



Nonlinear numerical analysis of actuation response of ionic polymer metal composite cantilever considering coupled electrical, chemical, and mechanical fields

Mohammad Javad Mahmoodi ^{1*}, Amirhossein Taghavi-Ganji ²

¹ Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

² Department of Civil and Environmental Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: Ionic-Polymer-Metal-Composite (IPMC) actuators are thin sandwich strips with an electroactive polymer in the middle and two metal electrodes on the sides. The coupling of electric, chemical, and mechanical fields causes bending deformation, as applying a voltage to the electrodes leads to the ion's migration through the thickness. A nonlinear coupled electrochemical mechanical analysis of the actuation response of an IPMC cantilever is performed. From the coupling of chemical and electric fields, the electrochemical response equation is solved by the finite difference and Newton-Raphson methods. This response inserts into the mechanical field. Using the solvent transfer equation, the eigenstrain and bending moment rates are obtained. The cCantilever's tip deflection is determined by extracting the water coverage in the boundary layer of the cathode and anode. The results are compared and validated with previous available studies. The results show a fit between the response of the actuator and the electrical excitation and confirm the presented model provides the fast response prediction of the strip. Under 1 Volt excitation, the maximum and residual deflections of the cantilever's end were found 0.11 and 0.04 of the strip length, respectively, and the cation concentration in the middle of the thickness was calculated to be 1150 mol/m³.

Review History:

Received: Dec. 19, 2023

Revised: Apr. 18, 2024

Accepted: May, 26, 2024

Available Online: Jun. 08, 2024

Keywords:

Ionic Polymer-Metal Composite

Actuation Response

Electrochemical-Mechanical Model

Finite Difference Method

Newton-Raphson Method

1- Introduction

Ionic Polymer-Metal Composite (IPMC) is one of the electro-active polymer materials in medical applications, robotics, light microelectronic machines, and entertainment devices [1-3]. Improvements in the sensing and operating properties of IPMC materials depend on how these properties are measured as well as how they are modeled [4-6].

Traver et al. [4] investigated the dynamics and control of a synthetic flagellar eukaryotic swimming robot whose parts are made of IPMC and presented a dynamic model based on the frequency response analysis. Sampur et al. [5] also presented a nonlinear dynamic viscoelastic model for IPMC actuators based on the viscoelastic structural equation and energy-based variational approach. Nemat Nasser moreover investigated a hybrid model for this material that included the electrostatic, osmotic, and elastic effects, and compared the results of the model with the results of his own laboratory work [6].

In this article, a multi-scale electrochemical-mechanical analysis of the actuation time response of an IPMC composite strip is carried out. The aim is to obtain the ion and water concentration distributions through the IPMC thickness and its relationship with the fast response. The concentration distribution equation is written based on the electrical

potential excitation and solved by the finite difference method. Furthermore, by using the analytical relation between the eigenstrain rate and the bending moment, the fast response of the IPMC cantilever is obtained.

2- Methodology

The J^+ cation flux changes due to the change in the local concentration of C^+ at time t according to Eq. (1) [7]:

$$\dot{C}^+ + \nabla \cdot J^+ = 0 \quad (1)$$

The local concentration of C^+ is defined as the cation mole per volume of water-hydrated IPMC. Cation flux is expressed due to the presence of μ^+ electrochemical potential gradient and fluid displacement flow according to Eq. (2) [7] as

$$J^+ = -\frac{D^+ C^+}{RT} \frac{\partial \mu^+}{\partial x} + C^+ v \quad (2)$$

The chemical potential in relation (2) is defined in Eq. (3):

*Corresponding author's email: mj_mahmoudi@sbu.ac.ir



$$\mu^+ = \mu_0^+ + RT \ln(k^+ C^+) + z^+ \phi F \quad (3)$$

The electric field expresses the interaction between the electric potential (which the operator applies to the IPMC electrodes) and the charged particles of fixed anions and mobile cations. Equation (4) related to this field is known as Poisson's equation [8].

$$\Delta \phi = -\frac{F}{\kappa} (z^+ C^+ - C^-) \quad (4)$$

To obtain the relative water hydrating rate, it is necessary to consider the cluster pressure. For this purpose, the momentum equation (Euler's equation) is used as Eq. (5) [8]:

$$\dot{v} + (v \cdot \nabla)v + \frac{1}{\rho_L} \nabla p_{cluster} = 0 \quad (5)$$

The concentration change function is obtained after discretizing the electrochemical equations by the finite difference method and applying the boundary conditions. Then, it is entered in Eq. (6).

$$w(x, t) = w_1 + w_2 + nC(x, t) \quad (6)$$

Assuming a constant density ρ_L for the solvent, the mass conservation law and the continuity equation are written as Eq. (7):

$$\frac{\dot{w}}{w+1} + w \nabla \cdot v = 0 \quad (7)$$

For the approximate solution of Eq. (7), first, the bending moment created by the volumetric deformation due to the solvent transfer is given, then an approximate solution of Eq. (7) is presented. With fully hydrated clusters, the volumetric strain rate $\dot{\epsilon}_v$ is related to the rate of absorbed water by:

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{\dot{w}}{1+w} = \frac{\partial}{\partial t} \ln(1+w) \quad (8)$$

The bending moment rate is defined assuming the absence of external mechanical force and only for the ionomer (without considering the electrodes):

$$\dot{M}^e(t) = \int_{-h/2}^{h/2} \dot{\sigma}^* x dx = \int_{-h/2}^{h/2} Y_b \dot{\epsilon}^* x dx \quad (9)$$

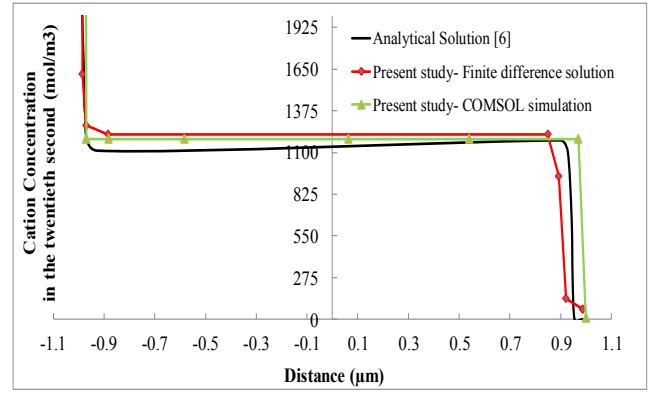


Fig. 1. Ion distribution in the IPMC thickness by applying 2V voltage

where Y_b is the effective Young's modulus of the hydrated polymer (ionomer), and h is the polymer thickness. In this article, the unknowns related to the boundary layer of anode and cathode are adopted according to Ref. [1], and finally, the deflection of the IPMC cantilever is obtained as:

$$\frac{u_3}{L} = \frac{M^e L}{2(YI)_{eff}} \quad (10)$$

where Y is the effective stiffness of the strip. L is also the length of the strip. I is the cross-sectional moment of inertia, and u_3 is the deflection of the strip end, too.

3- Results and Discussion

In Figure 4, the results of numerical modeling in COMSOL software and finite difference modeling showing the cation concentration in the twelfth second in the middle of the cantilever thickness are presented. The analytical results of Ref. [6] are also included in the figure.

It can be observed from the figure that the analytical solution [6] and the other two presented models illustrate the cation concentration of 1150 mol/m³. Also, the presented numerical models predict the concentration changes near the cathode and anode well. According to Ref. [6], the gradient of cation concentration near the anode and cathode changes rapidly, and as a result of this increase in the concentration, the mechanical actuation is observed in the metal-polymer composite.

As another validation study on the presented nonlinear numerical analysis, an IPMC cantilever with 6 µm thick platinum on both sides of the strip is considered. The initial water coverage is assumed to be 0.533, and the applied electric potential is 1 Volt. The present results are compared with the experiment of Ref [6], and illustrated in Figure 2. It is worth mentioning that the results of Ref. [6] were obtained

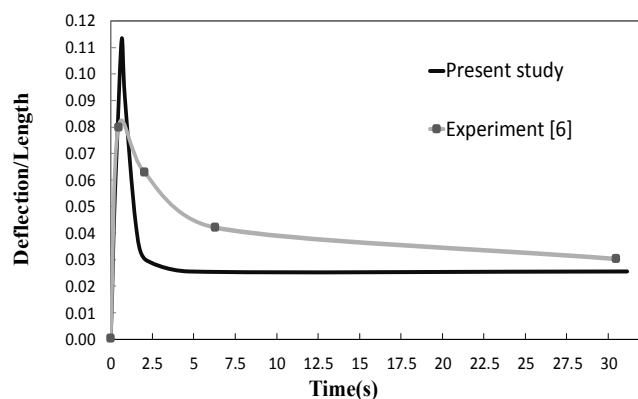


Fig. 2. The deflection of the IPMC strip end under an excitation of 1 V

from the laboratory evaluation of the mechanical response of the IPMC actuator with different cations and in different water concentrations.

The behavior of the actuator shown in Figure 2 indicates that the primary motion of the IPMC is very fast. This movement is towards the cathode and the reason for it is the bending moment resulting from the electric potential. The results shown for the strip end displacement are dimensioned by dividing it by the IPMC length, predicting a maximum displacement of 2 mm. After this fast movement, the material returns to the anode, and the final deflection of 0.5 mm remains in the material.

4- Conclusion

In this paper, a nonlinear coupled electrochemical mechanical modeling was carried out on the actuation response of an IPMC cantilever. The equations were solved by the finite difference and Newton-Raphson methods. The bending moment rate was obtained using the solvent transfer equation. Then, the cantilever deflection was found by extracting the water coverage in the cathode and anode boundary layers. The results showed that despite the solution's simplicity and low computational cost, the presented model predicts the fast response of an IPMC cantilever in an acceptable way. The important role of anode and cathode boundary layers was confirmed as the area determining the volume strain. In the simulation, it was observed that with the increase of voltage, the amount of displaced ions and water is higher, and as a result, more bending is seen in the IPMC cantilever. The

summary of the obtained results is listed below:

- By applying one-volt excitation, the dimensionless residual and maximum tip deflection of the cantilever are obtained as 0.04 and 0.11 respectively, which are less than 10% error with the experimental results.
- From the parametric study, it was found that by increasing the excitation voltage from 1 to 1.5 V, the cation concentration reaches zero up to a distance of 6 micrometers, and this shows the direct effect of the voltage change on the concentration changes in the cantilever thickness.
- A good agreement was observed between the current modeling and previous researches. In such a way both of them obtained 1150 mol/m^3 ion concentration in the middle of the metal-polymer composite with a slight difference, and at the end, they reported the singularity of the cation concentration change.

References

- [1] Y. Bar-Cohen, *Electroactive polymer (EAP) actuators as artificial muscles: reality, potential, and challenges*. Second edn. SPIE Press, Washington (2004).
- [2] S. Nemat-Nasser, Y. Wu, Comparative experimental study of ionic polymer–metal composites with different backbone ionomers and in various cation forms, *Journal of Applied Physics*, 93(9) (2003) 5255–5267.
- [3] S. Nemat-Nasser, S. Zamani, Y. Tor, Effect of solvents on the chemical and physical properties of ionic polymer-metal composites, *Journal of Applied Physics*, 99(10) (2006) 104902.
- [4] JE. Traver, C. Nuevo-Gallardo, P. Rodríguez, I. Tejado, BM. Vinagre, Modeling and control of IPMC-based artificial eukaryotic flagellum swimming robot: Distributed actuation, *Algorithms*, 15(6) (2022) 181.
- [5] S. SamPour, H. Moeinkhah, H. Rahmani, Electrochemical viscoelastic modelling to predict quasi-static and dynamic response of IPMC actuators, *Mechanics of Materials*, 138 (2019) 103172.
- [6] S. Nemat-Nasser, Micromechanics of actuation of ionic polymer-metal composites, *Journal of Applied Physics*, 92(5) (2002) 2899-2915.
- [7] S. Nemat-Nasser, Y. Wu, Tailoring the actuation of ionic polymer–metal composites, *Smart materials and structures*, 15(4) (2006) 909-923.
- [8] D. Schicker, T. Wallmersperger, Modeling and simulation of the chemo-electro-mechanical behavior of ionic polymer-metal composites, *Journal of Applied Physics*, 114(16) (2013) 709-717.



