

بررسی اثر چیدمان‌های متفاوت تیر پیزوالکتریک در برداشت انرژی از ارتعاشات گردابه‌ای

حول سیلندر دایره‌ای

شیوا شریفی^۱، علی اسماعیلی^{*۱}

۱- گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: aliesmaeili@ferdowsi.um.ac.ir

چکیده

در این تحقیق به منظور برداشت انرژی از پدیده ارتعاشات ناشی از گردابه جریان سیال، از مدل سیلندر و تیر پیزوالکتریک استفاده شده است. با توجه به اینکه چیدمان‌های مختلف تیر پیزوالکتریک می‌تواند در میزان انرژی استحصال شده تأثیرگذار باشد در این مطالعه سه مدل چیدمان نصب تیر یکسرگردار پیزوالکتریک در گردابه‌های پشت سیلندر دایره‌ای بررسی شده است. بدین منظور یک مدل کوپل سه طرفه سیال-جامد-پیزوالکتریک به صورت عددی در رژیم جریان سیال آشفته، لزج و ناپایا تعریف شده است. در چیدمان اول، یک تیر، در چیدمان دوم، سه تیر با آرایش موازی و در چیدمان سوم، سه تیر با آرایش مثلثی در گردابه‌های موجود در پشت سیلندر دایره‌ای قرار می‌گیرند و شبیه‌سازی‌ها به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی و تأثیر آن بر دامنه ارتعاشات، نسبت فرکانس، ولتاژ و توان خروجی بررسی می‌شود. در گام اول مقدار فرکانس ریزش گردابه‌های جریان سیال در هر یک از چیدمان‌ها اندازه‌گیری شده است. در گام دوم نشان داده شده است که بیشترین دامنه نوسان و نسبت فرکانس در مقدار مقاومت ۱۰۰۰ اهم می‌باشد و با افزایش مقاومت، مقدار آن کم می‌شود. در گام سوم نشان داده شده است که با افزایش مقاومت، ولتاژ تولیدی به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد و حداکثر ولتاژ در مقدار مقاومت ۱۰۰ مگا اهم حاصل می‌شود و در مقابل حداکثر توان در مقادیر کم مقاومت الکتریکی به دست می‌آید. در نهایت مشخص می‌شود که در آرایش موازی تیرها به دلیل میرایی کمتر ناشی از برهمکنش قوی‌تر بین تیرها و لایه‌های برشی، دامنه ارتعاشی بزرگ‌تر و خروجی الکتریکی بسیار بیشتری رخ می‌دهد.

کلمات کلیدی

ارتعاشات ناشی از گردابه، برداشت انرژی، ریزش گردابه، پیزوالکتریک، کوپل سه طرفه.

در سال‌های اخیر فناوری‌های برداشت انرژی ارتعاشی بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. پیشرفت‌های اخیر در فناوری سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و اجزای الکترونیکی کوچک‌شده که بدون منبع برق سیمی یا باتری کار می‌کنند، منجر به توسعه دستگاه‌های خود تغذیه می‌شوند که نیروی مورد نیاز خود را از انرژی موجود محیط، مانند ارتعاشات مکانیکی تولید می‌کنند. به طور کلی در این حوزه تحقیقاتی سه روش برداشت انرژی شامل استفاده از مبدل‌های الکترومگنتیک [۱]، الکترواستاتیک [۲] و پیزوالکتریک [۳-۵] معرفی شده است. از آنجایی که مبدل‌های پیزوالکتریک ساختار ساده‌ای دارند و می‌توانند ارتعاشات مکانیکی را به انرژی الکتریکی با چگالی توان بالاتر تبدیل کنند و همچنین می‌توانند امواج مکانیکی را در بازه وسیعی از فرکانس دریافت کنند بنابراین گزینه مناسبی برای برداشت انرژی از منابع ارتعاشاتی می‌باشند [۶]. از نقطه نظر طراحی و اجرا، ارتعاشات ناشی از جریان یکی از منابع ارتعاشی قابل دسترس است که می‌تواند برای برداشت انرژی مورد توجه قرار گیرد. سه مکانیزم اصلی ارتعاشات ناشی از جریان عبارتند از ارتعاشات ناشی از گردابه^۱ [۸ و ۷]، فلاتر^۲ [۹] و گلوپینگ^۳ [۱۰]. برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از گردابه در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. در این پدیده، جدایش جریان از سطح جسمی که در معرض جریان سیال قرار دارد منجر به ریزش متناوب گردابه‌های چرخان در پشت جسم می‌شود که با قرار دادن تیر پیزوالکتریک در گردابه‌های موجود در این جریان، یک نیروی دوره‌ای به تیر ایجاد می‌شود که وقتی با فرکانس تشدید^۴ آن تنظیم شود، حداکثر ولتاژ خروجی تولید خواهد شد. نخستین بار، آلن و اسمیت [۱۱] رفتار نوارهای پیزوالکتریک طولانی و بسیار انعطاف‌پذیر متصل به پشت یک صفحه تخت را در شرایط قفل‌شدگی^۵ مطالعه کردند و توانستند انرژی جریان را از ارتعاشات ناشی از گردابه جمع‌آوری کنند. بعدها، این مفهوم برای گرفتن انرژی امواج اقیانوس توسط تیلور و همکاران [۱۲] به کار گرفته شد. آکایدین و همکاران [۱۳] در جریان سیال متلاطم اثر تغییر مکان یک تیر انعطاف‌پذیر پیزوالکتریک در پایین‌دست سیلندر دایره‌ای را با استفاده از مدل یک درجه آزادی^۶ بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد حداکثر توان الکتریکی در امتداد خط مرکزی و در فاصله‌ای دو برابر قطر سیلندر حاصل می‌شود. البته باید توجه شود که مدل یک درجه آزادی با فرض مقاومت الکتریکی بی‌نهایت، تنها می‌تواند شرایط مدار باز را پیش‌بینی کند بنابراین به اندازه کافی دقیق نمی‌باشد و قابلیت شبیه‌سازی برای هر مقدار مقاومت الکتریکی را ندارد. این روش نیز توسط درخشنده [۱۴] با کوپل دو طرفه یک تیر یکسرگیردار پیزوالکتریک در پشت سیلندر دایره‌ای در رژیم جریان آرام با عدد رینولدز ۲۰۰ شبیه‌سازی شده است. در آن کار، مکان تیر در دنباله سیلندر تغییر کرده و تأثیر نسبت‌های فاصله طولی که به عنوان فاصله بین مرکز سیلندر بالادست و لبه نوک تیر تعریف می‌شود و تأثیر نسبت‌های فاصله جانبی بر موج پایین‌دست و واکنش دینامیکی صفحه بررسی شده است. با توجه به نتایج عددی، در حالی که هر دو فاصله طولی و جانبی می‌توانند بر واکنش دینامیکی صفحه به دلیل نزدیک شدن گردابه‌ها تأثیر بگذارند، نشان داده که تأثیر فاصله جانبی بیشتر از فاصله طولی است. در پژوهشی دیگر امینی و همکاران [۱۵] اثر تقارن و عدم تقارن تکیه‌گاه یک تیر پیزوالکتریک منعطف در پشت سیلندر دایره‌ای را با استفاده از روش اجزاء محدود مورد مطالعه قرار دادند. طبق نتایج آن‌ها عدم تقارن تکیه‌گاه تیر تأثیر قابل توجهی بر انحراف تیر و ولتاژ تولیدی دارد. با این حال، روش اجزاء محدود استفاده شده توسط آن‌ها هزینه‌های محاسباتی را افزایش می‌دهد و پیچیدگی‌هایی را برای الگوریتم کوپل ایجاد می‌کند. وانگ و همکارانش [۱۶] نیز با روش اجزاء محدود در رژیم جریان آرام، یک صفحه انعطاف‌پذیر در پشت یک سیلندر دایره‌ای را به منظور بررسی اثرات فاصله شکاف و سفتی خمشی بر ریزش گردابه و رفتار ارتعاشی صفحه مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که فاصله متوسط با کمترین سفتی خمشی منجر به حداکثر دامنه ارتعاش می‌شود. همچنین علاوه بر صفحه شکاف در پایین‌دست سیلندر دایره‌ای، اثرات صفحه شکاف در بالادست سیلندر توسط ژو و همکاران [۱۷] با استفاده از شبیه‌سازی عددی در رینولدز ۱۲۰ مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها دریافتند که

¹ Vortex Induced Vibration (VIV)

² Flutter

³ Galloping

⁴ Resonance

⁵ Lock-in

⁶ Single Degree Of Freedom (SDOF)

طول صفحه پایین دست و آرایش صفحات، بر نیروهای هیدرودینامیکی، موج جریان و ارتعاش سیلندر تأثیر می‌گذارد. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که وجود یک صفحه در پایین دست، ارتعاشات ناشی از گردابه را در سرعت کاهش یافته کوچک‌تر از ۹ کاهش می‌دهد؛ در حالی که گلوپینگ در سرعت کاهش یافته بزرگ‌تر از ۹ رخ می‌دهد. علاوه بر آن، نتایج آن‌ها نشان داد که گلوپینگ ناشی از صفحه عقب با قرار دادن هم زمان یک صفحه بالادست از بین می‌رود و سرکوب کامل ارتعاش توسط صفحات دو طرفه به دست می‌آید. با توجه به آنکه علاوه بر وجود صفحات شکاف، نوسان سیلندر دایره‌ای نیز می‌تواند بر مکانیسم ریزش گردابه و میزان انرژی حاصله اثرگذار باشد این موضوع نیز در تحقیقات متعددی در نظر گرفته شده است. اخیراً یک سیلندر نصب شده الاستیک و یک صفحه انعطاف‌پذیر غیرمتصل در عدد رینولدز ۱۰۰، توسط میتال و همکاران [۱۸] و به صورت متصل، توسط وو و همکاران [۱۹] به منظور مطالعه اثرات طیف وسیعی از طول‌های صفحه شکاف L_{SP} و سرعت‌های کاهش یافته U_r بر فیزیک جریان و ویژگی‌های ارتعاشی سیستم را مورد بررسی قرار دادند. در مجموعه سیلندر- صفحه متصل که به صورت الاستیک نصب شده است، نتایج آن‌ها نشان داد برای $L_{SP}/D = 0.25$ ، یک نوسان خود محدود شونده بر روی مجموعه سیلندر صفحه القا می‌شود که دارای محدوده قفل شدن قابل توجهی در مقایسه با ارتعاشات ناشی از جریان یک سیلندر دایره‌ای تنها است و برای $L_{SP}/D \geq 0.75$ ، پاسخ دامنه دیگر خود محدودکننده نیست و دامنه نوسان به صورت خطی با افزایش سرعت کاهش یافته، افزایش می‌یابد. یافته‌های آن‌ها می‌تواند در کاربردهای برداشت انرژی مورد استفاده قرار گیرد. در پژوهشی دیگر تأثیر ارتعاش همزمان یک سیلندر دایره‌ای و دو صفحه مسطح پایین دست موازی توسط جبلی و همکاران [۲۰] به صورت عددی مطالعه شده است. آن‌ها در این پژوهش به بررسی تعیین اثرات فاصله افقی و عمودی صفحات موازی بر ساختار گردابه‌ها و پاسخ سیستم پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد تغییر در فاصله عمودی، مکانیسم ریزش گردابه را تغییر می‌دهد و هر سه جسم در تمام فواصل افقی برای شکاف عمودی کوچک‌تر ارتعاش می‌کنند و برای شکاف بزرگ‌تر برای طیف وسیعی از فواصل افقی ارتعاشات ناپدید می‌شود. نتایج ارائه شده توسط آن‌ها می‌تواند در طراحی سیستم‌های برداشت انرژی مورد توجه قرار گیرد.

همچنین به منظور افزایش توان قابل استحصال از سیال، اثر قطاع‌دار کردن سیلندر دایره‌ای بر انتقال حرارت و برداشت انرژی در حضور نیروی شناوری توسط براتی و همکاران [۲۱] با رویکردی عددی در رژیم جریان آرام مطالعه شده است. آن‌ها دریافتند در غیاب نیروی شناوری سیلندر دایره‌ای با نسبت قطاع ۰/۵ و ۰/۶ در جهت قرارگیری پیشانی تخت دارای بیشترین توان دریافتی از سیال است. مشاهده شد سیلندر قطاع‌دار در دو جهت قرارگیری مختلف، با اعمال نیروی شناوری رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهند و افزایش نیروی شناوری منجر به افزایش انتقال حرارت و برداشت انرژی می‌شود. این نکته حائز اهمیت است که در این مطالعه از تیرهای پیزوالکتریک که روشی مناسب برای استخراج انرژی جریان می‌باشد، استفاده نشده است.

در پژوهشی دیگر اثر چیدمان‌های مختلف تیرهای پیزوالکتریک دوگانه، بدون حضور جسم بلاف^۷ در بالادست تیرها، توسط مظهرمنش و همکاران [۲۲] بررسی شده است. آن‌ها با کوپل معادلات دینامیک سیال-ساختار و الکتریک دو پرچم پیزوالکتریک معکوس^۸ را در آرایش‌های پشت سر هم^۹، کنار هم^{۱۰} و پلکانی^{۱۱} به صورت عددی در رینولدز ۱۰۰ مورد مطالعه قرار دادند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که حداکثر ضریب توان الکتریکی در آرایش پلکانی زمانی به دست می‌آید که فواصل شکاف در جهت جریان و عرض جریان به ترتیب $1/4L$ و $2/2L$ باشد (L معرف طول پرچم است) و در این حالت حداکثر ضریب توان الکتریکی پرچم پایین دست به ترتیب ۰/۱۶ و ۰/۱۲/۵ در مقایسه با پرچم بالادست و پرچم منفرد بهبود یافته است. از طرف دیگر تأثیرات جریان نوسانی ورودی بر عملکرد برداشت انرژی دو پرچم پیزوالکتریک معکوس در پیکربندی‌های پشت سر هم و کنار هم در راستای تحقیق پیشین انجام گرفت، شبیه‌سازی‌ها با تغییر نسبت فرکانس جریان نوسانی به فرکانس طبیعی انجام شده است و مشخص شد که حداکثر میانگین ضریب توان الکتریکی، در نسبت فرکانس ۱/۵ رخ می‌دهد و حداکثر ضریب توان الکتریکی برای یک پرچم پشت سر هم

⁷ Bluff body

⁸ Inverted flag

⁹ Tandem arrangement

¹⁰ Side-by-side arrangement

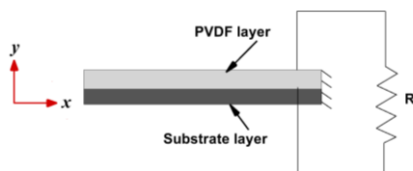
¹¹ Staggered arrangement

بالادست ۱۲۰٪، برای پرچم پشت سر هم پایین دست ۳۰٪ و برای هر دو پرچم کنار هم ۲۱۳٪ بیشتر از پرچم مربوطه در جریان یکنواخت است. در نهایت با مقایسه حداکثر ضریب توان الکتریکی پرچم‌های پشت سر هم و پرچم‌های کنار هم، مشخص شد که حداکثر توان الکتریکی تولید شده توسط پرچم‌های کنار هم ۲۲٪ بیشتر از پرچم‌های پشت سر هم است [۲۳]. با این حال، در تحقیقات آن‌ها از حضور جسم بلاف که منجر به افزایش انرژی جنبشی سیال می‌شود خودداری شده است.

