

ارزیابی تجربی و تحلیلی اثر پارامترهای فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی نمونه فولادی بر اساس مدل محاسباتی

مهدی جعفری وردنجانی^{۱*}، سعید امینی^۱

^۱ گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران، m-jafari@tvu.ac.ir

چکیده

در حال حاضر تنش‌زدایی ارتعاشی جایگزین مناسبی برای تنش‌زدایی حرارتی جهت کاهش تنش پسماند محسوب می‌شود. در این مطالعه یک مدل تئوری بر اساس روابط تحلیلی و محاسباتی ارائه شده است. رابطه پیشنهادی از نظر متغیرهای فرکانس، دامنه و زمان ارتعاش اصلاح شده است تا پارامترهای کاربردی‌تری را در مقایسه با مدل‌های قبلی شامل شود. بنابراین پارامترهای ضروری روش ارتعاشی شامل تعداد سیکل به عنوان مدت فرآیند، نرخ کرنش به عنوان بسامد بارگذاری، و دامنه به عنوان بار در مدل تعبیه شده است. آزمایشات تجربی جهت اندازه‌گیری توزیع تنش پسماند با روش پراش اشعه ایکس برای نقاط خاصی انجام شده است تا نتایج آن با نتایج مدل مقایسه شود. محدوده خطای قابل‌کنترلی (زیر ۱۰ درصد) بین نتایج تئوری و تجربی مشاهده شده است. با توجه به نتایج بدست‌آمده، مدل از لحاظ محاسبه توزیع تنش پسماند پس از انجام فرآیند نسبت به نتایج آزمایش تجربی مشابه عملکرد قابل‌قبولی داشته است. طبق نتایج بدست‌آمده پارامتر دامنه ارتعاش، حدود ۱۹٪ موثرتر از سایر پارامترها بوده است. همچنین افزایش دامنه، اثر مثبت پارامتر فرکانس را به میزان ۳۸٪ بیش از سایر پارامترها افزایش داده است. جهت بررسی عمیق‌تر مدل، نرخ تغییرات توزیع تنش نیز نسبت به پارامترهای مذکور بررسی شده است.

کلمات کلیدی: تنش‌زدایی ارتعاشی، مدل محاسباتی، تنش پسماند، توزیع تنش، نمونه فولادی

۱ - مقدمه

تکنیک‌های ارتعاشی از جمله روش‌های تنش‌زدایی است که در سازه‌های مختلف مکانیکی و عمرانی جهت کاهش تنش پسماند مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مطالعات اخیر نشان داده است که تکنیک‌های ارتعاشی روند کاهش تنش را تسریع می‌کنند. همانطور که دانشمندان ادعا می‌کنند، ارتعاشات منظم کوتاه‌مدت می‌تواند تأثیری مشابه با یک فرآیند طولانی مدت پیر شدگی طبیعی داشته باشد [۱-۳]. نتایج مطالعه انجام شده توسط مک‌گلدریک^۱ [۴] و سداک^۲ [۵] روی سازه‌های جوشکاری شده ثابت نشان داده است که عملیات ارتعاشی نزدیک به تشدید می‌تواند پایداری ابعادی سازه را افزایش دهد.

لوکشین^۳ [۶] توانست تنش پسماند موجود در قطعه آلومینیومی ریخته‌گری شده را با استفاده از تنش‌زدایی ارتعاشی^۴ تا ۷۰ درصد کاهش دهد. همچنین مور^۵ [۷] عملیات تنش‌زدایی ارتعاشی را روی یک تیر یک سر گیردار انجام داد و آزادسازی تنش را تا حدود قابل‌محقق ساخت.

کارایی تنش‌زدایی ارتعاشی بر روی ورق‌های آلومینیومی ضخیم نیز در تحقیقات مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است [۸-۱۰]. در این تحقیقات باور بر این است که تنش‌زدایی ارتعاشی بر تمرکز تنش پسماند نیز تأثیراتی دارد که منجر به تغییراتی در سختی و صلبیت مواد می‌شود. در مطالعه دیگری، خان^۶ و همکاران [۱۱] ریزسختی را به عنوان معیاری برای تشخیص میزان

^۱ McGoldrick

^۲ Şedek

^۳ Lokshin

^۴ Vibratory stress relief (VSR)

^۵ Moore

^۶ Khan

تأثیر تنش‌زادایی ارتعاشی بر مناطق مختلف سازه جوش داده شده مانند منطقه متأثر از حرارت^۱، فلز پایه، و گرده جوش مورد بررسی قرار دادند. گرچه هنوز رابطه مستقیمی بین میزان تنش پسماند و ریزسختی وجود ندارد، لیکن طبق گفته نویسندگان ریزسختی می‌تواند به عنوان معیار غیرمستقیمی جهت تشخیص نسبت تأثیر تنش‌زادایی ارتعاشی مد نظر قرار گیرد.

وانگ^۲ و همکاران [۱۲] موضوع تأثیر تنش پسماند بر ریزساختار را در آلیاژ Al-Mg-Si-Cu مورد بررسی و اعتبارسنجی قرار دادند. این موضوع توسط هی^۳ و همکاران [۱۳] نیز تأیید شده است. آنها در این مطالعه به تأثیر بارهای متناوب بر ویژگی‌های مکانیکی آلیاژ نیز پی برده‌اند. پارامتر شکل موج بار متناوب در تنش‌زادایی ارتعاشی توسط وانگ و همکاران [۱۴] مورد بررسی قرار گرفت. گرچه استفاده از بار سینوسی در اعمال ارتعاشات جهت تنش‌زادایی ارتعاشی رایج است، این نویسنده شکل موج دیگری را مورد بررسی قرار داد.

در برخی از مطالعات اخیر، تأثیر ارتعاش و حرارت [۱۵] و خستگی و رشد ترک [۱۶] نیز در مبحث تنش‌زادایی ارتعاشی تیرهای ساده و ناهمگن کامپوزیتی نیز مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است، برای مثال در مطالعه لین^۴ [۱۷] تأثیر ارتعاش فراصوت و فرکانس بالا [۱۸] بر ویژگی‌های مکانیکی و ریزساختار آلیاژهای آلومینیوم هایدروژن‌تکتیک و تیرهای کامپوزیتی ناهمگن [۱۹، ۲۰] مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که اندازه دانه متوسط تا حدود ۲۱ میکرومتر الی ۲۴ میکرومتر توسط تنش‌زادایی ارتعاشی فراصوت کاهش یافته است. همچنین مطالعات مختلفی جهت بررسی کارایی فرآیند ارتعاشی و حرارتی هم‌زمان انجام شده است، لیکن محدودیت‌های این فرآیند شامل هزینه بالای تجهیزات جهت تولید منابع حرارتی و ارتعاشی هم‌زمان [۲۱] و عدم امکان تنش‌زادایی قطعات بزرگ باعث شده است تا این فرآیند کمتر مورد استفاده قرار گیرد [۱۵، ۲۲].

مطالعات انجام شده در زمینه تنش‌زادایی ارتعاشی به بحث‌های تجربی محدود نمی‌شود و جنبه‌های تحلیلی و نظری این فرآیند [۲۳، ۸] نیز مورد بررسی قرار گرفته است. کوفی^۵ [۲۴] مدلی جهت توصیف وضعیت پلاستیسیته در فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی پیشنهاد نمود. این مدل بر این فرض استوار است که تنش‌های متناوب با ترکیب تنش ناشی از نیروهای ارتعاشی داخلی و تنش‌های باقی‌مانده در ماده ایجاد می‌شوند. همانطور که نویسنده ادعا می‌کند، می‌توان تأثیر پارامترهای فرآیند را که شامل بسامد ارتعاش، دامنه تنش، دامنه کرنش، تنش تسلیم، و نرخ سخت شدن کرنش می‌باشد، در پرتوی این مدل تحلیل کرد. همچنین آئوکی^۶ و همکاران [۲۵] روشی مدرن برای کاهش تنش پسماند توسط بار ارتعاشی هارمونیک در حین جوشکاری پیشنهاد کردند. روش پیشنهادی با اندازه‌گیری تنش پسماند توسط پراش اشعه ایکس^۷ به صورت تجربی آزمایش شده است.

رائو^۸ و همکاران [۲۶] نیز با ارائه مدل ریاضی آزادسازی تنش پسماند به ارزیابی تنش و کرنش دینامیک در سازه‌های جوشکاری شده فولاد زنگ‌نزن ۳۰۴L پرداختند. مدل جهت بررسی اثر تنش‌زادایی ارتعاشی در حین ساخت سازه‌های جوشکاری شده به کار گرفته شده است. طبق ادعای محققان این مطالعه، اختلاف بین کاهش تنش پسماند اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در حدود ۱۱ درصد است. در مطالعه تحلیلی دیگری، وانگ^۹ و همکاران [۲۷] با استفاده از یک ریزپردازنده و تحلیل گستره بسامد ایجادشده در فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی، مطالعه‌ای روی عملکرد این فرآیند انجام دادند. طبق ادعای نویسندگان، استفاده

^۱ Heat affected zone (HAZ)

^۲ Wang

^۳ He

^۴ Lin

^۵ Kwofie

^۶ Aoki

^۷ X-ray diffractometry (XRD)

^۸ Rao

^۹ Wang

از این ریزپردازنده باعث کاهش هزینه و ساده‌سازی سخت‌افزارهای مورد نیاز در این فرآیند شده است. بخش اصلی این مطالعه به صورت تجربی انجام شده است و تحلیل تئوری یا عددی ضعیفی در این مطالعه دیده می‌شود.

اگرچه مدل‌های فوق به خوبی پرداخته شده است، در اکثر آنها اعتبارسنجی عملی مدل در مطالعه ارائه نشده است و پیچیدگی معادله نیازمند تلاش‌های محاسباتی اضافی برای به دست آوردن مقدار تنش پسماند باقی‌مانده به عنوان خروجی است. همچنین در برخی از آنها قطعیتی در تعریف دقیق ویژگی‌های الاستوپلاستیک توسط فنرها وجود ندارد و اعمال اصلاحات تئوری جزئی جهت ساده‌سازی آنها عمدتاً باعث حذف برخی فرضیات عملی شده است. همچنین در اکثر این مطالعات، تأثیر فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی به صورت تجربی و عددی (تحلیل المان محدود) مورد بررسی قرار گرفته است و در برخی از آنها روش‌های متفاوت اعمال ارتعاش از قبیل ایجاد ارتعاش مغناطیسی و الکترومغناطیسی به کار گرفته شده‌اند. همچنین ارزیابی متالورژیکی جهت مشاهده تغییرات ساختار دانه پس از اعمال فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی انجام شده است. صرف نظر از تفاوت موجود در روش اعمال ارتعاش در مطالعه حاضر، یک تفاوت عمده مربوط به بخش تحلیل تئوری می‌باشد. در اکثر مطالعات مذکور از تحلیل المان محدود در نرم‌افزار جهت ارزیابی فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی استفاده شده است در حالیکه در مطالعه حاضر، در بخش تحلیل تئوری، از توسعه مدل ریاضی جهت ارزیابی اثر فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی استفاده شده است و پارامترهای مورد نظر در آن اعمال شده است. سایر وجوه تمایز بخش تحلیل تئوری در زیر ارائه شده است:

- در بسیاری از مطالعات پیشین در بخش شبیه‌سازی، تنش پسماند معمولاً به کمک مدل‌های حرارتی جهت شبیه‌سازی فرآیند جوشکاری در قطعه کار اعمال شده است در حالیکه در مطالعه حاضر این کار به کمک اعمال بار اولیه در قطعه کار ایجاد شده است.
- در اکثر مطالعات فوق پارامتر نرخ کرنش مورد ارزیابی قرار نگرفته است در حالیکه در مطالعه حاضر چنین است.
- پارامتر دامنه به طور مستقیم در مدل ارائه شده بررسی شده است در حالیکه در اکثر مطالعات فوق این پارامتر به طور غیر مستقیم با اعمال بار، در تحلیل وارد شده است.
- در مطالعه حاضر با انجام عملیات ریاضی، نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به پارامترهای دخیل بررسی شده است.

