف، تخلخل بالا و وزن کم، با تغییر پارامترهای طراحی میتوان از این سازه در کاربردهای متفاوتی از جمله ایجاد مواد زیستی و ایمپلنت‌های پزشکی استفاده نمود.

### ۷- فهرست علائم

#### علائم انگلیسی

$a$	شعاع افقی بیضی، $\text{mm}$
$a(l)$	شعاع افقی مربوط به سلول واحد اولیه، $\text{mm}$
$b$	شعاع قائم بیضی، $\text{mm}$
$b(l)$	شعاع قائم مربوط به سلول واحد اولیه، $\text{mm}$
$L$	نسبت کاهشی شعاع بیضی در جهت محوری
$H$	نسبت کاهشی شعاع بیضی در جهت عرضی
$W$	نسبت کاهشی شعاع بیضی در عمق
$n$	تعداد ستون در لایه‌ها
$m$	تعداد ردیف در لایه‌ها
$xc$	مختصات مرکز بیضی در امتداد محور افق، $\text{mm}$
$yc$	مختصات مرکز بیضی در امتداد محور عمود، $\text{mm}$
$overlap$	نیمی از ضخامت قطر سطح مقطع بیضی، $\text{mm}$
$F$	معادله‌ی بیضی در دستگاه دکارتی
$x_0, x_1$	مختصات محل تداخل بیضی و یال، $\text{mm}$
$V$	حجم، $\text{mm}^3$
$Le$	طول منحنی در محل تداخل، $\text{mm}$
$S$	سطح مقطع، $\text{mm}^2$
$P$	محیط، $\text{mm}$
$he$	ارتفاع، $\text{mm}$
$d$	مجموع طول سطح مقطع بالهای یک سلول واحد، $\text{mm}$
$t$	ضخامت بیضی‌ها، $\text{mm}$
$RV$	چگالی نسبی

- fabricated by fused deposition modeling (FDM), *Modares Mechanical Engineering*, 15(13) (2016) 450-454. (in Persian)
- [17] Y. Li, Z. Feng, L. Hao, L. Huang, C. Xin, Y. Wang, E. Bilotti, K. Essa, H. Zhang, Z. Li, F. Yan, T. Peijs, A Review on Functionally Graded Materials and Structures via Additive Manufacturing: From Multi-Scale Design to Versatile Functional Properties, *Advanced Materials Technologies*, 5(6) (2020) 1900981.
- [18] A. du Plessis, S.M.J. Razavi, M. Benedetti, S. Murchio, M. Leary, M. Watson, D. Bhate, F. Berto, Properties and applications of additively manufactured metallic cellular materials: A review, *Progress in Materials Science*, 125 (2022) 100918.
- [19] J. Plocher, A. Panesar, Effect of density and unit cell size grading on the stiffness and energy absorption of short fibre-reinforced functionally graded lattice structures, *Additive Manufacturing*, 33 (2020) 101171.
- [20] K.G. Mostafa, G.A. Momesso, X. Li, D.S. Nobes, A.J. Qureshi, Dual Graded Lattice Structures: Generation Framework and Mechanical Properties Characterization, *Polymers*, 13(9) (2021) 1528.
- [21] D. Chen, S. Kitipornchai, J. Yang, Dynamic response and energy absorption of functionally graded porous structures, *Materials & Design*, 140 (2018) 473-487.
- [22] J. Brennan-Craddock, D. Brackett, R. Wildman, R. Hague, The design of impact absorbing structures for additive manufacture, *Journal of Physics: Conference Series*, 382 (2012) 012042.
- [23] M. Mahbod, M. Asgari, Elastic and plastic characterization of a new developed additively manufactured functionally graded porous lattice structure: Analytical and numerical models, *International Journal of Mechanical Sciences*, 155 (2019) 248-266.
- [24] N. Mohtadifar, M. Asgari, New Additively Manufactured Cellular Lattice Structure; Theory and Experiment, *Modares Mechanical Engineering*, 20(7) (2020) 1895-1910. (in Persian)
- [25] S. Wu, Z. Luo, Z. Li, S. Liu, L.-C. Zhang, Topological Behavior and Construction of Regular PLA Scaffolds, *Modares Mechanical Engineering*, 19(8) (2019) 1953-1958. (in Persian)
- [8] I. Rafati, A. Abouei Mehrizi, Evaluation of Young's Modulus and Poisson's Ratios of Diamond Porous Structure for Use in Orthopedic Implant by Finite Element Method, *mdrsjrn*, 19(5) (2019) 1135-1143. (in Persian)
- [9] Y. Du, H. Liang, D. Xie, N. Mao, J. Zhao, Z. Tian, C. Wang, L. Shen, Finite element analysis of mechanical behavior, permeability of irregular porous scaffolds and lattice-based porous scaffolds, *Materials Research Express*, 6(10) (2019) 105407.
- [10] X. Peng, Z. Dai, J. Liu, Y. Wang, Design and Simulation of Sandwich Structure of Exoskeleton Backplate Based on Biological Inspiration, *Journal of Physics: Conference Series*, 1885 (2021) 052066.
- [11] P. Rawat, D. Zhu, M.Z. Rahman, F. Barthelat, Structural and mechanical properties of fish scales for the bio-inspired design of flexible body armors: A review, *Acta Biomaterialia*, 121 (2021) 41-67.
- [12] U.M. Dilberoglu, B. Gharehpapagh, U. Yaman, M. Dolen, The Role of Additive Manufacturing in the Era of Industry 4.0, *Procedia Manufacturing*, 11 (2017) 545-554.
- [13] A.A. Zadpoor, Additively manufactured porous metallic biomaterials, *Journal of Materials Chemistry B*, 7(26) (2019) 4088-4117.
- [14] A. Bakhshian Nik, B. Vahidi, The Effect of Bone Tissue Engineering Scaffold Architecture on Mechanical Modulation of Cell Layer Behavior, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 51(3) (2019) 11-20. (in Persian)
- [15] A. Jalali Jahromi, M. Mirhosseini, H. Molla Hoseini, H. Nikukar, A Review on Commonly Used Scaffolds in Tissue Engineering for Bone Tissue Regeneration, *SSU\_Journals*, 28(1) (2020) 2235-2254. (in Persian)
- [16] S. Naghieh, M.R. Karamooz Ravari, M. Badrossamay, E. Foroozmehr, M. Kadkhodaei, Finite element analysis for predicting the mechanical properties of bone scaffolds