بررسی مطالعات گذشته نشان می‌دهد که در جریان آرام مطالعات متعددی در مورد تأثیر یک صفحه شکاف به صورت متصل یا غیرمتصل در پشت یک سیلندر به منظور بررسی فیزیک جریان و تعامل گردابه‌های سیلندر- صفحه و یا سرکوب ارتعاشات ناشی از گردابه وجود دارد و در برخی تحقیقات نیز به تأثیر صفحات شکاف دوگانه پرداخته شده است و مطالعات محدودی به منظور برداشت انرژی و شبیه‌سازی تیر پیزوالکتریک در جریان سیال آشفته و در پایین دست سیلندر دایره‌ای انجام شده است. بنابراین، لازم است اثرات پاسخ دینامیکی و استحصال انرژی از صفحات شکاف چندگانه با یک صفحه شکاف منفرد با پارامترهای اساسی یکسان مقایسه شود. در این مقاله در پایین دست سیلندر دایره‌ای تیرهای پیزوالکتریک سه‌گانه در جریان سیال شبیه‌سازی شده است که منجر به رژیم قفل گسترده‌تر و افزایش دامنه ارتعاشات تیرها و در نتیجه خروجی الکتریکی بیشتر می‌شود که در پژوهش‌های پیشین انجام نشده است. علاوه بر این، شبیه‌سازی‌ها در جریان آشفته انجام شده است که باعث پیچیده شدن مسئله می‌شود؛ همچنین از یک مدل کوپل سه طرفه که دارای دقت بالاتری نسبت به مدل یک درجه آزادی می‌باشد و قابلیت شبیه‌سازی برای هر مقدار مقاومت الکتریکی را دارد و نسبت به روش‌های اجزاء محدود هزینه‌های محاسباتی کمتری دارد، استفاده شده است. به طوری که یک مدل الکترومکانیکی برای یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک یکسرگیردار، بر اساس روش انرژی و تئوری تیر اویلر- برنولی که با معادلات حاکم بر جریان سیال (معادلات ناویر- استوکس) همراه است، در نظر گرفته شده است. در نهایت، سه مدل چیدمان نصب تیر پیزوالکتریک که شامل چیدمان‌های تیر پیزوالکتریک منفرد و تیرهای پیزوالکتریک سه‌گانه با آرایش موازی و مثلثی در گردابه‌های پشت سیلندر دایره‌ای در جریان آشفته و در رینولدز ۱۴۸۰۰ به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است و مقدار فرکانس ریزش گردابه در هر یک از چیدمان‌ها و اثرات مقدار مقاومت الکتریکی بر دامنه نوسانات، نسبت فرکانس، توان و ولتاژ تولیدی بررسی شده است و چیدمانی با بیشترین خروجی الکتریکی معرفی شده است.

۲- مدل الکترومکانیکی تیر پیزوالکتریک

در این تحقیق، یک برداشت‌کننده انرژی یونیمورف همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده در نظر گرفته شده است. این برداشت‌کننده شامل یک تیر کامپوزیت اویلر- برنولی ساخته شده از یک لایه پلی‌وینیلیدین فلوراید^{۱۲} که کاملاً به زیرلایه متصل است، می‌باشد. فرض بر این است که این برداشت‌کننده به طور مداوم توسط جریان سیال برانگیخته می‌شود؛ بنابراین به طور پیوسته می‌توان خروجی‌های الکتریکی را از بار مقاومتی استخراج کرد. تیر برداشت‌کننده با نیروی سیال اعمال شده توسط یک گردابه عبوری تحریک می‌شود.



شکل ۱: مدل شماتیک برداشت‌کننده پیزوالکتریک یونیمورف

Fig. 1 Schematic model of the unimorph piezoelectric harvester

¹² (PVDF)

جابجایی مطلق تیر در هر نقطه x در امتداد محور تیر در جهت عرضی (یعنی در جهت y) در اینجا با $y(x, t)$ نشان داده می‌شود. علاوه بر این، دو نوع مکانیزم میرایی شامل می‌شود: میرایی ویسکوزیته هوا و میرایی کلویین ویت. مطابق با این مفروضات، معادله حرکت مکانیکی با کوپل الکتریکی در قاب (x, y) مطلق را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۴]:

$$YI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + c_s I \frac{\partial^5 y(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + g v(t) \left[\frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx} \right] = F(t) \quad (1)$$

که در آن $\delta(x)$ تابع دلتای دیراک است و c_s عبارت میرایی معادل مقطع مرکب به دلیل ویسکوالاستیسیته ساختاری است (c_s نشان دهنده ضریب معادل میرایی نرخ کرنش است، I معادل گشتاور دوم سطح مقطع مرکب است)، c_a ضریب میرایی ویسکوزیته هوا، m جرم در واحد طول تیر، L طول تیر، و F نیروی ناشی از جریان سیال است. علاوه بر این، YI سختی خمشی سطح مقطع کامپوزیت است و g عبارت کوپلینگ الکترومکانیکی است که به صورت رابطه (۳) نوشته می‌شود:

$$YI = b \left[\frac{Y_s (h_b^3 - h_a^3) + Y_p (h_c^3 - h_b^3)}{3} \right] \quad (2)$$

$$g = -\frac{Y_p d_{31} b}{2h_p} (h_c^2 - h_b^2) \quad (3)$$

که Y و b به ترتیب نشان دهنده مدول یانگ و عرض تیر هستند. علاوه بر این، زیرنویس‌های p و s مربوط به لایه‌های پیزوالکتریک و زیرلایه هستند، h_a موقعیت پایین لایه زیرین از محور خنثی، h_b موقعیت پایین لایه پیزوالکتریک از محور خنثی و h_c موقعیت بالای لایه پیزوالکتریک از محور خنثی است [۲۴]. علاوه بر این، d نشان دهنده ثابت کوپلینگ پیزوالکتریک است، و زیرمجموعه‌های ۱ و ۳ به ترتیب جهت کرنش محوری و قطبش را نشان می‌دهند.

در رابطه با معادله مدار الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی، با فرض یک برداشت‌کننده یکسرگیردار نازک و در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر-برنولی، اجزای تنش یک تیر نازک به جز تنش خمشی محوری ناچیز است.

همراه با این ساده‌سازی، اگر یک جفت الکتروود وجوه عمود بر ۳ جهت را بپوشاند (حالت $\{1-3\}$)، مؤلفه کرنش محوری در موقعیت x و زمان t در لایه پیزوالکتریک با انحنای تیر و فاصله مرکز لایه پیزوالکتریک تا محور خنثی (h_{pc}) متناسب است. بنابراین، معادله تشکیل دهنده الکتریکی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$D_3(x, t) = y_p h_{pc} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} - \varepsilon_{33}^s \frac{v(t)}{h_p} \quad (4)$$

که در آن D جابجایی الکتریکی، ε ثابت گذردهی و بالانویس S نشانگر کرنش صفر یا ثابت است. برای یک لایه پیزوالکتریک منفرد که در اتصال به مدار ورودی $1/R$ کار می‌کند، معادله مدار الکتریکی کوپل شده از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۴]:

$$\frac{\varepsilon_{33}^s b L}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = -\int_{x=0}^L d_{31} Y_p h_{pc} \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx \quad (5)$$

از این رو، معادلات (۱) و (۵) معادلات الکترومکانیکی برای یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک یکسرگیردار هستند. برای حل این معادلات کوپل الکترومکانیکی، جابجایی عرضی تیر $y(x, t)$ را می‌توان به صورت رابطه (۶) بیان کرد:

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t) \quad (6)$$

که در آن $\phi_r(x)$ و $\eta_r(t)$ به ترتیب تابع شکل مود نرمالیزه شده و تابع پاسخ زمانی در مود r -ام هستند. تابع شکل مود نرمالیزه شده را می‌توان از عبارت زیر تعیین کرد:

$$\phi_r(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}} \left[\cosh \frac{\lambda_r}{L} x - \cos \frac{\lambda_r}{L} x - \frac{\sinh \lambda_r - \sin \lambda_r}{\cosh \lambda_r + \cos \lambda_r} \left(\sinh \frac{\lambda_r}{L} x - \sin \frac{\lambda_r}{L} x \right) \right] \quad (7)$$

معادله مشخصه معتبر برای شرایط مرزی مرتبط با تیر یکسرگیردار، به شرح زیر است:

$$1 + \cos \lambda \cosh \lambda = 0 \quad (8)$$

اکنون، جابجایی نسبی تیر که توسط معادله (۶) معرفی شده را می‌توان در معادلات الکترومکانیکی جایگزین کرد (معادلات (۱) و (۵)). با در نظر گرفتن شرایط متعامد توابع ویژه [۲۵] و استفاده از معادله (۶) در معادله (۱)، معادله دیفرانسیل معمولی کوپل شده الکترومکانیکی به دست می‌آید و حل این معادله را می‌توان با استفاده از انتگرال دو هامل [۲۴] به صورت زیر به دست آورد:

$$\eta_r(t) = \frac{1}{\omega_{rd}} \int_{\tau=0}^t [f(t) - \chi_r v(\tau)] e^{-\zeta_r \omega_r (t-\tau)} \sin(\omega_{rd}(t-\tau)) d\tau, \quad \chi_r = g \frac{d\phi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (9)$$

که در آن $\omega_{rd} = \sqrt{1 - \zeta_r^2} \omega_r$ فرکانس طبیعی میرایی مود r -ام است. ω_r و ζ_r به ترتیب فرکانس طبیعی و نسبت میرایی می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{YI}{mL^4}} \quad (10)$$

$$\zeta_r = \frac{c_r I \omega_r}{2YI} + \frac{c_a}{2m\omega_r} \quad (11)$$

فرمول نسبت میرایی، شامل اثرات هر دو میرایی نرخ کرنش به عنوان نسبتی از سفتی خمشی تیر، و میرایی ویسکوزیته هوا است که یک رابطه متقابل با جرم واحد طول تیر دارد. مجدداً با استفاده از معادله (۶) در معادله (۵)، حل نهایی ولتاژ در مدار الکتریکی به صورت رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$v(t) = e^{-t/\tau_c} \left(\int_{\tau=1}^{\infty} e^{t/\tau_c} \varphi_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} dt + c \right) \quad (12)$$

$$\varphi_r = -\frac{d_{31} Y_p h_{pc} h_p}{\epsilon_{33}^s L} \int_0^L \frac{d^2 \phi_r(x)}{dx^2} dx = -\frac{d_{31} Y_p h_{pc} h_p}{\epsilon_{33}^s L} \frac{d\phi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (13)$$

که در آن c یک ثابت دلخواه بسته به شرط اولیه اعمال شده در معادله (۱۲) است. از آنجایی که هم جابجایی اولیه و هم سرعت اولیه تیر صفر در نظر گرفته شده است، این ثابت دلخواه صفر است ($c=0$).

معادلات الکترومکانیکی کوپل شده، یعنی معادلات (۹) و (۱۲)، به گونه‌ای حاصل شده است که ولتاژ خروجی ($v(t)$) و پاسخ مکانیکی ($\eta_r(t)$) با حل عددی این معادلات به دست می‌آیند. پس از آن، جابجایی عرضی تیر در هر موقعیت را می‌توان از پاسخ مکانیکی در معادله (۶) تعیین کرد.

۳- معادلات حاکم بر جریان سیال

معادلات حاکم بر جریان سیال لزج و تراکم ناپذیر توسط معادلات ناویر-استوکس توصیف می‌شود. معادلات بقای جرم و مومنوم برای یک سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial(u_i)}{\partial t} + u_j \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (15)$$

که ρ نشان دهنده چگالی ثابت، μ ویسکوزیته سینماتیکی، p فشار، و u_i مخفف i امین مؤلفه سرعت است.

در این مطالعه معادلات ناویر-استوکس با روش حجم محدود گسسته شده و در روش حل، الگوریتم سیمپل برای کوپل فشار و سرعت، یک گسسته‌سازی با دقت مرتبه دوم برای فشار و روش درونیایی بالادست درجه دوم از طرح کوئیک^{۱۳} در گسسته‌سازی حجم محدود معادلات بقا اعمال می‌شود. علاوه بر این، برای کاهش محدودیت‌های پایداری عددی از انتگرال گیری زمانی با استفاده از روش ضمنی با دقت مرتبه دوم استفاده شده است. همچنین مدل آشفتگی $k-\omega$ SST به دلیل عملکرد برتر آن در پیش بینی جریان‌ها در حضور گرادیان‌های فشار نامطلوب انتخاب شده است [۲۶].

¹³ QUICK

۴- سیستم کوپل شده

نیروی ناشی از جریان سیال، از توزیع فشار و تنش برشی ویسکوز دیواره با انتگرال گیری روی سطح تیر پیزوالکتریک محاسبه می شود. سپس نیروی سیال توزیع شده در هر سلول شبکه بر روی تابع شکل مود نرمالیزه شده به صورت زیر پیش بینی می شود:

$$f_r(t) = \int_{x=0}^L (f_p(x,t) + f_v(x,t)) \phi_r(x) dx \quad (16)$$

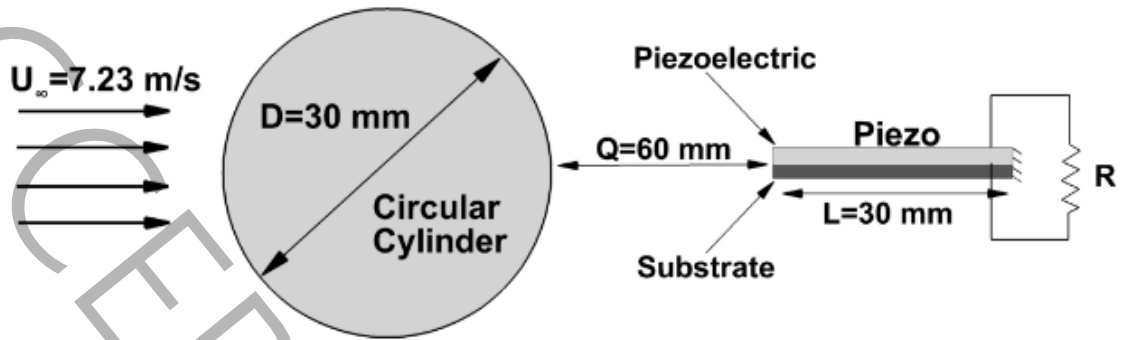
که در آن $f_p(x,t)$ و $f_v(x,t)$ فشار خالص و نیروهای ویسکوز هستند که بر سطح تیر وارد می شوند. در هر گام زمانی، نیروی موادل ناشی از سیال f_r ثابت می ماند و در حل معادله ساختاری استفاده می شود. معادلات کوپل شده الکترومکانیکی (یعنی معادلات (۹) و (۱۲)) به صورت مکرر حل می شوند تا زمانی که مقادیر همگرا ولتاژ و پاسخ مکانیکی حاصل شود. جابجایی تیر با استفاده از معادله (۶) تعیین می شود و شبکه جریان سیال متعاقباً بر این اساس تغییر می کند. در نهایت معادلات ناویر-استوکس متوسط گیری شده^{۱۴} در دامنه محاسباتی تغییر شکل یافته حل شده و نیروهای تصحیح شده بر روی سطوح تیر محاسبه می شوند. این مراحل حل در هر گام زمانی تکرار می شوند تا زمانی که تغییرات جابجایی تیر با یک معیار از پیش تعیین شده همگرا شوند.