روش تحلیلی دنبال‌شده توسط داوسون [۳] روی نمونه‌هایی از جنس فولاد نرم نوردشده و نوع خاصی از آلیاژ آلومینیوم، باعث دستیابی به نتایج تئوری خاصی شد که نشان می‌دهد تغییرشکل‌های پلاستیک ایجاد شده طی فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی منجر به آزادسازی قابل توجه تنش سطحی آنها شده است. این تحلیل بر اساس اصول علم پلاستیسیته سنتی و با در نظر گرفتن کارسختی کینماتیک خطی ارائه شده است. فرم پایه روابط ارائه شده در مطالعه داوسون در مطالعه حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. این روابط پس از اعمال اصلاحات، با در نظر گرفتن پارامترهای اساسی مورد نظر که در تحلیل‌های تئوری انجام شده پیشین کمتر به آنها پرداخته شده است، جهت ارزیابی میزان آزادسازی تنش مورد استفاده قرار گرفته‌اند. همچنین در مطالعه مذکور [۳] تنها پارامتر بارگذاری به صورت مستقیم در رابطه لحاظ شده است، در حالیکه در مطالعه حاضر پارامترهای بسامد و زمان تنش‌زدایی ارتعاشی نیز وارد شده است. دامنه ارتعاش نیز به صورت یک پارامتر مستقیم به جای متغیر گشتاور یا بارگذاری در نظر گرفته شده است. فاز تجربی این پژوهش با توجه به مطالعه قبلی انجام شده [۲۸] جهت مقایسه نتایج تجربی و محاسباتی مورد استفاده قرار گرفته است. مقایسه این نتایج، بازه اختلاف قابل قبولی را بین نتایج تجربی و محاسباتی نشان داده است.

۲ - روش تحقیق

۲-۱ - آزمایش‌های تجربی

جهت اعتبارسنجی مدل تئوری ارائه شده، قطعه‌کاری از جنس AISI-۱۰۰۸ در نظر گرفته شده است تا به صورت تجربی و تئوری ارزیابی روی آن انجام شود. جدول ۱ ویژگی‌های مکانیکی مهم AISI-۱۰۰۸ را نمایش می‌دهد.

Table 1 Mechanical properties of AISI-1008 [29]

پارامتر	علامت	واحد	مقدار
مدول یانگ	E	GPa	۲۰۰
شیب منحنی تنش-کرنش در منطقه پلاستیک	E_T	GPa	۸
استحکام تسلیم	S_Y	MPa	۲۵۰
استحکام نهایی کششی	S_{UT}	MPa	۳۵۰
چگالی	ρ	kg / m^3	۷۸۰۰
نسبت پواسون	ν		۰/۳

آزمایش‌های مورد نظر در سه بخش انجام شده است:

۲-۱-۱ ایجاد توزیع تنش اولیه با اعمال گشتاور

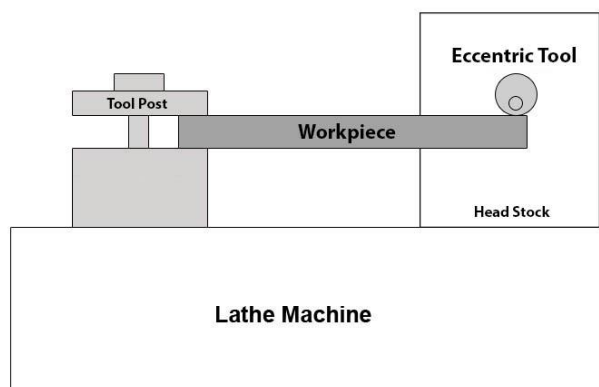
گرچه توزیع تنش اولیه به روش‌های مختلفی از قبیل ماشینکاری، جوشکاری، و اغلب فرآیندهای ساخت روی نمونه قابل ایجاد است [۳۰]، در این مطالعه به دلیل نیاز به تطابق بخش تئوری و تجربی، این کار با بارگذاری به مقدار یکسان انجام شده است. پیکربندی بارگذاری صورت گرفته برای فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی در شکل ۱ نمایش داده شده است. میزان خیز انتهای تیر به کمک روابط (۱۱) تا (۱۲) محاسبه شده است که در بخش بعدی به طور مفصل تشریح شده‌اند.

لازم به ذکر است که هر چند بارگذاری اولیه ممکن است منجر به ایجاد برخی تغییرشکل‌های اندک در لایه‌های سطحی مقطع تیر شود، لیکن این تغییرشکل‌ها عملاً در حدی نیست که مشکلی را در روند فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی در مراحل بعدی ایجاد نماید. البته باید توجه نمود که دامنه ارتعاش باید به درستی تعیین شده باشد. به علاوه، فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی مورد نظر در دو مرحله انجام شده است تا در حین انجام آزمایش تماس دائمی بین ابزار و قطعه کار وجود داشته باشد. این مورد در بخش‌های بعدی بیشتر توضیح داده شده است.

۲-۱-۲ تنش‌زادایی ارتعاشی

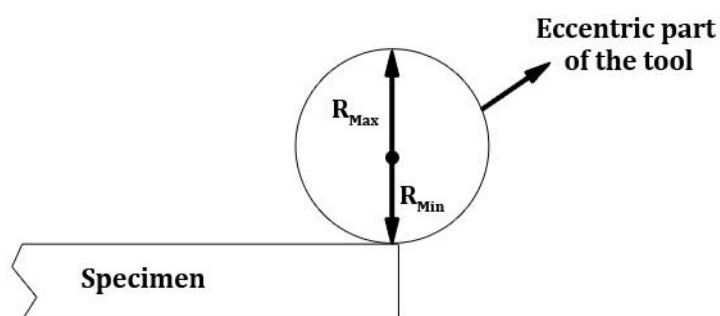
طرح‌واره پیکربندی تنش‌زادایی ارتعاشی مورد نظر در شکل ۱ و شکل ۲ نمایش داده شده است. شکل ۳ تیر را تحت عملیات تنش‌زادایی ارتعاشی نمایش می‌دهد. پیکربندی تشریح شده در مطالعه قبلی [۲۸] که در آن از ماشین ابزار تراشکاری به عنوان منبع ارتعاش استفاده شده، ابزارگیر نمونه را نگه داشته است، در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است. البته در اینجا اصلاحاتی از قبیل به کارگیری ماشین تراش با قابلیت کنترل بالاتر پارامترهای تنظیمی و شافت خارج از مرکز با میزان لنگی معین جهت کنترل دقیق‌تر میزان دامنه در نظر گرفته شده است (شکل ۴). پارامتر فرکانس با تنظیم سرعت دورانی محور به دست آمده است؛ به طوری که هر دور محور معادل یک چرخه کامل ارتعاش در نظر گرفته شده است. ابزار و قطعه کار (نمونه)، در ابتدای کار، در شعاع حداقل ابزار، با انتهای قطعه کار تماس شده‌اند (شکل ۲). بنابراین طی انجام آزمایش، تماس دائمی بین ابزار و قطعه کار وجود دارد و تماس سایر نقاط ابزار باعث اعمال گشتاور خمشی روی قطعه کار می‌شود. باید به این نکته توجه داشت که در صورت بروز تغییرشکل پلاستیک در قطعه کار، احتمال قطع تماس در برخی مقاطع زمانی دوران ابزار رخ خواهد داد. ضمن اینکه جهت ایجاد تشابه بین آزمون عملی و تئوری، و افزایش تأثیر فرآیند ارتعاش می‌بایست اعمال بار خمشی ارتعاش در دو جهت مخالف انجام شود. این مسأله با انجام فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی در دو مرحله مجزاً مرتفع شده است. به این ترتیب که در مرحله اول، فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی به طور کامل روی قطعه کار انجام شده، در مرحله دوم همین کار پس از چرخش

قطعه‌کار به میزان ۱۸۰ درجه تکرار شده است. آزمایشات تجربی جهت اطمینان از اندازه گیری پایدار و قابل تکرار، طبق ترکیب‌های آزمایش تعیین شده در مطالعه قبلی [۲۸] با دو تکرار انجام شده است.



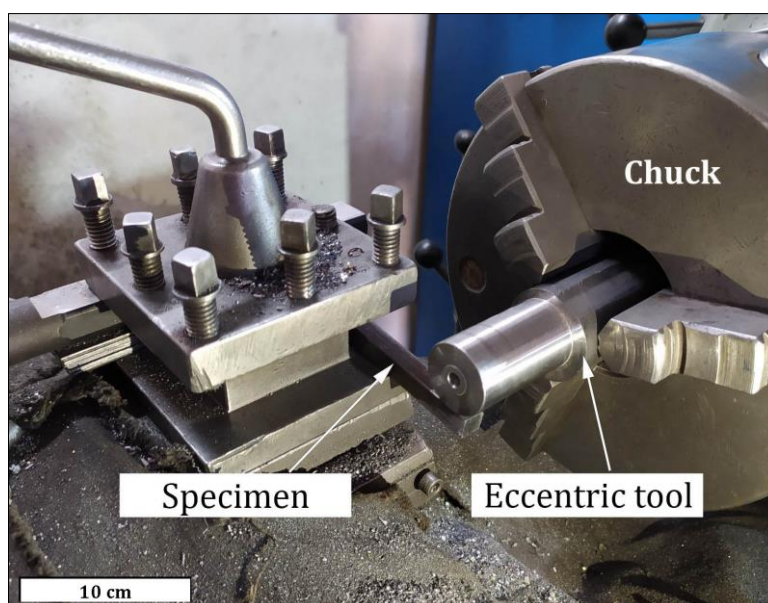
شکل ۱ پیکربندی تنش‌زایی ارتعاشی مورد نظر

Fig. 1 Proposed vibrational stress relief configuration



شکل ۲ موقعیت اولیه ابزار و نمونه جهت حفظ تماس دائم با بخش خارج از مرکز ابزار در هر مرحله

Fig. 2 The initial position of the tool and specimen to maintain constant contact with the eccentric tool at each stage



شکل ۳ عملیات تنش‌زادی ارتعاشی در حال انجام روی نمونه با استفاده از ابزار لنگ بسته شده در داخل اسپیندل

Fig. 3 Performing vibrational stress relief on the specimen using the eccentric tool clamped into the spindle chuck



شکل ۴ ابزارهای خارج از مرکز AISI-۴۳۴۰ برای اعمال بار با دامنه‌های معین

Fig. 4 The eccentric AISI-4340 tools to apply the loads with certain amplitudes

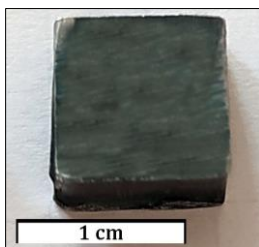
۲ - ۱ - ۳ - اندازه‌گیری تنش پسماند

اندازه‌گیری تنش پسماند قبل و بعد از فرآیند تنش‌زادی ارتعاشی به کمک روش تفرق اشعه ایکس زاویه پائین انجام شده است. این اندازه‌گیری در چندین نقطه سطح مقطع نمونه برش خورده انجام شد (شکل ۵). از آنجائیکه عمل برش خود باعث ایجاد تنش پسماند می‌شود، این مقادیر، با مقادیر اندازه‌گیری شده در سطح مقطع انتهایی تیر مقایسه شد و پراکندگی قابل قبولی مشاهده شد. مشخصات دستگاه در جدول ۲ نشان داده شده است.