- size design of a Ti-6Al-4 V porous scaffold prepared by 3D printing, *Materials & Design*, 197 (2021) 109219.
- [29] M.J. Cross, G.J. Roger, J. Spycher, 7-Cementless fixation techniques and challenges in joint replacement\*Note: This chapter is an updated version of Chapter 9 from the first edition of Joint replacement technology edited by P. A. Revell and published by Woodhead Publishing 2008\*, in: P.A. Revell (Ed.) *Joint Replacement Technology (Second Edition)*, Woodhead Publishing, 2014, pp. 186-211.
- [30] M. Smith, Z. Guan, W.J. Cantwell, Finite element modelling of the compressive response of lattice structures manufactured using the selective laser melting technique, *International Journal of Mechanical Sciences*, 67 (2013) 28-41.
- design of pentamode metamaterials with additive manufacturing, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 377 (2021) 113708.
- [26] A. Ota, M. Yoshida, S. Sato, H. Hiraide, M. Matsuo-Ueda, H. Yamamoto, Immunolocalization of a Normal Wood Specific Pectin Methylesterase (CoPME) and Quantification of PME Gene Expression in Differentiating Xylem of *Chamaecyparis obtusa*, *American Journal of Plant Sciences*, 10(11) (2019) 1949-1968.
- [27] S. Trueba, S. Delzon, S. Isnard, F. Lens, Similar hydraulic efficiency and safety across vesselless angiosperms and vessel-bearing species with scalariform perforation plates, *Journal of Experimental Botany*, 70 (2019).
- [28] Y. Zheng, Q. Han, D. Li, F. Sheng, Z. Song, J. Wang, Promotion of tendon growth into implant through pore-

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*H. MojaveryAgah, M. Asgari, Developing a new functionally graded lattice structure based on an elliptic unit cell for additive manufacturing and investigation of its properties, Amirkabir J. Mech Eng., 55(4) (2023) 475-494.*

DOI: 10.22060/mej.2023.21736.7504