۵- مطالعه موردی

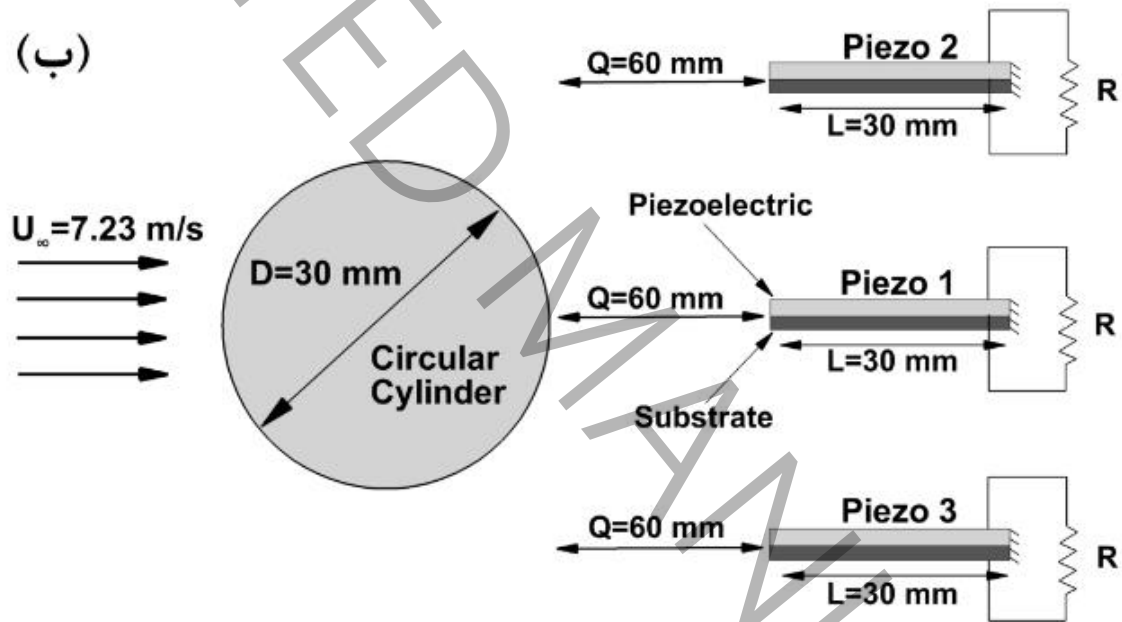
با توجه به آنکه خیابان گردابی تشکیل شده در پشت سیلندر دایره ای یک مسئله مناسب برای شفاف سازی مکانیزم های ارتعاشات ناشی از گردابه فراهم می کند و از آنجا که وجود برداشت کننده انرژی در مجاورت سیلندر بر ویژگی های ریزش گردابه تأثیر می گذارد و چنین تأثیراتی به محل تیر و همچنین به پیکربندی نصب بستگی دارد. همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، یک برداشت کننده یونیمورف متشکل از یک لایه ماده پیزوالکتریک و یک زیر لایه در دنباله سیلندر دایره ای قرار داده شد. سرعت جریان آزاد ۷/۲۳ متر بر ثانیه می باشد که با عدد رینولدز ۱۴۸۰۰ مطابقت دارد و شدت آشفتگی در حدود ۱٪ تنظیم شده است [۱۳]. این مقدار سرعت جریان آزاد برای فراهم شدن فرکانس ریزش گردابی نزدیک به فرکانس رزونانس تیر پیزوالکتریک، انتخاب شده است. زیرا تطبیق فرکانس غالب جریان سیال با فرکانس طبیعی ژنراتور پیزوالکتریک، ولتاژ خروجی پیزوالکتریک را به حداکثر می رساند. در این شرایط جریان، یک خیابان گردابی کاملاً متلاطم تشکیل می شود که برای استخراج انرژی از آن مناسب است. در مطالعه حاضر، سه مدل چیدمان نصب برای برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک به صورت پرچم معکوس در نظر گرفته شده است. در چیدمان اول، یک تیر پیزوالکتریک در فاصله ۲ برابر قطر از مرکز سیلندر با قطر ۰/۰۳ متر قرار گرفته است [۱۳]، در چیدمان دوم، ۳ تیر پیزوالکتریک با آرایش موازی در فاصله ۲ برابر قطر از مرکز سیلندر با قطر ۰/۰۳ متر قرار گرفته اند و در چیدمان سوم، ۳ تیر پیزوالکتریک با آرایش مثلثی به طوریکه تیر وسط در فاصله ۲ برابر قطر و تیرهای بالا و پایین در فاصله تقریباً ۳ برابر قطر از مرکز سیلندر با قطر ۰/۰۳ متر قرار گرفته اند. خواص تیر پیزوالکتریک نیز در جدول ۱ آورده شده است.

¹⁴ Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)

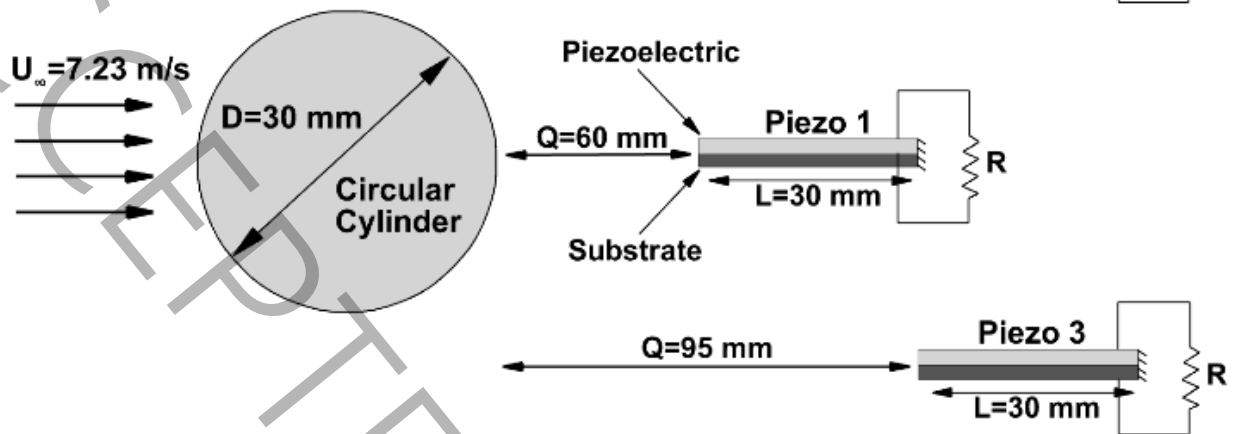
(الف)



(ب)



(ج)



شکل ۲: مدل شماتیک سیلندر دایره‌ای و برداشت‌کننده انرژی
 الف) آرایش یک تیر، ب) آرایش موازی سه تیر، ج) آرایش مثلثی سه تیر

Fig. 2 Schematic model of the circular cylinder and energy harvester: a) arrangement of single beam, b) parallel arrangement of three beams, c) triangular arrangement of three beams

جدول ۱: مقادیر عددی پارامترهای فیزیکی تیرهای پیزوالکتریک [۱۳]

Table 1 Numerical values of Physical properties of the piezoelectric beams [13]

مقدار	نماد	پارامتر فیزیکی
۳۰	L (mm)	طول تیر
۱۶	w (mm)	عرض تیر
۳	Y_p (GPa)	مدول یانگ پیزوالکتریک
۰/۰۷	e_{31} (c / m ²)	ضریب کوپلینگ پیزوالکتریک
۰/۰۸	ϵ_{33}^s (nf / m)	ضریب گذردهی در کرنش ثابت
۲۸	h_p (μ m)	ضخامت پیزوالکتریک
۱۷۸۰	ρ_p (kg / m ³)	چگالی پیزوالکتریک
۱۳۹۰	ρ_s (kg / m ³)	چگالی زیرلایه
۳/۷۹	Y_s (GPa)	مدول یانگ زیرلایه
۱۷۲	h_s (μ m)	ضخامت زیرلایه

۶- شبکه‌بندی و شرایط مرزی

در شبیه‌سازی‌های حاضر به‌منظور پوشش اثر گردابه‌ها در دامنه محاسباتی، مطابق شکل ۳-الف، مرزهای دور میدان حل با فاصله تقریباً ۱۰ برابر قطر از مرکز سیلندر تا مرزهای بالا و پایین جانمایی شده‌اند به جز در جهت جریان که با فاصله ۸ برابر قطر از مرکز سیلندر تنظیم شده است. در مرز ورودی سرعت ورودی و در مرز خروجی از شرط مرزی فشار خروجی استفاده شده که این مرز دارای فاصله ۲۰ برابر قطر در پایین‌دست سیلندر مدور وضع شده است [۲۷] و شرایط عدم لغزش^{۱۵} نیز در تمام سطوح دیواره جامد، از جمله تیر پیزوالکتریک و سطوح سیلندر اعمال شده است [۱۳]. شبکه محاسباتی مورد استفاده شامل توپولوژی‌های باسازمان و بی سازمان می‌باشد. به منظور تسهیل فرآیند شبکه‌بندی مجدد دینامیکی^{۱۶}، یک توپولوژی بدون ساختار (سلول‌های مثلثی) در مجاورت تیر اعمال می‌شود و سلول‌های چهارضلعی در سایر مناطق دامنه محاسباتی استفاده می‌شود (شکل ۳-ب). در این میان می‌توان به عوامل مؤثر بر کیفیت شبکه اشاره کرد که از جمله آن‌ها عبارت‌اند از اسکینوس^{۱۷} و نسبت منطری؛ بر همین مبنا تلاش شده است تا مقادیر حدی پارامترهای مذکور در کل ناحیه محاسباتی در بازه مناسبی قرار گیرد. تعداد شبکه محاسباتی در آرایش یک تیر ۳۶۰۰۰۰، در آرایش موازی سه تیر ۴۶۰۰۰۰ و در آرایش مثلثی سه تیر ۵۱۰۰۰۰ می‌باشد. حلگر مورد استفاده در این تحقیق، نرم‌افزار تجاری انسیس فلونت می‌باشد که میدان سیال را محاسبه می‌کند. معادلات کوپل الکترومکانیکی و برهمکنش‌های بین جریان، ساختار و مدار الکتریکی به صورت یک تابع تعریف شده^{۱۸} کدنویسی شده و به معادلات حل جریان سیال اضافه شده است. گام زمانی مورد استفاده در هر شبیه‌سازی گزارش شده در این تحقیق ۰/۰۰۰۵ ثانیه است. همچنین این مقدار، به منظور تأیید استقلال گام زمانی، در مرحله مقدماتی نصف شده و نتایج حاصله نشان دادند که کوچک‌تر کردن گام زمانی منجر به افزایش دقت بیشتری نمی‌شود.

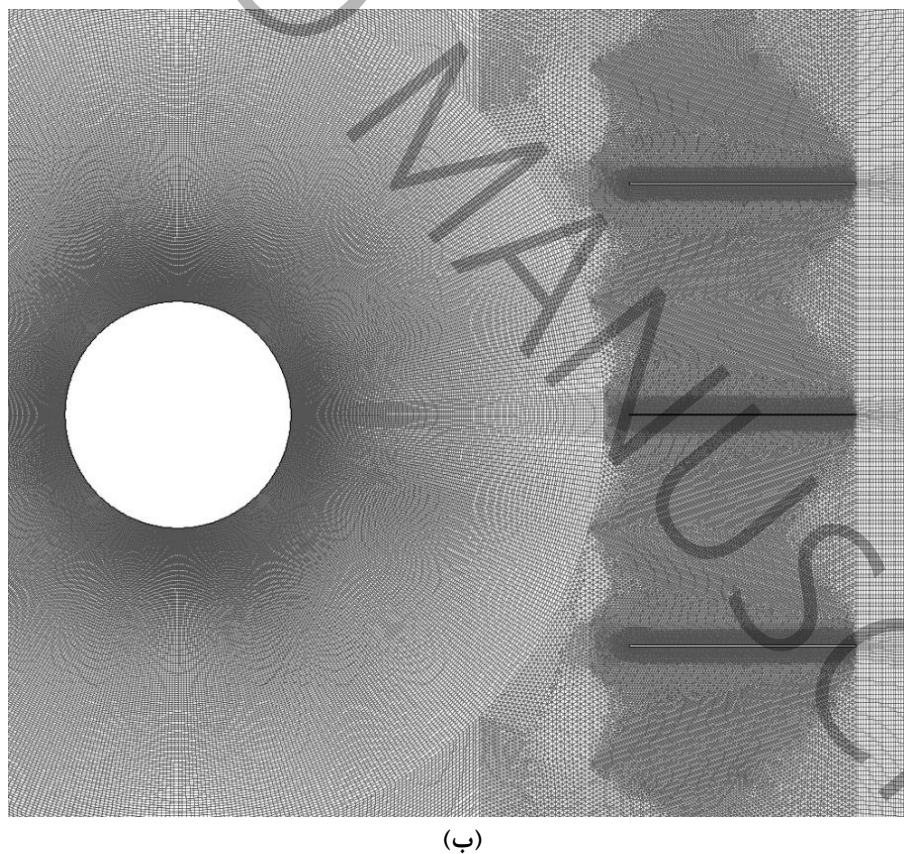
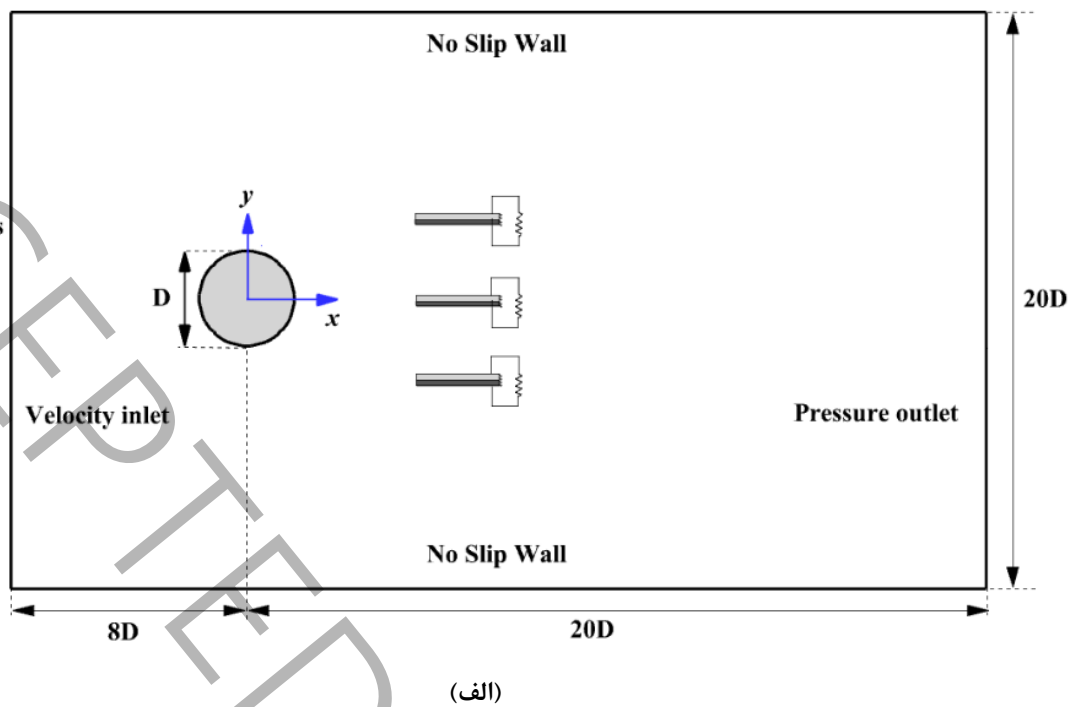
¹⁵ No slip