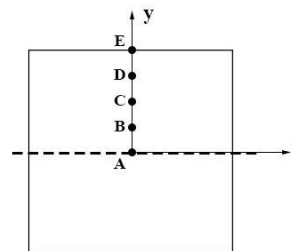
جدول ۲ مشخصات فنی تفرق اشعه ایکس زاویه پائین مورد استفاده جهت اندازه‌گیری تنش‌های پسماند

Table 2 Technical specifications of low angle X-ray diffraction device used to measure residual stresses

مقدار	پارامتر
۵۰۰ تا ۵۶۰ میلیمتر	قطر اندازه‌گیری
۳۶۰ درجه	گستره زاویه
۱۱۰- تا ۱۶۸ درجه	بازه زاویه قابل استفاده (2θ)
۰/۰۰۰۱ درجه	زینه‌بندی



(ب)



(الف)

شکل ۵ (الف) نقاط اندازه‌گیری تنش پسماند (A تا E) روی سطح مقطع نمونه؛ (ب) یک نمونه برش خورده برای اندازه‌گیری تفرق اشعه ایکس

Fig. 5 (a) Residual stress measurement points (A to E) on the specimen cross-section; (b) A sample cut for X-ray diffraction measurement

۲-۲ - روش تئوری

چگونگی توزیع تنش پسماند پیش از عملیات تنش‌زادایی ارتعاشی در مطالعه قبلی [۲۸] تشریح شده است. گرچه پس از باربرداری، بخشی از تنش آزاد می‌شود، با فرض اینکه در بدترین وضعیت، مجموع تنش اعمال شده در قطعه باقی بماند، می‌توان این توزیع را به صورت زیر محاسبه نمود [۲۸]:

$$\sigma_i = \left(\frac{y}{c-h_1}\right)\sigma_e, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (1)$$

$$\sigma_i = \left(1-\beta + \frac{\beta y}{c-h_1}\right)\sigma_e, \quad c-h_1 \leq y \leq c \quad (2)$$

که در آن σ_i توزیع تنش ابتدایی در وضعیت اولیه، پیش از انجام هرگونه عملیات تنش‌زادایی، σ_e تنش تسلیم جنس مورد نظر، I ممان اینرسی، c نصف ارتفاع سطح مقطع تیر، و h_1 نصف ارتفاع سطح مقطع در وضعیت اولیه برای قسمتی که دچار تغییر شکل پلاستیک شده است. همانطور که در مطالعه قبل نیز اشاره شد، β به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۸]:

$$\beta = \frac{E_T}{E} \quad (3)$$

باید به این نکته اشاره نمود که σ_e با اعمال M_0 پدیدار می‌شود، و رابطه آن با M_0 به صورت زیر است [۳]:

$$\sigma_e = \frac{M_0 y}{I} \quad (4)$$

که در آن [۳]:

$$y_0 = c - h_1 \quad (5)$$

سپس توزیع تنش پس از اعمال ۱ سیکل تنش‌زادایی ارتعاشی را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [۳]:

$$\sigma_{ir} = \left(\frac{y}{c-h_1}\right)\sigma_e - \frac{M_1 y}{I}, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (6)$$

$$\sigma_{ir} = \left(1-\beta + \frac{\beta y}{c-h_1}\right)\sigma_e - \frac{M_1 y}{I}, \quad c-h_1 \leq y \leq c \quad (7)$$

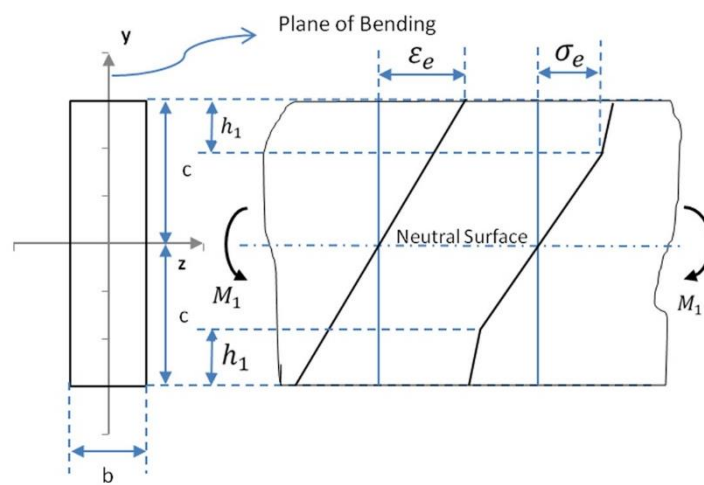
که در آن σ_{ir} توزیع تنش پسماند در مرحله ابتدایی، پس از اعمال اولین گشتاور خمشی (M_1) در تنش‌زادایی ارتعاشی (شکل ۶) است. برای توزیع تنش پسماند پس از اعمال ۲ سیکل تنش‌زادایی روابط زیر صادق است [۳، ۱۸، ۲۸]:

$$\sigma_{fr} = \left(\frac{1}{c-h_1} - \frac{2}{c-h_2} \right) y \sigma_e + \frac{M_2 y}{I}, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (8)$$

$$\sigma_{fr} = \left(1 - \beta + \frac{\beta y}{c-h_1} - \frac{2y}{c-h_2} \right) \sigma_e + \frac{M_2 y}{I}, \quad c-h_1 \leq y \leq c-h_2 \quad (9)$$

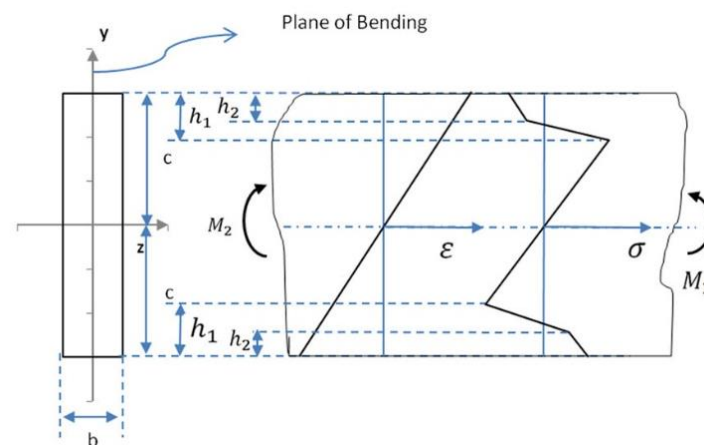
$$\sigma_{fr} = \left(-1 + \beta + \frac{\beta y}{c-h_1} - \frac{2\beta y}{c-h_2} \right) \sigma_e + \frac{M_2 y}{I}, \quad c-h_2 \leq y \leq c \quad (10)$$

که در آن σ_{fr} توزیع تنش پسماند پس از اعمال دومین گشتاور خمشی (M_2) در خلاف جهت M_1 (شکل ۷)، و h_2 نصف ارتفاع سطح مقطع تیر در بخشی از سطح مقطع است که با اعمال دومین گشتاور دچار تغییر شکل پلاستیک شده است.



شکل ۶ توزیع تنش در هنگام اعمال M_1 [۳]

Fig. 6 Stress distribution while applying M_1 [3]



شکل ۷ توزیع تنش در هنگام اعمال M_2 [۳]

Fig. 7 Stress distribution while applying M_2 [3]

با مشاهده روابط (۸) تا (۱۰) می‌توان دریافت که تنها پارامتر بار (گشتاور) جهت محاسبه مقدار تنش آزاد شده در نظر گرفته شده است و فرکانس، زمان، و دامنه لحاظ نشده‌اند. آنچه که در این مطالعه مد نظر است، این است که این پارامترها به نوعی در رابطه لحاظ شوند که در اینجا به آن پرداخته شده است.

از آنجائی که پیکربندی تیر به صورت تیر یک‌سرگیردار است، و بار اعمال شده به صورت نیروی عمودی در انتهای تیر است، رابطه تنش حداکثر ناشی از گشتاور خمشی ($M_e = \sigma_e I / c$) به شکل زیر در می‌آید:

$$P_e = \frac{\sigma_e I}{cL} \quad (11)$$

که در آن P_e نیروی بیشینه، پیش از تسلیم انتهای گیردار، و L طول تیر است. به این ترتیب روابط (۱) تا (۱۰) را می‌توان به صورت روابط (الف-۱) تا (الف-۵) (موجود در پیوست الف-۱) بازنویسی نمود. از آنجائیکه فرض بر این است که تنش‌زایی ارتعاشی برای هر دوره (تعداد معین سیکل) در هر دو جهت موافق و مخالف انجام شده است، علامت روابط در مقایسه با روابط (۸) تا (۱۰) که در آنها گشتاور معکوس شده است، تغییری نداشته است. می‌توان خیز حداکثر انتهای آزاد تیر (δ) را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} \quad (12)$$

$$\Rightarrow P = \frac{3\delta EI}{L^3} \quad (13)$$

بنابراین رابطه (الف-۳) تا (الف-۵) به صورت زیر تغییر می‌کنند:

$$\sigma_{fr} = \left(\frac{1}{c-h_1} - \frac{2}{c-h_2} \right) y \sigma_e + \frac{3\delta_2 EI y}{L^2 I}, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (14)$$

$$\sigma_{fr} = \left(1-\beta + \frac{\beta y}{c-h_1} - \frac{2y}{c-h_2} \right) \sigma_e + \frac{3\delta_2 EI y}{L^2 I}, \quad c-h_1 \leq y \leq c-h_2 \quad (15)$$

$$\sigma_{fr} = \left(-1+\beta + \frac{\beta y}{c-h_1} - \frac{2\beta y}{c-h_2} \right) \sigma_e + \frac{3\delta_2 EI y}{L^2 I}, \quad c-h_2 \leq y \leq c \quad (16)$$

اما همچنان عبارتی برای فرکانس و زمان وجود ندارد. این بدان معنا است که روابط (۱۴) تا (۱۶) جهت محاسبه تنش آزادشده در سیکل اول قابل استفاده هستند. با افزودن پارامتر n به عنوان تعداد سیکل، روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_{fr} = \left(\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \times \frac{i}{c-h_i} \right) y \sigma_e + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (17)$$

$$\sigma_{fr} = \left(1-\beta + \sum_{i=1}^n \frac{\beta^{((-1)^{i+1}+1)/2} \times (-1)^{i+1} \times i \times y}{c-h_i} \right) \sigma_e + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad c-h_i \leq y \leq c-h_{i+1} \quad (i=1, \dots, n-1) \quad (18)$$

$$\sigma_{fr} = (-1 + \beta + \beta y \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^{i+1} \times t}{c - h_i}) \sigma_e + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad c - h_n \leq y \leq c \quad (19)$$

بنابراین پارامتر زمان نیز در این محاسبه لحاظ شده است؛ و h_i با احتساب گشتاور قبلی اعمال شده قابل محاسبه است. در اینجا ذکر این نکته ضرورت دارد که کلیه روابط توسعه یافته فوق برای اعمال گشتاورهای متفاوت در نظر گرفته شده‌اند، حال آنکه بدلیل یکسان بودن دامنه در فرآیند تنش‌زادایی ارتعاشی مورد نظر، تمام گشتاورها در تمام سیکل‌ها یکسان است. این موضوع باعث تغییر روابط فوق می‌شود زیرا h_i به دلیل اینکه مقدار h بر اساس گشتاور اعمال شده محاسبه می‌شود، در طول کل فرآیند یکسان باقی می‌ماند. با در نظر گرفتن h یکسان در هر سیکل، روابط (۱۷) تا (۱۹) به شکل روابط (الف-۶) و (الف-۷) (موجود در پیوست الف-۲) تغییر می‌کنند. با جاگذاری h در رابطه (الف-۶) و (الف-۷)، این روابط به صورت زیر در می‌آیند:

$$\sigma_{fr} = 3 \left(\sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \times i \times \frac{\delta_n E}{L^2} \right) y + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad 0 \leq y \leq c - h \quad (20)$$

$$\sigma_{fr} = \sigma_e (\beta - 1) + 3\beta y \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \times i \times \frac{\delta_n E}{L^2} + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad c - h \leq y \leq c \quad (21)$$

با در نظر گرفتن نرخ کرنش در روابط، اثر فرکانس نیز در رابطه ظاهر می‌شود. همانطور که در مطالعه لی^۱ و همکاران [۳۱] اشاره شده است، نرخ کرنش بر خواص مکانیکی تأثیر می‌گذارد. آشکارترین اثر نرخ کرنش در مطالعه مذکور در محدوده فاز پلاستیک مشاهده شده است. به عبارت دیگر، بر اساس نتایج این مطالعه، انحنای دیاگرام تنش-کرنش در محدوده پلاستیک تحت تأثیر نرخ کرنش قرار گرفته است. گرچه در نرخ‌های خیلی زیاد کرنش، آثار اندکی روی σ_e نیز مشاهده می‌شود، لیکن این اثر برای نرخ‌های مورد نظر قابل چشم‌پوشی است.

