



## Numerical study of bubble growth and collapse dynamics, near the rigid wall

Mohammad Reza Najafi Gamasaei, Sajad Khodadadi, Reza Maddahian \*

Faculty of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

**ABSTRACT:** In this study, the dynamics of bubble growth and collapse near a rigid wall is investigated using the modified volume of fluid method and the improved compressible interfoam solver in the OpenFoam open-source code. The research results indicate that the dimensionless gamma number has the most significant impact on the growth and collapse of the bubble near the wall. This study examined two gamma numbers 0.8 and 1.3. It was found that with a 60% increase in the gamma number, the maximum shear stress on the wall decreased by 37%, while the maximum absolute temperature inside the bubble increased by 12%. Additionally, as the gamma number increases, the area affected by the jet impact due to the bubble collapse increases. Within the scope of the present research, the initial pressure parameter of the bubble has the most significant impact on the maximum temperature inside the bubble. In the range of considered initial pressures, a 50% increase in the initial pressure results in a 6% decrease in the maximum temperature of the bubble. However, the values of other studied parameters, such as shear stress, change by less than one percent.

### Review History:

Received: Mar. 18, 2024

Revised: May, 23, 2024

Accepted: Jun. 16, 2024

Available Online: Jun. 30, 2024

### Keywords:

Cavitation

Microbubble

Bubble Collapse

Microjet

Rigid Wall

### 1- Introduction

The phenomenon of cavitation and bubble collapse is crucial in industrial and medical applications. New approaches are being explored to utilize this phenomenon in solving various problems, including cancer treatment and surface cleaning. Recent studies indicate that the type of wall has a significant impact on the collapse of bubbles near the wall. Many studies have explored the dynamics of bubble collapse under various conditions, including next to an elastic wall [1], next to a rigid wall [2], and next to the free surface [3]. Based on previous research, it has been determined that when examining the dynamics of bubble collapse near a wall, the parameters of the gamma number, type of wall, and initial pressure have the most significant impact on flow parameters. The primary research gap in the study of bubble collapse is the investigation of the combined effects of the dimensionless gamma number and the initial pressure of the bubble on changes in bubble temperature, shear stress on the wall, and jet velocity resulting from the collapse. Therefore, the impact of the dimensionless gamma number and initial bubble pressure on flow parameters during bubble collapse near a solid wall is investigated in this research. The goal is to address a research gap and propose a new method to enhance the power of the resulting jet during bubble collapse.

In summary, the innovations of this work can be outlined

as follows

- 1- Development of a compressible two-phase solver by improving the discontinuity caused by interface tracking.
- 2- Examination of the impact of dimensionless gamma numbers 0.8 and 1.3 on temperature, pressure, shear stress, and jet velocity parameters.
- 3- Exploration of the effect of the initial pressure of the bubble on the energy released from the collapse of the bubble near the rigid wall and its impact on velocity, stress, and temperature in a constant gamma.

### 2- Methodology

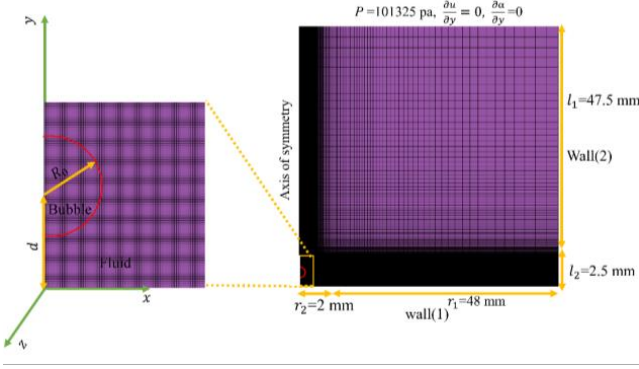
To investigate the phenomenon of bubble collapse using the modified volume of fluid method, mass conservation equations, momentum, liquid phase volume fraction equation, and energy equation are utilized in the form of equations (1) to (4).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1)$$

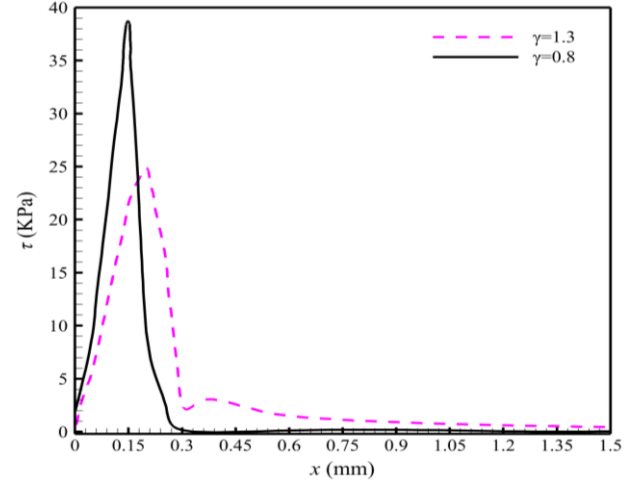
$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = \nabla \cdot \tau - \nabla p + \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (2)$$

\*Corresponding author's email: maddahian@modares.ac.ir





**Fig. 1. Geometry used in single bubble collapse near a rigid wall.**



**Fig. 2. Geometry used in single bubble collapse near a rigid wall.**

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha U) + \nabla \cdot (U_r \alpha (1 - \alpha)) \\ & = \alpha(1 - \alpha) \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{g} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{l} \right) + \alpha \nabla \cdot U \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho T U) \right] + \left( \frac{\alpha}{C} \frac{l}{p,l} + \frac{\alpha}{C} \frac{g}{p,g} \right) \left[ \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \nabla \cdot (\rho k U) \right] = \left( \frac{\alpha}{C} \frac{l}{p,l} + \frac{\alpha}{C} \frac{g}{p,g} \right) \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\tau U) \right] \\ & + \left( \frac{\alpha}{C} \frac{l}{p,l} + \frac{\alpha}{C} \frac{g}{p,g} \right) (\nabla^2 T) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{\alpha}_P = \frac{\sum_{f=1}^n \alpha_f S_f}{\sum_{f=1}^n S_f} \quad (6)$$

In equations (1) and (2),  $U$  represents the velocity field,  $t$  represents time,  $\rho$  represents density,  $\alpha$  represents the volume fraction of the liquid phase,  $p$  represents pressure,  $\sigma$  represents the surface tension coefficient, and  $\kappa$  represents the curvature of the interface. In equation (2), the last term on the left expresses the viscous stress. In equation (3),  $U_r$  represents the relative speed of two phases. In equation (4),  $C_p$  represents the specific heat coefficient at constant pressure,  $C_p$  represents the conductive heat transfer coefficient,  $T$  represents the temperature, and  $k$  represents the kinetic energy.

Given that the accuracy of the volume of the fluid method relies heavily on how well the interface is tracked, the Lafaurie filter is employed to improve the precision of this method (40). To implement this filter, equations (5) and (6) are used [4].

$$\kappa = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \tilde{\alpha}}{|\nabla \tilde{\alpha}|} \right) \quad (5)$$

In order to solve the governing equations, it is important to establish the relationship between the equations using an appropriate solver and solve the equations throughout the entire computational domain at each time step. The solver utilized in this study is the compressible interFoam solver in the OpenFOAM-extend 4.1.

### 3- Discussion and Results

The phenomenon of bubble collapse near a rigid wall is simulated in this study. The simulation geometry, as shown in Figure 1, consists of a 5-degree segment of a cylinder with a radius of 50 mm and a height of 50 mm. Figure 1 provides details of the dimensions, boundary conditions, and the meshing approach used for addressing the problem.

According to the results obtained for the problem of bubble collapse near the solid boundary, it can be concluded that the dimensionless gamma number plays the most important role in the physics of bubble collapse. The shear stress distribution on wall 1 when the jet reaches it is shown in Figure 2 for two different gamma values: 0.8 and 1.3. The maximum shear stress value decreased from 39 kPa to 25 kPa when the gamma number increased from 0.8 to 1.3. Additionally, the location of the maximum shear stress moved from 0.15 mm to 0.28 mm from the coordinate axis as the gamma number increased. For larger gamma values, a longer length of wall 1 is affected by fracture and the resulting shear stress, as shown in Figure 2.

Based on the parametric study conducted on the initial

pressure of the bubble, it can be inferred that an increase in the initial pressure of the bubble has a negligible effect on the amount of shear stress and pressure on the wall when the thickness of the liquid layer between the bubble and the wall remains unchanged at high pressures. However, this parameter has a significant effect on the minimum radius and time of bubble collapse. It is advisable to use a higher initial pressure to reduce the maximum temperature inside the bubble for applications such as drug delivery to vulnerable tissues.

#### 4- Conclusions

The results of this research can be summarized as follows:

The dimensionless gamma number has the greatest impact on the growth and collapse dynamics of a bubble near a rigid wall. As the gamma number increases due to the thicker fluid layer between the bubble and the wall, the energy dissipation from the bubble collapse increases. Consequently, the shear stress caused by the collapsing bubble's impact on the wall will be lower at higher gamma numbers.

In the examination of heat transfer between fluid and gas phases in the bubble collapse problem, the parameters of jet velocity, bubble collapse time, and maximum bubble compression during the volume reduction stage are of paramount importance. An increase in the dimensionless gamma number leads to a rise in the maximum temperature inside the bubble, a factor of considerable significance in applications such as drug delivery.

In larger gamma values, although the shear stress created on the solid wall is smaller, the area affected by the impact of the jet caused by the bubble on the wall is larger. Increasing the initial pressure of the bubble also increases the area affected by bubble collapse. Therefore, when considering the use of the shear stress caused by the bubble collapse for medical applications such as destroying the brain's defense barrier or treating kidney stones, it is essential to set the parameters of the dimensionless gamma number and the initial pressure of the bubble according to the intended goal.

#### References

- [1] S. Wang, Q. Wang, D. Leppinen, A. Zhang, Y. Liu, Acoustic bubble dynamics in a microvessel surrounded by elastic material, *Physics of Fluids*, 30(1) (2018).
- [2] S.R. Gonzalez-Avila, F. Denner, C.-D. Ohl, The acoustic pressure generated by the cavitation bubble expansion and collapse near a rigid wall, *Physics of Fluids*, 33(3) (2021).
- [3] H.C. Pumphrey, L. Crum, The acoustic field of an oscillating bubble near a free surface, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(S1) (1988) S202-S202.
- [4] B. Lafaurie, C. Nardone, R. Scardovelli, S. Zaleski, G. Zanetti, Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER, *Journal of computational physics*, 113(1) (1994) 134-147.



## مطالعه عددی دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره صلب

محمد رضا نجفی گماسایی، سجاد خدادادی، رضا مداحیان\*  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۲۸  
بازنگری: ۱۴۰۳/۰۳/۰۳  
پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۷  
ارائه آنلاین: ۱۴۰۳/۰۴/۱۰

### کلمات کلیدی:

کاویتاسیون  
میکرو حباب  
فروپاشی حباب  
میکرو جت  
دیواره صلب

**خلاصه:** با توجه به نقش مهم پدیده شکست حباب و انرژی آزاد شده از آن در زمینه‌های مختلف پزشکی و مهندسی، در این پژوهش به بررسی دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره صلب پرداخته شده است. به منظور محاسبه تغییرات فشار، دما و چگالی از روش حجم سیال اصلاح شده در کد متن‌باز این فوم استفاده شده است. بدین منظور، حلگر اینترفوم تراکمپذیر بهبود داده شده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از مسئله حباب پایدار و مسئله جفت حباب صحت‌سنجی شده است. نتایج نشان می‌دهد عدد بی بعد گاما بیشترین تأثیر را در رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره دارد. در بازه مورد مطالعه عدد بی بعد گاما، با افزایش ۶۰ درصدی آن، بیشینه تنش برشی روی دیواره ۳۷ درصد کاهش و مقدار بیشینه دما مطلق داخل حباب ۱۲ درصد افزایش می‌یابد. همچنین، با افزایش عدد بی بعد گاما، منطقه تأثیر یافته از برخورد جت ناشی از شکست حباب بیشتر می‌شود. به علاوه، پارامتر فشار اولیه حباب، بیشترین تأثیر را روی بیشینه دما داخل حباب دارد. در بازه فشار اولیه داخل حباب در نظر گرفته شده در پژوهش حاضر، با افزایش ۵۰ درصدی فشار اولیه حباب، بیشینه دما حباب ۶ درصد کاهش می‌یابد؛ اما مقادیر دیگر پارامترهای مورد مطالعه از جمله تنش برشی کمتر از یک درصد دستخوش تغییرات خواهد شد.