تحلیل غیرخطی عددی پاسخ محرکی کنسول کامپوزیت فلزپلیمریونی با در نظر گرفتن کوپل میدان‌های الکتریکی، شیمیایی و مکانیکی

محمدجواد محمودی^{۱*}، امیرحسین تقوی گنجی^۲

۱- دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
۲- دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۲/۰۹/۲۸
بازنگری: ۱۴۰۳/۰۱/۳۰
پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۰۶
ارائه آنلاین: ۱۴۰۳/۰۳/۱۹

کلمات کلیدی:

کامپوزیت فلزپلیمریونی
پاسخ محرکی
مدل الکتروشیمی مکانیکی
روش تفاضل محدود
روش نیوتن-رافسون

خلاصه: محرک‌های کامپوزیت فلزپلیمریونی نوارهای ساندویچی بسیار نازک با یک پلیمر الکترواکتیو در وسط و دو الکتروود فلزی در طرفین هستند. اعمال ولتاژ به الکتروودها منجر به مهاجرت یونی در پلیمر و تغییر غلظت یون در ضخامت نوار می‌شود و با کوپل میدان‌های شیمیایی، الکتریکی و مکانیکی، تغییر شکل در نوار بوجود می‌آید. در این مقاله، تحلیل غیرخطی کوپل الکتروشیمی مکانیکی پاسخ محرکی کنسول کامپوزیت فلزپلیمریونی انجام می‌گیرد. از کوپل میدان‌های شیمیایی و الکتریکی، معادله پاسخ الکتروشیمیایی با روش تفاضل محدود، و بهره‌گیری از روش نیوتن-رافسون حل می‌شود. با نوشتن معادله انتقال حلال و پاسخ الکتروشیمیایی، نرخ کرنش ویژه، و نرخ تغییرات لنگر خمشی محرک و در ادامه پاسخ جابجایی انتهای تیر با استخراج میزان آبیوشی در لایه مرزی کاتد و آند بدست می‌آید. نتایج بدست آمده با مطالعات پیشین در دسترس مورد مقایسه و اعتبار سنجی قرار می‌گیرد. نتایج تناسب بین پاسخ محرک و تحریک الکتریکی را بطور معقول نشان می‌دهد و تایید می‌کند که مدل ارائه شده پیش‌بینی پاسخ سریع نوار را فراهم می‌کند. تحت تحریک یک ولت، خیز حداکثر و پسماند انتهای کنسول بترتیب به اندازه ۰/۱۱ و ۰/۰۴ طول نوار بدست آمد، و غلظت کاتیون در ضخامت میانی نوار به اندازه ۱۱۵۰ مول بر مترمکعب محاسبه شد.

۱- مقدمه

کامپوزیت‌های فلز پلیمر یونی (آی‌پی‌ام‌سی) از دسته مواد پلیمری الکترواکتیو محسوب می‌شوند که در کاربردهای پزشکی، روباتیک، ماشین‌های میکروالکترونیک سبک، و وسایل سرگرمی استفاده شده‌اند [۱-۶]. مواد پلیمری الکترواکتیو خود در دسته ژل‌های پلیمری الکترواکتیو قرار می‌گیرند. نافیون به کار رفته به عنوان پلیمر آی‌پی‌ام‌سی در مرجع [۲] به عنوان ژلی با ظرفیت حلال کم در نظر گرفته شده است. این ژل با نام ژل پلیمری یونی شناخته می‌شود، و به همین دلیل، مبانی تحلیل آی‌پی‌ام‌سی کارهای انجام شده بر روی این ژل‌ها است [۳]. آی‌پی‌ام‌سی تنها حسگر پلیمری است که تحت تنش ناشی از خمش، در الکتروودهای خود به عنوان یک پلیمر الکترواکتیو بار الکتریکی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کند [۴]. بررسی محققین در زمینه ساز و کار حسگرها و محرک‌هایی که از جنس آی‌پی‌ام‌سی ساخته شده‌اند، نشان داده است که در این حالت،

با یک محرک که می‌تواند جابجایی‌ها و نیروهای بزرگتر تولید کند و یک حسگر که حساسیت بیشتری نسبت به اعمال تغییر شکل دارد، سر و کار دارند [۵]. بهبود در خصوصیات حسگری و محرکی مواد آی‌پی‌ام‌سی در گرو چگونگی اندازه‌گیری ویژگی‌های حسگری و محرکی این ماده و نیز وابسته به چگونگی مدل کردن این ماده است، چرا که چگونگی مدل‌سازی به فهمی از مکانیزم‌های حسگری و محرکی این ماده منجر می‌شود [۷-۱۲].

محرک‌های آی‌پی‌ام‌سی به دلیل ویژگی کوپل الکتروشیمیایی-مکانیکی آنها با دیدگاه‌ها و روش‌ها، و در کاربردهای متنوع مورد بررسی قرار گرفته است. مدل‌های مختلفی برای درک و پیش‌بینی رفتار محرک‌های آی‌پی‌ام‌سی پیشنهاد شده است. لیو و همکاران [۱۳] برنامه‌ای برای تجزیه و تحلیل همبستگی تصویر دیجیتال^۲ برای مطالعه پاسخ نوارهای کنسول آی‌پی‌ام‌سی تحت تحریک‌های جریان متناوب مدون کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که گستره خیز نوار کنسول آی‌پی‌ام‌سی بصورت خطی با افزایش ولتاژ تحریک افزایش می‌یابد. همچنین، تراور و همکاران [۱۴] دینامیک و کنترل یک ربات

1 Ionic Polymer-Metal Composites (IPMCs)

2 Digital Image Correlation

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.

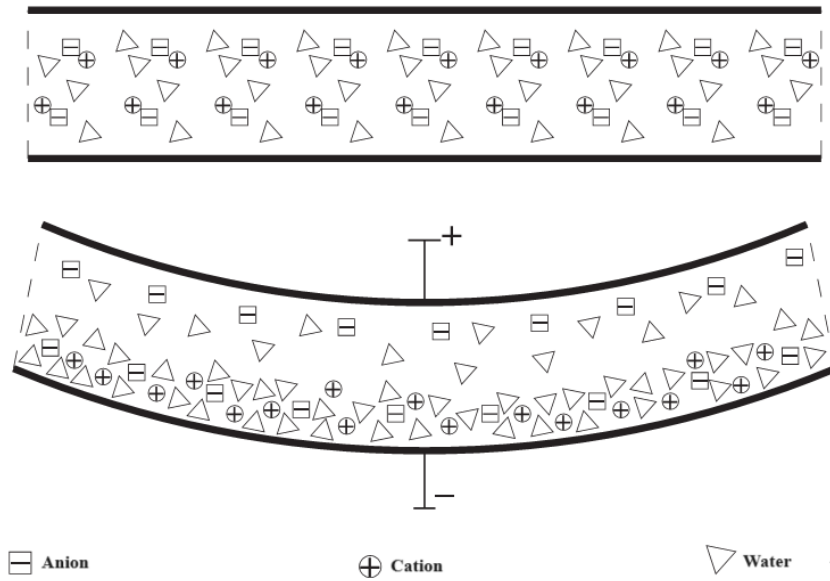


ترمودینامیکی برای تبیین رفتار آی‌پی‌ام‌سی ارائه شد. این مدل توصیفی از مبانی و اصول مدلی و محرکی موجود در ذات آی‌پی‌ام‌سی با تعریف آن در رژیمی خطی و شرایطی استاتیکی بود که بر اساس روابط آنسجر پایه‌گذاری شده بود. آساکا و اگورو [۱۹] نیز مدلی را ارائه کردند که در آن جریان آب ایجاد شده توسط گرادیان فشار و جریان الکترواسمزی باعث ایجاد تنش و تورم محرک می‌شود. همچنین، نعمت ناصر و لی [۶] مدلی را ارائه کردند که میدان الکتریکی و تغییر شکل الاستیک به همراه انتقال یون و آب، عامل خمش در آی‌پی‌ام‌سی می‌باشد. تاداگورا [۲۰] نیز مدلی برای رفتار محرکی این ماده بر اساس نظریه‌های شیمی-فیزیک ارائه کرد. علاوه بر این مدل‌های هیدرولیکی، نعمت ناصر مدلی هیبریدی را برای این ماده بررسی کرد که شامل اثرات الکترواستاتیکی، اسمزی و الاستیک بود، و نتایج مدل را با نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی خودش مورد مقایسه قرار داد [۹].

در این مقاله، تحلیل عددی کوپل الکتروشیمی مکانیکی پاسخ سریع زمانی یک نوار کامپوزیت آی‌پی‌ام‌سی صورت می‌گیرد. این مدل با کوپل کردن میدان شیمیایی و میدان الکترواستاتیکی منجر به معادله توزیع غلظت یون و آب پس از اعمال ولتاژ الکتریکی می‌شود. ابتدا میدان‌ها شناخته شده و با یکدیگر ترکیب می‌شوند، سپس پاسخ آن وارد میدان مکانیکی شده، و خواص محرکی ماده شناسایی می‌شود. معادله توزیع یون در حوزه مکان و زمان با روش تفاضل محدود و به کمک روش غیرخطی نیوتن-رافسون حل می‌شود. توزیع غلظت برحسب میزان اختلاف پتانسیل بین الکترودها نوشته می‌شود که منجر به کرنش ویژه این ماده می‌شود. سپس، با استفاده از روابط تحلیلی بین نرخ کرنش ویژه و لنگر خمشی بر حسب زمان، پاسخ سریع کنسول آی‌پی‌ام‌سی بدست می‌آید. نتایج با تحقیقات پیشین در دسترس و همچنین شبیه‌سازی اجزای محدود در نرم‌افزار کامسول انجام شده مقاله حاضر مورد راستی‌آزمایی قرار می‌گیرد. پیش‌بینی پاسخ سریع زمانی نوار کامپوزیت آی‌پی‌ام‌سی با استفاده از مدل‌سازی چندمقیاسی که در هر مقیاس با استفاده از تئوری‌های مربوطه از تحقیقات پیشین مرور، تدوین و انسجام یافته، نوآوری اصلی این مقاله را شامل می‌شود. همچنین دستیابی به روش حلی آسان و سریع در پیش‌بینی پاسخ نوار کنسول کامپوزیت فلز پلیمر یونی یکی از دلایل ادامه تحقیق است. خیز پسماند نرمال شده انتهای نوار آی‌پی‌ام‌سی تحت پتانسیل یک ولت با استفاده از حل تفاضل محدود ارائه شده ۰/۰۴ بدست آمده که این مقدار با نتایج تجربی کمتر از ۱۰ درصد تفاوت دارد. همچنین تغییرات غلظت کاتیون در ضخامت نوار، در وسط نوار به اندازه ۱۱۵۰ مول بر متر مکعب محاسبه شد.