با در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش در محدوده پلاستیک، β به طور مستقیم تحت تأثیر قرار می‌گیرد. لذا β' به صورت زیر تعریف شده است [۲۴]:

$$\beta' = C_{SR} \beta \quad (22)$$

که در آن C_{SR} ضریب نرخ کرنش است. با توجه به مطالعه لی و همکاران، رابطه زیر تقریب مناسبی را برای دیاگرام حاصل از نرخ کرنش‌های مختلف در آلیاژهای فولاد فراهم می‌آورد [۳۱]:

$$C_{SR} = \log_{10} \left(\frac{f}{10} + 1 \right) \quad (23)$$

که در آن f فرکانس ارتعاش است که به نوعی نماینده نرخ کرنش در واحد $\frac{1}{s}$ یا Hz می‌باشد. بنابراین رابطه (۱۷) تا (۱۹) به شکل روابط (الف-۱۱) و (الف-۱۲) (موجود در پیوست الف-۳) به دست می‌آیند. با توجه به مطالعات پیشین، اثر تنش‌زادایی ارتعاشی برای سیکل‌های بعدی کاهش می‌یابد [۳، ۳۲-۳۵]. این بدان معناست که باید توزیع تنش محاسبه شده توسط روابط

(الف-۱۱) و (الف-۱۲) را با توجه به تعداد سیکل اعمال شده تغییر داد. پس از بررسی اصلاحات مختلف و مقایسه با نتایج تجربی، این نتیجه به دست آمد که میانگین‌گیری روشی منطقی و واقع‌گرایانه برای این روابط است:

$$\sigma_{fr} = \frac{3}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \times i \times \frac{\delta_n E y}{L^2} + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad 0 \leq y \leq c - h \quad (24)$$

$$\sigma_{fr} = (\beta' - 1)\sigma_e + \frac{3}{n} \beta' y \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \times i \times \frac{\delta_n E}{L^2} + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad c - h \leq y \leq c \quad (25)$$

باید توجه نمود که روابط فوق توزیع تنش را برای انتهای گیردار محاسبه می‌کنند. اینجا مقطعی از تیر است که بیشترین مقادیر تنش را تحمل می‌کند و سایر مقاطع تیر بر حسب فاصله (x) تا این مقطع، مقادیر تنشی کمتری را تحمل می‌نمایند. پس از انجام اصلاحات جزئی، رابطه زیر با خطای قابل چشم‌پوشی برای سطح مقطع مذکور تیر بدست آمده است.

$$\sigma_{fr} = \frac{3\delta_n E y}{L^2} \left(\left(\frac{\beta'}{n} \sum_{i=1}^n ((-1)^{i+1} \times i) \right) \sin\left(\frac{y}{4h}\right) + 1 \right) \quad (26)$$

به طور کلی پارامترهای بار (دامنه)، زمان (تعداد سیکل)، و فرکانس، به طرق زیر در مدل ارائه شده (رابطه (۲۶)) در نظر گرفته شده است:

- بار (دامنه): پارامتر دامنه (δ) با توجه به رابطه (۱۲)، با پارامتر بارگذاری خطی (P_2) ارتباط دارد. همچنین پارامتر P_2 توسط رابطه اولیه تنش‌زدایی در سیکل اول (رابطه (۸)) تا (۱۰) با پارامتر گشتاور اعمالی (M_2) مرتبط می‌شود، بنابراین پارامتر بار یا دامنه با توجه به پیکربندی فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی در مدل ارائه شده قابل اعمال است. آنچه که در این مطالعه مد نظر بوده است، اعمال مستقیم پارامتر دامنه بوده است. همانطور که در رابطه (۲۶) دیده می‌شود، این پارامتر برای سیکل n تنش‌زدایی ارتعاشی، به صورت δ_n اعمال شده است.
- زمان (تعداد سیکل): پارامتر زمان به وسیله وارد نمودن پارامتر تعداد سیکل (n) وارد مدل شده است. این کار با در نظر گرفتن n سیکل تنش‌زدایی ارتعاشی با لحاظ نمودن مجموع دنباله در رابطه (رابطه (۱۷)) تا (۱۹) اعمال شده است؛ و در نهایت در رابطه (۲۶) دیده می‌شود.
- فرکانس: پارامتر فرکانس (f) به صورت غیر مستقیم، به وسیله ضریب نرخ کرنش (C_{SR}) (در رابطه (۲۳)) و نسبت شیب نمودار تنش کرنش (β') (رابطه (۲۲))، با پارامتر β ، پیش از اعمال ضریب نرخ کرنش، با رابطه اولیه تنش‌زدایی در سیکل اول (رابطه (۸)) تا (۱۰) مرتبط شده است.

ویژگی‌های جنس طبق جدول ۱ و پارامترهای هندسی طبق جدول ۳ جهت استخراج نتایج تئوری مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

جدول ۳ مقادیر هندسی مفروض

Table 3 Geometrical parameters

مقدار	پارامتر
۰/۲۵	L (m)
۰/۰۱	c (m)

در این بخش سایر وجوه مدل ارائه شده جهت دستیابی به بازه‌های مقادیر مهم تابع برای هر متغیر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از این رو، مشتق رابطه نهایی (رابطه ۲۶) محاسبه شده، نقاط بحرانی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است که پیش از انجام هر گونه عملیات ریاضی روی مدل، ساده‌سازی‌های زیر جهت فهم بهتر تحلیل روی آن انجام شده است:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((-1)^{i+1} \times i) \cong \sum_{i=1}^n (2i-1) - 2 \sum_{i=1}^n i \quad (27)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((-1)^{i+1} \times i) \cong n^2 - n(n+1) \quad (28)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((-1)^{i+1} \times i) \cong -n \quad (29)$$

بنابراین رابطه (۲۶) به شکل نهایی زیر در آمده است:

$$\Rightarrow \sigma_{fr} \cong \frac{3\delta_n E y}{L^2} \times (-\beta' \sin(\frac{y}{4h}) + 1) \quad (30)$$

۲-۳-۱ - تعداد سیکل

برای بررسی متغیر اول، رابطه زیر با توجه به ساده‌سازی مذکور در رابطه (۳۰) بدست آمده است:

$$\frac{\partial \sigma_{fr}}{\partial n} = 0 \quad (31)$$

از آنجائیکه پارامتر تعداد سیکل به صورت مستقیم در رابطه نهایی مدل (رابطه ۲۶) وارد نشده است، نمی‌توان محدوده مشخصی را برای تعداد سیکل یا زمان فرآیند در مدل ارائه شده تعیین نمود. با توجه به مطالعات و آزمایشات پیشین [۲۸، ۳۶]، تأثیر عمده‌ی این پارامتر در سیکل‌های مقدماتی رخ داده است که به جنس و ساختار قطعه‌کار نیز وابسته است.

۲-۳-۲ - فرکانس

با توجه به روابط (۳) تا (۲۶)، روابط زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{fr} = \frac{3\delta_n E y}{L^2} \left(-\frac{E_T}{E} \log_{10} \left(\frac{f}{10} + 1 \right) \times \sin \left(\frac{y}{4h} \right) + 1 \right) \quad (32)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_{fr}}{\partial f} = \frac{3 \ln 10 \times \delta_n \times y \times E_T}{L^2} \sin \left(\frac{y}{4h} \right) \times \frac{1}{f+10} \quad (33)$$

با توجه به تحلیل ریاضی ارائه شده در رابطه (۳۳) و نمودار شکل ب-۱، می‌توان به این نتیجه دست یافت که افزایش پارامتر فرکانس برای مقادیر بیش از ۴۰۰ هرتز، عملاً تأثیر قابل توجهی در پاسخ مدل نخواهد داشت. در واقع بازه مؤثر برای پارامتر فرکانس، در مدل ارائه شده بین ۰ تا ۴۰۰ هرتز می‌باشد.

رابطه زیر با توجه به رابطه (۳۰) برای تغییرات توزیع تنش پسماند نسبت به دامنه بدست آمده است.

$$\frac{\partial \sigma_{fr}}{\partial \delta_n} = \frac{3y}{L^2} \times [-E_T \log(\frac{f}{10} + 1) \sin(\frac{y}{4h}) + E] \quad (34)$$

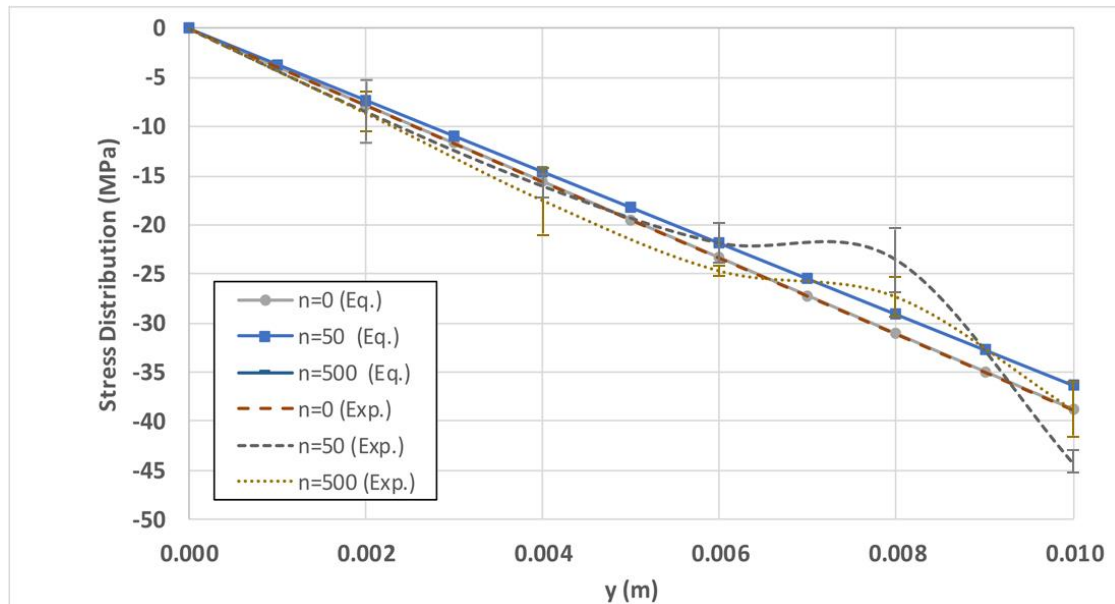
با توجه به رابطه (۳۴) و نمودار ارائه شده در شکل ب-۶، می‌توان چنین برداشت نمود که پارامتر دامنه تغییرات یکنواختی را در توزیع تنش پسماند ایجاد می‌کند، لیکن به دلیل تغییر شکل پلاستیک نامطلوب و غیر اصولی ایجاد شده در قطعه‌کار، افزایش پارامتر دامنه با محدودیت تجربی و تئوری مواجه خواهد بود که بر اساس استحکام تسلیم و استحکام کششی نهایی جنس تعیین می‌شود.

۳ - نتایج و بحث

با توجه به شکل ۸ عملکرد تنش‌زادایی ارتعاشی به کمک مدل ارائه شده و طبق مطالعات قبلی [۳، ۲۸، ۳۳]، در سیکل‌های اول نشان داده شده است. لیکن آنچه که مد نظر است، نمایش کارایی تنش‌زادایی ارتعاشی با توجه به پارامترهای زمان (تعداد سیکل)، فرکانس، و دامنه است که در این مدل لحاظ شده است. همانطور که شکل ۹ نشان می‌دهد، فرکانس یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر امر کاهش تنش بوده است. با مقایسه این نمودار (شکل ۹) با نمودار تأثیر تعداد سیکل (شکل ۸)، اثر فرکانس بیش از تعداد سیکل مشاهده می‌شود. البته باید توجه داشت که مقدار این تفاوت اندک است، ضمن اینکه احتمالاً می‌توان با افزایش بیشتر تعداد سیکل، به کاهش تنشی مشابه با افزایش فرکانس دست یافت. این قضیه در برخی مطالعات قبلی [۳۷-۳۹] نیز دیده می‌شود. در این مطالعه افزایش تعداد سیکل تنش‌زادایی اثری مشابه با افزایش فرکانس داشته است به طوری که افزایش فرکانس در زمان ثابت ۵ ثانیه، از ۴۹ هرتز به ۸۰ هرتز، به میزان ۴۳ درصد کاهش تنش را نشان داده است؛ حال آنکه با ثبات فرکانس روی مقدار ۴۹ هرتز، و افزایش مدت زمان انجام فرآیند از ۵ ثانیه به ۱۰ ثانیه، کاهش تنشی در حد ۲۹ درصد را ایجاد نموده است. البته افزایش فرکانس و مدت زمان انجام فرآیند بیش از مقادیر مذکور باعث کاهش اثر فرآیند شده است. این نتیجه تلویحاً اثر قوی‌تر فرکانس را نسبت به مدت زمان انجام فرآیند نیز نشان می‌دهد. البته باید به این موضوع نیز توجه نمود که فرکانس طبیعی نمونه و پدیده تشدید، اثر تعیین‌کننده‌ای روی این قضیه دارد و طبق مطالعات انجام شده [۴۰-۴۲]، معمولاً افزایش اثر فرکانس تا مقادیر کمتر از فرکانس طبیعی نشان داده شده است. باید به این نکته نیز توجه نمود که در برخی موارد نیز فرکانس‌های بالاتر از تشدید [۱۳، ۴۳]، برای برخی جنس‌های خاص می‌تواند اثر گذار باشد.