### ۱- مقدمه

صوت متمرکز با شدت بالا است. این روش نسبت به سایر روش‌های درمان غیرتهاجمی موجود، از جمله فرکانس رادیویی، مایکروویو و لیزر دارای برتری‌هایی مثل درمان تومورهای حجیم‌تر و درمان در زمان کوتاه‌تر است. در این روش امواج مافوق صوت در محل تومور تابانده می‌شوند و با ایجاد حباب و سپس فروپاشی آن‌ها در آن ناحیه باعث می‌شود که دما در ناحیه مورد نظر به سرعت بالا برود. در اثر این افزایش دما بار حرارتی قابل توجهی در اطراف تومور انباشته می‌شود و زمانی که بار حرارتی انباشته شده بیشتر از مقدار آستانه تخریب سلول‌های سرطانی باشد، این سلول‌ها از بین می‌روند [۵]. از دیگر کاربردهای جت ناشی از فروپاشی حباب در زمینه پزشکی می‌توان به سوزاندن چربی‌های زائد بدن [۶] و انتقال دارو و ژن [۷] اشاره کرد. از زمان شناسایی پدیده کاویتاسیون، جوانب مختلف فیزیک این پدیده تشریح شده است و از انرژی آزاد شده ناشی از فروپاشی حباب در کاربردهای مختلف بهره برده شده است. در این پژوهش‌ها از روش‌های عددی و تجربی استفاده شده و رفتار فیزیکی این پدیده از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است [۸]. از آنجا که ابعاد حباب در حدود میکرومتر

پدیده کاویتاسیون و شکست حباب از پدیده‌های مهم در حوزه‌های مختلف صنعتی و پزشکی به شمار می‌رود. این پدیده می‌تواند به دلایل مختلفی از جمله تغییرات فشار [۱] و دما [۲] در درون مایع ایجاد گردد. اگر تغییرات فشار توسط اعمال امواج صوتی درون سیال ایجاد شود، نوعی کاویتاسیون رخ می‌دهد که کاویتاسیون صوتی نامیده می‌شود [۳]. پدیده کاویتاسیون اغلب به‌عنوان یک چالش مضر در صنعت شناخته می‌شود که در رویکردهای جدید سعی شده است از آن به‌عنوان یک پدیده‌ی کاربردی در حل مشکلات مختلف استفاده شود. به‌عنوان یکی از کاربردهای کاویتاسیون می‌توان به دستگاه‌های پاک‌کننده فراصوت اشاره کرد. در سال‌های اخیر تولید حباب و بررسی رشد و فروپاشی آن از طریق امواج صوتی و استفاده از انرژی‌های تولید شده در اثر فروپاشی حباب‌ها در پزشکی به دلیل عوارض غیر مخرب در بافت‌های مجاور و عدم نیاز به جراحی‌های باز، شتاب گرفته است [۴]. به‌عنوان مثال، یکی از روش‌های غیرتهاجمی درمان سرطان، استفاده از امواج مافوق

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: maddahian@modares.ac.ir



است. همچنین، برای شبیه‌سازی سطح مشترک بین دو فاز مایع و گاز از روش حجم سیال استفاده شده است. مطابق نتایج این پژوهش دیواره صلب باعث می‌شود جت ناشی از شکست حباب قطعاً به سمت دیواره حرکت کند. علاوه بر این، با مطالعه نتایج به دست آمده از کارهای تجربی و عددی می‌توان دریافت که علاوه بر نوع و جنس دیواره، عدد بی‌بعد گاما و فشار اولیه حباب نیز پارامترهای مهمی در مطالعه شکست حباب هستند. استرمن و همکاران [۲۹] با تولید حباب با استفاده از یک مبدل پیزوالکتریک در ظرف پر از آب، فیزیک حباب ایجاد شده در اثر امواج مافوق صوت در نزدیکی دیوار جام را بررسی کردند. در این مطالعه عددی، جریان آرام فرض شده و از روش حجم محدود در نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده است. در این تحقیق با تغییر دادن گام‌های زمانی و شبکه‌بندی در نظر گرفته شده برای حل معادلات حاکم، بیشینه پارامترهای فشار، دما و سرعت را در طی فروپاشی حباب بر اساس گام‌های زمانی و شبکه‌بندی مشخص، بیان نموده‌اند. همچنین اثرات عدد بی‌بعد گاما روی فشار، دما و سرعت بیشینه بررسی شده است. مطابق گزارش نویسندگان، برای اعداد گاما کوچک‌تر بیشینه مقدار دما در حباب به دلیل درصد تراکم کمتر گاز داخل حباب، کمتر است و در این شرایط فشار بیشتری در مرز ایجاد می‌شود. در نتیجه، در این حالت نیروی بیشتر روی مرزها اعمال می‌شود و در نهایت توانایی آسیب‌رسانی بیشتر است. بروجان و همکاران [۳۰] به بررسی فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره صلب در شرایط گاما برابر ۰/۹ و ۱/۱ به صورت تجربی و تحلیلی پرداختند. آن‌ها دریافتند که هرچه قدر سایز و ابعاد حباب بزرگ باشد، عمر حباب حاصل کوتاه‌تر خواهد شد و تشکیل جت سریع‌تر اتفاق خواهد افتاد. لو و همکاران [۳۱] به بررسی شکست حباب در گامای بزرگ‌تر از یک پرداختند. مطابق نتایج این پژوهش، در گامای کمتر از ۱/۳ جت حاصل از اولین شکست به صورت مستقیم به دیواره برخورد می‌کند و منجر به ایجاد تخریب در سطح می‌شود. اما در گامای بین ۲/۳۷ و ۱/۳ جت حاصل از شکست دوم بیشترین تخریب را ایجاد می‌کند [۳۲]. لکنر و همکاران به بررسی تأثیر لزجت سیال و عدد بی‌بعد گاما روی شکست و دینامیک حباب پرداختند. برای این کار از کد متن باز این فوم استفاده شده است. بازه‌ای که برای عدد گاما در نظر گرفته شده بین ۰ تا ۳ است. با توجه به نتایج می‌توان گفت که سرعت جت در  $0.7 < \gamma < 0.8$  در حدود ۱۰۰۰ متر بر ثانیه و در  $0.24 < \gamma < 0.3$  در حدود ۱۰۰ متر بر ثانیه است. همچنین با افزایش لزجت سیال، سرعت جت کاهش پیدا می‌کند [۳۳]. لیو و پنگ

است و فرآیند شکست حباب نیز در مرتبه زمانی میکروثانیه رخ می‌دهد، برای مشاهده دقیق دینامیک رشد و فروپاشی حباب به صورت تجربی به وسایل و ابزارهایی با دقت بسیار بالا نیاز است که هزینه‌های بالایی را به همراه دارد، اما در شبیه‌سازی عددی با هزینه اقتصادی کمتر می‌توان جزئیات فرآیند تشکیل و شکست را بررسی کرد. مطالعه فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره به دلیل کاربردهای آن جزء مهم‌ترین شاخه‌های مطالعه پدیده کاویتاسیون است [۹-۱۱]. مطالعات اخیر نشان می‌دهد که در فروپاشی حباب نزدیک دیوار، نوع دیواره نقش اساسی دارد. به همین دلیل مطالعات انجام شده اغلب دینامیک شکست حباب را در شرایط مختلفی از جمله کنار دیواره الاستیک [۱۲-۱۸] و کنار دیواره صلب [۱۹-۲۴] بررسی کرده‌اند. همچنین شکست حباب در کنار سطح آزاد [۲۵، ۲۶] نیز بررسی شده است. آل و همکاران [۲۷] با فرض غیر لزج و تراکم‌ناپذیر بودن جریان و استفاده از روش انتگرال مرزی، دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دامنه وسیعی از مواد زیستی الاستیک را بررسی کردند. آن‌ها بیان کردند که متناسب با نسبت چگالی دو فاز و مدول الاستیسیته دیواره سه نوع رفتار مختلف قابل مشاهده است. مطابق این پژوهش، در نزدیکی مواد زیستی مانند غضروف و استخوان که از سختی بالاتر و نسبت چگالی کمتری نسبت به آب برخوردارند، در اثر فروپاشی حباب یک جت به سمت این مواد تشکیل می‌شود. همچنین برای مواد زیستی از قبیل چربی، پوست، مغز و ماهیچه حباب به دو تکه تقسیم شده و دو جت مجزا به صورت نزدیک و دور شونده از مرز الاستیک تشکیل می‌شود. همچنین برای موادی که دارای سختی پایین هستند و از نسبت چگالی بیشتری نسبت به آب برخوردارند، جت تشکیل شده از سطح الاستیک دور می‌شود. تانگ لی و همکاران [۲۵] با استفاده از حلگر دوفازی تراکم‌پذیر کد متن باز این فوم و استفاده از روش حجم سیال برای شبیه‌سازی سطح مشترک، به بررسی رشد و شکست حباب واقع در نزدیکی سطح آزاد پرداختند. مطابق نتایج این پژوهش، در صورت فروپاشی حباب در نزدیکی سطح آزاد، جت ناشی از شکست به سمت سطح آزاد حرکت می‌کند. همچنین مقدار عدد بی‌بعد گاما نقش مهمی را در پدیده شکست حباب نزدیک سطح آزاد ایفا می‌کند به طوری که با کوچک‌تر شدن این عدد بی‌بعد جت تشکیل شده ناشی از شکست حباب باریک‌تر می‌شود. کوکوونیس و همکاران [۲۸] رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره صلب را باهدف تحلیل تنش برشی و فشار وارد بر دیواره بررسی کردند. در این پژوهش به دلیل کم بودن زمان فروپاشی از انتقال جرم صرف نظر شده

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = \nabla \cdot \tau_\mu - \nabla p + \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (2)$$

که در روابط (۱) و (۲)  $U$  میدان سرعت،  $t$  زمان،  $\rho$  چگالی،  $\alpha$  بیان کننده کسر حجمی فاز مایع،  $p$  فشار،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی و  $\kappa$  انحنا سطح مشترک می باشد. در رابطه (۲) آخرین جمله سمت چپ بیان کننده تنش ویسکوز است.

در روش حجم سیال لازم است تا یک معادله انتقال به طور همزمان در کنار معادلات پیوستگی و ممتوم برای ردیابی سطح مشترک یک معادله انتقال برای تابع نشانگر فاز حل شود. این تابع در واقع بیانگر این است که هر فاز چه درصدی از سلول محاسباتی را تشکیل داده است. در این روش تابع نشانگر فاز یک تابع پله است که به صورت رابطه (۳) تعریف می شود [۳۷].

$$\alpha(x, y, z, t) =$$

$$\begin{cases} 1 & (x, y, z) \text{ in liquid phase} \\ 0 < \alpha < 1 & (x, y, z) \text{ on inter phase} \\ 0 & (x, y, z) \text{ not in liquid phase} \end{cases} \quad (3)$$

که در رابطه (۳)  $\alpha$  بیانگر حجم یک فاز به حجم سلول است و می توان با کمک آن پارامترهای فیزیکی موجود در مسئله که مهم ترین آن ها لزجت و چگالی است را به صورت میانگین وزنی دو سیال بر حسب نسبت فاز بیان کرد:

$$\rho = \rho_l \alpha + (1 - \alpha) \rho_g \quad (4)$$

$$\mu = \mu_l \alpha + (1 - \alpha) \mu_g \quad (5)$$

که در رابطه (۴) و رابطه (۵)،  $\rho$  و  $\mu$  به ترتیب نشانگر چگالی و لزجت سیال و  $l$  و  $g$  به ترتیب نشان دهنده فاز مایع و گاز می باشند. معادله انتقال کسر حجمی فاز مایع به صورت رابطه (۶) نوشته می شود [۳۸].

[۳۴] به بررسی تقویت جت سیال حاصل از شکست حباب در یک گامای ثابت پرداختند. آن ها دریافتند که فشار اولیه حباب نقش مهمی را در دینامیک شکست حباب ایفا می کند به طوری که با افزایش اختلاف فشار بین حباب اولیه و سیال اطراف، می توان سرعت جت را بهبود داد.

بنابراین، با جمع بندی پژوهش های اشاره شده می توان به این نتیجه رسید که در مسئله بررسی دینامیک شکست حباب در نزدیکی دیواره پارامترهای عدد گاما، نوع دیواره و فشار اولیه بیشترین تأثیر را روی پارامترهای جریان دارند. مهم ترین خلأ تحقیقاتی که در زمینه بررسی شکست حباب وجود دارد، مطالعه تأثیر تغییرات همزمان عدد بی بعد گاما و فشار اولیه حباب روی تغییرات دمای حباب، تنش برشی ایجاد شده روی دیواره و سرعت جت ناشی از شکست است؛ بنابراین در این پژوهش با اعمال معادله انرژی در معادلات حاکم بر شکست حباب به بررسی تأثیر عدد بی بعد گاما و فشار اولیه حباب روی پارامترهای جریان در پدیده شکست حباب در نزدیکی دیواره صلب پرداخته شده است تا ضمن پوشش خلأ تحقیقاتی ذکر شده روش جدیدی برای افزایش قدرت جت ناشی از شکست حباب پیشنهاد گردد.