¹⁶ Dynamic Mesh

¹⁷ Skewness

¹⁸ User Defined Function (UDF)

ACCEPTED



شکل ۳: الف) شماتیکی از دامنه حل محاسباتی، ب) نمایی از شبکه تولید شده در آرایش موازی سه تیر
Fig. 3 a) Schematic diagram of computational domain, b) A view of the grid distribution in parallel arrangement of three beams

ACCEPTED

۷- اعتبارسنجی شبیه‌سازی جریان سیال

به منظور ارزیابی دقت شبیه‌سازی‌ها، جریان سیال در اطراف سیلندر دایره‌ای در غیاب تیر پیزوالکتریک تحلیل شده است. بسیاری از مطالعات تجربی و عددی در مورد جریان در اطراف یک سیلندر دایره‌ای با اعداد رینولدز مختلف [۲۸-۳۰] موجود است. در مطالعه حاضر برای اعتبارسنجی، مقدار جذر میانگین مربعات^{۱۹} ضریب برآ تولید شده توسط سیلندر، با داده‌های منتشر شده قبلی در جدول ۲ مقایسه شده است. همان‌طور که نشان داده شده است، دامنه پیش بینی شده نوسانات ضریب برآ همخوانی خوبی با داده‌های مرجع دارد.

جدول ۲: اعتبار سنجی حل برای ضریب برآ تولید شده توسط سیلندر دایره‌ای در مقایسه با پژوهش‌های پیشین

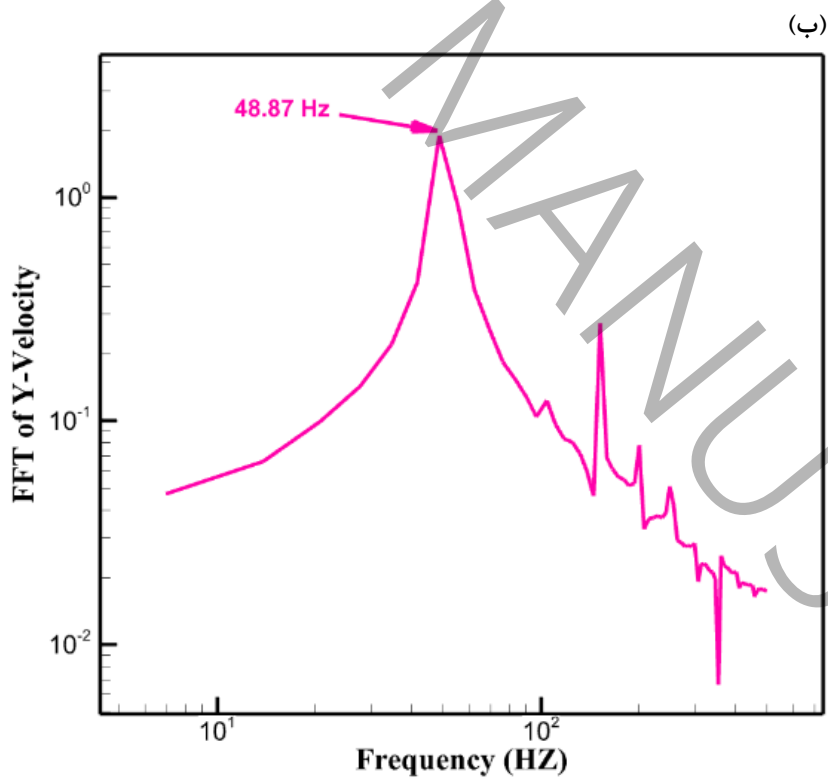
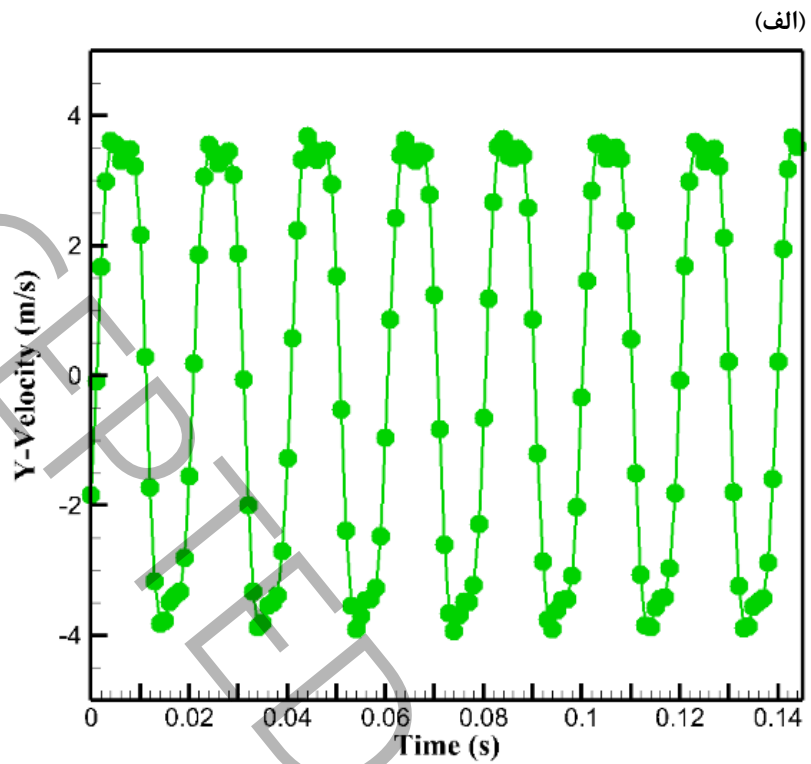
Table 2 Validation of the solution for r.m.s lift coefficient generated by the circular cylinder with previous researche

(r.m.s.) C_L	Re	منابع
۰/۴۷۸	۱۶۰۰۰	مهر (۱۹۸۱) ^[۲۸]
۰/۴۶	۱۱۲۰۰	وست و همکاران (۱۹۹۳) ^[۲۹]
۰/۴۷۱	۱۴۵۰۰	سپسی و همکاران (۱۹۹۳) ^[۳۰]
۰/۴۵۴۳	۱۴۸۰۰	نوربرگ (۲۰۰۳) ^[۳۱]
۰/۴۵۵۱	۱۴۸۴۹	پژوهش حاضر

علاوه بر این، تمام مطالعات قبلی به این نتیجه رسیده‌اند که عدد استروهال، که نشان‌دهنده فرکانس بی بعد ریزش گردابه است، در محدوده وسیعی از عدد رینولدز باید تقریباً ۰/۲ باشد [۳۱]. مؤلفه سرعت عمودی لحظه‌ای (سرعت Y) در نقطه‌ای در امتداد خط مرکزی در فاصله ۵ برابر قطر در پشت سیلندر در شکل ۴- الف نشان داده شده است، و فرکانس ریزش گردابه، ۴۸/۸۷ هرتز توسط تحلیل تبدیل فوریه سریع^{۲۰} به دست آمده است که در شکل ۴- ب نمایش داده شده است. مقدار متناظر عدد استروهال ۰/۲۰۳ است که با مقدار مرجع مطابقت دارد و این موضوع می‌تواند تأییدکننده صحت حل عددی در تحقیق حاضر باشد.

¹⁹ Root Mean Square (RMS)

²⁰ Fast Fourier Transform (FFT)

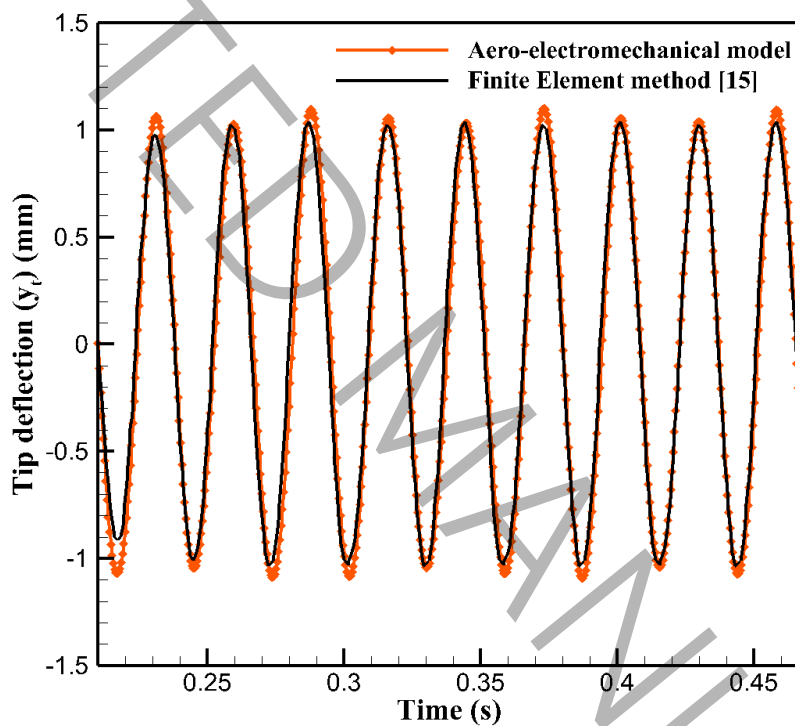


شکل ۴: الف) مؤلفه سرعت عمودی لحظه‌ای، ب) پاسخ فرکانسی سرعت عمودی در پشت سیلندر دایره‌ای

Fig. 4 a) Instantaneous vertical velocity component, b) Frequency response of the vertical velocity behind the circular cylinder

۸- اعتبارسنجی کوپل سیال-جامد-پیزوالکتریک

به منظور اعتبارسنجی کوپل سه طرفه پیشنهادی، در شکل ۵ نتایج مربوط به تاریخچه زمانی جابجایی نوک تیر تحت ارتعاشات ناشی از گردابه با نتایج محاسبات اجزاء محدود انجام شده توسط امینی و همکاران [۱۵]، مقایسه شده است و در هر دو شبیه‌سازی مقدار مقاومت الکتریکی ۱۰۰ کیلوهم است. داده‌ها تطابق خوبی را بین نتایج مدل‌سازی فعلی و شبیه‌سازی اجزاء محدود نشان می‌دهند، با مزیت کاهش قابل توجه در هزینه‌های محاسباتی و امکان دسترسی آسان به پیچیدگی‌های مکانیزم‌های کوپل سه طرفه. علاوه بر این، برخلاف الگوریتم مورد استفاده امینی و همکاران [۱۵]، مدل کوپل سه طرفه پیشنهادی به دلیل فرمول‌بندی شدیداً کوپل شده‌اش، نیازی به اعمال کوپلینگ خاصی در هر گام زمانی ندارد. بنابراین در رویکرد پیشنهادی، حل معادلات الکترومکانیکی بدون نیاز به حل عددی این معادلات با روش اجزاء محدود که امینی و همکاران انجام داده‌اند، بدست آمده است.



شکل ۵: مقایسه تاریخچه زمانی جابجایی نوک تیر حاصل شده توسط رویکرد آئروالکترومکانیکی حاضر، با نتایج روش اجزاء محدود توسط امینی و همکاران [۱۵]

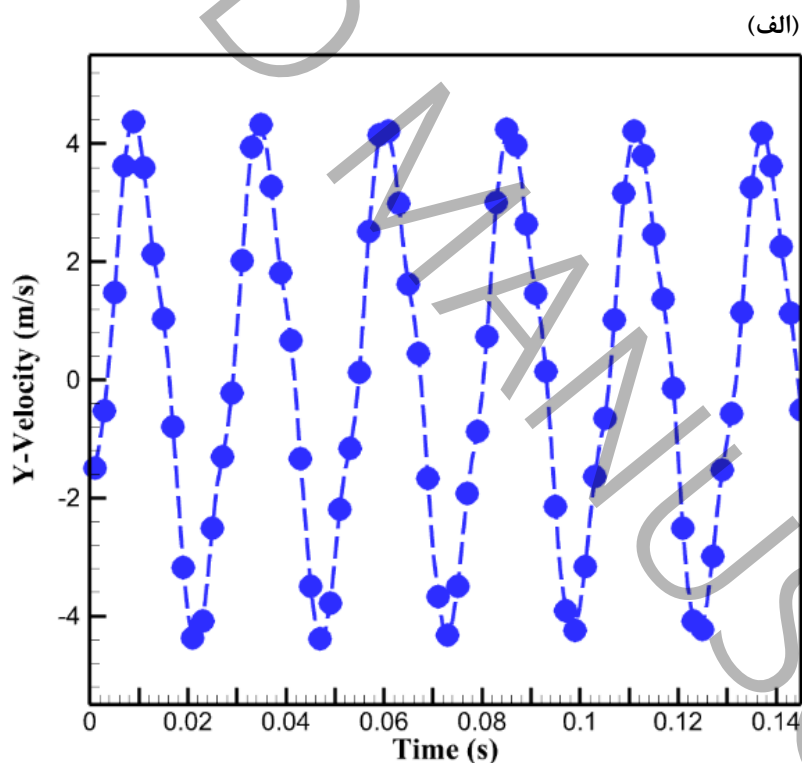
Fig. 5 Comparison of the time history of the beam tip displacement obtained by the present aero-electromechanical approach with the results of the finite element method by Amini et al [15]