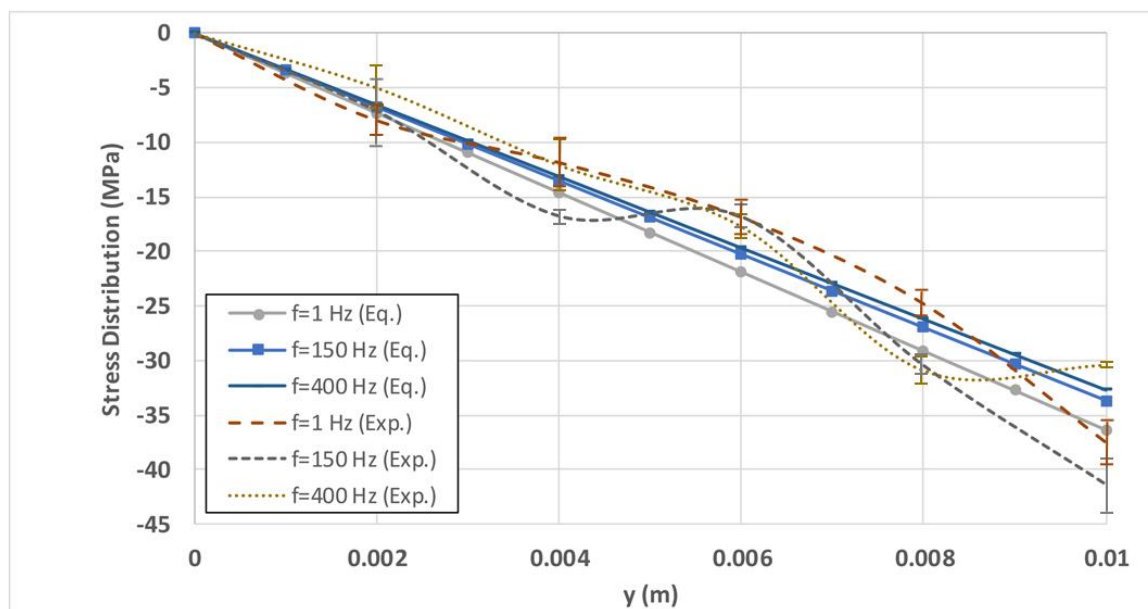
همانطور که شکل ۱۰ نشان می‌دهد، پارامتر دامنه در ۱۰ سیکل ابتدایی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر کاهش تنش داشته است. البته افزایش دامنه از ۳ به ۵ میلیمتر باعث کاهش این اثر شده است. بنابراین این نمودار نشان می‌دهد که میزان تأثیر دامنه در آزادسازی تنش دارای حد مشخصی است که می‌توان آن را به دست آورد. این قضیه در مطالعات قبلی نیز به نوعی خود را نشان داده است. در نتایج بدست آمده در مطالعات پیشین [۴۴، ۴۵] این قضیه مشاهده می‌شود که افزایش مقدار بار لازم جهت ایجاد ارتعاش که به نوعی همان دامنه محسوب می‌شود، در مقادیر میانی موجب کاهش تنش بیشتری شده است. به عبارت دیگر مقادیر رفتار کاهش تنش نسبت به بار اعمال شده به صورت صعودی-نزولی بوده است؛ یعنی همان چیزی که در شکل ۱۰ می‌توان برای دامنه‌های ۱ تا ۳ میلیمتر مشاهده نمود. این رفتار در شکل ۱۱-پ به صورت بارزتری نشان داده شده است. در مطالعه حاضر مقدار مناسب دامنه در δ برابر با ۱ میلیمتر یا کمی بیشتر بدست آمده است. تفاوت قابل مشاهده برای پارامتر دامنه با پارامترهای تعداد سیکل و فرکانس در سرعت تغییر علامت تنش پسماند بوده است. بدین معنا که تنش پسماند با افزایش مقدار دامنه، به سرعت سمت مقادیر مثبت (تنش کششی) پیش رفته است در حالی که این موضوع برای پارامترهای تعداد سیکل و فرکانس به گونه دیگری است و سرعت کاهش تنش پسماند یا به عبارتی تبدیل از نوع تنش پسماند فشاری به کششی بسیار کمتر است (شکل ۸ و شکل ۹).

آنچه که به عنوان نتایج تجربی در شکل ۸ تا شکل ۱۰ ارائه شده است، میانگین مقادیر تجربی بدست آمده در تکرارهای صورت گرفته برای هر آزمایش است، که اتصال آنها به یکدیگر احتمالاً نمایانگر رفتاری نسبتاً غیر خطی در طول پارامتر y شده است. از دلایل مهم پراکندگی نسبی نتایج تجربی نسبت به نتایج تئوری می توان به خطاهای اندازه گیری و بی نظمی ها در رفتار مکانیکی و ساختاری ماده اشاره نمود.



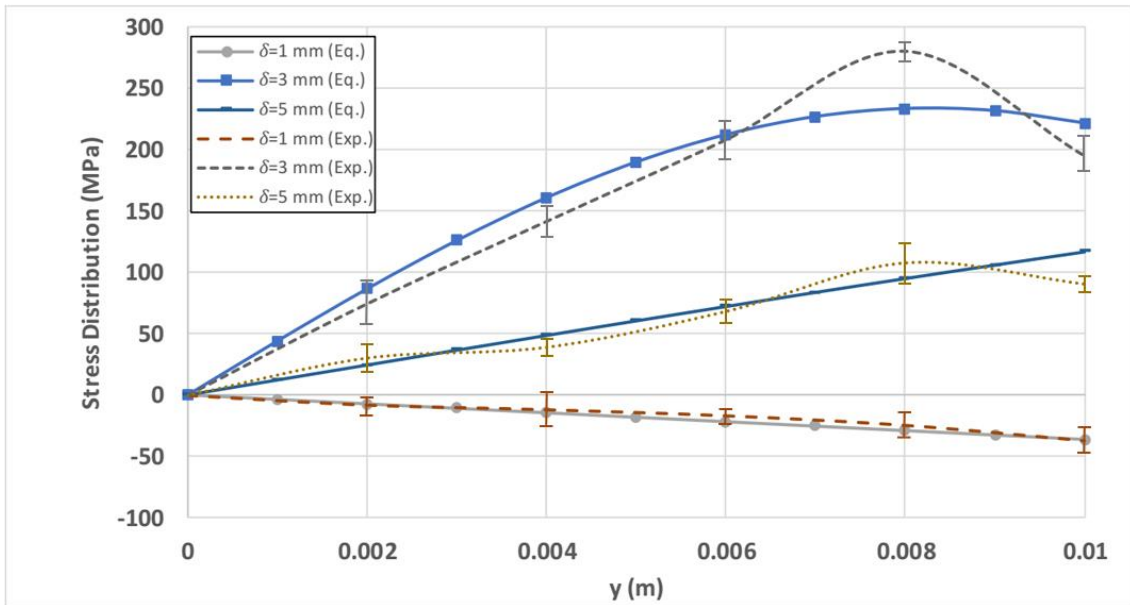
شکل ۸ توزیع تنش در مقابل ارتفاع (y) در سطح مقطع تیر با $\delta=1$ mm و $f=1$ Hz و n (تعداد سیکل)

Fig. 8 Stress distribution along y on the cross section ($\delta = 1\text{mm}, f = 1\text{Hz}$, n : number of cycles)



شکل ۹ توزیع تنش در مقابل ارتفاع (y) در سطح مقطع تیر با $\delta=1$ mm و $n=10$ و f (فرکانس)

Fig. 9 Stress distribution along y on the cross section ($\delta = 1\text{mm}, n = 10, f$: frequency)

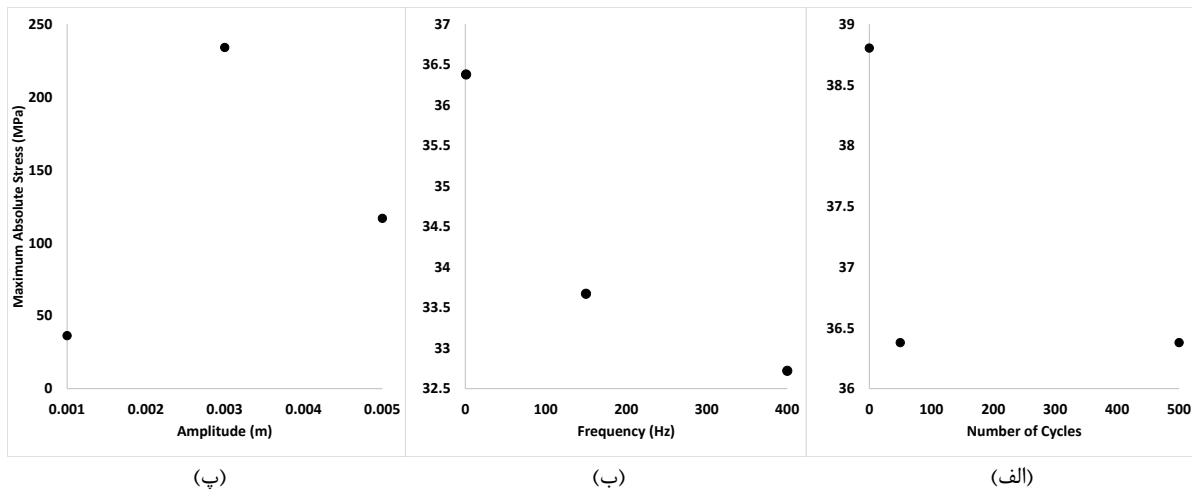


شکل ۱۰ توزیع تنش در مقابل ارتفاع (y) در سطح مقطع تیر با $f=1$ Hz و $n=10$ (دامنه ارتعاش)

Fig. 10 Stress distribution along y on the cross section ($f = 1\text{Hz}$, $n = 10$, δ : amplitude)

شکل ۱۱ تأثیر هر پارامتر را بر مقدار حداکثر تنش پسماند پیش‌بینی شده در طول محور y نشان می‌دهد. همانطور که شکل ۱۱-الف و ب نشان می‌دهند، تأثیر افزایش تعداد سیکل و فرکانس در اولین پله قابل توجه است اما در پله بعدی اندک است. طبق روند مشاهده شده می‌توان انتظار داشت که تغییر مقدار تنش در پله بعدی نیز به همین صورت باشد. البته می‌توان برای پیش‌بینی حداکثر کاهش تنش بدست آمده برای هر یک از پارامترها مقادیر بیشتری را در مدل ارائه شده مورد محاسبه قرار داد که به دلیل تأثیر اندک از این کار چشم‌پوشی شده است. این کار برای پارامتر فرکانس در [۱۳، ۱۸] انجام شده است؛ نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که تأثیر فرکانس بر میزان تنش‌زدایی ارتعاشی بیش از هر چیز به جنس و ابعاد نمونه وابسته است. به بیان دیگر فرکانس‌های بالاتر از فرکانس طبیعی تأثیر محدودی بر تنش‌زدایی ارتعاشی دارد به طوری‌که تأثیر فرآیند با افزایش ۲۰ درصد فرکانس، بالاتر از فرکانس طبیعی نمونه، کمتر از ۵ درصد گزارش شده است. در مطالعه دیگر [۹، ۲۷] نیز همین عملیات برای پارامتر زمان انجام شده است و این نتیجه به دست آمده است که افزایش مدت زمان، پس از دستیابی به ۶۴ درصد تنش‌زدایی، عملاً بسیار ناچیز بوده است.

طبق نمودار شکل ۱۱-ب تغییر رفتار کاهش تنش پسماند برای پارامتر دامنه، هم از لحاظ رفتار و هم از لحاظ مقدار نسبت با دو پارامتر دیگر متفاوت است. بازه تغییرات تنش پسماند در حد ۴۰ تا ۲۴۰ MPa است که به ترتیب برای دامنه ۱ و ۳ میلی‌متر رخ داده است. البته تغییرات تنش پسماند برای دامنه ۳ میلی‌متر در جهت افزایش مقدار آن بوده است که مطلوب نیست. شکل ۱۱-ب نشان می‌دهد که این افزایش مقدار تنش پسماند با افزایش دامنه به ۵ میلی‌متر کاهش یافته است اما همچنان نسبت به دامنه ۱ میلی‌متر بیشتر است. بنابراین با توجه به آزمایشات و محاسبات صورت گرفته، دامنه ۱ میلی‌متر مقدار مناسب‌تری برای این پارامتر به نظر می‌رسد.