به طور خلاصه می توان نوآوری های کار حاضر را به صورت زیر بیان کرد:  
 ۱- توسعه یک حلگر دوفازی تراکم پذیر با بهبود ناپیوستگی ناشی از ردیابی سطح مشترک  
 ۲- بررسی تأثیر عدد بی بعد گاما ۰/۸ و ۱/۳ روی پارامترهای دما، فشار، تنش برشی و سرعت جت.

۳- بررسی تأثیر فشار اولیه حباب بر انرژی آزاد شده از شکست حباب نزدیک دیوار صلب و پارامترهای سرعت، تنش و دما در یک گامای ثابت

## ۲- معادلات حاکم

برای بررسی پدیده شکست حباب از معادلات بقا جرم و ممتوم، کسر حجمی و انرژی همراه با عبارت تراکم پذیری استفاده می شود که به علت سرعت بالای پدیده شکست حباب می توان از انتقال جرم صرف نظر کرد [۳۵]. همچنین فشار بخار اشباع بسیار کمتر از فشار سیال اطراف و حباب است؛ لذا گاز داخل حباب به صورت غیر قابل تبخیر در نظر گرفته می شود [۳۵، ۳۶]. معادله بقا جرم و ممتوم به صورت روابط (۱) تا (۲) تعریف می شوند.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1)$$

این پژوهش از حالت  $m$  برابر ۲ استفاده شده است. با توجه به اینکه در این پژوهش فاز گاز به صورت تراکم‌پذیر در نظر گرفته شده است و علاوه بر آن از خواص فیزیکی وابسته به دما استفاده شده، لذا هم‌زمان با حل معادلات اصلی نیاز است که معادله انرژی نیز حل شود و دستگاه معادلات به صورت متصل حل می‌شوند. فرم کلی معادله انرژی به صورت رابطه (۱۰) ارائه شده است [۴۱].

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U E) = -\nabla \cdot (Up) - \nabla \cdot q + \nabla \cdot (\tau U) + \rho g \cdot U \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)  $E$  بیانگر انرژی (مجموع انرژی داخلی و جنبشی) کل می‌باشد. دو جمله سمت چپ بیان‌کننده تغییرات انرژی کل می‌باشد و جمله‌های سمت راست نیز به ترتیب بیانگر تأثیر تغییرات فشار، انتقال حرارت هدایتی، تنش برشی و انرژی ممتوم روی دمای فازها می‌باشد. با بسط رابطه (۱۰) می‌توان به معادله انرژی در جریان‌های تراکم‌پذیر (رابطه (۱۱)) دست پیدا کرد [۴۲].

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho T U) \right] \\ & + \left( \frac{\alpha}{C_{p,l}} + \frac{\alpha}{C_{p,g}} \right) \left[ \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k U) \right] = \\ & \left( \frac{\alpha}{C_{p,l}} + \frac{\alpha}{C_{p,g}} \right) \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\tau U) \right] \\ & + \left( \frac{\alpha \beta}{C_{p,l}} + \frac{\alpha \beta}{C_{p,g}} \right) (\nabla^2 T) \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)،  $C_p$  بیانگر ضریب گرمای ویژه در فشار ثابت،  $\beta$  بیانگر ضریب انتقال حرارت هدایتی،  $T$  دما و  $k$  بیانگر انرژی جنبشی است که به صورت محاسبه می‌شود. در جریان‌های تراکم‌پذیر لازم است علاوه بر روابط اشاره شده، روند تغییرات چگالی نیز مدل‌سازی شود که در این مسئله برای فاز گاز داخل حباب، از فرض گاز ایده آل استفاده می‌گردد [۴۳، ۴۴].

$$\frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (U \rho \alpha) = 0 \quad (6)$$

برای حل معادله کسر حجمی مایع نیاز است تا از روش‌های عددی مناسب استفاده شود؛ بنابراین، ابتدا رابطه (۶) به فرم رابطه (۷) بازنویسی می‌شود و سپس با استفاده از روش عددی موردنظر حل می‌شود [۳۵].

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha U) + \nabla \cdot (U_r \alpha (1 - \alpha)) = \\ & \alpha (1 - \alpha) \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{g} - \frac{1}{\rho_l} \frac{d\rho_l}{dt} \right) + \alpha \nabla U \end{aligned} \quad (7)$$

در رابطه (۷)  $U_r$  بیان‌کننده سرعت نسبی دو فاز می‌باشد و آخرین جمله سمت چپ آن موجب تیز شدن سطح مشترک می‌گردد [۳۹]. پس از حل معادله انتقال کسر حجمی، به کمک رابطه (۸)، انحناى سطح مشترک حساب می‌شود. با توجه به اینکه دقت روش حجم سیال به شدت وابسته به دقت ردیابی سطح مشترک است، برای بالا بردن دقت این روش از فیلتر لوفیور استفاده شده است [۴۰]. برای اعمال این فیلتر در رابطه تعیین انحناى سطح مشترک (رابطه (۸)) هنگام استفاده از  $\alpha$  یک مرحله فیلتر مطابق رابطه (۹) اعمال می‌شود.

$$\kappa = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \tilde{\alpha}}{|\nabla \tilde{\alpha}|} \right) \quad (8)$$

$$\tilde{\alpha}_P = \frac{\sum_{f=1}^n \alpha_f S_f}{\sum_{f=1}^n S_f} \quad (9)$$

به طوری که  $\tilde{\alpha}$  کسر حجمی فیلتر شده فاز مایع،  $S_f$  مساحت سطح سلول و اندیس  $p$  و  $f$  نشانگر سلول و سطح می‌باشند؛ بنابراین،  $\alpha_f$  در مرکز صفحه با استفاده از یک تقریب چندجمله‌ای خطی تعیین می‌شود. این فیلتر قابلیت تکرار  $m$  بار را برای افزایش هر چه بیشتر ردیابی سطح مشترک دارد. در

حالت گاز ایده‌آل انجام می‌شود. پس از محاسبه چگالی برای یک گام زمانی مشخص معادله انتقال کسر حجمی، ممتوم و دما با توجه به مقادیر اولیه داده‌شده به دامنه محاسباتی حل می‌شود. در مرحله بعد تصحیح خواص فیزیکی صورت می‌گیرد. در ادامه حلگر وارد حل معادله فشار با استفاده از حلگر پیرو می‌شود؛ در این مرحله تکرار تصحیح فشار و سرعت تا رسیدن به همگرایی ادامه یافته و مقادیر سرعت و فشار محاسبه‌شده به حلقه بیرونی حلگر پیرو ارسال می‌شود تا تصحیح سرعت و فشار در حلقه بیرونی با استفاده از تکرار حل معادلات ذکر شده انجام شود. با رسیدن به همگرایی در انتهای گام زمانی موردنظر، مراحل ذکر شده برای تمامی گام‌های زمانی تا رسیدن به زمان پایانی شبیه‌سازی ادامه می‌یابد.

#### ۴- تعریف مسئله

در این پژوهش به شبیه‌سازی شکست حباب در نزدیکی دیواره صلب پرداخته می‌شود. هندسه شبیه‌سازی مطابق شکل ۲ نمای دوبعدی یک قطاع ۵ درجه‌ای از یک استوانه به شعاع ۵۰ میلی‌متر و ارتفاع ۵۰ میلی‌متر است. در شکل ۲ ابعاد، شرایط مرزی و نحوه شبکه‌بندی مسئله موردنظر نیز نشان داده شده است. یک ناحیه مستطیلی با طول ۲ میلی‌متر و عرض ۲/۵ میلی‌متر به‌عنوان محل اولیه حباب در نظر گرفته شده است. خواص اولیه فیزیکی استفاده‌شده برای فاز گاز و مایع در جدول ۱ آورده شده است.

#### ۵- صحت سنجی

##### ۵-۱- صحت سنجی حباب پایدار

به‌منظور صحت‌سنجی حلگر اینترفوم تراکم‌پذیر توسعه داده‌شده در این قسمت به شبیه‌سازی مسئله حباب پایدار و مقایسه نتایج با پژوهش [۴۸] پرداخته می‌شود. به‌طور کلی هرگاه میکرو حباب در محیط بی‌نهایت قرار گرفته و دارای فشار اولیه باشد، به دلیل وجود تقارن، شعاع حباب نوسان ممتد خواهد داشت و حباب دچار شکست نخواهد شد [۴۹]. هندسه شبیه‌سازی مطابق شکل ۳ (الف) شامل یک نیم‌دایره دوبعدی و متقارن با شروط مرزی نشان داده‌شده می‌باشد. به‌منظور شبکه‌بندی هندسه موردنظر مطابق شکل ۳ (ب) هندسه به چهار بخش کلی تقسیم‌بندی شده و مطابق جدول ۲ با استفاده از ۵۰۹۰۰۰ شبکه محاسباتی، شبکه‌بندی شده است. خواص فیزیکی استفاده‌شده برای فاز گاز (حباب با شعاع ۷۴۷ میکرومتر) و مایع در جدول ۱ آورده شده است. همچنین به‌منظور صحت سنجی فشار اولیه حباب و مایع اطراف به ترتیب ۱۰ و ۱۰۱۳۲۵ پاسکال در نظر گرفته شده است. شعاع اولیه حباب نیز ۷۴۷ میکرومتر در نظر گرفته شده است.

جمله تراکم‌پذیری ( $\psi$ ) [۳۵] برای فاز گاز به‌صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌گردد:

$$\psi_g = \frac{d\rho}{dp} = \frac{d}{dp} \left( \frac{p}{R T} \right) = \frac{1}{R T} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)،  $R_g = 284/75$  (J/kg.k) می‌باشد [۴۵]. برای بررسی تغییرات چگالی فاز مایع، از معادله حالت تامان استفاده می‌شود [۴۶]. جمله تراکم‌پذیری در فاز مایع نیز برابر است با:

$$\psi_l = \frac{d\rho}{dp} = \frac{d}{dp} \left( \frac{p+p_c}{K_c (T+T_c)} \right) = \frac{1}{K_c (T+T_c)} \quad (13)$$

که در رابطه (۱۳)، ضرایب  $K_c = 472/27$  (J/kg.k) و  $T_c = 3837$  MPa و  $P_c = 1944/61$  می‌باشد [۴۷]. همچنین برای محاسبه تنش برشی روی دیواره در این پژوهش از رابطه (۱۴) استفاده شده است.

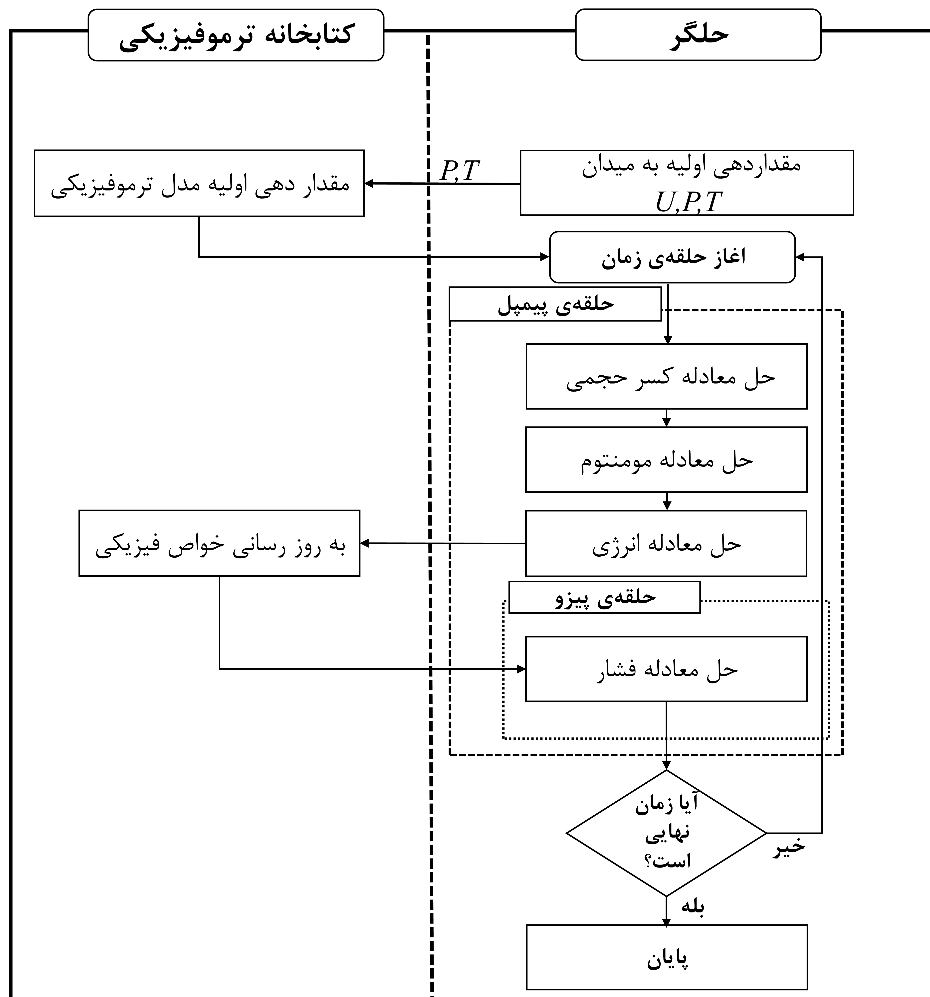
$$\tau_{x,y} = \mu_f \frac{\partial u}{\partial y} \quad (14)$$

که در آن  $\tau_{x,y}$  معرف تنش برشی روی دیواره و  $\mu_f$  معرف ویسکوزیته فاز مایع است.