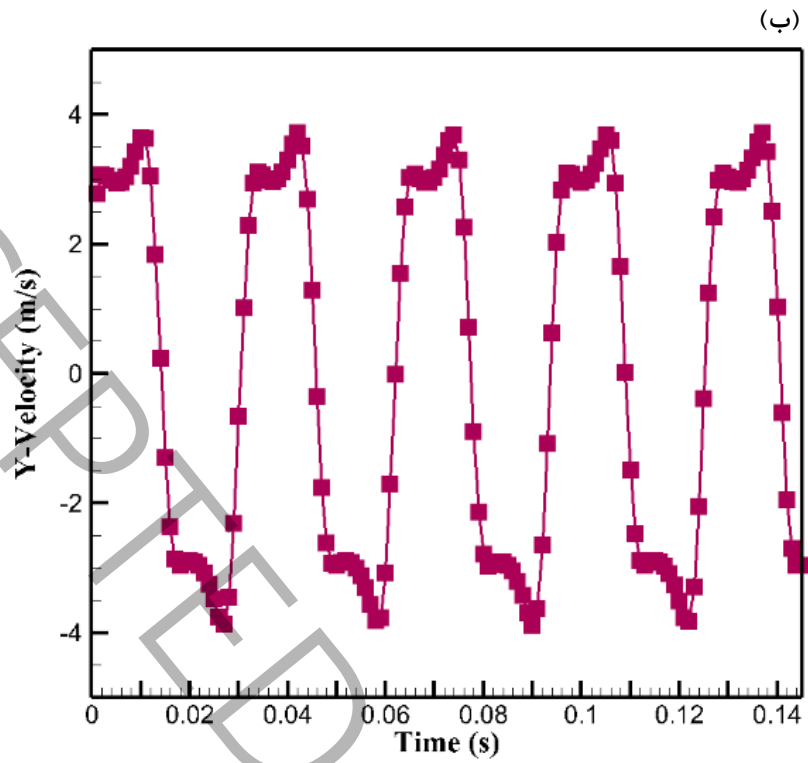
۹- نتایج

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی جریان و میزان انرژی استخراج شده، سه مدل چیدمان تیرهای پیزوالکتریک در پشت سیلندر دایره ای ارائه می‌شود. بدین منظور در بخش اول در هر یک چیدمان‌ها مقدار فرکانس ریزش گردابه حاصل شده و سپس کانتور ساختار گردابه‌ها برای درک بهتر پدیده‌های مشاهده شده ارائه می‌شود. در بخش دوم تغییرات پاسخ دامنه، نسبت فرکانس، ولتاژ تولیدی و توان برداشت شده به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی مورد بحث قرار می‌گیرد.

۹-۱- بررسی اثر چیدمان‌های مختلف بر مقدار فرکانس ریزش گردابه

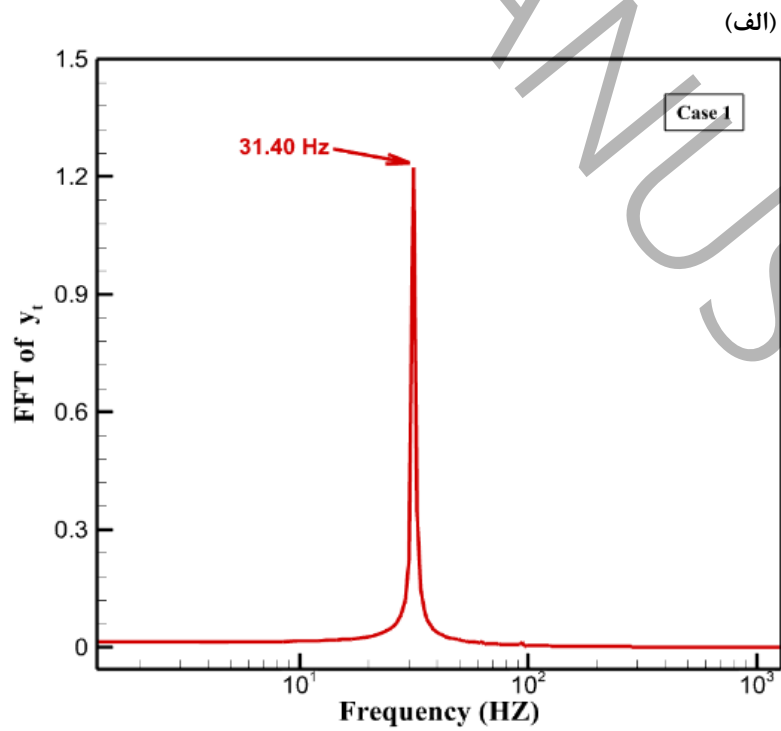
با توجه به حضور تیر پیزوالکتریک، حداکثر تبدیل توان الکتریکی باید زمانی حاصل شود که تیر برداشت‌کننده در اولین فرکانس طبیعی خود ارتعاش کند. علاوه بر این، فرکانس غالب جریان سیال باید دقیقاً با اولین فرکانس تشدید تیر مطابقت داشته باشد. مؤلفه سرعت عمودی لحظه‌ای (سرعت Y) در نقطه‌ای در امتداد خط مرکزی سیلندر در فاصله ۵ برابر قطر در پشت سیلندر و تیرها در چیدمان‌های یک تیر و سه تیر موازی، و فرکانس غالب ریزش گردابه توسط تحلیل تبدیل فوریه سریع جابه‌جایی نوک تیر شماره دو (بالایی) برای هر سه چیدمان در مقاومت ۱۰۰۰ اهم، به ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. توجه شود مابقی تیرها فرکانس مشابهی دارند و همچنین علت انتخاب این مقدار مقاومت در بخش‌های بعدی توضیح داده می‌شود.



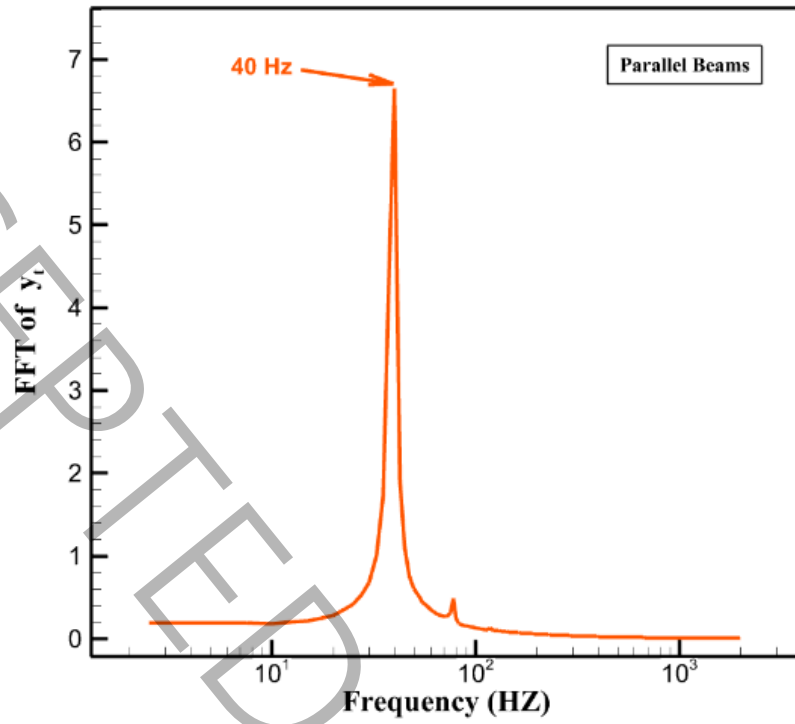


شکل ۶: مؤلفه سرعت عمودی لحظه‌ای: الف) در آرایش یک تیر، ب) در آرایش موازی سه تیر

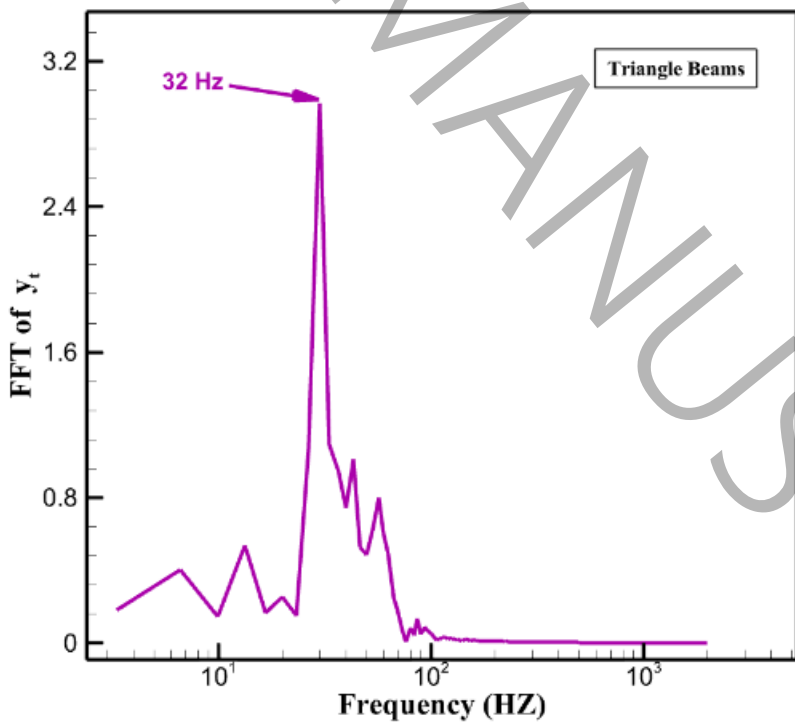
Fig. 6 Instantaneous vertical velocity component: a) in arrangement of single beam, b) in parallel arrangement of three beams



(ب)

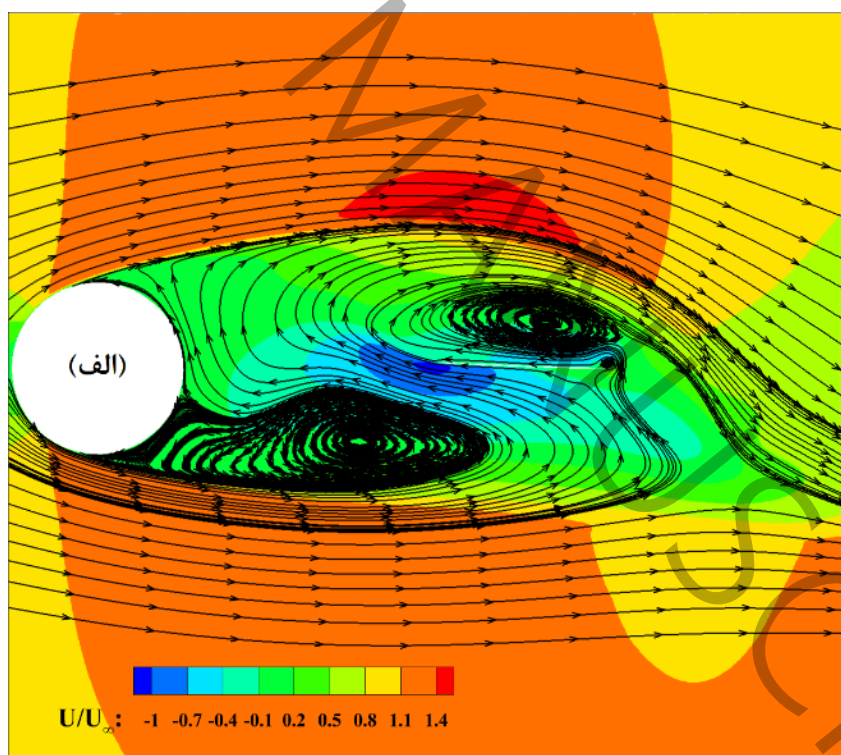


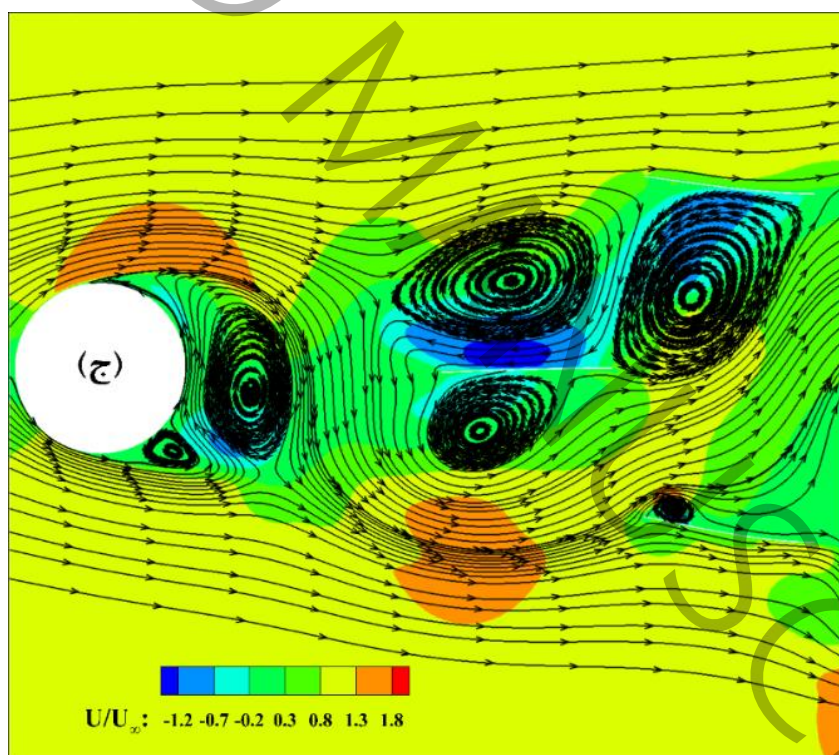
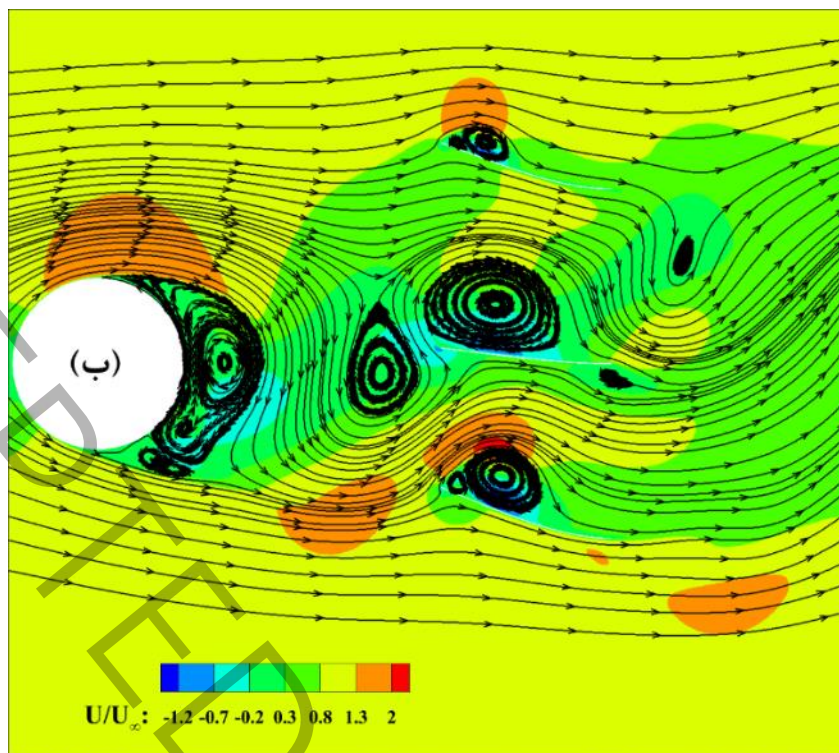
(ج)