شکل ۱۱ مقدار حداکثر قدر مطلق تنش پسماند محاسبه شده در طول محور y در سطح مقطع تیر برای (الف) $\delta=1$ mm و $f=1$ Hz؛ (ب) $\delta=1$ mm و $f=1$ Hz؛ (پ) $\delta=1$ mm و $f=1$ Hz و $n=10$

Fig. 11 Maximum absolute value of the residual stress calculated along the y-axis on the cross-section for (a) $\delta = 1\text{mm}, f = 1\text{Hz}$; (b) $\delta = 1\text{mm}, n = 10$; (c) $f = 1\text{Hz}, n = 10$

۳-۱-۳ نتایج تحلیل ریاضی مدل

در این بخش نتایج مربوط به تحلیل ریاضی انجام شده روی مدل به تفکیک پارامتر ارائه شده است.

۳-۱-۱-۳ تعداد سیکل

نتیجه به دست آمده در رابطه (۳۱) نتیجه دور از ذهنی نیست زیرا طبق مطالعات پیشین [۳، ۲۸، ۳۳]، نتیجه گیری تقریباً مشابهی در زمینه تأثیر مهم فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی در سیکل اول آن جهت حذف کسر بزرگی از تنش پسماند ارائه شده است. به علاوه، طبق شکل ۸، تعداد سیکل تأثیر محدودی روی روند فرآیند آزادسازی تنش داشته است. این قضیه به صورت دیگری در شکل ۱۱ نمایش داده شده است که در آن تعداد سیکل تأثیر ناچیزی در کاهش مقدار بیشینه تنش، پس از سیکل اول داشته است.

۳-۱-۲ فرکانس

همانطور که رابطه (۳۳) نشان می‌دهد، تنها مقدار بی‌نهایت پارامتر فرکانس می‌تواند منجر به صفر شدن رابطه شود. گرچه در برخی مطالعات قید شده است که ارتعاشات منجر به تشدید می‌تواند آزادسازی تنش قابل توجهی داشته باشد [۴۶]، این بدین معنا نیست که ارتعاشات با فرکانس بالاتر نمی‌تواند آزادسازی تنش بیشتری را ناشی شود. در واقع جهت اطمینان از این مورد باید نتایج مطالعات تنش‌زدایی ارتعاشی با ارتعاش فراصوت مورد ارزیابی قرار گیرد که هدف اصلی مطالعه حاضر نمی‌باشد. با فرض مقادیر متوسط برای سایر پارامترها، شکل ب-۱ تا شکل ب-۴ در پیوست ب-۱ تغییرات عبارت $\partial\sigma_{ff} / \partial f$ را به ترتیب برای پارامترهای فرکانس، دامنه، ارتفاع سطح مقطع، و شیب بخش پلاستیک نمودار تنش-کرنش نشان می‌دهد. طبق شکل ب-۱ می‌توان به این نتیجه دست یافت که افزایش فرکانس نرخ کاهش تنش را نسبت به پارامتر فرکانس کاهش می‌دهد. به عبارت دیگر افزایش فرکانس باعث کاهش اثر تنش‌زدایی می‌شود. که در واقع نوعی پیش‌بینی برای فرکانس‌های بالاتر است. این قضیه در مورد دامنه (شکل ب-۲) متفاوت است. در این نمودار افزایش دامنه، منجر به افزایش نرخ تغییرات کاهش تنش نسبت به فرکانس شده است. در واقع افزایش دامنه ارتعاش منجر به افزایش تأثیر فرکانس می‌شود که نتیجه غیر مستقیم قابل توجهی است. ضمناً این افزایش به صورت صعودی و خطی رخ داده است. جهت تشریح دلائل این امر می‌توان به مطالعات [۱، ۲۰، ۲۸، ۴۷] اشاره نمود که در آنها این موضوع به نوعی قید شده است. در این مطالعات اشاره شده است که افزایش پارامتر فرکانس با توجه به قطعه کار، در محدوده‌های معین، قابلیت بالاتری را جهت کاهش تنش پسماند ایجاد می‌نماید. در اکثر این

مطالعات این موضوع قید شده است که ارتعاشات زیر رزونانس^۱ تأثیر قوی تری بر کاهش تنش پسماند ایفا نموده است. این قضیه در تحلیل حاضر نیز مورد اشاره قرار گرفته است. در واقع افزایش مقدار پارامتر فرکانس باعث کاهش اثر پارامترهای اصلی شامل فرکانس و دامنه در تنش زدایی شده است که با توجه به مطالب فوق نتیجه‌ای منطقی محسوب می‌شود.

همین موضوع برای E_T (شکل ب-۴) نیز مشاهده می‌شود؛ بدین معنا که هر چه جنس نمونه در منطقه پلاستیک از شیب بیشتری برخوردار باشد، فرکانس تأثیر بیشتری بر تنش زدایی آن دارد. در مورد ارتفاع در سطح مقطع (شکل ب-۳) می‌توان به این نتیجه دست یافت که تغییرات توزیع تنش نسبت به فرکانس در انتهای سطح مقطع و میانه‌های سطح مقطع بیش از سایر مکان هاست (نموداری شبیه به نمودار توزیع تنش پس از اعمال سیکل دوم تنش زدایی ارتعاشی (شکل ۷)).

۳-۱-۳ - دامنه

رابطه (۳۴) نشان می‌دهد که پارامتر دامنه در تغییرات توزیع تنش پسماند نسبت به دامنه، نقشی ندارد. این قضیه در شکل ب- به روشنی قابل درک است. این امر نشان می‌دهد که افزایش دامنه همواره باعث کاهش مقدار تنش پسماند می‌شود. البته باید به این نکته توجه داشت که این قضیه تا زمانی که تنش پسماند به صورت فشاری در قطعه کار باقی مانده است نقش مثبت و پس از آن می‌تواند با توجه به سایر شرایط نقش تخریبی داشته باشد. نمودارهای شکل ب-۵ تا شکل ب-۸ (پیوست ب-۲) با فرض مقادیر متوسط برای سایر پارامترها، به ترتیب برای دامنه، فرکانس، ارتفاع سطح مقطع، و شیب بخش پلاستیک نمودار تنش- کرنش به کمک رابطه (۳۴) به دست آمده‌اند. همانطور که شکل ب-۶ نشان می‌دهد، افزایش فرکانس باعث کاهش اثر دامنه در توزیع تنش پسماند پس از فرآیند تنش زدایی ارتعاشی است. در واقع افزایش فرکانس باعث می‌شود که افزایش دامنه کارایی کمتری در کاهش تنش پسماند داشته باشد، در حالیکه طبق شکل ب-۲، افزایش دامنه باعث افزایش اثر فرکانس شده است. این قضیه نشان می‌دهد که در فرکانس‌های بالا، توزیع توان ارتعاش به صورتی رخ می‌دهد که نرخ کاهش تنش پسماند با دامنه کاهش می‌یابد و نمی‌تواند تأثیر خود را حفظ کند در حالیکه در مقادیر بالای دامنه ارتعاشی، یک هم‌افزایی مثبت بین ارتعاش و دامنه ایجاد می‌شود که باعث رشد نرخ توزیع تنش می‌شود.

به طور کلی افزایش فرکانس به دلیل افزایش مقدار نرخ کرنش باعث ایجاد تغییرات در خواص مکانیکی آلیاژ می‌شود. این موضوع در مطالعه انجام شده توسط [۴۸] نیز به طور مستقیم مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که در این مطالعه مشاهده می‌شود، افزایش نرخ کرنش باعث افزایش استحکام و شیب نمودار تنش- کرنش شده است. گرچه این موضوع با توجه به عناصر آلیاژی و فلز پایه کمی متفاوت خواهد شد اما روند کلی به صورت یکسان خواهد بود. این موضوع در روابط (۳۳) و (۳۴) نیز به طور غیرمستقیم قابل مشاهده است. همانطور که در این روابط مشاهده می‌شود، افزایش فرکانس باعث کاهش تأثیر سایر پارامترها در روند کاهش تنش پسماند می‌شود. در حالیکه پارامتر دامنه طبق این روابط تأثیر مثبتی بر روند کاهش تنش پسماند می‌گذارد. البته باید به این نکته توجه داشت که افزایش بی رویه دامنه موجب تغییرات نامطلوب پلاستیک و تخریب قطعه کار نیز خواهد شد. نکته دیگری که در اینجا باید اشاره نمود این است که آنچه که در روابط (۳۳) و (۳۴) مورد تحلیل قرار گرفته است نرخ تغییرات تنش پسماند به ترتیب نسبت به پارامترهای فرکانس و دامنه است. معمولاً در مطالعات ارائه شده تأثیر پارامترها به صورت مستقیم بر میزان تنش پسماند مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است، و به ندرت رفتار نرخ تغییرات نسبت به پارامترهای معین در روابط مورد توسعه و تحلیل قرار گرفته است. از این جهت نمی‌توان نتایج این دو رابطه را به طور مستقیم با نتایج مطالعات بررسی اثر پارامترها بر میزان کاهش تنش پسماند مورد مقایسه قرار داد.

اتفاقی که در مورد شکل ب-۸ مشاهده می‌شود، نسبت به نتیجه به دست آمده در شکل ب-۴ معکوس است. در نمودار شکل ب-۸ مشاهده می‌شود که افزایش شیب بخش پلاستیک جنس نمونه باعث کاهش اثر دامنه در توزیع تنش می‌شود که

^۱ Sub-resonance

نشان می‌دهد استحکام بالاتر جنس، اثر دامنه را در آزادسازی تنش تضعیف می‌کند. مجدداً در شکل ب-۷ مشاهده می‌شود که تغییرات $\partial\sigma_{fr} / \partial\delta_n$ نسبت به γ در مقایسه با شکل ب-۳ به صورت معکوس رخ می‌دهد. در واقع در هر دو پارامتر، با رفتن به میانه‌ها و انتهای ارتفاع سطح مقطع اثر پارامتر در تغییرات مقدار تنش پسماند افزایش می‌یابد لیکن این اثر در مورد فرکانس به صورت صعودی-نزولی، و در مورد دامنه به صورت نزولی-صعودی رخ داده است.

۳-۲ - ملاحظات تجربی

باید به این نکته توجه نمود که انجام آزمایشات تجربی با توجه به ویژگی‌های رفتار جنس‌های متفاوت مورد نظر و شرایط آزمایشگاهی یا کاری خاص برای اعتبار سنجی عملکرد هر رابطه یا مدل تحلیلی مورد نیاز می‌باشد. بنابراین می‌توان جهت اطمینان نسبت به پاسخ‌های ارائه شده توسط مدل، آزمایشات تجربی محدودی را در ترکیبات آزمایشی معدود انجام داد. در مورد کاربرد صنعتی مدل ارائه شده نیز می‌توان گفت که با توجه به اهمیت موضوع تنش پسماند و فرآیند تنش‌زدایی، استفاده از هر یک از روش‌های تنش‌زدایی در کاربرد مورد نظر قابل پیش‌بینی می‌باشد، از آنجا که ویژگی‌های فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی در مطالعات مختلف مورد بررسی و مقایسه با سایر روش‌ها قرار گرفته است، استفاده مکرر و احتمالاً خودکار این روش در مباحث ساخت و تولید امری دور از ذهن نیست. از آنجا که انجام سریع و خودکار این فرآیند بدون در نظر گرفتن محدوده‌های مناسب پارامترهای دخیل مقدور نخواهد بود، اطمینان از انتخاب صحیح آنها مورد توجه قرار دارد. یکی از این کاربردهای این مدل، تعیین محدوده مناسب پارامتر فرآیندی می‌باشد که در صورت اعتبار سنجی آن با توجه به شرایط جنس و آزمایشگاهی، قابل انجام است. به این ترتیب می‌توان محدوده شرایط مناسب را برای اعمال این عملیات پیش، در حین، و پس از انجام فرآیند ساخت، پیش‌بینی نمود.