#### ۳- روش عددی

با توجه به معادلات حاکم بر مسئله موردنظر لازم است با استفاده از حلگر مناسب ارتباط بین معادلات برقرار شده و در هر گام زمانی معادلات در کل دامنه محاسباتی حل شوند. حلگر استفاده‌شده در این پژوهش حلگر اینترفوم تراکم‌پذیر در کد متن‌باز اوپن‌فوم نسخه گسترش داده‌شده ۴/۱ است. شکل ۱ الگوریتم کلی حلگر اینترفوم تراکم‌پذیر استفاده‌شده در پژوهش حاضر را نشان می‌دهد، همان‌طور که مشاهده می‌شود ابتدا مقداردهی اولیه به‌تمامی سلول‌های انجام‌شده و سپس مقادیر فشار و دما به کتابخانه ترموفیزیکی ارسال می‌شود و محاسبه چگالی از معادله حالت تامان و معادله



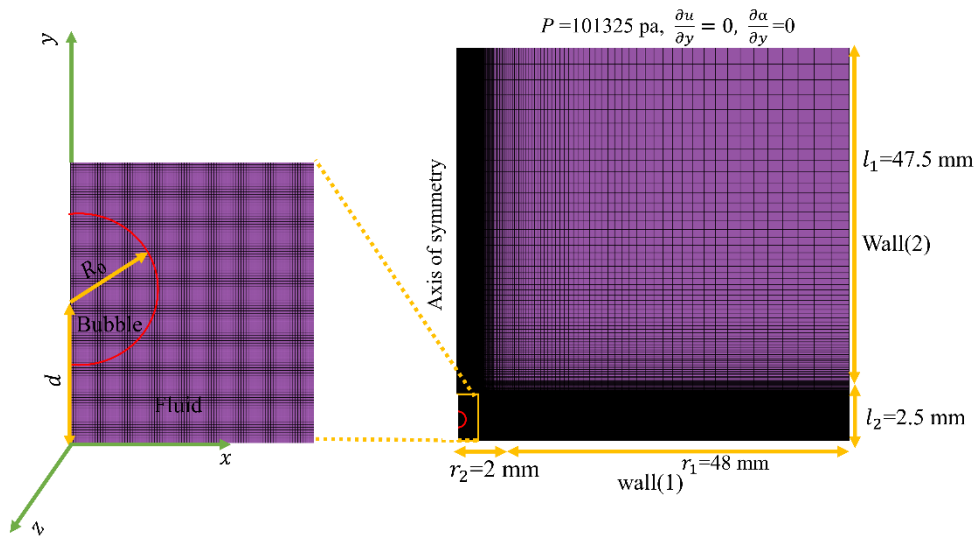


شکل ۱. الگوریتم حلگر اینترفوم تراکم‌پذیر استفاده‌شده در پژوهش حاضر

Fig. 1. Compressible interfoam solver algorithm used in this research.

۵-۲- صحت سنجی تشکیل جت با استفاده از مسئله جفت حباب به‌منظور صحت سنجی تسخیر سطح مشترک و تشکیل جت ناشی از فروپاشی حباب، در این قسمت به شبیه‌سازی و صحت سنجی مسئله جفت حباب با هندسه و شرایط مرزی نشان داده‌شده در شکل ۵ پرداخته‌شده است. هندسه موردنظر یک استوانه با شعاع ۵۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۰۰ میلی‌متر است که به‌صورت متقارن محوری شبیه‌سازی شده است. به‌منظور شبکه‌بندی هندسه موردنظر هندسه به دو بخش کلی تقسیم‌شده است و تعداد کل شبکه‌های در نظر گرفته‌شده برای شبیه‌سازی ۲۲۰۰۰۰۰۰ شبکه می‌باشد.

شکل ۴ مقایسه روند تغییرات شعاع حباب برحسب زمان در پژوهش حاضر و نتایج تجربی رونینگر و همکاران [۴۸] را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۴ بعد از پایان مرحله رشد، فشار اطراف حباب از فشار داخلی آن بیشتر شده و حباب وارد مرحله کاهش حجم می‌گردد. با کاهش دوباره شعاع و افزایش فشار داخلی حباب، مرحله رشد شعاع دوباره شروع می‌شود و این روند ادامه خواهد داشت. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از حلگر توسعه داده‌شده با در نظر گرفتن معادلات حالت ذکرشده به‌خوبی با نتایج تجربی [۴۸] مطابقت دارد و بیشینه خطای مشاهده‌شده کمتر از ۲ درصد است.



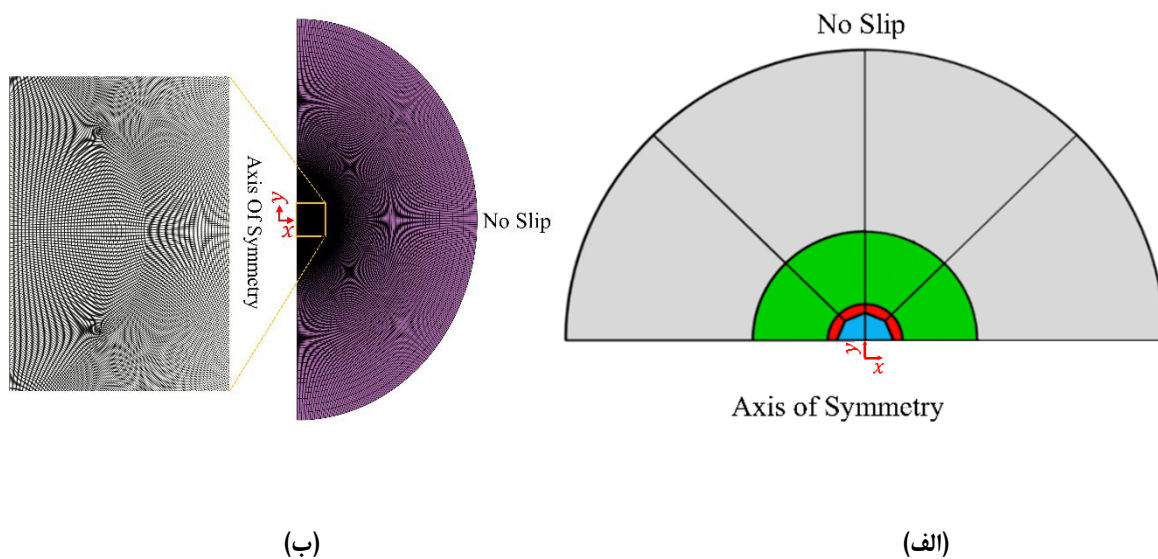
شکل ۲. هندسه مورد استفاده در شکست تک حباب نزدیک دیواره صلب

Fig. 2. Geometry used in single bubble collapse near a rigid wall.

جدول ۱. خواص مورد استفاده برای گاز ایده آل در مسئله شکست تک حباب

Table 1. Properties utilized for the ideal gas in the single bubble collapse problem.

پارامتر	گاز ایده آل	مابع تامان
چگالی (kg.m <sup>3</sup> )	۱/۰	۹۹۸/۲
لزجت (Pa.s)	۰/۰۰۰۰۱۶	۰/۰۰۰۰۹۹
ضریب گرمای ویژه (J/kg.K)	۱۰۰۰	۴۲۲۰
ضریب انتقال حرارت هدایتی (W/m.K)	۰/۰۲۶	۰/۶۷۷
دمای اولیه (K)	۲۹۳/۱۵	۲۹۳/۱۵
کشش سطحی (kg/s <sup>2</sup> )		۰/۰۷۲۵
ثابت گاز (J/mol.kg)		۲۸۷



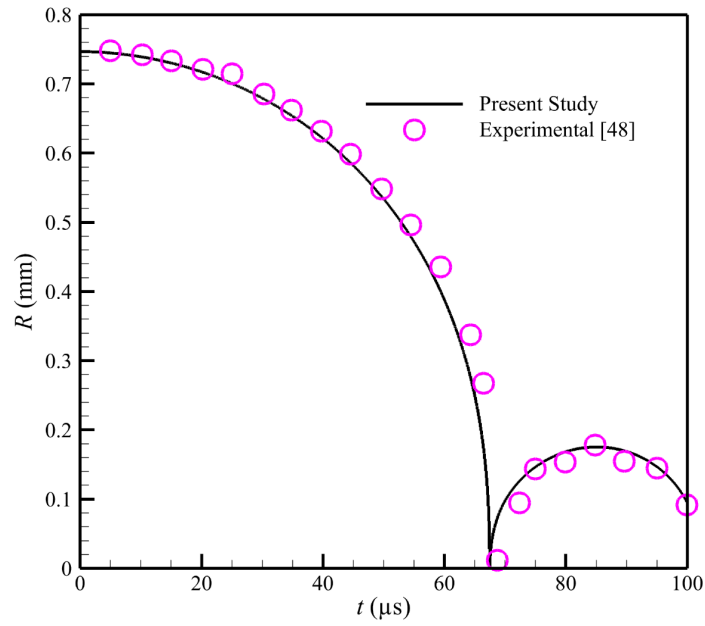
شکل ۳. الف) شماتیک و شرایط مرزی هندسه مورد نظر برای شبیه سازی مسئله تک حباب ب) شماتیک کلی شبکه بندی در نظر گرفته شده برای هندسه مورد نظر برای شبیه سازی مسئله تک حباب [۴۸]

Fig. 3. a) Schematic and boundary conditions of the desired geometry for simulating the single bubble problem. b) General schematic of the mesh considered for the desired geometry for simulating the single bubble problem[48].

جدول ۲. جزئیات شبکه بندی هندسه مسئله صحت سنجی حباب پایدار

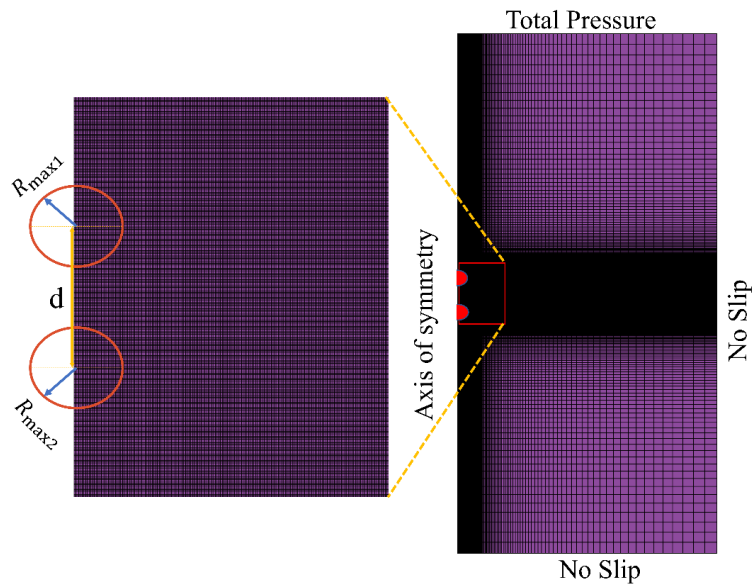
Table 2. Details of the geometry meshing for the stable bubble validation problem.

ابعاد بزرگ ترین شبکه (میکرومتر)	ابعاد کوچک ترین شبکه (میکرومتر)	شعاع نیم دایره (میکرومتر)	ناحیه (رنگ)
۰/۵	۰/۵	۲۷	آبی
۱	۰/۵	۳۰	قرمز
۳۰	۱	۷۴۷	سبز
۳۰۰	۳۰	۷۰۰۰	خاکستری



شکل ۴. مقایسه روند تغییرات شعاع حباب بین نتایج شبیه‌سازی حاضر و نتایج پژوهش رونینگر [۴۸]

Fig. 4. A comparison between the bubble radius changes in the present simulation and Ronniger's research results[48].



شکل ۵. شماتیک، شبکه‌بندی و شرایط مرزی هندسه موردنظر برای شبیه‌سازی مسئله جفت حباب

Fig. 5. Schematic, meshing, and boundary conditions of the desired geometry for simulating the bubble pair problem.