شناگر یوکاریوتی تاژک مصنوعی که قسمت‌هایی از آن از آی‌پی‌ام‌سی ساخته شده، را بررسی کرده و یک مدل دینامیکی بر اساس تجزیه و تحلیل پاسخ فرکانسی ارائه کردند. آنها با تحلیل این مدل نتیجه گرفتند که در فرکانس‌های پایین، جابجایی نوک یا هر نقطه محرک کامپوزیت فلز پلیمریونی با دینامیک یکسان تعیین می‌شود. سامپور و همکاران [۱۵] نیز یک مدل ویسکوالاستیک دینامیکی غیرخطی برای محرک‌های آی‌پی‌ام‌سی بر اساس معادله ساختاری ویسکوالاستیک و رویکرد متغیر مبتنی بر انرژی ارائه دادند. تابع انتقال بدست آمده از مدل پیشنهادی آنها، پیش‌بینی پاسخ فرکانسی را در مقایسه با نتایج تجربی فراهم می‌کند. این مدل همچنین می‌تواند برای به دست آوردن پاسخ مکانیکی و تحلیل ارتعاش سنسورهای آی‌پی‌ام‌سی مورد استفاده قرار گیرد. راثو و همکاران [۱۶] تأثیر سطح مشترک الکترو/بستر را بر عملکرد محرک‌های آی‌پی‌ام‌سی مطالعه کردند، و یک استراتژی طراحی مینیمالیستی را بر اساس ریخت‌شناسی سطح مشترک دنداندار ماکروسکوپی پیشنهاد کردند. بر این اساس، نشان داده شد برخلاف آنچه که تصور می‌شد هرچه سطح مشترک الکترو و بستر بزرگتر باشد، لزوماً تغییر شکل بهتری مشاهده نمی‌شود، و در درجه اول به افزایش حجم برش و در نتیجه کاهش ممان اینرسی خمشی نسبت داده می‌شود. علاوه بر این، یک فرآیند ساخت متناظر ایجاد شد، که به طور تجربی تأیید کرد که کامپوزیت‌های فلز پلیمر یونی با یک رابط دنداندار ماکروسکوپی فوق‌العاده ساده می‌تواند عملکرد الکترواکتیو با کارایی بالا را ارائه دهد و یک استراتژی طراحی مینیمالیستی از ساختارهای پلیمری الکترواکتیو یونی ارائه دهد. گوپتا و مترجی [۱۷] نیز یک مدل دینامیکی الکترومکانیکی را برای یک باله روبانی بیومیمتیک بر اساس پره موج‌دار فعال شده توسط ماده آی‌پی‌ام‌سی پیشنهاد کردند. با اتصالات باله‌های گیرنده با لغزنده‌هایی که به صورت سری به هم متصل می‌شوند، ربات ماهی قادر به ایجاد شکل موج‌های دلخواه است.

در مدل‌های هیدرولیکی ارائه شده برای آی‌پی‌ام‌سی، مهاجرت آب بین توده‌های یونی در پلیمر علت تورم ماده و در نتیجه خمش آن است. اعمال ولتاژ باعث مهاجرت اجزای یونی می‌شود. اولین پدیده هیدرولیکی، حرکت مولکول‌های آب به همراه یون‌هایی که سخت در کنار خود گرفته‌اند (اثر الکترواسمزی)، می‌باشد. اثر هیدرولیکی دیگر، اثرات پتانسیل غلظتی است که ناشی از مهاجرت اولیه یون‌ها است [۴]. در این حوزه، مرجع [۱۸] مدلی را معرفی کرد که گرادیان فشار آب را با میدان الکتریکی کلی توسط نیروهای الکتروترمودینامیکی به هم مربوط می‌گرداند. این نیروها تولید شاری از یون و آب می‌کنند. در این مدل‌سازی، معادلات جفت‌شده بر پایه روابط برگشت‌پذیر



شکل ۱. شماتیک پدیده های ریز ساختاری که باعث خمش در نوار آی پی ام سی می شود [۱].

Fig. 1. Schematic of the microstructural phenomena leading to bending in the IPMC strip [1].

۲- مدل سازی و تحلیل عددی

شکل ۱ بطور شماتیک، پدیده های ریز ساختاری است که منجر به ایجاد خمش در آی پی ام سی می شود، را نشان می دهد. تغییرات در غلظت یون بواسطه اعمال ولتاژ در ضخامت نوار آی پی ام سی، باعث بر هم خوردن تعادل الکتریکی در توده های یونی، و منجر به ایجاد نیروهای الکترواستاتیکی در توده های یونی می شود که به صورت فشار داخلی در یونومر، مولکول های آب را جابجا می کند [۱].

برای توضیح ریاضی این پدیده ها نیاز به کوپل کردن میدان های الکتریکی، شیمیایی و مکانیکی است.

۲-۱- میدان شیمیایی

میدان شیمیایی برای کاتیون بیانگر بقاء اجزای شیمیایی است، و به واسطه ثابت بودن آنیون، تنها نیاز به بررسی این میدان برای کاتیون و مولکول های آب است. شار کاتیون J^+ به علت تغییر غلظت موضعی C^+ در زمان t مطابق معادله (۱) تغییر می کند [۲۱].

$$\dot{C}^+ + \nabla \cdot J^+ = 0 \quad (1)$$

غلظت موضعی C^+ به صورت مول کاتیون بر حجم آی پی ام سی آبپوشی تعریف می شود. شار کاتیون به علت وجود گرادیان پتانسیل الکتروشیمیایی μ^+ و جریان جابجایی سیال مطابق معادله (۲) بیان می شود [۲۱].

$$J^+ = -\frac{D^+ C^+}{RT} \frac{\partial \mu^+}{\partial x} + C^+ v \quad (2)$$

که R و T به ترتیب ثابت گازها و دما هستند. D^+ ثابت نفوذ و μ^+ پتانسیل الکتروشیمیایی است، و v سرعت سیال را نشان می دهد. به دلیل کوچک بودن سرعت، جمله جابجایی حذف می شود [۲۱-۲۳].

میدان شیمیایی برای حلال علاوه بر کاتیون تنها حلال (در اینجا آب) می تواند در یونومر حرکت کند. با فرض چگالی ثابت ρ_L برای حلال، قانون بقا جرم و معادله پیوستگی به صورت معادله (۳) نوشته می شود:

$$\frac{\dot{w}}{w+1} + w \nabla \cdot v = 0 \quad (3)$$

که در آن، w میزان آبپوشی است، و برابر حجم موضعی آب جذب شده

بر حجم آی‌پی‌ام‌سی خشک است.

پتانسیل الکتریکی است. μ_0^+ پتانسیل شیمیایی استاندارد است. k^+ ضریب بی‌بعد اکتیویتی است که برای حالت ایده‌آل برابر ۱ اتخاذ می‌شود [۲۱]. با حل سیستم معادلات بیان شده غلظت یون در ضخامت نوار به دست می‌آید. برای به دست آوردن میزان آبیوشی رابطه‌ای نیاز است که فشار توده را در نظر داشته باشد. برای این منظور از معادله ممنت (معادله اویلر) بصورت معادله (۶) استفاده می‌شود [۲۳]:

۲-۲- میدان الکتریکی

میدان الکتریکی بیان‌گر برهم‌کنش پتانسیل الکتریکی ϕ (که کاربر به الکترودهای آی‌پی‌ام‌سی وارد می‌کند) و ذرات باردار آنیون ثابت و کاتیون متحرک است. معادله (۴) مربوط به این میدان به معادله پواسون معروف است [۲۳].

$$\dot{v} + (v \cdot \nabla)v + \frac{1}{\rho_L} \nabla p_{cluster} = 0 \quad (۶)$$

$$\Delta \phi = -\frac{F}{\kappa} (z^+ C^+ - C^-) \quad (۴)$$

فشار توده روابطی بر حسب میزان آبیوشی دارد که بسط داده خواهد شد. معادله (۶) با معادله (۳) کوپل است و با حل همزمان آن‌ها میزان آبیوشی W در زمان و مکان به دست خواهد آمد.

که در آن، z^+ ظرفیت الکتریکی یون مثبت است. در حالی که، ظرفیت الکتریکی آنیون منفی یک است و غلظت C^- به علت ثابت بودن آنیون با زمان و مکان تغییر نمی‌کند و تنها C^+ و ϕ متغیر هستند. F ثابت فارادی و κ ثابت دی‌الکتریک معادل ماده یونومر است.

در شکل ۲، مراحل مدلسازی و کوپل میدان‌های شیمیایی، الکتریکی و مکانیکی نشان داده شده است. چنانچه در این شکل مشاهده می‌شود، معادلات ابتدا در میدان‌های شیمیایی و الکتریکی همزمان بدست آمده، سپس معادلات این دو میدان بر حسب غلظت یون نوشته شده و با هم حل می‌شوند. جواب بدست آمده از این دو رابطه به میدان شیمیایی وارد می‌شود. با نوشتن معادلات در میدان‌های مکانیکی و شیمیایی و پیوند این دو معادله و با استفاده از مشخصات مصالح خواص عملگری ماده بدست می‌آید.

۲-۳- میدان مکانیکی

میدان مکانیکی بیانگر معادله نیروهایی است که به ماده وارد می‌شود. بر اساس مدل توده یونی، نیروها بر سطح توده وارد می‌شود، و حجم توده را کم یا زیاد می‌کنند و با ایجاد تغییر شکل با نیروی خارجی وارد بر کامپوزیت به تعادل می‌رسد این نیروها به عنوان فشار توده $p_{Cluster}$ شناخته می‌شود [۲۴]. این فشار با در نظر گرفتن ریخت‌شناسی توده‌ها و نیروهای الکترواستاتیکی توده در بخش‌های بعدی به دست می‌آید.

۲-۵- حل تفاضل محدود معادلات کوپل غلظت یون

در شکل ۳، طرح شماتیک یک کنسول آی‌پی‌ام‌سی شامل بخش‌های الکترودها و پلیمر، به همراه دستگاه مختصات انتخابی جهت تحلیل نشان داده شده است. حوزه تحلیل مورد بررسی ضخامت تیر در راستای x می‌باشد.

با جایگذاری معادله (۵) در معادله (۲) و حذف جمله جابجایی، رابطه (۷) بدست می‌آید.

۲-۴- تلفیق میدان‌های موثر در مدل

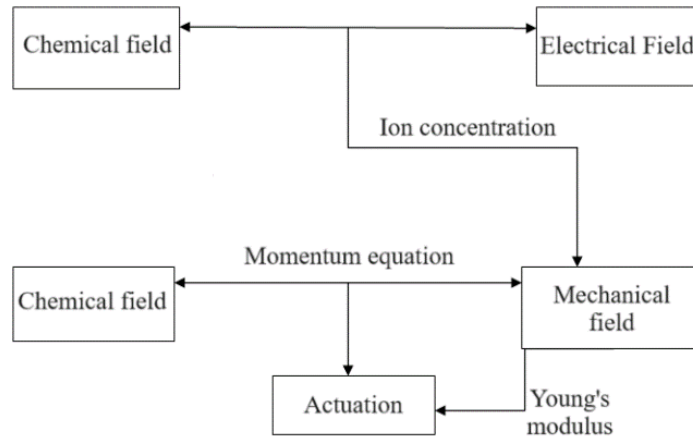
این میدان‌ها تنها در صورت کوپل شدن قابل حل هستند چرا که حل یکی از آن‌ها بستگی به حل بقیه میدان‌ها دارد. برای استخراج C^+ از حل همزمان میدان شیمیایی معادله (۱) و (۲)، و برای بدست آوردن میدان الکتریکی، معادله (۴) استفاده می‌شود، و البته پتانسیل شیمیایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = -D \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{z D C F}{RT} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (۷)$$

$$\mu^+ = \mu_0^+ + RT \ln(k^+ C^+) + z^+ \phi F \quad (۵)$$

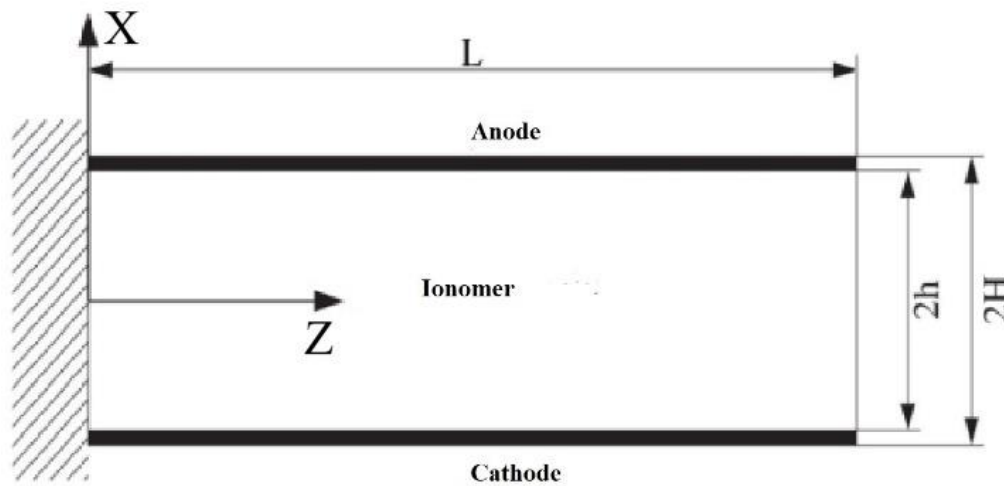
این رابطه در جهت ضخامت x نوشته شده است، و از نوشتن بالانویس + (به معنای کاتیون) نیز صرف نظر شده است. به علاوه، تغییرات در میدان پتانسیل الکتریکی ϕ نیز توسط رابطه (۸) به میدان الکتریکی