۴ - نتیجه‌گیری

در این مطالعه اصلاحاتی جهت گسترش و شمول پارامترهای بیشتر روی مدل ارائه شده جهت تحلیل فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی انجام شده است. مدل ارائه شده تأثیر زمان (تعداد سیکل)، بار (دامنه)، و فرکانس فرآیند را لحاظ نموده است. با توجه به نتایج بدست آمده، مدل از لحاظ محاسبه توزیع تنش پسماند پس از انجام فرآیند نسبت به نتایج آزمایش تجربی مشابه عملکرد قابل قبولی داشته است. این در صورتی است که پیکربندی آزمایش طبق مراحل قیدشده تنظیم شده باشد. طبق نتایج بدست آمده پارامتر دامنه ارتعاش حدود ۱۹ درصد موثرتر از سایر پارامترها بوده است درحالیکه پایداری اثر مثبت پارامتر فرکانس با افزایش آن نسبت به سایر پارامترها حدود ۳۸ درصد بوده است. جهت بررسی عمیق‌تر مدل ارائه‌شده، نرخ تغییرات توزیع تنش نسبت به پارامترهای مذکور نیز مورد تحلیل و محاسبه قرار گرفته است. با توجه به نتایج بدست آمده در این مطالعه، موارد زیر قابل ذکر است:

- اثر پارامتر تعداد چرخه (n) در کاهش تنش پسماند به صورت مستقیم مشاهده شده است. این اثر با افزایش تعداد سیکل به سرعت کاهش یافته است و تعداد سیکل بالاتر اثر ضعیفی در این امر داشته‌اند.
- اثر پارامتر بسامد (f) در کاهش تنش پسماند به صورت مستقیم مشاهده است. در این مورد نیز این اثر با نرخ آهسته‌تری نسبت به پارامتر تعداد سیکل با افزایش فرکانس کاهش یافته است.
- اثر پارامتر دامنه ارتعاش (δ) در کاهش تنش پسماند به صورت سهمی‌وار بوده است؛ بدین معنا که افزایش دامنه در ابتدا باعث افزایش تنش پسماند و سپس مجدداً باعث کاهش آن شده است لیکن دامنه‌های کمتر در حدود ۱ میلی‌متر اثر بهتری در فرآیند داشته‌اند.
- با توجه به نتایج تحلیل ریاضی مربوط به مدل تئوری برای پارامترهای بسامد و دامنه ارتعاش، رفتار نسبتاً معکوس این دو پارامتر در مورد یکدیگر قابل مشاهده است. این تحلیل نشان می‌دهد که افزایش مقدار پارامتر بسامد

باعث کاهش اثر دامنه در فرآیند تنش‌زدایی ارتعاشی شده است در حالی که افزایش پارامتر دامنه ارتعاش باعث افزایش اثر فرکانس در این فرآیند شده است.

مراجع

- [1] R. Pradhan, S. Mohapatra, M.R. Sunny, A. Sarkar, An investigation on microstructure-texture of E250BR steel plate subjected to post-weld vibration, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, (2023) 09544054231178972.
- [2] A. Tabatabaeian, A.R. Ghasemi, M.M. Shokrieh, B. Marzbanrad, M. Baraheni, M. Fotouhi, Residual stress in engineering materials: a review, *Advanced engineering materials*, 24(3) (2022) 2100786.
- [3] R. Dawson, *Residual stress relief by vibration*, University of Liverpool, 1975.
- [4] R. McGoldrick, H.E. Saunders, SOME EXPERIMENTS IN STRESS-RELIEVING CASTINGS AND WELDED STRUCTURES BY VIBRATION, *Journal of the American Society for Naval Engineers*, 55(4) (1943) 589-609.
- [5] P. Sędek, M.S. Węglowski, Application of mechanical vibration in the machine building technology, *Key Engineering Materials*, 504 (2012) 1383-1388.
- [6] I.K. Lokshin, Vibration treatment and dimensional stabilization of castings, *RUSS CAST PROD*, (10) (1965) 454-457.
- [7] H. Moore, A Study of Residual Stresses and Size Effect and a Study of the Effect of Repeated Stresses on Residual Stresses Due to Shot Peening of Two Steels, *Proc. Soc. Exp. Stress Anal*, 2(1) (1944) 170-177.
- [8] S. Chen, H. Gao, M. Lin, S. Wu, Q. Wu, Research on process optimization and rapid prediction method of thermal vibration stress relief for 2219 aluminum alloy rings, *Reviews on Advanced Materials Science*, 61(1) (2022) 292-305.
- [9] A. Jurcius, A. Valiulis, O. Černašėjus, K. Kurzydowski, A. Jaskiewicz, M. Lech-Grega, Influence of vibratory stress relief on residual stresses in weldments and mechanical properties of structural steel joint, *Journal of Vibroengineering*, 12(1) (2010).
- [10] K. Liao, Y.-X. Wu, J.-K. Guo, Application of VSR technique in stress reduction of aluminum alloy thick plate and its limitation, *Zhendong yu Chongji(Journal of Vibration and Shock)*, 31(14) (2012) 70-73.
- [11] M. Bilal Khan, T. Iqbal, Vibratory stress relief in D-406 aerospace alloy, in: *TMS Annual Meeting*, 2009, pp. 807-814.
- [12] J.-S. Wang, C.-C. Hsieh, C.-M. Lin, C.-W. Kuo, W. Wu, Texture evolution and residual stress relaxation in a cold-rolled Al-Mg-Si-Cu alloy using vibratory stress relief technique, *metallurgical and Materials Transactions A*, 44(2) (2013) 806-818.
- [13] W. He, B.P. Gu, J.Y. Zheng, R.J. Shen, Research on high-frequency vibratory stress relief of small Cr12MoV quenched specimens, *Applied Mechanics and Materials*, 157 (2012) 1157-1161.
- [14] J.S. Wang, C.-w. Kuo, C.-C. Hsieh, H.C. Liao, W. Wu, The effects of waveform in residual stress relief by vibration technique, *ASM Proceedings of the International Conference: Trends in Welding Research*, (2013) 427-431.
- [15] H. Gao, X. Li, B. Li, Q. Wu, Y. Ma, X. Jian, H. Song, S. Chen, Residual stress and microstructure of Ti6Al4V treated by thermal-vibratory stress relief process, *Journal of Materials Research and Technology*, 18 (2022) 5161-5181.
- [16] A. Zangeneh, I. Sattarifar, M. Noghabi, A Numerical and Experimental Study on Fatigue Crack Growth of Ti-6Al-4V Specimens in Presence of Tensile Residual Stresses, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 55(4) (2023) 543-554.
- [17] C. Lin, S. Wu, S. Lü, P. An, L. Wan, Effects of ultrasonic vibration and manganese on microstructure and mechanical properties of hypereutectic Al-Si alloys with 2% Fe, *Intermetallics*, 32 (2013) 176-183.

- [18] Z. Huo, B. Gu, Z. Jin, Z. Wang, P. Wang, X. Hu, G. Xu, J. Lai, The Design of High-frequency Vibratory Stress Relief Device, *International Core Journal of Engineering*, 7(2) (2021) 288-292.
- [19] V. Kahya, Turan, M., Vibration and stability analysis of functionally graded sandwich beams by a multi-layer finite element, *Composites Part B: Engineering*, 146 (2018) 198-212.
- [20] B. Kılıç, Ö. Özdemir, Vibration and stability analyses of functionally graded beams, vol. 68(No 1) (2021) 93-113-193-113.
- [21] H. Song, H. Gao, Q. Wu, Y. Zhang, Effects of segmented thermal-vibration stress relief process on residual stresses, mechanical properties and microstructures of large 2219 Al alloy rings, *Journal of Alloys and Compounds*, 886 (2021) 161269.
- [22] Z. Gao, Y. Zhang, H. Gao, Q. Wu, Experimental study and simulation analysis of thermal-vibratory stress relief treatment of Al-Cu-Mg alloy plate, *Journal of Manufacturing Processes*, 92 (2023) 124-134.
- [23] F. Tatar, A.-H. Mahmoudi, A. Shooshtari, Vibratory Stress Relief of Welded Austenite Stainless Steel Plates: Numerical and Experimental Approach, *Iranian Journal of Materials Forming*, 8(1) (2021) 50-64.
- [24] S. Kwofie, Plasticity model for simulation, description and evaluation of vibratory stress relief, *Materials Science and Engineering: A*, 516(1-2) (2009) 154-161.
- [25] S. Aoki, T. Nishimura, T. Hiroi, S. Hirai, Reduction method for residual stress of welded joint using harmonic vibrational load, *Nuclear Engineering and Design*, 237(2) (2007) 206-212.
- [26] D. Rao, D. Wang, L. Chen, C. Ni, The effectiveness evaluation of 314L stainless steel vibratory stress relief by dynamic stress, *International Journal of Fatigue*, 29(1) (2007) 192-196.
- [27] H. Wang, Z. Wang, The Embedded VSR System Design Based on ARM and Frequency Spectrum Analysis, in: 2008 IEEE Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application, 2008, pp. 488-492.
- [28] M.J. Vardanjani, M. Ghayour, R.M. Homami, Analysis of the Vibrational Stress Relief for Reducing the Residual Stresses Caused by Machining, *Experimental Techniques*, 40(2) (2016) 705-713.
- [29] A. Belyakov, Microstructure and Mechanical Properties of Structural Metals and Alloys, *Materials*, 12(2) (2019) 526-535.
- [30] G. Huang, B. Li, The combined magnetic-vibration stress relief, *Results in Physics*, 47 (2023) 106372.
- [31] S. Li, Y. Kang, G. Zhu, S. Kuang, Effects of strain rates on mechanical properties and fracture mechanism of DP780 dual phase steel, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 24(6) (2015) 2426-2434.
- [32] S. Chen, J. Ma, H. Gao, Y. Wang, X. Chen, Research on Residual Stresses and Microstructures of Selective Laser Melted Ti6Al4V Treated by Thermal Vibration Stress Relief, *Micromachines*, 14(2) (2023) 354.
- [33] A. Grudz, REDUCING WELDING STRESSES IN PLATES BY VIBRATION, *AUTOMATIC WELDING USSR*, 25(7) (1972) 70-71.
- [34] G. Huang, R. Liu, S. Hu, Investigation of the mechanism for reduction of residual stress through magnetic-vibration stress relief treatment, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 582 (2023) 171041.
- [35] L. Zhao, R. Mo, Y. Li, G. Cai, Influence of the Nonlinear Stiffness Parameter of the Vibratory Stress Relief Device on Strong Nonlinear Superharmonic Resonance, *IEEE Access*, 9 (2021) 6899-6906.
- [36] S. Weiss, G. Baker, R. Gupta, Vibrational residual stress relief in a plain carbon steel weldment, *Welding Research Supplement*, (1976) 47-50.
- [37] G. Adoyan, A. Gerchikov, E.C. Gini, The Effectiveness of the Vibration Ageing of Iron Castings, *Russian Castings Production*, (1964) 83-85.
- [38] G. Wozney, G. Crawmer, An investigation of vibrational stress relief in steel, *Welding Journal*, 47(9) (1968) S411-&.

- [39] D. Yang, R. Guo, Experimental study on modulus and hardness of ettringite, *Experimental techniques*, 38(1) (2014) 6-12.
- [40] H. Buhler, H. Pfalzgraf, Investigations Into the Removal of Internal Stresses in Cast Iron and Steel by Mechanical Vibration and Continued Holding in the Atmosphere, in, VDI Verlag, 1962.
- [41] Y.P. Yang, Understanding of Vibration Stress Relief with Computation Modeling, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 18 (2009) 856-862.
- [42] H.-c. YIN, G.-y. ZHANG, H.-y. YAN, RELIEVING RESIDUAL STRESSES OF THE WELDING WORKPIECE IN THE STEEL STRUCTURE BY VIBRATORY STRESS RELIEF [J], *Engineering Mechanics*, 7(7) (2009) 188-191.
- [43] A.G. Hebel III, VIBRATIONAL CONDITIONING OF METALS, *Materials Processing Technology*, 21(2) (2000) 165-179.
- [44] E. Pattinson, D. Dugdale, Fading of residual stresses due to repeated loading, *Metallurgia*, 66(397) (1962) 228.
- [45] P. Vergeer, Vibration isolation of dimple plate heat exchangers, North-West University, North-West University, 2013.
- [46] A. Munsif, A. Waddell, C. Walker, Modification of welding stresses by flexural vibration during welding, *science and technology of welding and joining*, 6(3) (2001) 133-138.
- [47] T.-R. Jia, Z.-M. Zhang, C.-A. Tang, Y.-J. Zhang, Numerical Simulation of Stress-Relief Effects of Protective Layer Extraction *Archives of Mining Sciences*, 58(2) (2013) 521-540.
- [48] s.M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, A. Darvizeh, Theoretical Analysis of the Temperature and Strain Rate Effects on the Forming Limit Diagram of AA3104, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 52(3) (2018) 555-570.

پیوست

پیوست الف

برخی روابط بدست آمده طی روند حل مسأله در این مطالعه در اینجا ارائه شده است.