جدول ۳. خواص فیزیکی مایع تامان در مسئله شکست جفت حباب

Table 3. Physical properties of Taman liquid in the bubble pair collapse problem.

مقدار	پارامتر
۹۹۸/۲	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )
۳۸۳۷	ضریب Tc
۴۷۲/۲۷	ضریب kc
۱۹۴۴۶۱۰۰	ضریب Pc
۰/۰۰۱	لزجت (Pa.s)
۴۲۲۰	ضریب گرمای ویژه (J/kg.K)
۰/۶۷۷	ضریب انتقال حرارت هدایتی (W/m.K)
۱۰۱۳۲۵	فشار اولیه مایع اطراف (Pa)
۲۹۳/۱۵	دمای اولیه مایع اطراف (K)

جدول ۴. خواص فیزیکی گاز ایده آل در مسئله شکست جفت حباب

Table 4. Physical properties of ideal gas in the bubble pair collapse problem.

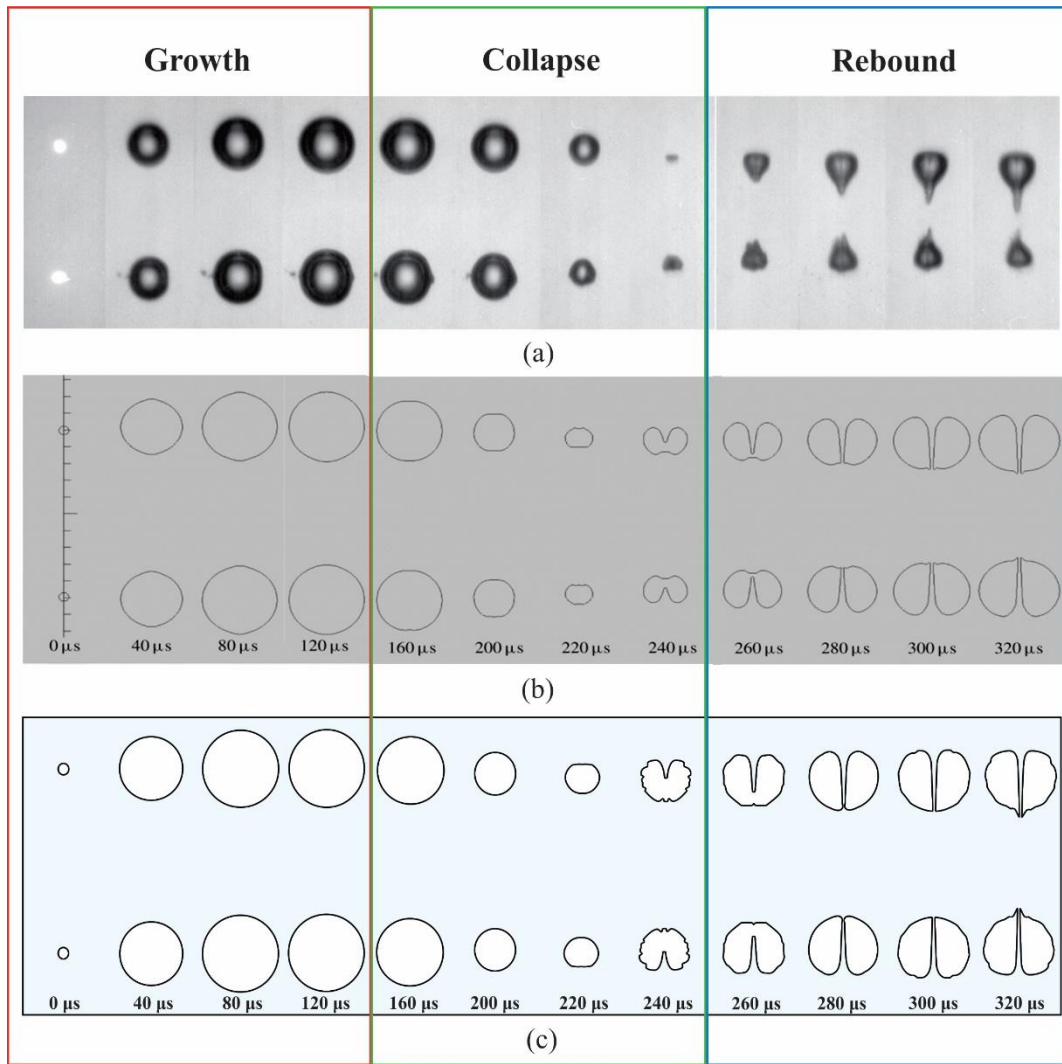
مقدار	پارامتر
۱/۰	چگالی (kg.m <sup>3</sup> )
۲۸۷	ثابت گاز (J/mol.kg)
۰/۰۰۰۰۱۵۸۹	لزجت (Pa.s)
۱۰۰۰	ضریب گرمای ویژه (J/kg.K)
۰/۰۲۶	ضریب انتقال حرارت هدایتی (W/m.K)
۰/۰۷۲۵	کشش سطحی (kg/s <sup>2</sup> )
۰/۰۰۰۱۴	شعاع اولیه (m)
۱۰۰۰۰۰۰	فشار اولیه داخل حباب (Pa)
۵۹۳/۱۵	دمای اولیه داخل حباب (K)

که در آن  $R_{max}$  بیشینه شعاع حبابها و  $d$  فاصله مراکز حبابها را نشان می‌دهد. در شبیه‌سازی موردنظر  $\gamma=2$  و  $\xi=1$  در نظر گرفته شده است. همچنین، در شبیه‌سازی حاضر معادله حالت و معادله حالت گاز ایده آل است و خواص فیزیکی آن‌ها به ترتیب در جدول ۳ و ۴ ذکر شده است.

شکل ۶ مقایسه تغییر شکل جفت حباب برحسب زمان بین پژوهش حاضر و پژوهش عددی-تجربی [۵۰] را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۶ (الف) در پژوهش تجربی هان و همکاران [۵۰] حباب بعد از شکست

در مسئله جفت حباب، به‌منظور تعیین فاصله جفت حباب از یکدیگر، از دو عدد بی‌بعد  $\gamma$  و  $\xi$  که به‌صورت رابطه ۱۵ تعریف می‌شوند، استفاده می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{d}{R_{\max 1} + R_{\max 2}} \\ \xi = \frac{R_{\max 2}}{R_{\max 1}} \end{array} \right. \quad (15)$$



شکل ۶. مقایسه تغییر شکل جفت حباب برحسب زمان بین الف) پژوهش تجربی هان و همکاران [۵۰]، ب) پژوهش عددی هان و همکاران [۵۰]، ج) پژوهش حاضر

Fig. 6. A comparison of the deformation of the bubble pair over time in a) Han, B., et al.'s experimental research[50] , b) Han, B., et al.'s numerical research[50] , and c) the current research.

میلی‌متر رشد کرده است. لذا، خطاهای برآورده شده برای پژوهش حاضر و کار عددی هان و همکاران به ترتیب ۳ و ۱۶ درصد است. در نتیجه، حلگر توسعه داده شده از دقت مناسب در نمایش سطح مشترک برخوردار است.

#### ۶- بررسی استقلال از شبکه

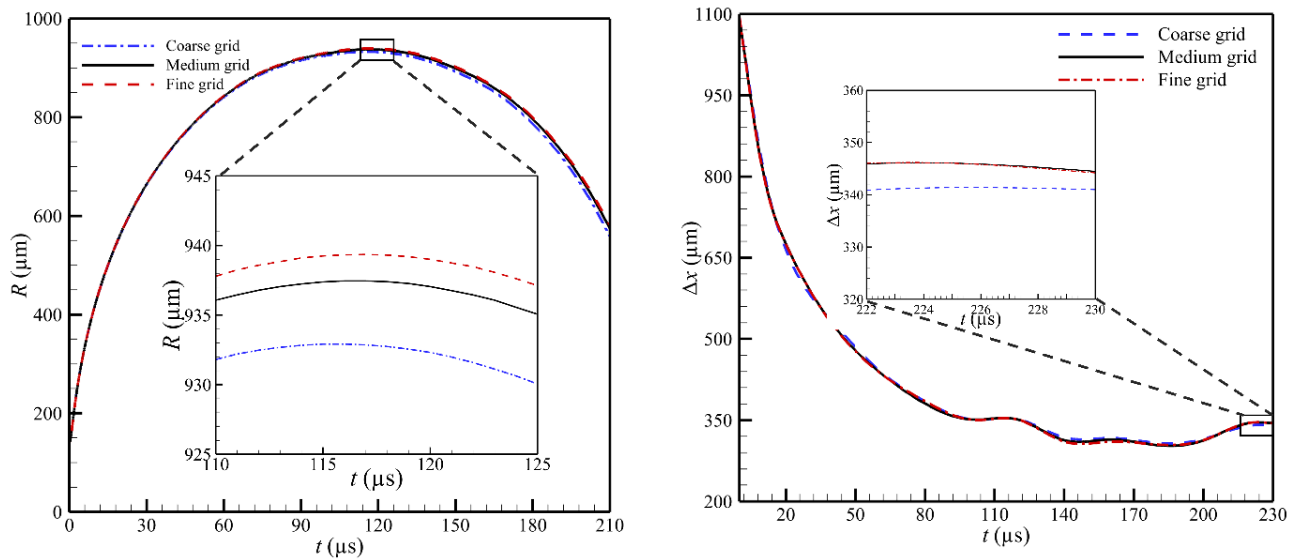
به منظور بررسی استقلال حل از شبکه، از مسئله شکست تک حباب نزدیک دیواره صلب استفاده شده است. شرایط اولیه در این مسئله تنها در پارامترهای ذکر شده در جدول ۵ با مقادیر ذکر شده در جدول ۱ یک تفاوت دارد. شرایط مرزی و نحوه شبکه بندی مسئله مطابق شکل ۲ در نظر

اول به دو قسمت دایره‌ای شکل که در دنباله هرکدام کشیدگی وجود دارد تقسیم شده است؛ اما در پژوهش عددی هان و همکاران [۵۰] (شکل ۶ ب)) بعد از شکست اول حباب به دو تیکه دایره‌ای شکل و فاقد هرگونه کشیدگی در دنباله تکه حباب‌ها تبدیل شده است. مطابق شکل ۶ ج) نتایج حاصل از پژوهش حاضر به خوبی کشیدگی‌های ایجاد شده در دنباله تکه حباب‌ها بعد از شکست اول را نمایش می‌دهد و به نتایج تجربی هان و همکاران [۵۰] نزدیک‌تر است. علاوه بر این در پژوهش تجربی هان و همکاران [۵۰]، بیشینه شعاع هر حباب ۰/۹ میلی‌متر است؛ اما در پژوهش حاضر و کار عددی هان و همکاران [۵۰] حباب به ترتیب تا شعاع ۰/۹۳ میلی‌متر و ۱/۰۴

جدول ۵. خواص مورد استفاده در مسئله شکست تک حباب نزدیک دیواره صلب

Table 5. Properties utilized in the single bubble collapse problem near a rigid wall.

پارامتر	گاز داخل حباب	مایع اطراف
p (Pa)	۱۰۷	۱۰۱۳۲۵
$\sigma$ (N/m)		۰/۰۷
R0(m)		۰/۰۰۰۱۴



شکل ۷. الف) تغییرات شعاع ب) تغییرات ضخامت لایه مایع برحسب زمان در سه شبکه مختلف به منظور بررسی استقلال از شبکه

Fig. 7. a) Changes in radius over time in three different meshes b) Changes in liquid layer thickness over time in three different meshes for grid independence test.