شکل ۷: پاسخ فرکانسی جابه‌جایی نوک تیر: الف) در آرایش یک تیر، ب) در آرایش موازی سه تیر، ج) در آرایش مثلثی سه تیر
Fig.7 Frequency response of the beam tip displacement: a) in arrangement of single beam, b) in parallel arrangement of three beams, c) in triangular arrangement of three beams

نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که با وجود یک تیر پیزوالکتریک در پشت سیلندر، فرکانس غالب ریزش گردابه به $31/40$ هرتز می‌رسد و با وجود سه تیر پیزوالکتریک در پشت سیلندر در آرایش موازی تیرها، فرکانس غالب ریزش گردابه به 40 هرتز و در آرایش مثلثی تیرها فرکانس غالب ریزش گردابه به 32 هرتز کاهش می‌یابد. از طرفی در غیاب تیر پیزوالکتریک، فرکانس غالب ریزش گردابه یک سیلندر $48/87$ هرتز حاصل شده است که در رزونانس با فرکانس طبیعی تیر می‌باشد [۱۳]. بنابراین در هر سه شبیه‌سازی بررسی شده در این تحقیق، فرکانس غالب ریزش گردابه کمتر می‌شود. همچنین در مقالات متعددی نشان داده شده است که وجود صفحات شکاف‌دار در پایین‌دست سیلندر دایره‌ای، ریزش گردابه از سیلندر را کاهش می‌دهد [۳۲-۳۴]. برای درک بهتر این موضوع، در شکل ۸ کانتور سرعت نرمال شده در جهت جریان در شرایطی که تیرها به سمت بالا حرکت کرده‌اند برای هر سه شبیه‌سازی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در آرایش یک تیر، جدایش جریان از سیلندر بالادست زودتر و در زاویه 80 درجه اتفاق می‌افتد و اندازه گردابه‌ها بزرگ و کشیده‌تر می‌باشد در حالی که در آرایش‌های موازی و مثلثی سه تیر، جدایش جریان از سیلندر دیرتر و به ترتیب در زاویه 95 درجه و 87 درجه رخ می‌دهد و با توجه به آنکه در آرایش موازی سه تیر، گردابه‌ها شکسته‌تر و کوچک‌تر شده‌اند. بنابراین انتظار می‌رود که فرکانس غالب ریزش گردابه در آرایش موازی سه تیر بیشتر از دو آرایش دیگر باشد. لذا اثر پایین‌دست تیر انعطاف‌پذیر یک کوپلینگ بین ریزش گردابه و ارتعاش تیر ایجاد می‌کند که منجر به فرکانس تشدید کمتر اما افزایش انحراف نوک و ولتاژ تولیدی می‌شود که در بخش‌های بعدی نشان داده خواهد شد. همچنین این نکته قابل بیان است با توجه به اینکه در هر سه شبیه‌سازی فرکانس طبیعی تیرها $48/5$ هرتز می‌باشد به منظور افزایش برداشت انرژی می‌توان تیرها را طوری طراحی کرد که فرکانس طبیعی آن‌ها به فرکانس ریزش گردابه حاصل شده در این تحقیق نزدیک شود اما در این تحقیق به منظور مقایسه بهتر بین دینامیک جریان حول سیلندر در این سه حالت، تغییری در مشخصات هندسی و فیزیکی تیر پیزوالکتریک صورت نگرفته است.

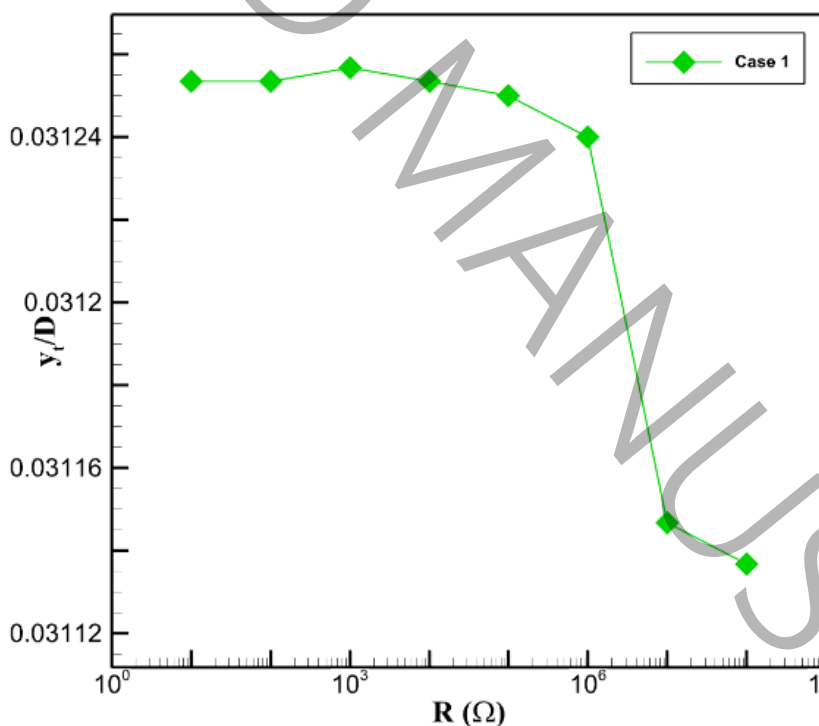




شکل ۸: مقایسه سرعت نرمال شده در جهت جریان: الف) در آرایش یک تیر، ب) در آرایش موازی سه تیر، ج) در آرایش مثلثی سه تیر

Fig. 8 Comparison of the Normalized streamwise velocity: a) in arrangement of single beam, b) in parallel arrangement of three beams, c) in triangular arrangement of three beams

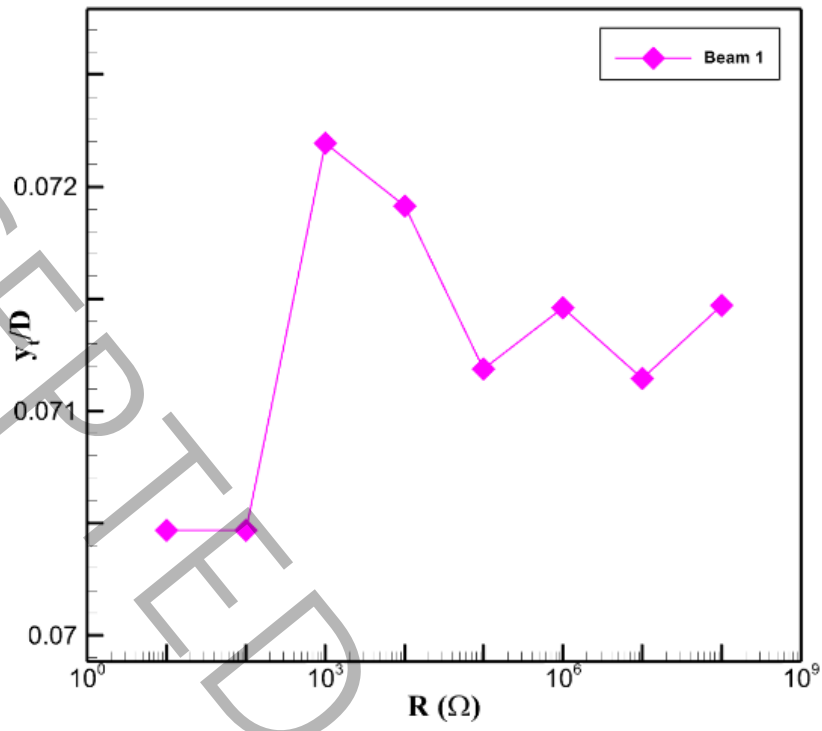
در شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب تأثیر چیدمان‌های یک تیر و سه تیر موازی بر تغییرات جذر میانگین مربعات مقدار بدون بعد جابه‌جایی نوک تیرها به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی نشان داده شده است. شبیه‌سازی‌های عددی با تغییر مقدار مقاومت الکتریکی در محدوده ۱۰ اهم تا ۱۰۰ مگا اهم انجام شده است. از آنجایی که تغییر مقاومت الکتریکی در مورد آرایش مثلثی سه تیر، رفتاری مشابه را منتج می‌گردد از ارائه نمودار مربوط به این چیدمان صرف نظر شده است. دامنه نوسانات تیرها برای مقادیر کوچک‌تر مقاومت الکتریکی کمتر است و پیوسته افزایش می‌یابد تا زمانی که حداکثر در مقاومت ۱۰۰۰ اهم به دست می‌آید. نوسانات با دامنه بزرگ‌تر زمانی رخ می‌دهد که فرکانس ریزش گردابه با فرکانس طبیعی ارتعاشات ساختاری مطابقت داشته باشد که به این شرایط، حالت "قفل شدگی" گفته می‌شود البته قابل ذکر است که این شرایط در بازه‌ای خاص از سرعت‌ها اتفاق می‌افتد. با افزایش مقاومت بار دامنه نوسانات کاهش می‌یابد به طوری که کمترین مقدار برای شرایط مدار باز رخ می‌دهد. این رفتار به طور مستقیم به رابطه بین سختی پیزوالکتریک و مقاومت بار الکتریکی نسبت داده می‌شود. از سوی دیگر، سختی یک ماده پیزوالکتریک به بار الکتریکی بستگی دارد و تغییر در فرکانس‌های طبیعی با تغییر مقاومت بار یک روند مورد انتظار است؛ همان‌طور که قبلاً برای برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریک معمولی مشاهده شده است [۳۵]. همان‌طور که مقاومت بار متصل خارجی از یک مقدار بسیار کم افزایش می‌یابد، فرکانس تشدید به تدریج به سمت فرکانس رزونانس مدار باز حرکت می‌کند و بر توان برداشت شده تأثیر می‌گذارد [۳۶]. همچنین همان‌طور که مشاهده می‌شود دامنه نوسانات تیرها در آرایش موازی سه تیر بسیار بیشتر از آرایش یک تیر در پایین دست سیلندر می‌باشد؛ در نتیجه در آرایش یک تیر سرکوب ارتعاشات بیشتر است.



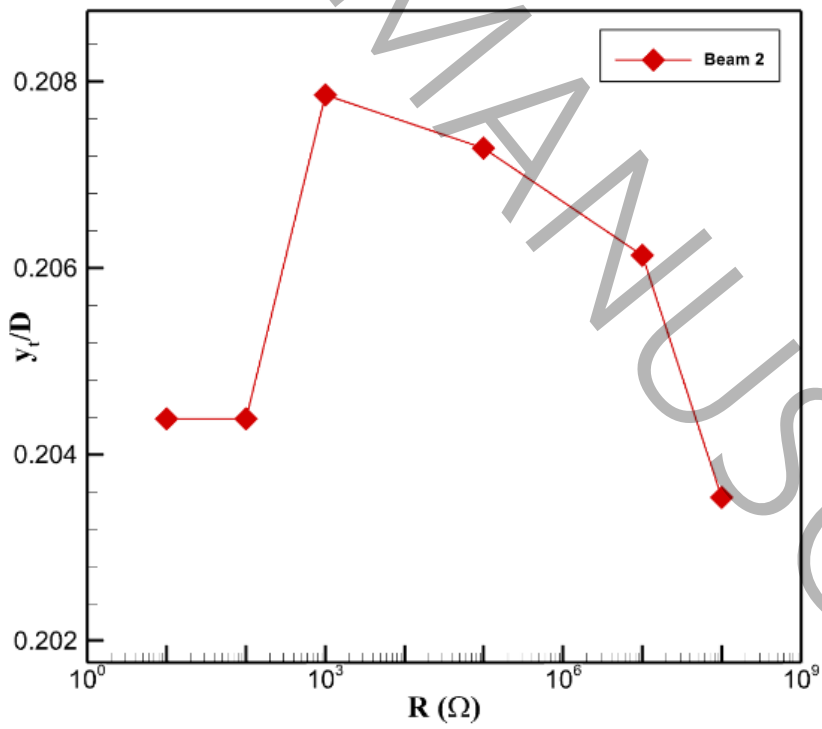
شکل ۹: تغییرات دامنه نوسان با مقاومت الکتریکی در آرایش یک تیر

Fig. 9 Variations of the vibration amplitudes with electrical resistance in arrangement of single beam

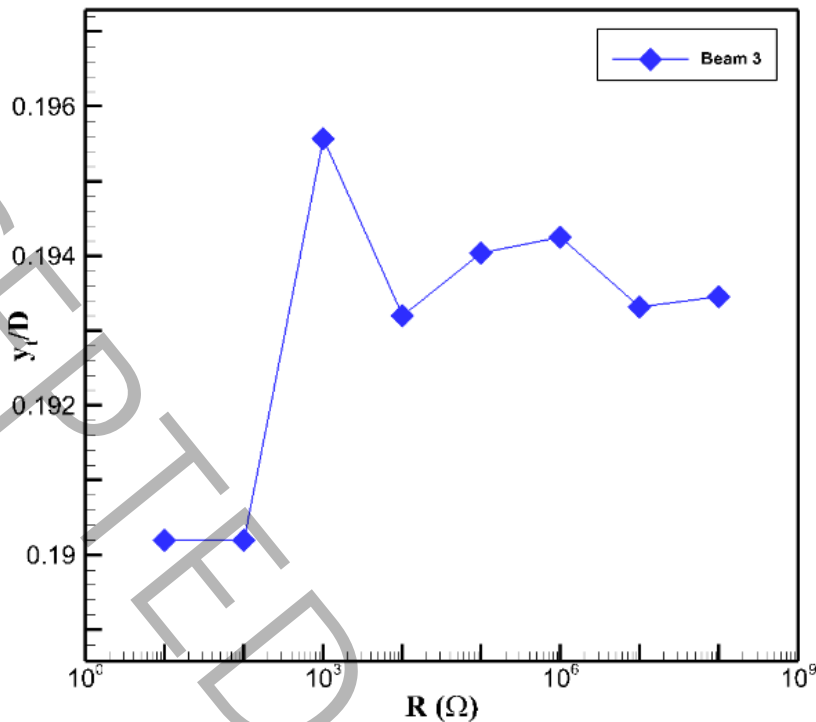
(الف)



(ب)



(ج)