که دو جمله اول سمت راست تساوی، پتانسیل شیمیایی و جمله آخر



شکل ۲. مراحل مدل سازی و حل محرکی آی پی ام سی

Fig. 2. The IPMC actuation modeling and solution steps



شکل ۳. طرح شماتیک آی پی ام سی [۹]

Fig. 3. Schematic of the IPMC

نرست-پلانک (۱) و (۲) [۲۵] به صورت رابطه (۹) در می آیند:

مربوط می شود [۶].

$$J_j = -D \left[\left(\frac{C_{j+1} - C_j}{\Delta x_j} \right) + z \left(\frac{C_{j+1} - C_j}{\Delta x_j} \right) \frac{F}{RT} \cdot \left(\frac{\varphi_{j+1} - \varphi_j}{\Delta x_j} \right) \right] \quad (9)$$

$$C_j - C_j^0 = - \frac{\Delta t}{\left(\frac{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{2} \right)} (J_j - J_{j-1})$$

$$E = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (8)$$

که در آن، E میدان الکتریکی در ضخامت آی پی ام سی است. برای به دست آوردن غلظت یون در زمان و مکان از روش عددی تفاضل محدود استفاده می شود. بر اساس روش تفاضل محدود، گسسته سازی معادلات

$$C_j - C_j^0 - \frac{D\Delta t}{\Delta x} \left\{ \frac{C_{j+1} - C_j}{\Delta x_{j+1} + \Delta x_j} - \frac{C_j - C_{j-1}}{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}} \right\} \quad 2 \leq j \leq N-1$$

$$- \frac{z}{2} \left[(C_{j+1} + C_j) \left(\frac{\varphi_{j+1} - \varphi_j}{\Delta x_{j+1} + \Delta x_j} \right) \right. \\ \left. + (C_j + C_{j-1}) \left(\frac{\varphi_j - \varphi_{01}}{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}} \right) \right] \quad (12)$$

$$C_N - C_N^0 - \frac{D\Delta t}{\Delta x} \left\{ -\frac{C_N - C_{N-1}}{\Delta x_N + \Delta x_{N-1}} \right\} \quad j = N$$

$$- \frac{z}{2} \left[(C_N + C_{N-1}) \left(\frac{\varphi_N - \varphi_{N-1}}{\Delta x_N + \Delta x_{N-1}} \right) \right] \quad (13)$$

$$\left(\frac{\phi_{j+1} - \phi_j}{\Delta x_j} \right) - \left(\frac{\phi_j - \phi_{j-1}}{\Delta x_{j-1}} \right) \\ = \left(\frac{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{2} \right) \frac{F}{\kappa} (zC_j - C^+) \quad (10)$$

$$C_1 - C_1^0 - \frac{D\Delta t}{\Delta x} \left\{ \frac{C_2 - C_1}{\Delta x_2 + \Delta x_1} \right\} \quad j = 1$$

$$+ \frac{z}{2} \left[(C_2 + C_1) \left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta x_2 + \Delta x_1} \right) \right] \quad (14)$$

$$\left(\frac{\phi_{j+1} - \phi_j}{\Delta x_j} \right) - \left(\frac{\phi_j - \phi_{j-1}}{\Delta x_{j-1}} \right) \quad 2 \leq j \leq N-1$$

$$= \left(\frac{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{2} \right) \frac{F}{\kappa} (zC_j - C^-) \quad (15)$$

$$\phi_1 = -\frac{U_0}{2} \quad j = 1$$

$$\phi_N = +\frac{U_0}{2} \quad j = N$$

برای گسسته‌سازی معادلات مربوط به توزیع حلال نیز به همین شیوه روابط (۳) و (۶) بر پایه روش تفاضل محدود گسسته می‌شوند:

$$\left(\frac{w_j + w_j^0}{\Delta t} \right) + w_j (1 + w_j) - \frac{v_{j+1} - v_j}{\left(\frac{\Delta x_{j+1} + \Delta x_j}{2} \right)} = 0$$

$$\left(\frac{v_j - v_j^0}{\Delta t} \right) + v_j \frac{v_{j+1} - v_j}{\left(\frac{\Delta x_{j+1} + \Delta x_j}{2} \right)} + \frac{1}{\rho_L} \frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta x_j} = 0 \quad (16)$$

که در آن Δx بیانگر بازه مکانی انتخاب شده برای گسسته‌سازی و j به صورت اندیس بیانگر شماره گره در مکان گسسته شده می‌باشد. C^0 بیان گر غلظت کاتیون در زمان اولیه $t = \Delta t$ از بازه زمانی است که با بالانویس 0 مشخص شده است. به این دلیل که به داخل و از خارج مرز هیچ شاری وجود ندارد، شار گسسته شده در مرزها یعنی J_1 و J_N برابر صفر قرار می‌گیرند. لازم به ذکر است N شماره گره آخر است.

معادله پواسون گسسته شده (۴) نیز بشکل رابطه (۱۰) بیان می‌شود:

برای رابطه (۱۰) نیز، شرط مرزی پتانسیل الکتریکی وجود دارد. به این صورت که در مسئله بررسی شده در این مقاله، پتانسیل جریان مستقیم ثابت بین دو الکترود اعمال می‌شود. پس اگر فرض کنیم پتانسیل U_0 به دو الکترود وارد می‌شود، شرایط مرزی در الکترودها به صورت رابطه (۱۱) در می‌آیند:

$$\phi_1 = -\frac{U_0}{2} \quad (11)$$

$$\phi_N = +\frac{U_0}{2}$$

به این معنی که در این گسسته‌سازی، شماره اندیس 1 و N به طور قراردادی بترتیب، آند و کاتد فرض می‌شود. برای N گره، مجموعاً N غلظت در گره‌ها و $N-2$ پتانسیل در گره‌ها یعنی $2N-2$ مجهول وجود دارد که برای حل آن، همین تعداد معادله در بازه‌های زمانی در ماتریسی ضمنی تشکیل می‌شود. به علت غیرخطی بودن معادلات از روش نیوتن-رافسون که سرعت همگرایی بیشتری نسبت به روش‌های مشابه دارد، استفاده می‌شود. با اعمال شرایط مرزی و ترکیب معادلات (۲) و (۳)، دستگاه معادلات

متناظر روش نیوتن-رافسون شامل معادلات زیر می‌شود:

بیان می‌شود، و برای حل تقریبی معادله (۳) ابتدا گشتاور خمشی ایجاد شده بر اثر کرنش حجمی حاصل از انتقال حلال معرفی می‌شود، سپس با توجه به ملزومات ایجاد شده برای محاسبه گشتاور خمشی به معرفی روش تقریبی حل معادله (۳) پرداخته می‌شود. نواحی انتگرال‌گیری در شکل ۳ مشخص شده‌اند.

با توده‌های کاملاً هیدراته، نرخ کرنش حجمی، $\dot{\varepsilon}_v^*$ به نرخ تغییر آب جذب شده به شکل رابطه (۱۸) مرتبط می‌باشد:

$$\dot{\varepsilon}_v^* = \frac{\dot{w}}{1+w} = \frac{\partial}{\partial t} \ln(1+w) \quad (18)$$

رابطه (۱۸) را در روند مدلسازی حاضر به این دلیل می‌توان نوشت که آب و زمینه پلیمری، غیرقابل تراکم فرض می‌شوند، یعنی هر تغییر حجم کلی حاصل از تغییر حجم توده‌ها (آب جذب شده) است. اگر x فاصله نقاط سطح مقطع از وسط نوار باشد، نرخ کرنش ویژه طولی (در جهت ضخامت نوار آبی‌پی‌ام‌سی) به صورت معادله (۱۹) نمایش داده می‌شود [۹]:

$$\dot{\varepsilon}_z^* = \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_v^*(x,t) = \frac{1}{3} \frac{\dot{w}(x,t)}{1+w(x,t)} \quad (19)$$

که تابعی از فاصله در جهت ضخامت و زمان، x و t است. $\dot{\varepsilon}_z^*(x,t)$ را نرخ کرنش ویژه می‌نامند. نرخ گشتاور خمشی با فرض نبود نیروی مکانیکی خارجی و تنها برای یونومر (بدون در نظر گرفتن الکترودها) به صورت معادله (۲۰) تعریف می‌شود:

$$\dot{M}^e(t) = \int_{-h/2}^{h/2} \dot{\sigma}^* x dx = \int_{-h/2}^{h/2} Y_b \dot{\varepsilon}_z^* x dx \quad (20)$$

که Y_b مدول یانگ موثر پلیمر هیدراته (یونومر) است. حال با جایگذاری معادله (۱۹) در معادله (۲۰)، نرخ لنگر خمشی بر حسب زمان حاصل می‌شود:

$$\dot{M}^e(t) = \int_{-h/2}^{h/2} Y_b \frac{1}{3} \frac{\dot{w}(x,t)}{1+w(x,t)} x dx \quad (21)$$

برای شرایط مرزی نیز مجدداً، با توجه به اینکه به داخل و از خارج مرزها جریانی وارد یا خارج نمی‌شود، سرعت به صورت $v_0=v_N=0$ قرار داده می‌شود، و برای دقیق شدن شرط مرزی در حل عددی، Δx_0 و Δx_N برابر صفر قرار می‌گیرند. در واقع از روش گره مجازی^۱ برای حصول معادلات مرز استفاده شده است. این سیستم معادلات نیز در N گره، N میزان آبپوشی و $N-1$ سرعت حلال، یعنی مجموعاً $2N-1$ مجهول را با کمک روش نیوتن-رافسون به دست می‌آورد. مانند قبل، w_j^0 و v_j^0 بیانگر میزان آبپوشی و سرعت حلال در زمان اولیه از بازه زمانی، $t-\Delta t$ هستند.

۲-۶- انتقال حلال و پاسخ محرک

در مقدمه این بخش، نیاز به توضیحاتی تکمیلی پیرامون پدیده‌های ریزساختاری است که در ماده قبل و بعد از ایجاد اختلاف پتانسیل بین الکترودها در ماده به وجود می‌آید. با شناخت این پدیده‌ها، سفتی ماده و فشار توده‌ای به صورت ریاضی فرمول‌بندی می‌شوند. سفتی برای محاسبه نیروها و تغییر شکل‌های ماده و فشار توده یونی، نیز برای بکارگیری در رابطه (۱۶) استفاده خواهد شد.

فرض بر این است که ماده طی دو مرحله مجزا تغییر شکل می‌دهد، به این صورت که ابتدا یک حرکت سریع به واسطه انتقال یون و آب با مکانیزمی که در بخش قبل توضیح داده شد صورت می‌گیرد. بعد از این حرکت سریع نوار باز می‌گردد و تغییرشکلی در آن باقی می‌ماند که به این تغییرشکل، حرکت رهائشی گفته می‌شود. طی این انتقال که برای یون نوشته شد، آب نیز به واسطه قطبی بودن و قرار گرفتن در توده‌های یونی با یون‌ها حرکت می‌کند و برای پی بردن به غلظت آن در نقاط مختلف ضخامت پس از انجام حرکت سریع، رابطه (۱۷) بررسی می‌شود:

$$w(x,t) = w_1 + w_2 + nC(x,t) \quad (17)$$

که در آن w غلظت محلول در نقاط مختلف ضخامت، w_1 غلظت آب هیدراته با یون سولفات بر حسب مول بر متر مکعب و w_2 غلظت آب آزاد در شبکه پلیمر است. رابطه (۱۷) این امکان را فراهم می‌آورد تا در این مرحله از مدلسازی، از مقیاس یون‌ها به مقیاس محیط پیوسته انتقال حلال منتقل شویم.