الف-۱- روابط توزیع تنش پسماند با بار بیشینه (P_e)

روابط مربوط به توزیع تنش پسماند اولیه (σ_{ir}) و پس از اعمال اولین سیکل تنش‌زدایی ارتعاشی (σ_{fr})، با اعمال نیروی بیشینه (P_e) در زیر ارائه شده است:

$$\sigma_{ir} = \left(\frac{y}{c-h_1}\right)\sigma_e - \frac{P_1Ly}{I}, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (\text{الف-۱})$$

$$\sigma_{ir} = \left(1-\beta + \frac{\beta y}{c-h_1}\right)\sigma_e - \frac{P_1Ly}{I}, \quad c-h_1 \leq y \leq c \quad (\text{الف-۲})$$

$$\sigma_{fr} = \left(\frac{1}{c-h_1} - \frac{2}{c-h_2}\right)y\sigma_e + \frac{P_2Ly}{I}, \quad 0 \leq y \leq c-h_1 \quad (\text{الف-۳})$$

$$\sigma_{fr} = \left(1-\beta + \frac{\beta y}{c-h_1} - \frac{2y}{c-h_2}\right)\sigma_e + \frac{P_2Ly}{I}, \quad c-h_1 \leq y \leq c-h_2 \quad (\text{الف-۴})$$

$$\sigma_{fr} = \left(-1+\beta + \frac{\beta y}{c-h_1} - \frac{2\beta y}{c-h_2}\right)\sigma_e + \frac{P_2Ly}{I}, \quad c-h_2 \leq y \leq c \quad (\text{الف-۵})$$

الف-۲- روابط توزیع تنش پسماند با فرض h یکسان

روابط مربوط به توزیع تنش پسماند اولیه (σ_{ir}) و پس از اعمال اولین سیکل تنش‌زدایی ارتعاشی (σ_{fr})، با فرض h یکسان در زیر ارائه شده است:

$$\sigma_{fr} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{(-1)^{i+1} \times i}{c-h}\right)y\sigma_e + \frac{3\delta_n E}{L^2} y, \quad 0 \leq y \leq c-h \quad (\text{الف-۶})$$

$$\sigma_{fr} = \left(1-\beta + \beta y \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^{i+1} \times i}{c-h}\right)\sigma_e + \frac{3\delta_n Ey}{L^2}, \quad c-h \leq y \leq c \quad (\text{الف-۷})$$

مقدار h را می‌توان بر اساس دامنه ارتعاش (δ_n) محاسبه نمود. همانطور که در روابط (۴) و (۵) اشاره شده است، h به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$h = c - \frac{\sigma_e I}{M} \quad (\text{الف-۸})$$

$$\Rightarrow h = c - \frac{\sigma_e I}{PL} \quad (\text{الف-۹})$$

$$\Rightarrow h = c - \frac{\sigma_e L^2}{3\delta E} \quad (\text{الف-۱۰})$$

الف-۳- روابط توزیع تنش پسماند با اعمال ضریب کرنش (C_{SR})

با در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش در محدوده پلاستیک، روابط مربوط به توزیع تنش پسماند اولیه (σ_{ir}) و پس از اعمال اولین سیکل تنش زدایی ارتعاشی (σ_{fr}) به صورت زیر در می آید:

$$\sigma_{fr} = 3 \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^{i+1} \times i \times \delta_n E}{L^2} y + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad 0 \leq y \leq c - h \quad (\text{الف-۱۱})$$

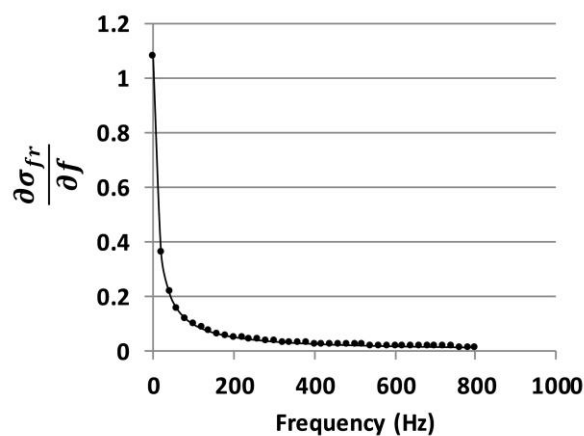
$$\sigma_{fr} = (\beta' - 1)\sigma_e + 3\beta' y \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^{i+1} \times i \times \delta_n E}{L^2} + \frac{3\delta_n E y}{L^2}, \quad c - h \leq y \leq c \quad (\text{الف-۱۲})$$

پیوست ب

نمودار بدست آمده طی تحلیل ریاضی انجام شده روی رابطه (۲۶) در اینجا ارائه شده است.

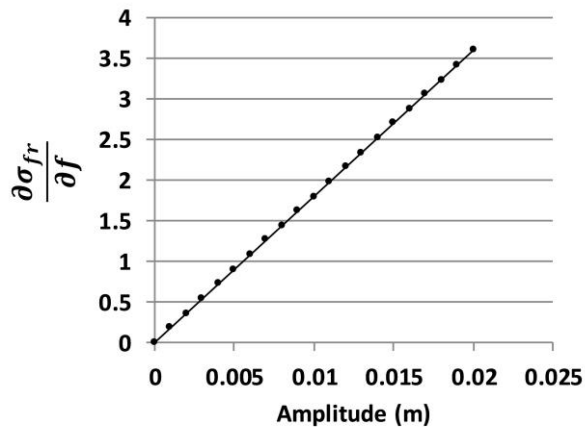
ب-۱- فرکانس

نمودار نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به فرکانس در مقابل پارامترهای فرکانس، دامنه، مختصات y در سطح مقطع تیر، و شیب نمودار تنش-کرنش در محدوده پلاستیک در شکل ب-۱ تا شکل ب-۴ ارائه شده است.



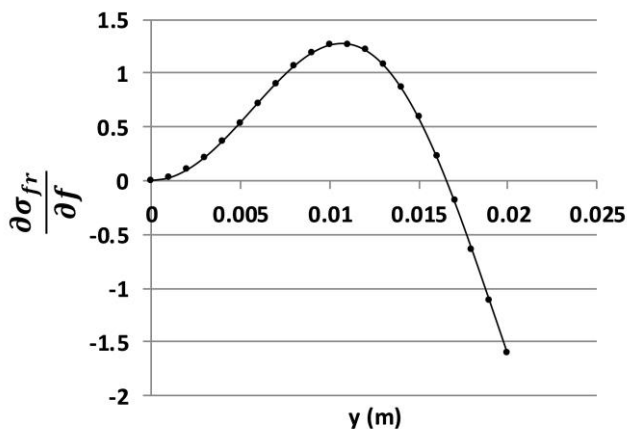
شکل ب-۱ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به فرکانس، در مقابل پارامتر فرکانس

Fig.B.1 The rate of residual stress variation with respect to frequency versus frequency



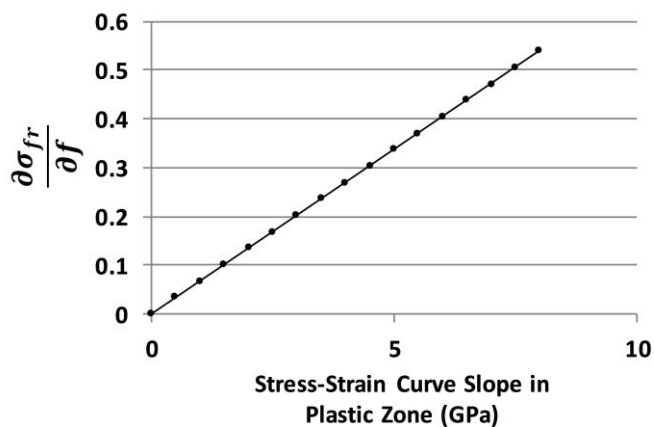
شکل ب-۲ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به فرکانس، در مقابل پارامتر دامنه

Fig.B.2 The rate of residual stress variation with respect to frequency versus amplitude



شکل ب-۳ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به فرکانس، در مقابل مختصات y در سطح مقطع تیر

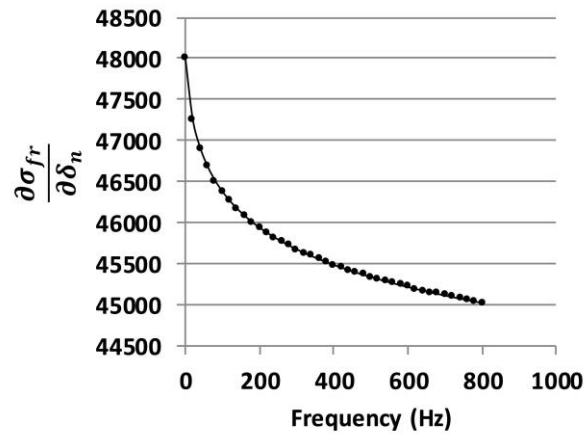
Fig.B.3 The rate of residual stress variation with respect to frequency versus y



شکل ب-۴ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به فرکانس، در مقابل پارامتر شیب نمودار تنش-کرنش در محدوده پلاستیک

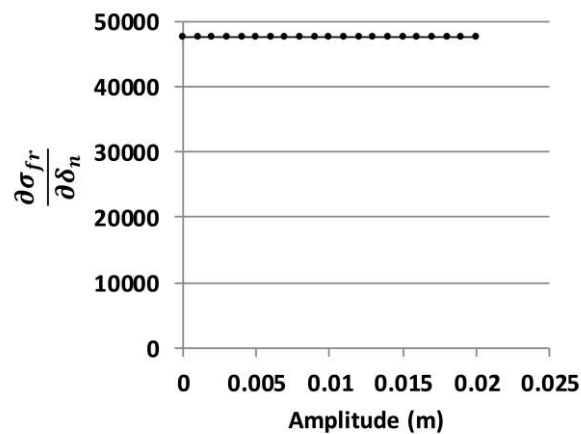
Fig.B.4 The rate of residual stress variation with respect to frequency versus stress-strain curve slope in plastic zone

نمودار نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به دامنه در مقابل پارامترهای فرکانس، دامنه، مختصات y در سطح مقطع تیر، و شیب نمودار تنش- کرنش در محدوده پلاستیک در شکل ب-۵ تا شکل ب-۸ ارائه شده است.



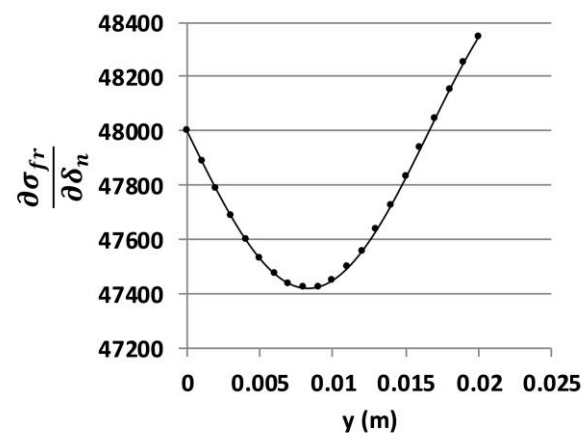
شکل ب-۵ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به دامنه، در مقابل پارامتر دامنه

Fig.B.5 The rate of residual stress variation with respect to the amplitude, versus amplitude



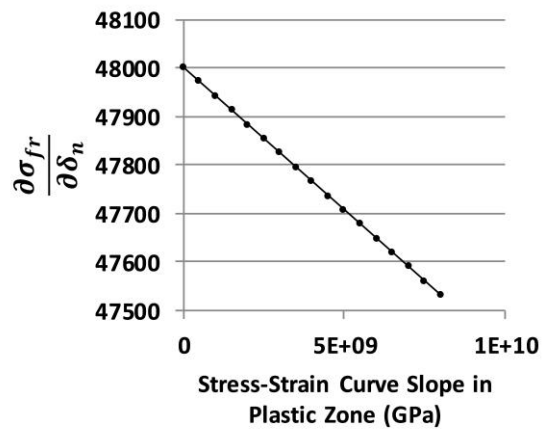
شکل ب-۶ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به دامنه، در مقابل پارامتر فرکانس

Fig.B.6 The rate of residual stress variation with respect to the amplitude, versus frequency



شکل ب-۷ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به دامنه، در مقابل مختصات y در سطح مقطع تیر

Fig.B.7 The rate of residual stress variation with respect to the amplitude, versus y



شکل ب-۸ نرخ تغییرات تنش پسماند نسبت به دامنه، در مقابل پارامتر شیب نمودار تنش- کرنش در محدوده پلاستیک

Fig.B.8 The rate of residual stress variation with respect to the amplitude, versus stress-strain curve slope in plastic zone