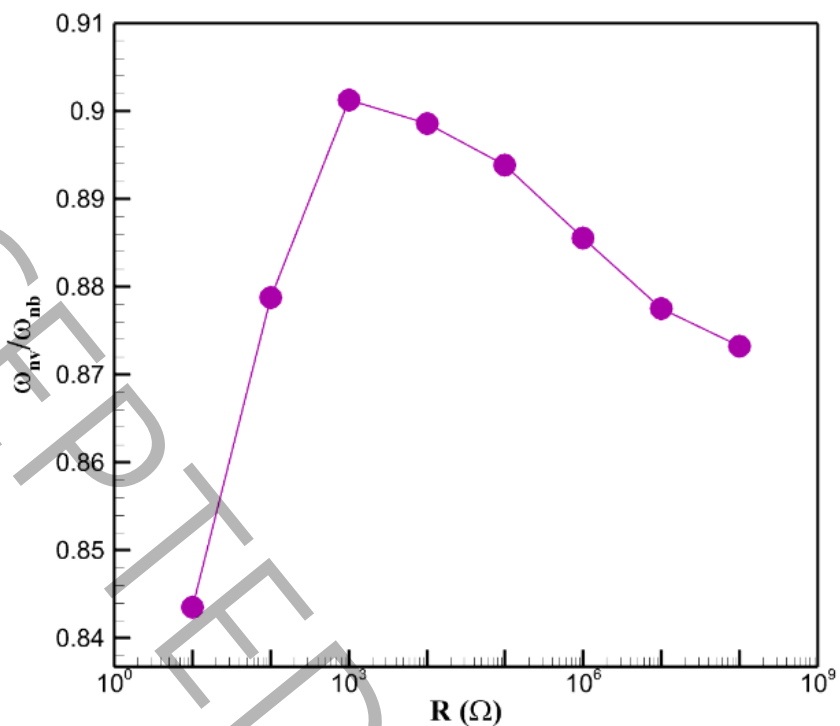


شکل ۱۰: تغییرات دامنه نوسان با مقاومت الکتریکی در آرایش موازی سه تیر: الف) تیر شماره یک، ب) تیر شماره دو، ج) تیر شماره سه

Fig. 10 Variations of the vibration amplitude with electrical resistance in parallel arrangement of three beams: a) beam number one, b) beam number two, c) beam number three

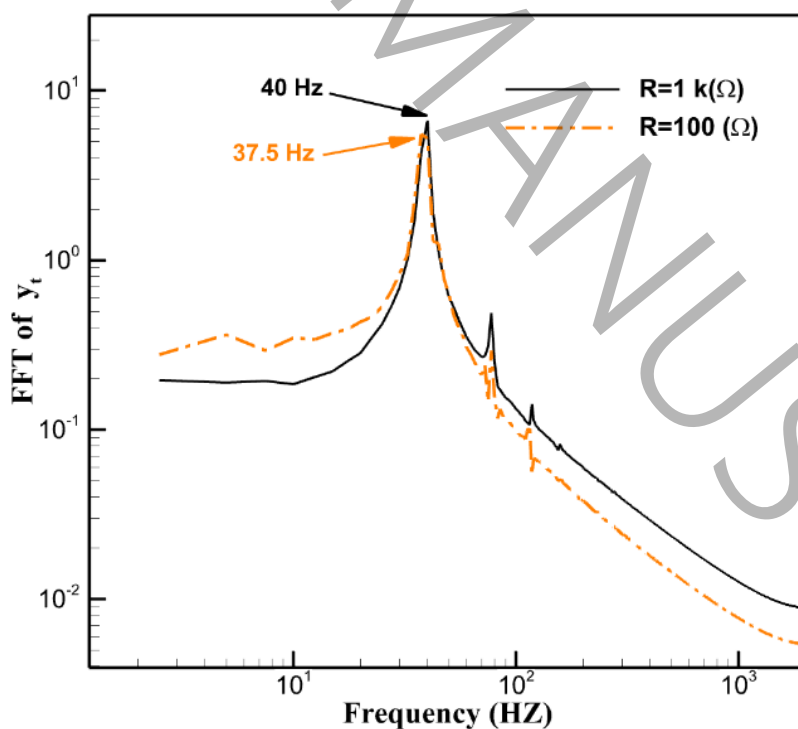
در شکل ۱۱ با توجه به پدیده قفل، تأثیر تغییر مقدار مقاومت الکتریکی بر نسبت فرکانس ریزش گردابه به فرکانس طبیعی تیر در آرایش یک تیر در پایین دست سیلندر در این مطالعه نیز بررسی شده است. این نسبت فرکانس در مقاومت ۱۰۰۰ اهم به حداکثر مقدار می‌رسد، جایی که حداکثر نوسان دامنه تیر نیز رخ داده است، همان‌طور که در شکل ۱۰ نشان داده شد. این نکته قابل بیان است الگوی رفتاری سیستم برای سه تیر با چیدمان‌های موازی و مثلثی با تغییر مقاومت الکتریکی بر نسبت فرکانس، مشابه رفتار سیستم برای آرایش یک تیر است.

توجه شود در آرایش یک تیر پیزوالکتریک در پشت سیلندر فرکانس غالب ریزش گردابه (ω_{nv}) ، $31/40$ هرتز حاصل شد و فرکانس طبیعی تیر (ω_{nb}) برابر $48/5$ هرتز می‌باشد. با این حال، طبیعی است که حداکثر نسبت فرکانس به مقدار واحد نمی‌رسد. دلیل آن این است که وجود صفحات شکاف در پایین دست سیلندر، ریزش گردابه را کاهش می‌دهد [۳۲-۳۴]. یافته‌های مشابهی توسط آکایدین و همکاران [۱۳] و امینی و همکاران [۱۵]، زمانی که تیر پیزوالکتریک امکان نوسان داشت، گزارش شده است. یکی دیگر از دلایل به دست آوردن فرکانس غالب کمتر، احتمالاً مربوط به فرضیات ذکر شده و ساده‌سازی در شبیه‌سازی، مانند مدل‌سازی دو بعدی مسئله است. همچنین در شکل ۱۲، در آرایش موازی سه تیر و برای تیر شماره ۲، نشان داده شده است که در مقاومت ۱۰۰۰ اهم فرکانس ریزش گردابه حداکثر است و با توجه به آنکه برای سایر تیرها و چیدمان‌ها نتایج مشابه است از ارائه آن‌ها صرف نظر شده است.



شکل ۱۱: تغییرات نسبت فرکانس با مقاومت الکتریکی در آرایش یک تیر

Fig. 11 Variations of the frequency ratio with electrical resistance in arrangement of single beam

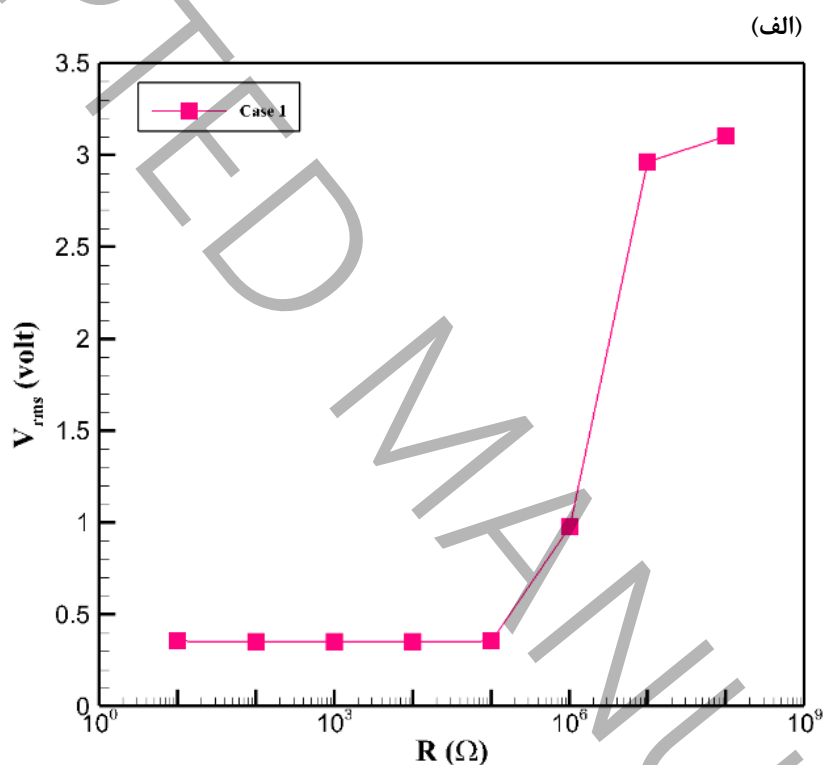


شکل ۱۲: تغییرات فرکانس با مقاومت الکتریکی در آرایش موازی سه تیر

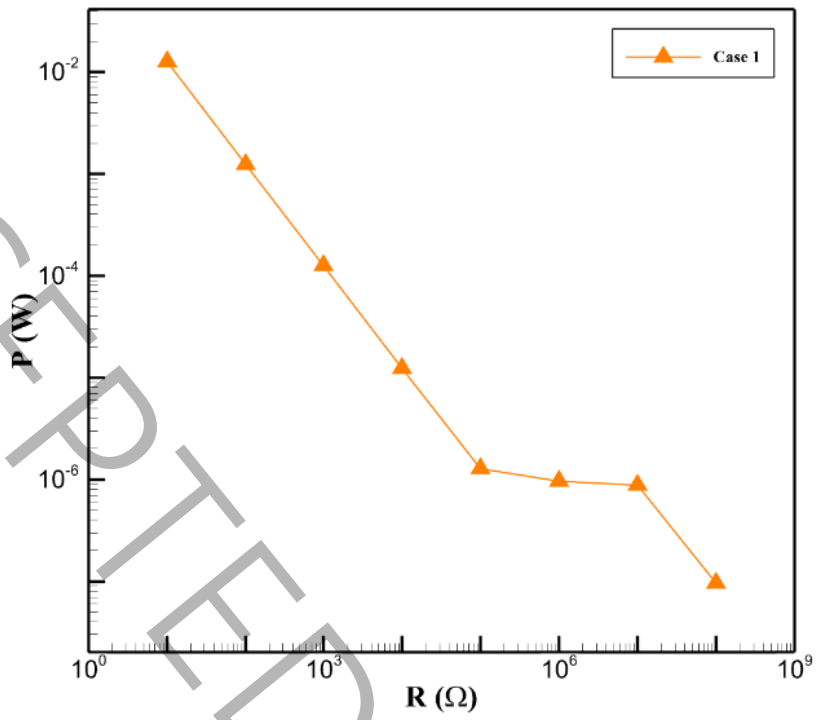
Fig. 12 Variations of the Frequency with electrical resistance in parallel arrangement of three beams

۳-۹- بررسی اثر چیدمان‌های مختلف بر ولتاژ و توان خروجی

در چیدمان‌های یک تیر و سه تیر موازی، تغییرات جذر میانگین مربعات مقادیر ولتاژ و توان با مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی به ترتیب در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. در شکل ۱۳-الف، مشاهده می‌شود که با افزایش مقاومت الکتریکی، ولتاژ تولیدی به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد و حداکثر ولتاژ در مقاومت ۱۰۰ مگا اهم به دست آمده است. در مقابل، شکل ۱۳-ب نشان می‌دهد که حداکثر توان در مقادیر کم مقاومت الکتریکی به دست می‌آید، به دلیل تغییرات جزئی در ولتاژ که قبلاً در محدوده پایین مشاهده شده بود. در شکل‌های ۱۴-الف و ب نیز الگوی رفتاری مشابهی با آنچه در شکل ۱۳ مشاهده شد برای آرایش موازی سه تیر پیش بینی شده است و مشاهده می‌شود در آرایش موازی سه تیر به دلیل انحرافات بزرگ‌تر همان‌طور که در شکل‌های ۱۰ ارائه شد، ولتاژ و توان خروجی بسیار بیشتر از آرایش یک تیر است.



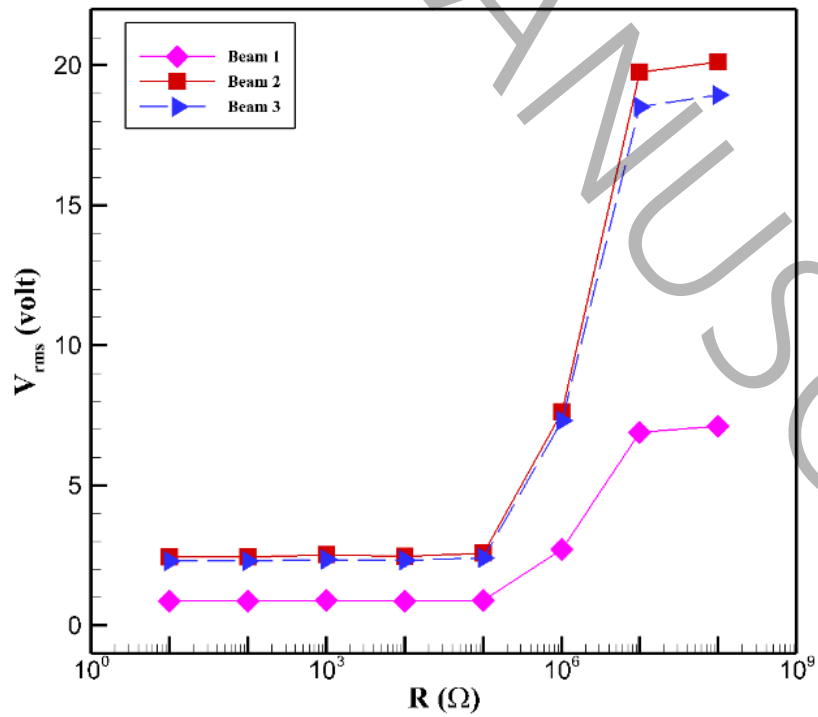
(ب)



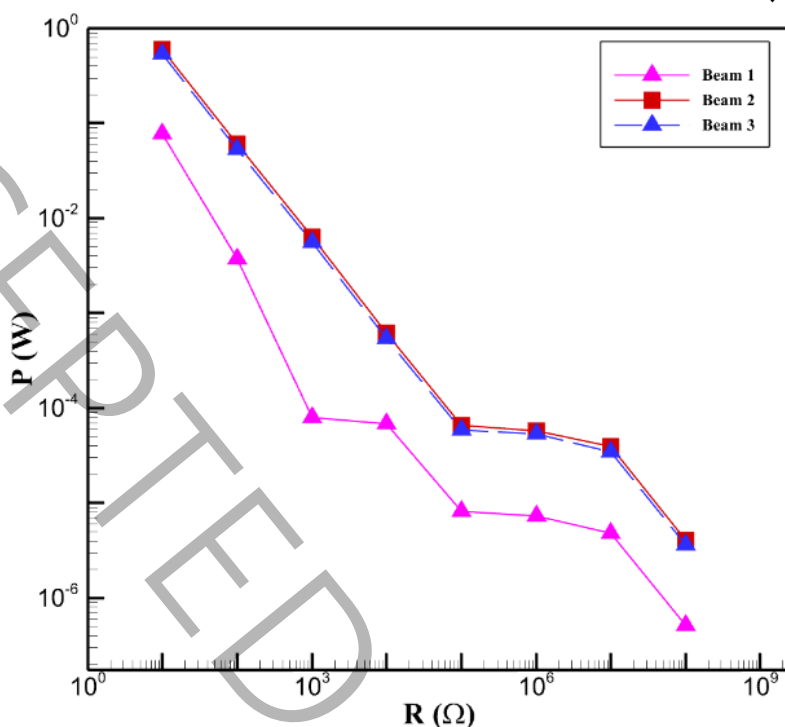
شکل ۱۳: تغییرات، الف) ولتاژ، ب) توان خروجی با مقاومت الکتریکی در آرایش یک تیر