فرم اصلی معادلات انتقال حلال در آبی‌پی‌ام‌سی طی رابطه پیوستگی (۳)

$$\Pi_A(t) = \frac{\Phi Q_B^- K_0}{w_A(t)} \left(1 + \frac{C^+}{C^-}\right) \quad (25)$$

که $K = \frac{RT}{F}$ و $Q_B^- = \frac{\rho F}{EW_{Na}}$ که ρ چگالی غشای خشک است، F ثابت فارادی، R ثابت گاز، EW_{Na} وزن معادل یون سدیم است و Φ نیز ضریب اسمزی است که برای محلول رقیق ایده آل برابر ۱ می‌شود [۸]. همچنان که کاتیون‌ها از لایه مرزی آند خالی می‌شوند، نیروهای برهم‌کنشی که بین آنیون‌های ثابت تولید می‌شود، یک فشار افزوده نیز که با p_{AA} نمایش می‌دهند، ایجاد می‌شود در حالی که در همان زمان نیروی برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی، p_{ADD} کاهش می‌یابد. این دو اثر کوپل می‌شوند و بنابراین توزیع کاتیون داخل توده یونی بستگی به غلظت آن دارد. در اینجا، برای راحتی تحلیل مورد نیاز، دو اثر را جدا از هم در نظر گرفته می‌شوند.

p_{AA} به عنوان تابعی از زمان سطح اولیه‌ی یک توده کروی با توزیع یکنواخت بار الکتریکی سطحی، q ، که در ادامه مشخص می‌شود، محاسبه نیروهای کوپل الکترواستاتیکی، و سپس ضرب کردن نتیجه در C^+/C^- به عنوان تاثیر توزیع مجدد یون کاتیون رابطه (۲۶) بدست می‌آید [۴]:

$$p_{AA}(t) = \frac{q^2}{2\kappa_A(t)} \left(1 - \frac{C^+}{C^-}\right) = \frac{1}{18\kappa_A(t)} Q_B^{-2} \frac{a_A^2}{[w_A(t)]^2} \left(1 - \frac{C^+}{C^-}\right) \quad (26)$$

$$\approx \frac{1}{18\kappa_A(t)} Q_B^{-2} \frac{R_0^2}{[w_A(t)]^{4/3}} \left(1 - \frac{C^+}{C^-}\right)$$

که $\kappa_A = \kappa_A(t)$ ، a_A و R_0 بترتیب ثابت دی‌الکتریک موثر توده، شعاع توده در آب جذب شده، $w_A = w_A(t)$ و شعاع اولیه (خشک) توده می‌باشد، و زیرنویس A اشاره به لایه مرزی آند دارد. از آنجا که آنیون‌ها تنها ساکنین داخل توده‌ها هستند، چگالی بار سطحی، q ، به صورت رابطه (۲۷) حساب می‌شود [۴]:

$$q = Q_B^- \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - a_0^3) \frac{1}{4\pi a^2} = Q_B^- \frac{4\pi}{3} (R^3 - a^3) \frac{1}{4\pi a^2} \quad (27)$$

$$= \frac{Q_B^-}{3w_0} \frac{a_0}{\lambda_\theta^2(a_0)} \approx \frac{Q_B^-}{3} \frac{R_0}{w^{2/3}}$$

که Q_B^- چگالی بار آنیون (با واحد C/cm^2) در غشا خشک است که قبلاً معرفی شده است. p_{ADD} متناظر با استفاده از غلظت کاتیون در هر توده

با گرفتن انتگرال سمت راست معادله (۲۱) و در نظر گرفتن ضخامت لایه مرزی آند^۱ و لایه مرزی کاتد^۲، گشتاور خمشی به صورت معادله (۲۲) نوشته می‌شود:

$$M^e(t) = -\frac{Y_b h}{6} \left[\frac{\dot{w}_A(x,t)}{1+w_A(x,t)} L_A - \frac{\dot{w}_C(x,t)}{1+w_C(x,t)} L_C \right] \quad (22)$$

که در آن w_A و w_C بترتیب نشان دهنده میزان آبیوشی در لایه مرزی آند و لایه مرزی کاتد هستند و L_C و L_A طول لایه مرزی آند و کاتد می‌باشد. با انتگرال‌گیری از دو طرف معادله (۲۲) در زمان و در نظر گرفتن شرط اولیه $M^e(0) = 0$ زمانی که $w_A(x,0) = w_C(x,t) = w_0$ است w_0 آبیوشی اولیه قبل از اعمال پتانسیل الکتریکی در الکترودها است، گشتاور خمشی در مقطع نوار آبی‌پی‌ام‌سی با ضخامت b به صورت معادله (۲۳) بدست می‌آید:

$$M^e = -\frac{Y_b b h L_A}{6} \left\{ \ln[1+w_A(x,t)] - \beta \ln[1+w_C(x,t)] + (1-\beta) \ln(1+w_0) \right\} \quad (23)$$

که در آن β با L_C/L_A برابر است.

کرش خمشی در این نوار، کوچک است، و لذا تغییر در میزان آبیوشی نیز در توده‌های یونی کوچک است. بنابراین با تقریب سمت راست معادله (۲۳) به وسیله سری تیلور حول w_0 و حذف جملات مرتبه بالاتر رابطه (۲۴) حاصل می‌شود:

$$M^e = -\frac{Y_b b h L_A}{6(1+w_0)} \left[(w_A(t) - \beta w_C(t)) - (1-\beta)w_0 \right] \quad (24)$$

برای بدست آوردن مقدار میزان غلظت آبیوشی در لایه مرزی آند $w_A(t)$ و لایه مرزی کاتد $w_C(t)$ از مراجع در دسترس از جمله [۴ و ۹] بترتیب در بخش ۷-۲ و ۸-۲ استفاده می‌شود.

۷-۲ آبیوشی در لایه مرزی آند

فشار اسمزی در توده‌های واقع در لایه مرزی آند به صورت رابطه (۲۵)

بیان می‌شود [۲۳]:

- 1 Anode Boundary Layer (ABL)
- 2 Cathode Boundary Layer (CBL)

برابر است با:

$$\sigma_r(a_0, t) = -p_0(t) + K(t)[w_A(t)/w_0]^{-4/3}$$

$$p_0 = K \left(\frac{w}{w_i} \right)^{-4/3} + p_c, K = p_c \frac{1+w}{w_i I_n - \left(\frac{w}{w_i} \right)^{4/3}} \quad (31)$$

$$p_c = \frac{2\phi Q_B^- K_0}{w} + \frac{\pm [\alpha_A(t)]^2 (Q_B^-)^2}{3\kappa_e w^2}, w_i = \frac{n_0}{1-n_0}$$

$$I_n = \frac{1+2An_0}{n_0(1+An_0)^{1/3}} - \frac{1+2A}{(1+A)^{1/3}}, A = \frac{w}{w_i} - 1$$

$$p_{ADD}(t) = \frac{1}{3\kappa_A(t)} (Q_B^-)^2 \frac{\pm [\alpha_A(t)]^2 C^+}{[w_A(t)]^2 C^-} \quad (28)$$

بنابراین فشار کل در یک توده یونی نمونه در لایه مرزی آند به صورت

رابطه (۲۹) است:

$$p_{cluster} = \Pi_A(M^+, t) + p_{AA}(t) + p_{ADD}(t) \quad (29)$$

پس فشار موثر بر آب در لایه مرزی آند از رابطه (۳۲) نتیجه می‌شود:

$$t_A(t) = -\sigma_r(a_0, t) + p_{cluster}(t) \quad (32)$$

بر اساس غلظت یون در توده‌های یونی لایه مرزی آند، ثابت دی‌الکتریک

موثر κ_A به حالت زیر درمی‌آید، برای $m_{wA} - CN \geq 0$ رابطه (۳۰)

نوشته می‌شود [۴]:

$$\kappa_A = \frac{7+6f_A}{7-6f_A} 6\kappa_0 \quad f_A = \frac{m_{wA} - CN}{m_{wA}}$$

$$m_{wA}(t) = \frac{EW_{ion} w_A(t)}{18 \left[\frac{C^+}{C^-} \right] \rho_B} \quad (30)$$

$$\pm [\alpha(t)]^2 = \begin{cases} a_1 w + a_2 & m_w \leq CN \\ \left(\frac{7+6f}{7-6f} \right)^2 (a_1 w + a_2) & m_w > CN \end{cases}$$

که CN عدد کئوردیناسیون a_1 و a_2 ضرایب تجربی هستند و $m_{wA}(t)$

تمام مول آب بر مول یون است، و همچنین $f_A(t)$ میزان مولکول‌های آزاد آب

داخل یک توده و در لایه مرزی آند را بیان می‌کند. اگر $m_{wA} - CN < 0$

باشد، $\kappa_A = \epsilon \kappa$ را قرار می‌دهند.

در مقابل فشار $t_A(t)$ ، تنش الاستیک $\sigma_r(a_0, t)$ در زمینه پلیمری مقاومت

می‌کند و زمانی که تعادل برقرار شود این دو به توازن با هم می‌رسند. تنش

الاستیک در ارتباط با سفتی $K(t)$ و فشار $p_0(t)$ برای پلیمر بدون روکش

و در یک آپیوشی به مقدار $p_{cluster}(t)$ توسط رابطه (۳۱) در آپی‌ام‌سی با

تخلخل تقریبی n_0 نوشته می‌شود [۴]:

تنش در حین توزیع مجدد کاتیون‌ها نتیجه نفوذ آب به داخل یا خارج لایه مرزی آند است، و بستگی به این دارد که $t_A(t)$ کمتر یا بیشتر از فشار موثر آب آزاد اطراف، p_R باشد. تبادل آب توسط معادلات نفوذ و شرایط اولیه و مرزی محاسبه می‌شود. در هر صورت، به این علت که لایه مرزی بسیار نازک است می‌توان برای ساده‌سازی، محاسبات را با فرض ثابت بودن t_A و w_A در لایه مرزی انجام داد. با این کار معادله نفوذ (۳) با معادله دیفرانسیل (۳۳) جایگزین می‌شود:

$$\frac{\dot{w}_A}{1+w_A} + \frac{v_A - v_R}{(L_A/2)} = 0 \quad (33)$$

زمانی که آپی‌ام‌سی در آب خالص غوطه‌ور است، و در این حال خواص محرکی خود را نمایش می‌دهد، سرعت $v_R = 0$ است، و سرعت v_A را تابعی خطی از فشار مطابق رابطه (۳۴) فرض می‌شود:

$$v_A = D_{H_2O} \frac{t_A - p_R}{(L_A/2)} \quad (34)$$

که D_{H_2O} ضریب نفوذپذیری هیدرولیکی است. با این فرض، و با قرار

دادن فشار مرجع p_R برابر با صفر، معادله (۳۵) به دست می‌آید:

تحت عمل سولفونات‌ها (نه لزوماً تحت تاثیر کربوکسیلیت‌های ضعیف) آرایش می‌گیرند، رشد می‌یابد. برهم‌کنش بین دوقطبی از قبل مانده در توده و کاتیون‌های تازه اضافه شده در توده‌های یونی (بر اثر اعمال ولتاژ) را با تنش متقابل دوقطبی - کاتیون نام‌گذاری کرده‌اند و به صورت زیر تعریف می‌کنند [۴]:

$$\begin{aligned} \bar{p}_{DC}(z,t) &= \frac{2Q_B^{-2}}{9\kappa_C(t)} \frac{a_C(t)\alpha_C(t)}{[w_C(t)]^2} \left(\frac{C^+}{C^-} - 1\right) g(t) \\ &\approx \frac{2Q_B^{-2}}{9\kappa_C(t)} \frac{R_0\alpha_C(t)}{[w_C(t)]^{5/3}} \left(\frac{C^+}{C^-} - 1\right) g(t) \end{aligned} \quad (38)$$

معادله (۳۸) با قرار دادن کاتیون‌های اضافی در مرکز کره‌ای به شعاع (کنونی) $\alpha_C(z,t)$ بدست می‌آید که شامل توزیع ثابت دوقطبی‌های شعاعی با بازوی گشتاور دو قطبی، $\alpha_C(t)$ ، روی سطح کره است، و R_0 نیز شعاع اولیه کره توده یونی است. در انتها نیز این رابطه با ضرب در تابع تاخیر $g(t)$ کامل می‌شود. $g(t)$ وابستگی به زمان معادله (۳۸) را نشان می‌دهد. این تابع را با ضریب تعادلی نیروهای برهم‌کنش دوقطبی - کاتیون r_0 ، و τ به عنوان زمان رهاش به صورت زیر تعریف می‌کنند [۴]:

$$g(t) = r_0 + (1 - r_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (39)$$

برای سولفونات‌ها در آی‌پی‌ام‌سی با پلیمر از نوع نافین پیش‌بینی می‌شود که فرآیندهای تشکیل ساختار مجدد و توزیع مجدد کاتیون‌های اضافی بسیار گسترده باشد. این مشاهده تأکیدی بر حرکت برعکس رهاشی در نوار آی‌پی‌ام‌سی با زمینه نافین است. این توزیع مجدد کاتیون در لایه مرزی کاند باعث کاهش سریع p_{DC} تا صفر و یا حتی مقداری منفی برای آن می‌شود. برای اعمال این اثر در فشار توده‌ای، رابطه (۳۸) با عامل حرکت رهاشی $g(t)$ بهبود داده شده است. تنش کل در توده‌ها داخل لایه مرزی کاند توسط رابطه (۴۰) بیان می‌شود:

$$\bar{t}_C = -\sigma_r(a_0,t) + \bar{\Pi}_C(z,t) + \bar{p}_{CDD}(t) + \bar{p}_{DC}(t) \quad (40)$$

از یک مدل نفوذ خطی برای ارتباط دادن شار آب (سرعت نفوذ آب)، v_C

$$\frac{\dot{w}_A}{1+w_A} = D_{H_2O} \frac{t_A}{(L_A/2)^2} = D_A t_A \quad (35)$$

ضریب D_A در اینجا مشمول اثر ضخامت لایه مرزی می‌شود. فرض می‌شود D_A ثابت است [۹].