گرفته شده است. در ابتدای شبیه سازی حباب در ناحیه مستطیلی با طول ۲/۵ میلی متر و عرض ۲ میلی متر قرار گرفته و شبکه بندی این ناحیه کاملاً یکنواخت است. کوچک ترین سلول ها که مبنای استقلال از شبکه بندی نیز هستند در این ناحیه مستطیلی قرار دارند. این مسئله با استفاده از سه نوع شبکه مختلف که کوچک ترین سلول آن ها به ترتیب، ۳/۷ میکرومتر (تعداد کل ۸۶۵۳۸۴)، ۳ میکرومتر (تعداد کل ۱۲۳۵۱۰۱) و ۲/۴ میکرومتر (تعداد کل ۲۰۹۰۰۰۰)، است، با استفاده از حلگر مورد نظر شبیه سازی شده است. برای بررسی بهتر کیفیت شبکه، روند تغییرات شعاع حباب برحسب زمان در شبکه های مورد نظر در شکل ۷ ارائه شده است. همان طور که مشاهده می شود تفاوت اندازه بیشینه شعاع در دو شبکه درشت و متوسط با شبکه

ریز به ترتیب ۰/۷ و ۰/۲ درصد می باشد. به دلیل اینکه در این پژوهش تمرکز زیادی روی ضخامت لایه مایع موجود بین حباب و دیواره وجود دارد، در شکل ۷ ب) تغییرات ضخامت لایه مایع موجود بین حباب و دیواره برحسب زمان به ازای سه شبکه انتخاب شده رسم شده است. همان طور که مشاهده می شود، تغییرات ضخامت لایه مایع به ازای تغییر تعداد شبکه از ۱۲۳۵۱۰۱ سلول به ۲۰۹۰۰۰۰ سلول کاملاً ناچیز است. لذا، با در نظر گرفتن کوچک ترین سلول به اندازه ی ۳ میکرومتر و تعداد کل سلول های هندسه برابر با ۱۲۳۵۱۰۱ سلول، شبکه بهینه ایجاد می گردد. در نتیجه، در این پژوهش از این شبکه استفاده شده است. همچنین، روش شاخص همگرایی شبکه که توسط کلیک و همکاران [۵۱] ارائه شده است نیز به منظور اطمینان

کوچک‌تر از ۱) و ۱/۳ (به‌عنوان نماینده اعداد گاما بزرگ‌تر از ۱) پرداخته شده است. شکل ۸ و شکل ۹ کانتور سرعت و فشار مراحل مختلف شکست را برای این دو عدد گاما نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به دلیل گردایان فشار اولیه بین فاز مایع و فاز گاز و در نتیجه انرژی تزریق شده به سطح مشترک در شروع شبیه‌سازی، حباب شروع به رشد می‌کند و پس از ۱۲۰ میکروثانیه، انرژی اولیه در اثر نیروی کشش سطحی مضمحل می‌شود. در اینجا، مرحله افزایش شعاع حباب به پایان می‌رسد. از آنجا که در شرایط گاما ۱/۳ فاصله حباب از دیواره بیشتر است، مطابق شکل ۸، برخلاف حالت گاما ۰/۸، سطح مشترک نزدیک دیواره همچنان انحنای خود را حفظ کرده و تأثیر کمتری از دیواره گرفته است.

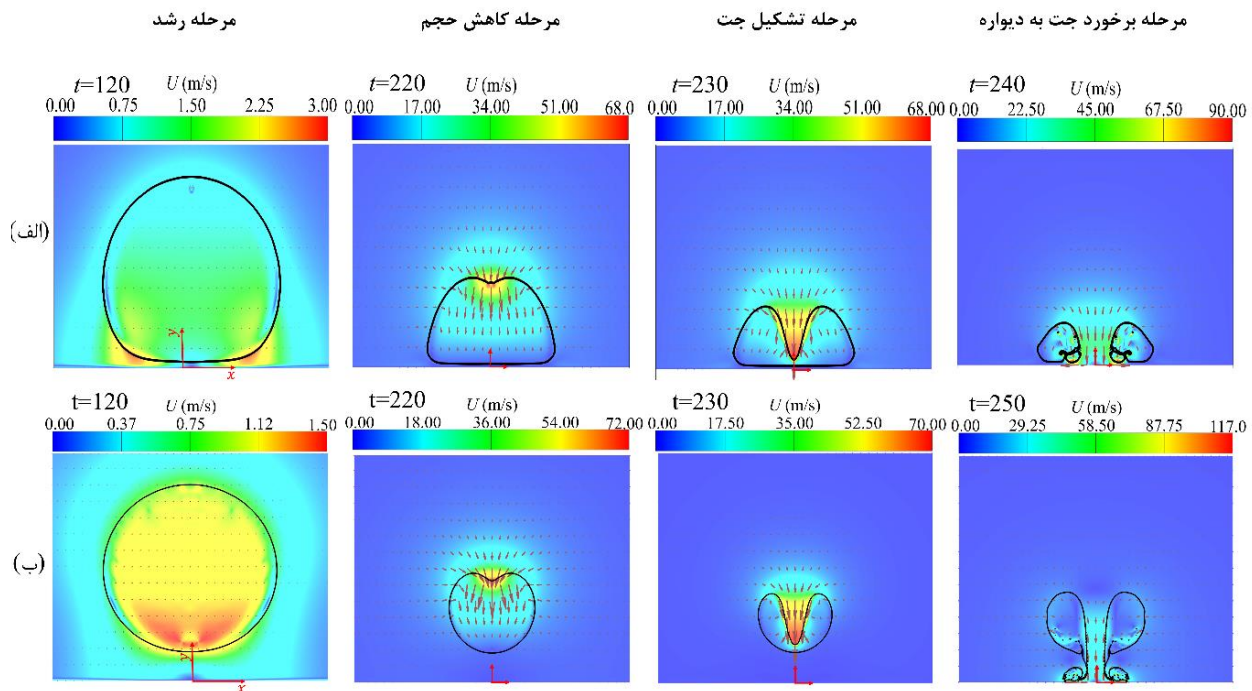
پس از پایان مرحله رشد، در هر دو حالت مطابق شکل ۹، فشار داخل حباب کمتر از فشار اطراف حباب است. بنابراین، حباب وارد مرحله کاهش حجم می‌گردد. از آنجا که در پایان مرحله رشد در زمان ۱۲۰ میکروثانیه، مطابق کانتور سرعت گزارش شده در شکل ۸ سرعت در داخل حباب بیشتر از سرعت در بیرون حباب است، مطابق معادله برنولی، فشار در بیرون

مورد استفاده قرار گرفت. در نتیجه‌ی استفاده از این روش، بیشترین مقدار روش شاخص همگرایی شبکه برای سرعت به دست می‌آید و عدم قطعیتی نزدیک به ۰/۱۴ درصد دارد. بنابراین، با توجه به روش شاخص همگرایی شبکه، شبکه با تعداد سلول ۱۲۳۵۱۰۱ هم از لحاظ هزینه و هم از لحاظ کیفیت می‌تواند انتخاب مناسبی باشد.

## ۷- نتایج

### ۷-۱- مطالعه تأثیر عدد گاما روی فیزیک شکست حباب

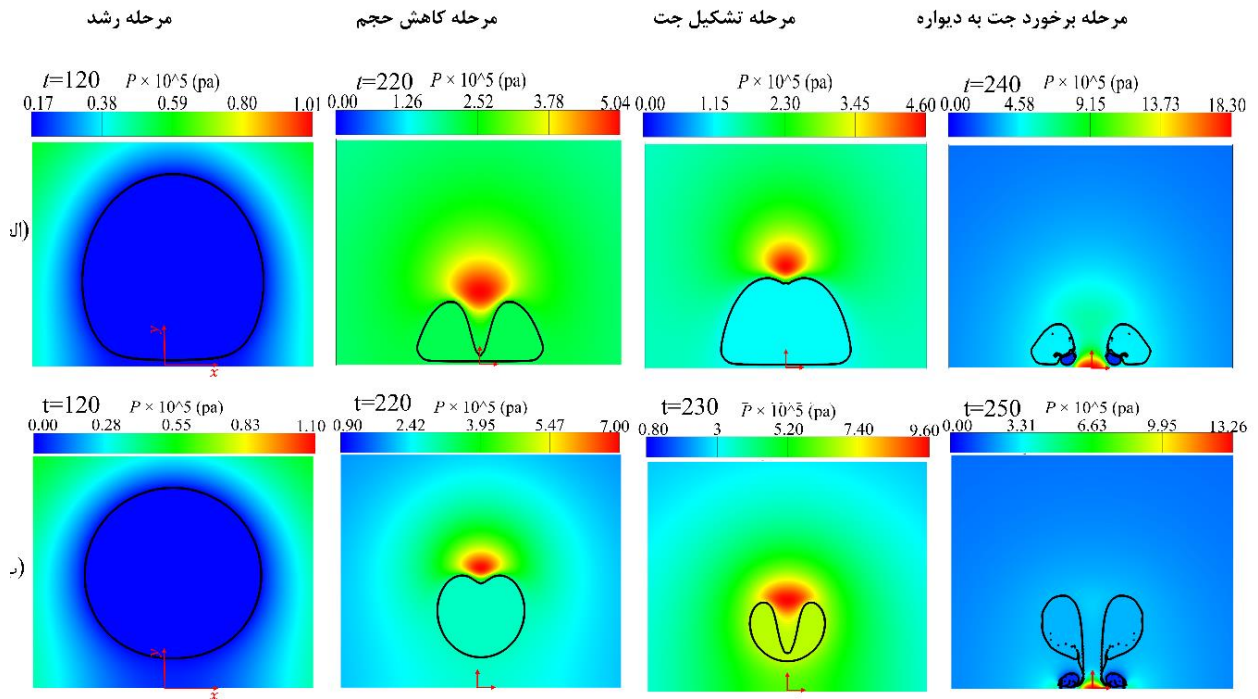
همان‌طور که اشاره شد، عدد بی‌بعد گاما یکی از پارامترهای تأثیرگذار بر فرآیند شکست حباب می‌باشد. این عدد بی‌بعد به صورت  $\gamma = d/R$  تعریف می‌شود ( $d$  نشان‌دهنده‌ی فاصله‌ی مرکز حباب تا سطح صلب و  $R$  مقدار بیشینه شعاع حباب است). همچنین، مطالعه تأثیر فشار اولیه حباب بر فیزیک شکست نیز از خال‌های تحقیقاتی مسئله مورد نظر است. بدین منظور در این مطالعه به شبیه‌سازی شکست تک حباب در کنار دیوار صلب به ازای فشارهای اولیه مختلف و دو عدد گاما ۰/۸ (به‌عنوان نماینده اعداد گاما



شکل ۸. کانتور سرعت و روند تغییر شکل حباب در شرایط الف) گاما برابر ۰/۸، ب) گاما برابر ۱/۳

Fig. 8. Velocity contour and the process of bubble shape change under the conditions of a) gamma equal to 0.8, b) gamma equal to 1.3.





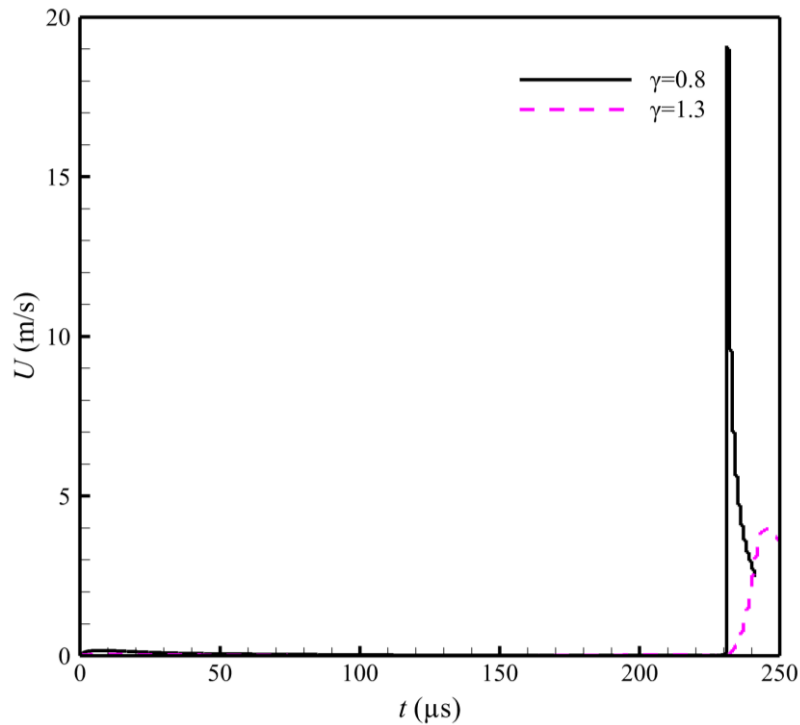
شکل ۹. کانتور فشار و روند تغییر شکل حباب در شرایط الف) گاما برابر ۰/۸ و ب) گاما برابر ۱/۳

Fig. 9. Pressure contour and the process of bubble shape change under the conditions of a) gamma equal to 0.8, b) gamma equal to 1.3.

به حالت گاما ۰/۸ سرعت جت ناشی از شکست در این حالت مطابق شکل ۸ بیشتر است. همچنین مطابق شکل ۹ در حالت گاما برابر ۱/۳ در لحظه ۲۴۰ میکروثانیه و با اختلاف ۱۰ میکروثانیه نسبت به حالت گاما برابر ۰/۸، ناحیه پرفشار شکل گرفته در مراحل قبل با مقدار ۱۴۷۰ کیلو پاسکال در جهت محور تقارن حباب حرکت کرده و به دیواره رسیده است. این مقدار فشار کمتر از مقدار فشار ایجاد شده روی دیواره با مقدار ۲۳۰۰ کیلو پاسکال در حالت گاما برابر ۰/۸ است. رسیدن فشار به دیواره در گاما ۱/۳ نشان دهنده اضمحلال بیشتر فشار در مسیر رسیدن به دیواره در این حالت است.