Fig. 13 Variations of the, a) voltage, b) power output with electrical resistance in arrangement of single beam

(الف)



(ب)



شکل ۱۴: تغییرات، الف) ولتاژ، ب) توان خروجی با مقاومت الکتریکی در آرایش موازی سه تیر

Fig. 14 Variations of the, a) voltage, b) power output with electrical resistance in parallel arrangement of three beams

مقادیر جذر میانگین مربعات ولتاژهای ثبت شده، جابه‌جایی نوک تیرها و توان به ازای مقاومت ۱ کیلو اهم برای هر سه چیدمان تیرها در جداول ۳، ۴ و ۵ مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در چیدمان موازی، مجموع متوسط ولتاژها و توان الکتریکی، بیشتر از چیدمان‌های مثلثی و یک تیر می‌باشد. در آرایش موازی، به علت تعامل بیشتر تیرها و گردابه‌ها، تیرهای بالا و پایین توان بیشتری را نسبت به تیر وسط خروجی می‌دهند و حداکثر توان الکتریکی برای تیر شماره ۲ (بالایی) به دست می‌آید. با این شرایط می‌توان نتیجه گرفت که بهتر است تیر وسط مشخصات متفاوت‌تری نسبت به تیرهای مجاورش داشته باشد. در آرایش مثلثی نیز، توان خروجی تیرهای بالا و پایین بیشتر از تیر وسط است. دلیل این موضوع، افزایش انرژی جنبشی جریان سیال، توسط تیر وسط است که به عنوان جسم بلاف عمل می‌کند.

جدول ۳: کمیت‌های محاسبه شده در آرایش یک تیر

Table 3 Calculated quantities in arrangement of single beam

U_{∞} (m/s)	Re	r.m.s v (volt)	r.m.s y_t (mm)	r.m.s P (μ W)
۷/۲۳	۱۴۸۰۰	۰/۳۵	۰/۹۴	۱۲۵/۳۸

جدول ۴: کمیت‌های محاسبه شده در آرایش موازی سه تیر

Table 4 Calculated quantities in parallel arrangement of three beams

شماره تیر	r.m.s P (μ W)	r.m.s y_t (mm)	r.m.s (volt)	U_∞ (m/s)
تیر شماره ۱	۷۹۹/۴	۲/۱۶	۰/۸۹	۷/۲۳
تیر شماره ۲	۶۳۳۰/۲	۶/۲۳	۲/۵۲	۷/۲۳
تیر شماره ۳	۵۵۳۱/۹	۵/۸۶	۲/۳۵	۷/۲۳

جدول ۵: کمیت‌های محاسبه شده در آرایش مثلثی سه تیر

Table 5 Calculated quantities in triangular arrangement of three beams

شماره تیر	r.m.s P (μ W)	r.m.s y_t (mm)	r.m.s v (volt)	U_∞ (m/s)
تیر شماره ۱	۳۷۲/۱	۱/۴۳	۰/۶۱	۷/۲۳
تیر شماره ۲	۱۲۱۰	۳/۰۴	۱/۱	۷/۲۳
تیر شماره ۳	۳۲۴۰	۴/۱	۱/۸۰	۷/۲۳

۱۰- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، عملکرد استخراج انرژی و ویژگی‌های ارتعاشات ناشی از گردابه سه مدل چیدمان تیرهای پیزوالکتریک انعطاف‌پذیر که به صورت، یک تیر، سه تیر با آرایش موازی و سه تیر با آرایش مثلثی در پشت یک سیلندر دایره‌ای قرار گرفته‌اند بررسی شده است. شبیه‌سازی‌های عددی در رینولدز ۱۴۸۰۰ و مدل آشفتگی $k-\omega$ SST و با استفاده از یک مدل کوپل سه طرفه که محدود به شرایط مدار باز نمی‌باشد انجام شده است. در این راستا ابتدا معادلات کوپل الکترومکانیکی و برهمکنش‌های بین جریان، ساختار و مدار الکتریکی از طریق یک تابع تعریف شده توسط کاربر انجام شده است. سپس برای درک اثر چیدمان‌های مختلف بر دینامیک جریان و میزان ولتاژ تولیدی، تأثیر مقدار فرکانس ریزش گردابه، دامنه نوسان تیرها، نسبت فرکانس، ولتاژ و توان خروجی به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی مطالعه شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد:

۱- در چیدمان موازی به دلیل برهمکنش قوی‌تر گردابه‌ها و جدایش دیرتر جریان، مقدار فرکانس ریزش گردابه بیشتر از چیدمان تیرهای مثلثی و یک تیر است و نشان داده شده است که وجود صفحات شکاف در پایین دست سیلندر دایره‌ای، ریزش گردابه از سیلندر را کاهش می‌دهد.

۲- در شرایط اتصال کوتاه دامنه نوسانات و مقدار فرکانس کم است و با افزایش مقاومت به طور پیوسته افزایش می‌یابد و حداکثر دامنه و فرکانس در مقاومت ۱۰۰۰ اهم رخ می‌دهد و کمترین مقدار آن‌ها در شرایط مدار باز می‌باشد و در چیدمان موازی، مجموع متوسط دامنه نوسانات تیرها، بیشتر از دو چیدمان دیگر می‌باشد.

۳- با افزایش مقاومت الکتریکی ولتاژ تولیدی به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد و حداکثر ولتاژ در مقاومت ۱۰۰ مگا اهم به دست آمده است. در حالی که حداکثر توان در مقادیر کم مقاومت الکتریکی به دست می‌آید.

۴- در چیدمان موازی، مجموع متوسط دامنه نوسانات، ولتاژها و توان الکتریکی، بیشتر از دو چیدمان دیگر می‌باشد و در هر دو چیدمان موازی و مثلثی، تیرهای بالا و پایین توان بیشتری را نسبت به تیر وسط خروجی می‌دهند که علت آن، تعامل بیشتر تیرها و گردابه‌ها و افزایش انرژی جنبشی جریان سیال، توسط تیر وسط است که به عنوان جسم بلافاصله عمل می‌کند.

Effect of Various arrangements of piezoelectric beam on Energy Harvesting of Vortex Induced Vibration of Circular Cylinder

Shiva Sharifi, Ali Esmaili¹

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

ABSTRACT

In this study, in order to harvest energy from vortex-induced vibration of fluid flow, piezoelectric beams mounted behind a circular cylinder are considered and effect of various arrangements of the beams are studied. To reach this goal, a three-way coupling model in the turbulent, unsteady and viscous flow regime is numerically investigated. The simulations are investigated for different values of electrical resistance and its effect on vibration amplitude, frequency ratio, voltage and power output are compared. It has been shown that the maximum oscillation amplitude and frequency ratio is occurred by a resistance value of 1000 Ω and its value decreases with the increase of resistance. Furthermore, by growing of the load resistance, the generated voltage goes up significantly and the maximum voltage is obtained in the load resistance as 100 M Ω , Contrastingly, maximum power is obtained at low values of the load resistance. Finally, it is found that in the parallel arrangement of beams, due to less damping ratio due to stronger interaction between beams and shear layers, larger vibration amplitude and much more electrical output occurs.

KEYWORDS

Vortex Induced Vibration, Energy Harvesting, Vortex Shedding, Piezoelectric, Three-way coupling.

¹ Corresponding Author: Email: aliesmaeili@ferdowsi.um.ac.ir

- [1] X. Li, Q. Gao, Y. Cao, Y. Yang, S. Liu, Z.L. Wang, T. Cheng, Optimization strategy of wind energy harvesting via triboelectric-electromagnetic flexible cooperation, *Applied Energy*, 307 (2022) 118311.
- [2] M. Li, A. Luo, W. Luo, F. Wang, Recent progress on mechanical optimization of mems electret-based electrostatic vibration energy harvesters, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 31(5) (2022) 726-740.
- [3] U. Latif, E. Uddin, M. Younis, A. Abdelkefi, Wake flow effects on the energy harvesting characteristics of piezoelectric tandem flags, in: *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing, 2022.
- [4] A. Esmacili, J. Sousa, Flow-driven piezoelectric energy harvester on a full-span wing for micro-aerial-vehicle (MAV) application, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 45 (2020) 5713-5728.
- [5] M. Salari, H. Afrasiab, M.H. Pashaei, R. Akbari Alashti, Finite Element Modeling of Fluid-Solid-Piezoelectric for Investigating the Ways of Improving the Performance of the Micro Energy Harvester in the Fluid Flow, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 54(1) (2022) 31-54. (in Persian)
- [6] A. Abdelkefi, Aeroelastic energy harvesting: A review, *International Journal of Engineering Science*, 100 (2016) 112-135.
- [7] M. Zhang, Y. Song, A. Abdelkefi, H. Yu, J. Wang, Vortex-induced vibration of a circular cylinder with nonlinear stiffness: prediction using forced vibration data, *Nonlinear Dynamics*, 108(3) (2022) 1867-1884.
- [8] X. Zhang, M. Hu, J. Cai, A. Babenko, E. Shiju, Z. Xu, Numerical Simulation of Vortex-Induced Transverse Vibration of a Cylinder with Very Low Mass Ratio, *Shock and Vibration*, 2022 (2022).
- [9] Z. Li, S. Zhou, Z. Yang, Recent progress on flutter-based wind energy harvesting, *International Journal of Mechanical System Dynamics*, 2(1) (2022) 82-98.
- [10] C. Xu, L. Zhao, Investigation on the characteristics of a novel internal resonance galloping oscillator for concurrent aeroelastic and base vibratory energy harvesting, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 173 (2022) 109022.
- [11] J. Allen, A. Smits, Energy harvesting eel, *Journal of fluids and structures*, 15(3-4) (2001) 629-640.
- [12] G.W. Taylor, J.R. Burns, S. Kammann, W.B. Powers, T.R. Welsh, The energy harvesting eel: a small subsurface ocean/river power generator, *IEEE journal of oceanic engineering*, 26(4) (2001) 539-547.
- [13] H.D. Akaydin, N. Elvin, Y. Andreopoulos, Energy harvesting from highly unsteady fluid flows using piezoelectric materials, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21(13) (2010) 1263-1278.
- [14] J.F. Derakhshandeh, Fluid structural interaction of a flexible plate submerged in the wake of a circular cylinder, *Ocean Engineering*, 266 (2022) 112933.
- [15] Y. Amini, H. Emdad, M. Farid, An accurate model for numerical prediction of piezoelectric energy harvesting from fluid structure interaction problems, *Smart materials and structures*, 23(9) (2014) 095034.
- [16] H. Wang, Q. Zhai, J. Zhang, Numerical study of flow-induced vibration of a flexible plate behind a circular cylinder, *Ocean Engineering*, 163 (2018) 419-430.
- [17] H. Zhu, G. Li, J. Wang, Flow-induced vibration of a circular cylinder with splitter plates placed upstream and downstream individually and simultaneously, *Applied Ocean Research*, 97 (2020) 102084.

- [18] C. Mittal, A. Sharma, Flow-induced coupled vibrations of an elastically mounted cylinder and a detached flexible plate, *Journal of Fluid Mechanics*, 942 (2022) A57.
- [19] Y. Wu, F.-S. Lien, E. Yee, G. Chen, Numerical investigation of flow-induced vibration for cylinder-plate assembly at low Reynolds number, *Fluids*, 8(4) (2023) 118.
- [20] M. Jebelli, M. Masdari, Interaction of two parallel free oscillating flat plates and VIV of an upstream circular cylinder in laminar flow, *Ocean Engineering*, 259 (2022) 111876.
- [21] E. Barati, M.R. Zarkak, M. Biabani, Investigating the effect of the flow direction on heat transfer and energy harvesting from induced vibration in a heated semi-circular cylinder, *Ocean Engineering*, 279 (2023) 114487.
- [22] S. Mazharmanesh, J. Young, F.-B. Tian, J.C. Lai, Energy harvesting of two inverted piezoelectric flags in tandem, side-by-side and staggered arrangements, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 83 (2020) 108589.
- [23] S. Mazharmanesh, J. Young, F.-B. Tian, S. Ravi, J.C. Lai, Coupling performance of two tandem and side-by-side inverted piezoelectric flags in an oscillating flow, *Journal of Fluids and Structures*, 119 (2023) 103874.
- [24] A. Erturk, D.J. Inman, A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters, *Journal of Vibration and Acoustics*, 130(4) (2008).
- [25] A. Erturk, D.J. Inman, On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters, *Journal of intelligent material systems and structures*, 19(11) (2008) 1311-1325.
- [26] D.C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [27] M. Kobayashi, J. Pereira, J. Sousa, Comparison of several open boundary numerical treatments for laminar recirculating flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 16(5) (1993) 403-419.
- [28] K.-H. Mohr, *Messungen instationärer Drücke bei Queranströmung von Kreiszyklindern unter Berücksichtigung fluidelastischer Effekte*, Publikationen vor 2000, 1981.
- [29] G. West, C. Apelt, Measurements of fluctuating pressures and forces on a circular cylinder in the reynolds number range 104 to $2 \cdot 5 \times 10^5$, *Journal of fluids and structures*, 7(3) (1993) 227-244.
- [30] S. Szepessy, P. Bearman, Analysis of a pressure averaging device for measuring aerodynamic forces on a circular cylinder, *Experiments in fluids*, 16(2) (1993) 120-128.
- [31] C. Norberg, Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements, *Journal of Fluids and Structures*, 17(1) (2003) 57-96.
- [32] A. Roshko, On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies, 1954.
- [33] K. Kwon, H. Choi, Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates, *Physics of Fluids*, 8(2) (1996) 479-486.
- [34] S. Shukla, R. Govardhan, J. Arakeri, Flow over a cylinder with a hinged-splitter plate, *Journal of Fluids and Structures*, 25(4) (2009) 713-720.
- [35] A. Erturk, D.J. Inman, An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, *Smart materials and structures*, 18(2) (2009) 025009.
- [36] S. Kundu, H.B. Nemade, Modeling and simulation of a piezoelectric vibration energy harvester, *Procedia Engineering*, 144 (2016) 568-575.