۲-۸- آپوشی لایه مرزی کاند

در اینجا، توده‌ها در لایه مرزی کاند مورد بررسی قرار می‌گیرند. بر خلاف لایه مرزی آند، غلظت یونی در این لایه مرزی بسیار تغییرپذیر است. مانند لایه مرزی آند در اینجا نیز فشار اسمزی مانند معادله (۲۵) به دست می‌آید با این تفاوت که به علت تغییرات زیاد در توزیع یون v را به صورت متوسط در معادله قرار می‌گیرد تا از تغییرات در جهت z جلوگیری کرده و معادلات تنها با متغیر t به دست آیند، لذا از معادله (۲۵) بدست می‌آید:

$$\bar{\Pi}_C(z,t) = \frac{v_C(x,t)\phi Q_B^- K_0}{w_C(x,t)} \approx \frac{\phi Q_B^- K_0}{w_C(t)} \left(1 + \frac{\bar{C}^+}{\bar{C}^-}\right) \quad (36)$$

که $w_C(z,t)$ جز حجمی آب در لایه مرزی کاند است، و علامت بار بیانگر متوسط توزیع یون بدست آمده از معادله نرنست-پلانک است [۴]. در لایه مرزی کاند، دو گونه از نیروی برهم‌کنش الکترواستاتیکی وجود دارد. یکی نیروی بین دوقطبی‌های صوری آنیون - کاتیون که در توده‌های یونی وجود دارد، و دیگری بر اثر وجود کاتیون اضافی در توده‌ها است که باعث فعل و انفعال داخلی با دوقطبی‌های مجازی موجود می‌شود. تنش‌های اضافه شده بواسطه این برهم‌کنش‌ها میل به ایجاد انبساط یا انقباض در توده‌ها را، بسته به توزیع کاتیون‌ها، ایجاد می‌کند. مجدداً در اینجا نیز، این اثرات بطور مجزا مدل می‌شوند، هرچند در واقع با هم کوپل هستند. مانند لایه مرزی آند، فشار ناشی از دوقطبی‌های صوری آنیون-کاتیون در توده‌ها با رابطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$\bar{p}_{CDD}(z,t) = \frac{Q_B^{-2}}{3\kappa_C(t)} \frac{\pm[\alpha_C(t)]^2}{[w_C(t)]^2} \left(\frac{C^-}{C^+}\right) \quad (37)$$

که زیرنویس C پارامترها را در لایه مرزی کاند تمیز می‌دهد. $\alpha_C(t)$ بازوی دوقطبی است که طی زمان و در حین اینکه کاتیون‌ها دوباره

به گرادیان فشار محرک $\partial t_c / \partial z$ استفاده می‌شود:

$$f_{A1} = D_A \left\{ (1+w_0) \left[\frac{\phi Q_B^- K_0}{w_0^2} - \frac{2Q_B^- R_0^2}{27\kappa_A w_0^{7/3}} + \frac{2Q_B^- \pm [\alpha_A(w_0)]^2}{3\kappa_A w_0^3} \right] - \frac{Q_B^-}{3\kappa_A w_0^2} \frac{d \pm [\alpha_A(w_A)]^2}{dw_A} \Big|_{w_A=w_0} + t_A(w_0, t) \right\} \quad (47)$$

$$v_C = -D_{H_2O} \frac{\partial t_C}{\partial z} \quad (41)$$

بنابراین، با توجه به شرایط پیوستگی معادله (۳۵)، نرخ تغییر آب جذب شده در لایه مرزی کاتد توسط معادله نفوذ زیر بدست می‌آید:

$$f_{A2} = D_A (1+w_0) \left[-K \frac{4}{3w_i} \left(\frac{w_0}{w_i} \right)^{-7/3} \right] \quad (48)$$

$$\frac{\dot{w}_C}{1+w_C} = D_{H_2O} \frac{\partial^2 t_C}{\partial z^2} \quad (42)$$

و این پارامترها برای لایه مرزی کاتد به صورت زیر هستند:

$$f_C = D_C (1+w_0) \times \left[-\frac{\phi Q_B^- K_0}{\beta w_0} + \frac{2Q_B^- R_0^2}{9\kappa_A w_0^{5/3}} - \frac{Q_B^- \pm (\alpha_C(w_0)^2)}{3\kappa_C w_0^2} \right] \quad (49)$$

و شرایط مرزی و اولیه مانند لایه مرزی آند بصورت زیر برقرار هستند:

$$\begin{aligned} t_C(h, t) &= p_R = 0 \\ w_C(0, t) &= w_0, \quad t > 0 \\ w_C(z, 0) &= w_0 \quad 0 < z < h \end{aligned} \quad (43)$$

$$f_{C1} = D_C \left\{ (1+w_0) \left[\frac{\phi Q_B^- K_0}{w_0^2} - \frac{10Q_B^- R_0^2 \alpha_C(w_0)}{27\kappa_A w_0^{7/3}} + \frac{2Q_B^- R_0}{9\kappa_C w_0^{5/3}} \frac{d\alpha_C(w_C)}{dw_C} \Big|_{w_C=w_0} + \frac{2Q_B^- \pm [\alpha_A(w_0)]^2}{3\kappa_C w_0^3} \right] - \frac{Q_B^-}{3\kappa_C w_0^2} \frac{d \pm [\alpha_C(w_C)]^2}{dw_C} \Big|_{w_C=w_0} + t_C(w_0, t) \right\} \quad (50)$$

که میزان جذب آب ثابت دقیقاً پیش از توزیع مجدد کاتیون است. حل معادلات (۳۳) و (۴۲) به علت عوامل غیرخطی مشکل است. با انتقال $1+w_A(z, t)$ و $1+w_C(z, t)$ به سمت راست معادلات (۳۳) و (۴۲) و بسط سمت راست توسط سری تیلور در w_0 ، میزان آبیوشی با معادلات (۴۴) و (۴۵) تعریف می‌گردند که در آنها C_1 و C_2 ثابت‌های انتگرال گیری هستند [۲۳]:

$$f_{C2} = D_C (1+w_0) \left[-K \frac{4}{3w_i} \left(\frac{w_0}{w_i} \right)^{-7/3} \right] \quad (51)$$

$$w_A(x, t) = \left[C_1 h_A(t) - \frac{f_A}{f_{A1}} - \frac{f_A f_{A2}}{f_{A1}} h_A(t) \int \frac{1}{h_A(t)} dt \right] + w_0 \quad (44)$$

$$h_A(t) = \exp \left\{ \int [f_{A1}(t) \left(1 + \frac{C^+}{C^-} \right) + f_{A1}] dt \right\} \quad (52)$$

$$w_C(x, t) = \left[C_2 h_C(t) - \frac{f_C}{f_{C1}} - \frac{f_C f_{C2}}{f_{C1}} h_C(t) \int \frac{1}{h_C(t)} dt \right] + w_0 \quad (45)$$

$$h_C(t) = \exp \left\{ \int [f_{C1}(t) \left(1 + \frac{C^+}{C^-} \right) + f_{C1}] dt \right\} \quad (53)$$

که

با شرایط اولیه $w_A(x, 0) = w_0$ و $w_A(x, t) = w_0$ و جای گذاری پارامترهای بالا و ثوابت انتگرال گیری حاصل از شرایط اولیه، معادله (۲۴) به شکل رابطه (۵۴) حل خواهد شد:

$$f_A = D_A (1+w_0) \left[-\frac{\phi Q_B^- K_0}{w_0} + \frac{Q_B^- R_0^2}{18\kappa_A w_0^{4/3}} - \frac{Q_B^- \pm (\alpha_A(w_0)^2)}{3\kappa_A w_0^2} \right] \quad (46)$$

جدول ۱. مقادیر استفاده شده برای حل معادلات (۱۲)–(۱۶) [۹]

Table 1. The values used to solve equations (12)–(16)

مقدار (واحد)	علامت	پارامتر
$7/298 \times 10^{-11}$ (m ² /s)	D^+	ثابت نفوذ
۳۰۰ (K)	T	دما
$2/8 \times 10^{-3}$ (C ² /Nm ²)	κ_e	ثابت معادل دی‌الکتریک نافویون هیدراته
۱۱۸۵ (mol/m ³)	C^-	غلظت اولیه یون منفی

شده است. توزیع یون مثبت و منفی در ابتدا در تعادل و برابر ۱۱۸۵ مول بر متر مکعب است، و پارامترهای موجود در معادله طبق جدول ۱ و با استفاده از اطلاعات موجود در مرجع [۹] عدد دهی شده، و در ادامه با این مرجع مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

حل معادله (۱) و (۲) توسط نرم افزار کامسول برای دست‌یابی به توزیع یون به روش اجزای محدود نیز انجام شده است که نتیجه آن در نمودار شکل ۴ دیده می‌شود. در شکل ۴، حل ارائه شده به روش تفاضل محدود با نتایج حل تحلیلی ارائه شده در مرجع [۹] و نیز نتیجه شبیه‌سازی در نرم‌افزار کامسول مقایسه شده است. هر دو حل عددی با ۵۵۰ المان انجام، و نتایج در ثانیه ۲۰ پس از اعمال ولتاژ ۲ ولت نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، مدل‌سازی عددی در کامسول و با استفاده از تفاضل محدود توانسته است به خوبی غلظت کاتیون‌ها را در ثانیه دوازدهم در اواسط ضخامت تیر نشان دهد، و هر سه مدل این مقدار را به اندازه ۱۱۵۰ مول بر متر مکعب پیش‌بینی کرده‌اند. همچنین، مدل‌های ارائه شده عددی تغییرات غلظت در نزدیکی کاتد و آند را به خوبی پیش‌بینی کرده است. با توجه به مرجع [۹]، شیب غلظت کاتیون در نزدیکی آند و کاتد به سرعت تغییر می‌کند و در نتیجه این افزایش غلظت، تحریک مکانیکی در کامپوزیت فلزپلیمریونی مشاهده می‌شود. نتایج حاصل از حل تفاضل محدود و کامسول این تغییرات غلظت را تایید می‌کنند. در ادامه با گذار از مقیاس میکرو و وارد شدن به مقیاس ماکرو تحریک مکانیکی نوار کنسول ناشی از تغییرات غلظت نشان داده می‌شود.