به منظور بررسی دقیق تأثیر رشد و فروپاشی حباب به ازای مقادیر مختلف گاما روی دیواره، یک پراب در مختصات (۰، ۰) روی دیواره قرار داده شده است. در شکل ۱۰ مقایسه تغییرات پارامتر سرعت برحسب زمان به ازای گاما ۱/۳ و ۰/۸ از ابتدای شبیه سازی تا انتهای شکست حباب در این پراب نشان داده شده است. در پراب مورد نظر یک مقدار بیشینه سرعت به ازای هردو عدد گاما وجود دارد. این مقدار بیشینه مربوط به لحظه رسیدن جت به

حباب بیشتر خواهد بود. همچنین مطابق شکل ۹، در حالت گاما ۱/۳ فشار ایجاد شده در بیرون حباب ۴ کیلو پاسکال نسبت به حالت گاما ۰/۸ بیشتر است که باعث می شود در این حالت حباب بیشتر متراکم شود. در زمان ۲۲۰ میکروثانیه به ازای هردو عدد گاما مورد بررسی، مطابق شکل ۹، ناحیه پرفشار در بالادست حباب و روی خط مرکزی حباب متمرکز می شود. مقدار فشار در این منطقه در حالت گاما برابر ۱/۳ برابر با ۷۰۰ کیلو پاسکال است؛ در صورتی که در حالت گاما برابر ۰/۸، مقدار فشار در بالادست حباب برابر با ۴۶۲ کیلو پاسکال است؛ بنابراین، می توان نتیجه گرفت که با افزایش عدد بی بعد گاما مقدار فشار ایجاد شده در بالادست حباب در مرحله شروع دو تکه شدن حباب و تشکیل جت بیشتر می شود. به ازای هردو عدد گاما ذکر شده در لحظه ۲۳۰ میکروثانیه فاز مایع به سمت دیواره سرعت گرفته و جت ناشی از شکست حباب شکل می گیرد. در ادامه جت ناشی از شکست حباب، حباب را به دو تکه تقسیم کرده و به سمت دیواره حرکت می کند. لازم به ذکر است، به دلیل ایجاد ناحیه پرفشارتر در بالادست حباب در حالت گاما ۱/۳ نسبت



شکل ۱۰. مقایسه روند تغییرات سرعت برحسب زمان در مختصات (۰، ۰، ۰) در دو عدد گاما برابر ۱/۳ و ۰/۸

Fig. 10. Comparison of the velocity changes over time at coordinates (0, 0, 0) for two gamma values, 0.8 and 1.3.

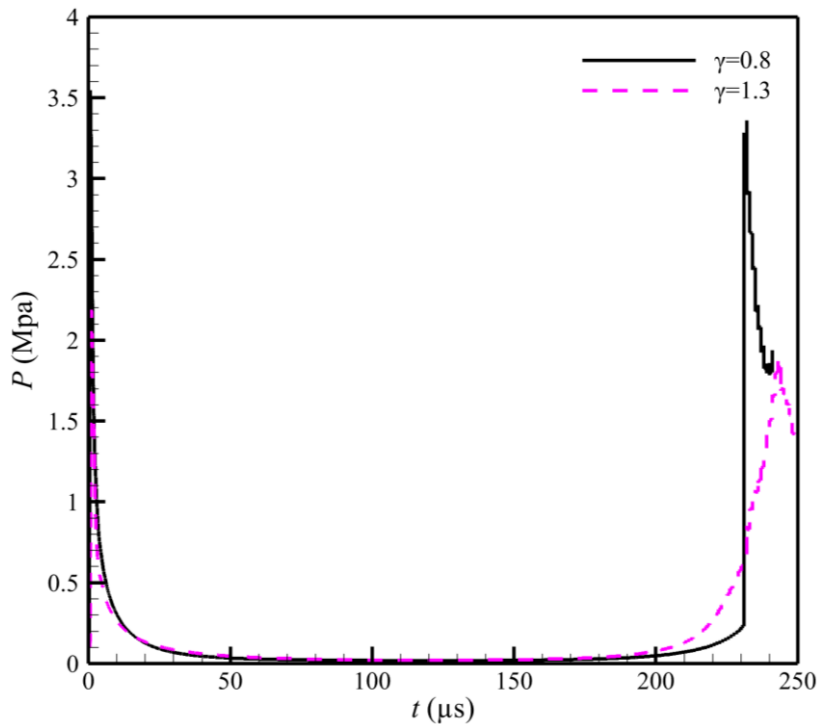
دیواره می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، زمان رسیدن جت به دیواره برای حالت گاما ۰/۸ و حالت گاما ۱/۳ به ترتیب ۲۳۵ میکروثانیه و ۲۴۸ میکروثانیه است؛ بنابراین با افزایش عدد گاما زمان لازم برای رسیدن جت به دیواره افزایش می‌یابد. همچنین مطابق شکل ۱۱، به ازای دو مقدار گاما دو مقدار بیشینه‌ی فشار در پراب موردنظر مشاهده می‌شود. اولین بیشینه فشار مربوط به مرحله رشد حباب است. به دلیل بیشتر بودن فشار اولیه حباب نسبت به مایع، حباب به‌صورت ناگهانی وارد مرحله رشد می‌شود و موج شوکی را به‌صورت کروی در محیط منتشر می‌کند. با برخورد موج به دیواره، مقدار بیشینه اول در نمودار فشار رخ می‌دهد. دومین بیشینه فشار مربوط به لحظه رسیدن جت به دیواره است. مقادیر بیشینه فشار در دو لحظه ذکرشده در شرایط گاما برابر ۰/۸ بیشتر است. علت این موضوع، ضخامت بیشتر لایه سیال بین حباب و دیواره در حالت گاما برابر ۱/۳ و در نتیجه اضمحلال بیشتر فشار در این حالت می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت، در حالت گاما برابر ۱/۳، منطقه پرفشار در بالادست حباب و جت ناشی از شکست آن در راه

رسیدن به دیواره انرژی بیشتری را ازدست‌داده است. لذا، اگرچه در گاماهای بزرگ‌تر نواحی پرفشار بالادست حباب و جت ناشی از شکست حباب قوی‌تر هستند؛ اما، اضمحلال ناشی از لایه سیال بین حباب و دیواره باعث می‌شود استفاده از گاماهای کوچک‌تر در مسائلی که هدف آسیب رساندن به دیواره است، کارآمدتر باشد.

در ادامه به بررسی تأثیر عدد بی‌بعد گاما روی پارامترهای اساسی مسئله شکست حباب از قبیل، فشار بیشینه حباب، تنش برشی ایجادشده روی دیواره و دما بیشینه حباب پرداخته‌شده است.

#### ۷-۲- مطالعه تأثیر عدد گاما روی فشار حباب

فشار داخل حباب بیانگر پتانسیل حباب برای افزایش حجم و در نتیجه فروپاشی آن است؛ لذا مطالعه تأثیر عدد بدون بعد گاما بر فشار حباب از اهمیت بالایی برخوردار است. در شکل ۱۲ (الف) تغییرات فشار حباب برحسب زمان در شرایط گاما ۰/۸ و گاما ۱/۳ نشان داده‌شده است. همان‌طور

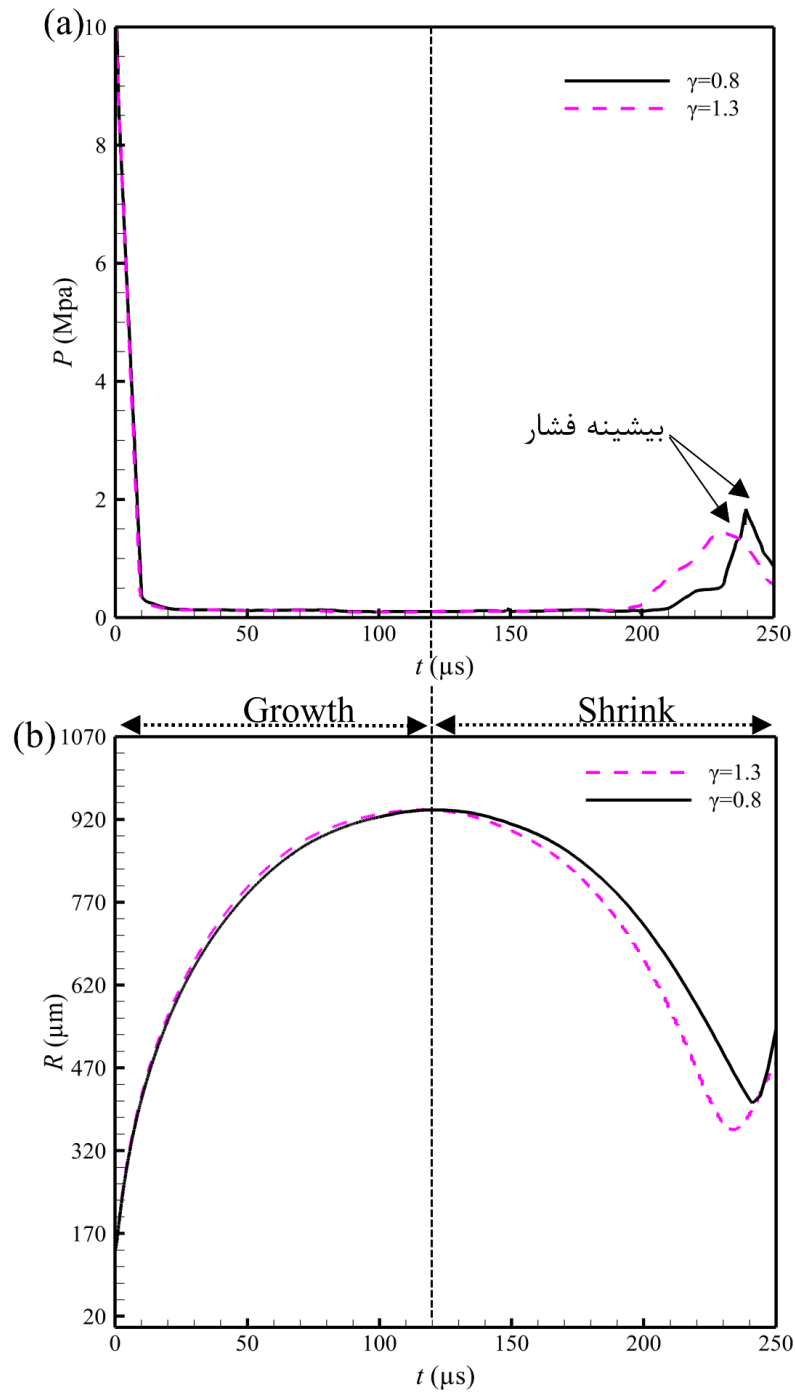


شکل ۱۱. مقایسه روند تغییرات فشار برحسب زمان در مختصات (۰، ۰، ۰) در دو عدد گاما برابر ۰/۸ و ۱/۳

Fig. 11. Comparison of the pressure changes over time at coordinates (0, 0, 0) for two gamma values, 0.8 and 1.3

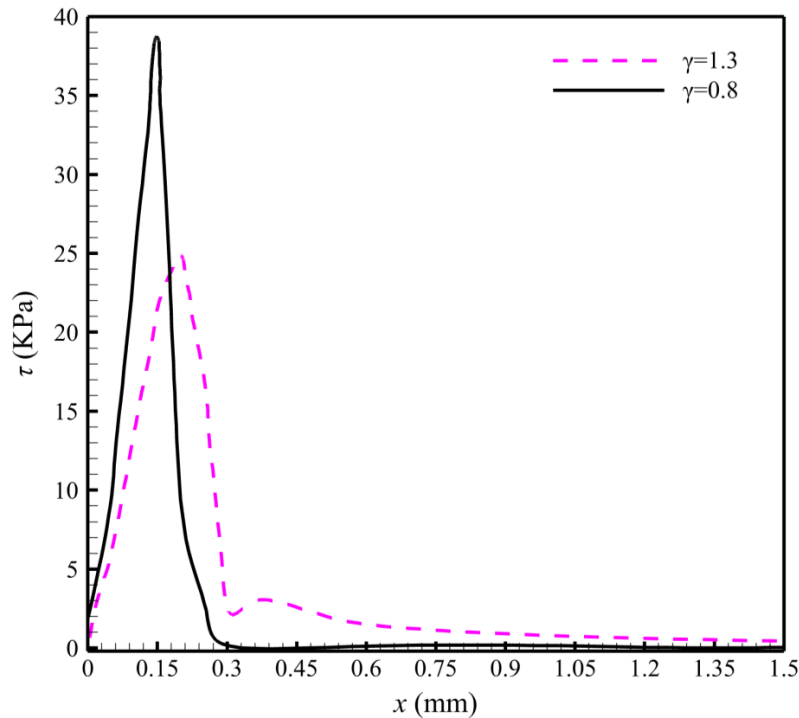
۷-۳- مطالعه تأثیر عدد گاما روی تنش برشی ایجادشده روی دیواره ۱  
به منظور مقایسه مقدار بیشینه تنش برشی روی دیواره ۱ که با استفاده از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود، برای دو حالت عدد گاما برابر ۰/۸ و عدد گاما برابر ۱/۳، توزیع تنش برشی روی دیواره ۱ در زمان رسیدن جت به دیواره ۱ (زمان ۲۴۰ میکروثانیه برای حالت عدد گاما برابر ۰/۸ و زمان ۲۵۰ میکروثانیه برای حالت عدد گاما برابر ۱/۳) در شکل ۱۳ نشان داده شده است. مطابق شکل ۱۳، با افزایش عدد بی بعد گاما از ۰/۸ به ۱/۳، مقدار بیشینه تنش برشی از مقدار ۳۹ کیلو پاسکال به مقدار ۲۵ کیلو پاسکال کاهش یافته است. علت کمتر بودن مقدار بیشینه تنش برشی روی دیواره ۱ در اعداد گاما بزرگ‌تر، ضخامت بیشتر لایه سیال بین محل وقوع جت و دیواره ۱ در این حالت است. لایه سیال قرارگرفته بین حباب و دیواره ۱ سبب اضمحلال انرژی و در نتیجه کاهش سرعت مایع در نزدیکی دیواره ۱ می‌گردد. همچنین، محل وقوع این مقدار بیشینه تنش برشی از مقدار فاصله ۰/۱۵ میلی‌متر از محور مختصات، برای حالت گاما ۰/۸ به مقدار فاصله ۰/۲۸ میلی‌متر از