در شکل ۵، تاثیر تغییر ولتاژ بین دو سر الکتروود بر غلظت کاتیون‌ها در نزدیکی آند مطالعه شده است. این مطالعه تحت دو اختلاف پتانسیل ۱ ولت و ۱/۵ ولت در مدت زمان ۰/۰۵ ثانیه انجام شده است.

$$M^e = -\frac{Y_b b h L_A}{6(1+w_0)} \left[\frac{f_A}{f_{A1} + f_{A2}} (e^{(f_{A1} + f_{A2})t} - 1) - \frac{\beta f_C}{f_{C1} + f_{C2}} (e^{(f_{C1} + f_{C2})t} - 1) \right] \quad (54)$$

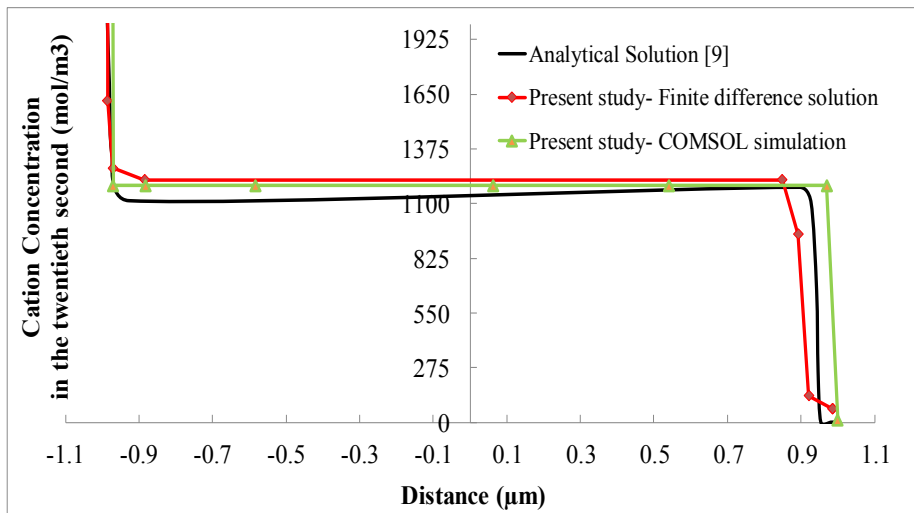
این رابطه گشتاور خمشی آی‌پی‌ام‌سی را بر حسب میزان آپیوشی به دست می‌دهد. با در نظر گرفتن یک کنسول آی‌پی‌ام‌سی، جابجایی نوک نوار به صورت رابطه (۵۵) بیان می‌شود.

$$\frac{u_3}{L} = \frac{M^e L}{2(YI)_{eff}} \quad (55)$$

که در آن، Y سفتی معادل کل نوار، L طول نوار، I ممان اینرسی و u_3 نیز جابجایی انتهای تیر کنسول است.

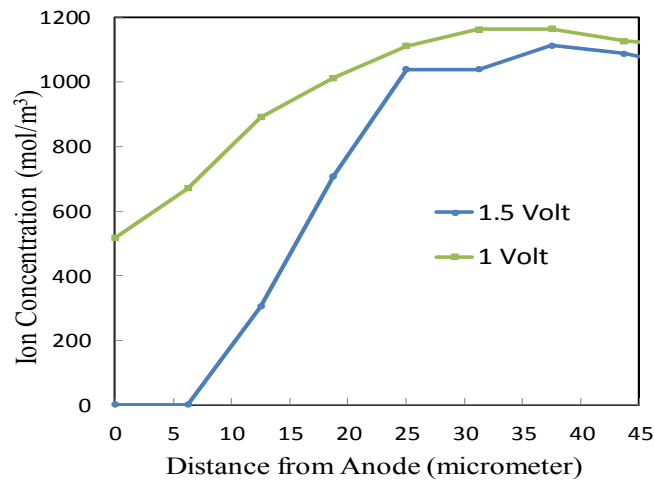
۳- نتایج و بحث

برنامه کامپیوتری دستگاه معادلات جبری (۱۲)–(۱۶) توسط نرم افزار متلب برای آی‌پی‌ام‌سی با ضخامت ۲۰۰ میکرومتر نوشته و اجرا شده است. برای حل تغییرات زیاد یون و پتانسیل الکتریکی در نزدیکی الکتروودها، المان‌های مکانی غیریکنواخت در نظر گرفته شده‌اند. طول المان در مرکز آی‌پی‌ام‌سی بیشترین اندازه را دارد، و به سمت الکتروودها این طول کوچک می‌شود. در حل عددی، ۵۵۰ المان در ضخامت کنسول و بازه گام زمانی $\Delta t = 0/001$ ثانیه در نظر گرفته شده است. این حل برای یون Na^+ اجرا



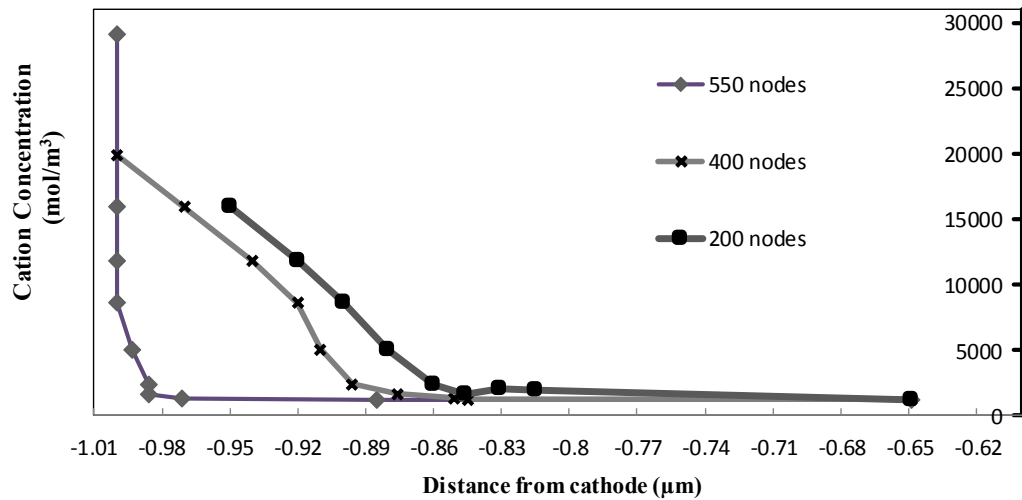
شکل ۴. توزیع یون در ضخامت آی پی ام سی با اعمال ولتاژ ۲ ولت

Fig. 4. Ion distribution in the IPMC thickness by applying 2V voltage



شکل ۵. مطالعه تاثیر اختلاف پتانسیل بر توزیع یون در نزدیکی آند

Fig. 5. Effect of the potential difference on the ion distribution near the anode



شکل ۶. بررسی حساسیت به تعداد گره در معادلات گسسته سازی شده

Fig. 6. Investigation of the sensitivity to the number of nodes in the discretized equations

روی آی‌پی‌ام‌سی با یون Na^+ و پلیمری از نوع نافینون انجام شده است. در شکل ۷، نحوه تغییرات خیز انتهایی نوار آی‌پی‌ام‌سی با طول ۱۸ میلی‌متر، عرض ۲ میلی‌متر و ضخامت ۲۲۴ میکرومتر در طول زمان با استفاده از مدل حاضر رسم شده، و با نتایج مرجع [۹] مقایسه شده است. شایان ذکر است که نتایج مرجع [۹] از ارزیابی آزمایشگاهی پاسخ مکانیکی محرک آی‌پی‌ام‌سی با کاتیون‌های مختلف و در غلظت‌های مختلف آب بدست آمده است. این آی‌پی‌ام‌سی با پلاتینیوم به ضخامت ۶ میکرومتر در دو سوی نوار الکترودهی شده است. میزان آبیوشی اولیه $w_0 = 0.533$ فرض شده و پتانسیل الکتریکی اعمال شده ۱ ولت می‌باشد. دمپینگ ویسکوز مصالح صفر فرض شده است. نتایج نشان داده شده در شکل ۷ برای جابجایی انتهایی نوار با تقسیم آن بر طول آی‌پی‌ام‌سی بی‌بعد شده است. رفتار محرکی نوار آی‌پی‌ام‌سی نشان داده شده در نمودار شکل ۷ مشخص می‌کند که حرکت اولیه آی‌پی‌ام‌سی بسیار سریع است. این حرکت به سمت کاتد است و علت آن گشتاور خمشی حاصل از پتانسیل الکتریکی می‌باشد، و جابجایی بیشینه ۲ میلی‌متر را پیش‌بینی می‌کند. شایان ذکر است علت اختلاف در تغییر شکل بیشینه در شکل ۷ این است که دمپینگ ویسکوز نوار آی‌پی‌ام‌سی صفر در نظر گرفته شد. پس از این حرکت سریع، نوار به سمت آند باز می‌گردد و نهایتاً خیز انتهایی ۰/۵ میلی‌متر در نوار باقی می‌ماند

همانگونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود با افزایش نیم ولتی ولتاژ پس از ۰/۵ ثانیه از اعمال ولتاژ تا فاصله ۶ میکرومتری از آند غلظت کاتیون به صفر می‌رسد. بطور آزمایشگاهی در مرجع [۹] بررسی شده است که با افزایش غلظت یون، افزایش تورم و کرنش ویژه در نوار مشاهده می‌شود، اما این افزایش محدود به مواد سازنده کامپوزیت فلز پلیمر یونی است از این رو انتظار می‌رود با افزایش ولتاژ تغییر شکل بزرگتری در انتهای نوار کامپوزیت فلز پلیمر یونی مشاهده شود.

جهت راستی‌آزمایی دیگر و برای رسیدن به تعداد گره مناسب، حل تفاضل محدود حاضر در نزدیکی کاتد برای تعداد گره‌های مختلف انجام شده است که نتایج آن در نمودارهای شکل ۶ نشان داده شده است.

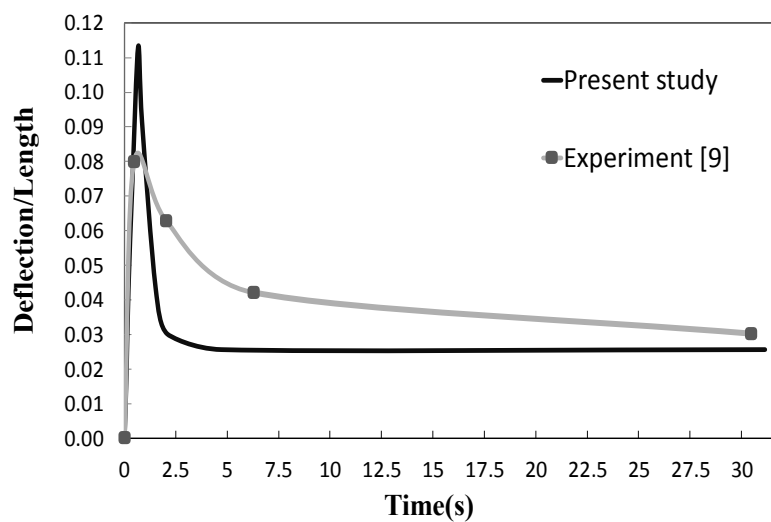
در نمودار شکل ۶، معادلات کوپل الکتروشیمی، مکانیکی در ناحیه‌ای با گرادیان زیاد بررسی شده است و این کار با تعداد گره‌های مختلف برای دست‌یابی به مش بهینه انجام شده است پس از رسیدن به تعداد گره ۵۵۰ نمودار همگرا شده و افزایش تعداد گره تأثیری بر جواب معادلات ندارد. از این رو این تعداد گره، برای حل تفاضل محدود حاضر استفاده شده است.

در رابطه (۵۵)، معادله تغییر شکل عرضی انتهایی نوار آی‌پی‌ام‌سی بعنوان پاسخ محرکی آن بدست آمده است. مقادیر عددی پارامترهای دخیل در رابطه (۵۵) مطابق جدول ۲ بر اساس مرجع [۹] اتخاذ شده‌اند. این حل بر

جدول ۲. مقادیر به کار رفته در حل رابطه (۵۵)

Table 2. The values used in solving relation (55)

مقدار (واحد)	علامت	پارامتر
۴/۵	CN	عدد کنوردیناسیون
۲۳ (g/mol)	EW_{Na^+}	وزن مولی Na^+
$1/5234 \times 10^{-20}$	a_2 و a_1	ضریب در رابطه طول موثر دوقطبی
$1/1000 \times 10^{-8}$	D_A	ضریب D_A
۱۱۰۰ (g/mol)	EW_{H^+}	وزن مولی معادل یونومر دارای پرتون
۲۹۳ (K)	T	دما
$1/65 \times 10^{-9}$ (m)	A	شعاع اولیه توده یونی
۳۳۸۵ (kg/m ³)	P	چگالی آی پی ام سی
$8/3143 \times 10^{-9}$ (J/mol.K)	R	ثابت گاز
۹۶۴۸۵ (C/mol)	F	ثابت فارادی
۲۰۲۰ (kg/m ³)	ρ_b	چگالی یونومر
$5/31 \times 10^{-11}$ (F/m)	κ_c	گذردهی الکتریکی در CBL
$2/1462 \times 10^{-10}$ (F/m)	κ_A	گذردهی الکتریکی در ABL
۰/۰۱	n_0	تخلخل اولیه
۱	Φ	ضریب اسمزی



شکل ۷. خیز انتهای نوار آی پی ام سی تحت ولتاژ ۱ ولت

Fig. 7. Deflection of the IPMC strip end under 1 V voltage

نشان از تاثیر مستقیم تغییر ولتاژ بر تغییرات غلظت در ضخامت کنسول دارد.

- تطابق خوبی بین مدلسازی حاضر و تحقیقات پیشین مشاهده شد. به گونه‌ای که هر دو با اختلاف کمی غلظت یون در وسط کامپوزیت فلز پلیمر یونی را ۱۱۵۰ مول بر متر مکعب بدست آورده‌اند، و در انتها تکینگی تغییر غلظت کاتیون را گزارش کرده‌اند.

۵- فهرست علائم

علائم انگلیسی

<i>A</i>	شعاع توده یونی
<i>B</i>	عرض نوار
<i>C</i>	غلظت اولیه
<i>CN</i>	عدد کنوردیناسیون
<i>D</i>	ثابت نفوذ
<i>E</i>	میدان الکتریکی
<i>EW</i>	وزن معادل
<i>F</i>	ثابت فارادی
<i>J</i>	شار
<i>k</i>	ضریب بی بعد اکتیویته
<i>L</i>	طول لایه مرزی
<i>M</i>	گشتاور خمشی
<i>m</i>	نسبت مول
<i>n</i>	تخلخل
<i>P</i>	فشار
<i>Q</i>	چگالی بار
<i>q</i>	توزیع یکنواخت بار الکتریکی سطحی
<i>R</i>	ثابت گاز
<i>r</i>	ضریب تعادلی
<i>T</i>	دما
<i>w</i>	میزان آبیوشی
<i>x</i>	طول در جهت ضخامت
<i>Y</i>	مدول یانگ
<i>z</i>	ظرفیت الکتریکی
علائم یونانی	
ε	کرنش
κ	ثابت دی‌الکتریک
μ	پتانسیل شیمیایی
ν	سرعت سیال

که با نتایج تجربی کمتر از ۱۰٪ اختلاف دارد. علت اختلاف حل ارائه شده با مرجع [۹]، تقریبی است که در سری تیلور برای بدست آوردن میزان آبیوشی آند و کاتد در نظر گرفته شده است، و باعث از بین رفتن برخی اثرات حرکت رهایشی گردیده است. به همین دلیل این حل توانایی مدل کردن حرکت رهایشی را به صورت کامل ندارد. همچنین این تقریب منجر به کاهش خیز بیشینه نوار نسبت به نتایج تجربی شده است. با این حال، برای بررسی پاسخ سریع ماده مانند پاسخ به پتانسیل متناوب مناسب است. چرا که با انتخاب فرکانس مناسب، ماده فرصت بروز حرکت رهایشی را ندارد. همچنین مدل حاضر با وجود بار محاسباتی کم، نتایج قابل قبولی را ارائه می‌دهد.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، رفتار محرکی نوار کنسول آی‌پی‌ام‌سی توسط یک مدل کوپل الکتروشیمی-مکانیکی بر مبنای مدلسازی به روش تفاضل محدود ارائه شد. معادله توزیع غلظت یون و آب برحسب بار الکتریکی پس از اعمال ولتاژ الکتریکی فرمول‌بندی شد. از این معادله، خواص محرکی ماده شناسایی شد. به این صورت که توزیع غلظت منجر به کرنش ویژه برحسب میزان اختلاف پتانسیل الکترودها شد، و معادله زمان‌مند توسط روش تفاضل محدود گسسته شد. انتگرال‌های زمانی و مکانی معادله توسط روش نیوتن-رافسون حل شد. همچنین طی یک تحلیل حساسیت، تعداد گره بهینه برای مش‌بندی معادلات کوپل الکتروشیمی، مکانیکی بدست آمد. سپس با استفاده از رابطه بین نرخ تغییر لنگر خمشی بر حسب زمان و کرنش ویژه، لنگر خمشی و خیز انتهای نوار بدست آمد. نتایج بدست آمده از مدل با شبیه‌سازی اجزای محدود صورت گرفته در تحقیق حاضر، نتایج تجربی و مدلسازی در دسترس مورد مقایسه و اعتبار سنجی قرار گرفت. نتایج نشان داد که مدل ارائه شده علیرغم سادگی و بار محاسباتی و هزینه کم، پاسخ سریع نوار آی‌پی‌ام‌سی را به‌نحو قابل قبولی پیش‌بینی می‌کند. با توجه به نتایج بدست آمده از مدلسازی عددی، نقش مهم لایه‌های مرزی آند و کاتد به عنوان ناحیه تعیین‌کننده کرنش حجمی تایید شد. در این شبیه‌سازی مشاهده شد که با افزایش ولتاژ، میزان یون و آب جابجا شده بیشتر است و در نتیجه خمش بیشتری در ماده دیده می‌شود. خلاصه نتایج بدست آمده بصورت زیر لیست می‌گردد:

- با اعمال تحریک یک ولت، خیز بی‌بعد پسماند و حداکثر انتهای کنسول ۰/۰۴ و ۰/۱۱ بدست آمد که با نتایج تجربی، کمتر از ۱۰٪ اختلاف دارد.
- از مطالعه پارامتریک بدست آمد که با افزایش ولتاژ تحریکی از ۱ به ۱/۵ ولت، غلظت کاتیون تا فاصله ۶ میکرومتری به صفر می‌رسد، و این امر

- Physics, 87(7) (2000) 21-31.
- [7] S. Nemat-Nasser, Y. Wu, Comparative experimental study of ionic polymer metal composites with different backbone ionomers and in various cation forms, Journal of Applied Physics, 93(9) (2003) 55-67.
- [8] S. Nemat-Nasser, S. Zamani, Y. Tor, Effect of solvents on the chemical and physical properties of ionic polymer-metal composites, Journal of Applied Physics, 99(10) (2006) 1-17.
- [9] S. Nemat-Nasser, Micromechanics of actuation of ionic polymer-metal composites, Journal of Applied Physics, 92(5) (2002) 2899-2915.
- [10] A. Karimdoost Yasuri, M. Izadi, H. Hatami, Numerical Study of Natural Convection in a Square Enclosure Filled by Nanofluid with a Baffle in the Presence of Magnetic Field, Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering, 38(5) (2019) 209-220.
- [11] H. Hatami, M. Hosseini, A. Karimdoost Yasuri, Perforation of Thin Aluminum Targets Under Hypervelocity Impact of Aluminum Spherical Projectiles, Materials Evaluation, 77 (2019) 411-422.
- [12] H. Hatami, M. Hosseini, Elastic-Plastic Analysis of Bending Moment – Axial Force Interaction in Metallic Beam of T-Section, Journal of Applied and Computational Mechanics, 5(1) (2019) 162-173.
- [13] H. Liu, S. Han., Y. Li, M. Zhang, J. Zhu, Deflection analysis of IPMC actuators under AC voltages using DIC method, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series 12550 (2023).
- [14] JE. Traver, C. Nuevo-Gallardo, P. Rodríguez, I. Tejado, BM. Vinagre, Modeling and control of IPMC-based artificial eukaryotic flagellum swimming robot: Distributed actuation, Algorithms, 15(6) (2022) 181.
- [15] S. SamPour, H. Moeinkhah, H. Rahmani, Electrochemical viscoelastic modelling to predict quasi-static and dynamic response of IPMC actuators, Mechanics of Materials, 138 (2019) 103172.
- [16] M. Rao, F. Tang, Y. Li, LF. Chang, Z. Zhu, A. Aabloo, Multi-physical modeling and fabrication of high-

تنش	σ
زمان رهايش	τ
چگالی آی پی ام سی	ρ
ضریب اسمزی	Φ
پتانسیل الکتریکی	ϕ
زیر نویس	
آند	A
یونومر هیدراته	b
کاتد	C
حجم	v
بالا نویس	
یون مثبت	$+$
یون منفی	$-$

منابع

- [1] E. Biddiss, T. Chau, Electroactive polymeric sensors in hand prostheses: Bending response of an ionic polymer metal composite, Medical engineering & physics, 28 (2006) 568-578.
- [2] M. Shahinpoor, Micro-Electro-Mechanics of Ionic Polymeric Gels As Electrically Controllable Artificial Muscles, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 6(3) (1995) 307-314.
- [3] P.E. Grimshaw, J.H. Nussbaum, A.J. Grodzinsky, M.L. Yarmush, Kinetics of electrically and chemically induced swelling in polyelectrolyte gels, The Journal of Chemical Physics, 93(6) (1990) 62-72.
- [4] Y. Bar-Cohen, Electroactive Polymers as Artificial Muscles: Reality and Challenges, 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, (2001).
- [5] W. Jung, S.S. Kang, Y. Toi, Computational modeling of electrochemical-mechanical behaviors of Flemion-based actuators considering the effects of electro-osmosis and electrolysis, Computers & Structures, 88(15-16) (2010) 38-48.
- [6] S. Nemat-Nasser, J.Y. Li, Electromechanical response of ionic polymer-metal composites, Journal of Applied

- [22] Z. Zhu, K. Asaka, L. Chang, K. Takagi, H. Chen, Physical interpretation of deformation evolvement with water content of ionic polymer-metal composite actuator, *Journal of Applied Physics*, 114(18) (2013) 902-912.
- [23] D. Schicker, T. Wallmersperger, Modeling and simulation of the chemo-electro-mechanical behavior of ionic polymer-metal composites, *Journal of Applied Physics*, 114(16) (2013) 709-717.
- [24] Z. Zhu, K. Asaka, L. Chang, K. Takagi, H. Chen, Multiphysics of ionic polymer-metal composite actuator, *Journal of Applied Physics*, 114(8) (2013) 902-912.
- [25] T. R. Brumleve, R. P. Buck, Numerical solution of the Nernst-Planck and poisson equation system with applications to membrane electrochemistry and solid state physics, *Journal of Electroanalytical Chemistry and Interfacial Electrochemistry*, 90(1) (1978) 1-31.
- [26] L. Zhang, Y. Yang, Modeling of an ionic polymer-metal composite beam on human tissue, *Smart Materials and Structures*, 16(2) (2007) 197-207.
- performance IPMC actuators with serrated interface, *Journal of Smart Materials and Structures*, 31(9) (2022) 095023.
- [17] A. Gupta, S. Mukherjee, Dynamic modeling of biomimetic undulatory ribbon fin underwater propulsor actuated by IPMC, *Journal of Materials Today*, 44(1) (2021) 1086-1089.
- [18] P. G. De Gennes, K. Okumura, M. Shahinpoor, K. J. Kim, Mechanoelectric effects in ionic gels, *EPL*, 50 (2000) 513-518.
- [19] K. Asaka, K. Oguro, Bending of polyelectrolyte membrane platinum composites by electric stimuli: Part II. Response kinetics, *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 480(1-2) (2000) 186-198.
- [20] K. J. Kim, S. Tadokoro, *Electroactive Polymers for Robotics Applications: Artificial Muscles and Sensors*, Springer, (2007).
- [21] S. Nemat-Nasser, Y. Wu, Tailoring the actuation of ionic polymer-metal composites, *Smart materials and structures*, 15(4) (2006) 909-923.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. J. Mahmoodi, A. H. Taghavi-Ganji, Nonlinear numerical analysis of actuation response of ionic polymer metal composite cantilever considering coupled electrical, chemical, and mechanical fields, Amirkabir J. Mech Eng., 56(1) (2024) 125-146.

DOI: [10.22060/mej.2024.22877.7689](https://doi.org/10.22060/mej.2024.22877.7689)