که مشاهده می‌شود، در هر دو حالت فشار اولیه حباب ۱۰ مگا پاسکال در نظر گرفته شده است که باعث رشد شعاع حباب می‌شود. همچنین، در انتهای مرحله رشد، مقدار فشار حباب به مقداری کمتر از مقدار فشار محیط اطراف رسیده است؛ بنابراین، حباب وارد مرحله کاهش حجم شده است. مطابق شکل ۱۲ (ب)، در مرحله کاهش حجم همواره شعاع حباب در شرایط گاما ۱/۳ نسبت به شرایط گاما ۰/۸ کمتر است؛ بنابراین با افزایش عدد گاما حباب بیشتر متراکم می‌شود. مطابق شکل ۱۲ (الف)، تراکم بیشتر حباب در شرایط گاما ۱/۳ نسبت به شرایط گاما ۰/۸ باعث افزایش بیشتر فشار حباب می‌شود؛ اما این فشار به دلیل اضمحلال بیشتر انرژی در حالت گاما برابر ۱/۳ تلف می‌شود. به نحوی که مقدار بیشینه فشار حباب در انتهای مرحله کاهش حجم در شرایط گاما ۰/۸ بیشتر است. مشابه این نتیجه در پژوهش لی و سان [۵۲] نیز به دست آمده است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به ازای گاماها ی کوچک‌تر پتانسیل حباب برای رشد دوباره شعاع و در نتیجه وقوع شکست دوم بیشتر است.



شکل ۱۲. مقایسه روند تغییرات الف) فشار حباب و ب) شعاع حباب، برحسب زمان در شرایط گاما ۰/۸ و گاما ۱/۳

Fig. 12. Comparison of changes in a) bubble pressure and b) bubble radius over time under conditions of gamma 0.8 and gamma 1.3.



شکل ۱۳. مقایسه توزیع تنش برشی روی دیواره ۱ برحسب زمان در دو عدد گاما برابر ۰/۸ و ۱/۳

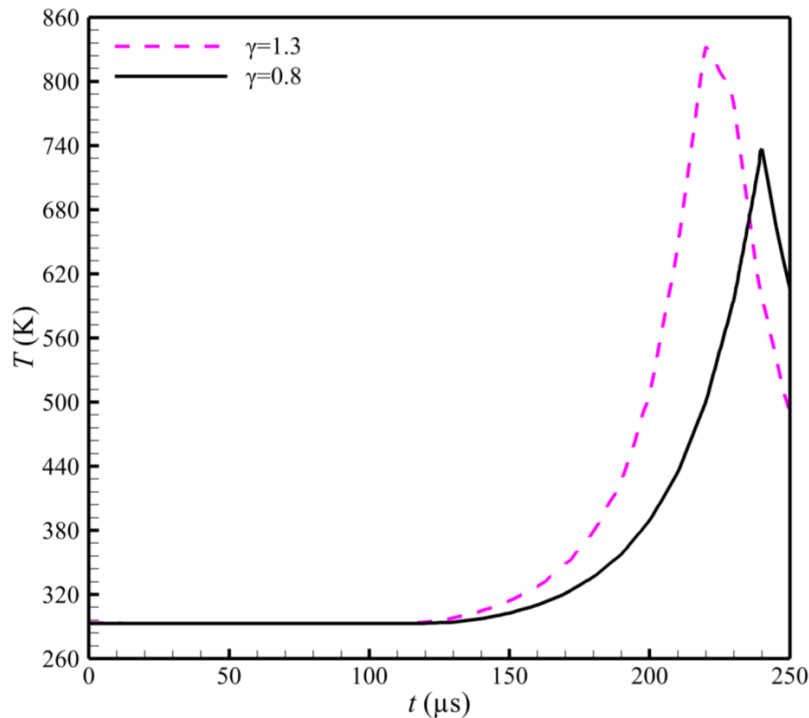
Fig. 13. Shear stress distribution comparison on wall 1 over time at gamma numbers 0.8 and 1.3.

است. همان طور که مشاهده می‌شود، به ازای هر دو مقدار گاما ابتدا دمای داخل حباب برابر دمای محیط در نظر گرفته شده است. تا انتهای مرحله رشد در زمان ۱۲۰ میکروثانیه، دما به ازای هر دو مقدار گاما، ثابت و برابر ۲۹۰ کلوین باقی مانده است. طبق گزارش آسترمن و همکاران [۲۹]، در معادله کلی انتقال حاکم بر مسئله موازنه بین جمله انرژی جنبشی (ناشی از تغییرات سرعت داخل حباب)، جمله انتقال حرارت جابجایی (بین سیال و گاز داخل حباب) و جمله نا پایا اهمیت پیدا می‌کند؛ بنابراین، پس از زمان ۱۲۰ میکروثانیه به علت وجود جمله انرژی جنبشی در معادله انرژی و همچنین انتقال حرارت جابجایی شکل گرفته بین حباب و سیال، دمای داخل حباب شروع به تغییر می‌کند. مطابق شکل ۱۴ تغییرات دما در عدد گاما بزرگ‌تر، بیشتر است. علت این موضوع تراکم سریع‌تر و بیشتر حباب در گاما بزرگ‌تر به دلیل تأثیرپذیری کمتر از دیواره ۱ است. نتیجه فروپاشی سریع‌تر حباب انتقال حرارت کمتر از فاز گاز به فاز سیال و در نتیجه افزایش بیشتر دمای حباب در گاماهای بزرگ‌تر است. لازم به ذکر است، اگرچه به دلیل سرعت

محور مختصات، برای حالت ۱/۳ افزایش یافته است؛ بنابراین، با افزایش گاما محل وقوع تنش برشی بیشینه از خط تقارن دور می‌شود. همچنین مطابق شکل ۱۳، به ازای مقادیر بزرگ‌تر گاما طول بیشتری از دیواره ۱ تحت تأثیر شکست و تنش برشی ناشی از آن قرار گرفته است. دلیل این امر پخش شدن بیشتر جت ناشی از شکست حباب در گاماهای بزرگ‌تر است؛ بنابراین، در کاربردهایی که هدف آسیب‌رسانی متمرکز در یک نقطه‌ی خاص از دیواره ۱ است استفاده از اعداد گاما کوچک‌تر کاربرد بیشتری دارد؛ اما زمانی که هدف آسیب‌رسانی به ناحیه عریض‌تری از دیوار است، استفاده از اعداد گاما بزرگ‌تر کاربردی‌تر است.

#### ۷-۴- مطالعه تأثیر عدد بی بعد گاما روی بیشینه دمای حباب

مطالعه تغییرات دما حباب در فرایند فروپاشی با توجه به کاربردهای پزشکی ذکر شده از اهمیت بالایی برخوردار است. در شکل ۱۴ تغییرات دمای بیشینه حباب برحسب زمان به ازای دو عدد گاما ۰/۸ و ۱/۳ نشان داده شده



شکل ۱۴. مقایسه روند تغییرات بیشینه مقدار دما درون حباب برحسب زمان در شرایط گاما برابر ۰/۸ و گاما برابر ۱/۳

Fig. 14. A comparison of the maximum temperature changes inside the bubble over time under conditions of gamma 0.8 and gamma 1.3.

مگا پاسکال در بازه ۵ تا ۲۰ مگا پاسکال افزایش یافته است. مطابق جدول ۶ با افزایش فشار اولیه داخل حباب تا فشار ۱۵ مگا پاسکال، سرعت در مختصات (۰، ۰، ۰) افزایش می‌یابد. علت این امر، افزایش سرعت جت و نازک شدن لایه مایع بین حباب و دیواره ۱ و در نتیجه کاهش اضمحلال ناشی از ویسکوزیته است؛ اما با افزایش فشار اولیه به مقدار ۲۰ مگا پاسکال مشاهده می‌شود که تغییر سرعت مشاهده شده در این مختصات کمتر از ۱ درصد است. همچنین، ضخامت لایه مایع کمتر از یک درصد کاهش یافته است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که؛ با افزایش فشار اولیه تا فشار ۱۵ مگا پاسکال، ضخامت لایه مایع بین حباب و دیواره ۱ در مرحله قبل از شروع تشکیل جت کاهش یافته و بنابراین تأثیرات جت روی دیواره ۱ بیشتر می‌شود؛ اما این افزایش فشار به علت عدم تراکم پذیری سیال مینا (عدد ماخ کمتر از ۰/۳) تا حد مشخصی اثرگذار می‌باشد و افزایش فشار در محدوده مشخص می‌تواند باعث افزایش سرعت روی دیواره ۱ شود.

همان طور که ذکر شد در نمودار فشار گزارش شده در شکل ۱۲ (الف)، دو

بیشتر جت ناشی از شکست در گام‌های بزرگ‌تر جمله جابجایی در این شرایط بزرگ‌تر است؛ اما جمله نا پایا غالب بوده و افزایش بیشتر دما در گام‌های بزرگ‌تر رخ می‌دهد. همچنین با مقایسه شکل ۱۴ و شکل ۱۲ (ب) می‌توان نتیجه گرفت که بیشینه مقدار دما به ازای هر دو عدد گاما در زمان بیشترین فشردگی حباب اتفاق افتاده است. لذا در کاربردهایی از قبیل دارورسانی به بافت‌های حساس استفاده از گامی کوچک‌تر مناسب‌تر است زیرا در گامی کوچک‌تر دمای داخل حباب کمتر افزایش می‌یابد.

#### ۷-۵ مطالعه پارامتری تأثیر فشار اولیه حباب در پارامترهای مورد بررسی

پارامتر فشار اولیه حباب در مطالعه دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره صلب در پژوهش‌های پیشین پارامتری بسیار مهم گزارش شده است [۲۸]. در پژوهش حاضر مطالعه پارامتری فشار اولیه داخل حباب برای ۴ مسئله نمونه انجام شده است. در جدول ۶ نتایج استخراج شده از شبیه‌سازی به صورت خلاصه بیان شده است. در مسائل نمونه مورد مطالعه فشار با گام ۵

جدول ۶. مقایسه تأثیر افزایش فشار اولیه در پارامترهای میدان جریان

Table 6. Comparison of the impact of initial pressure increase on fluid dynamics parameters.

عدد بی‌بعد گاما	فشار اولیه داخل حباب (MPa)	سرعت در مختصات (۰۰۰) (m/s)	فشار		کمینه شعاع حباب (μm)	بیشینه شعاع حباب (μm)	ضخامت لایه مایع (μm)	زمان شکست حباب (μs)
			بیشینه اولیه در مختصات (۰۰۰) (MPa)	فشار بیشینه				
	۵	۹/۱۹	۱/۸۳	۲/۳۹	۳۰۳	۷۱۵	۷۹	۱۸۶
۰/۸	۱۰	۱۹	۳/۵	۳/۱	۴۴۰	۹۳۷	۳۹	۲۳۷
	۱۵	۲۳/۰۲	۵/۲	۳/۶۵	۵۲۶	۱۰۹۵	۲۶	۲۶۹
	۲۰	۲۳/۳۷	۶/۸۳	۳/۷۸	۶۰۸	۱۲۲۴	۲۵/۲	۲۹۸
	۵	۲/۱۲	۱/۱۵	۰/۵۱	۲۸۷/۸	۷۱۵/۹	۶۵۰	۱۸۰
	۱۰	۳/۹۷	۲/۱۸	۱/۸۴	۳۵۹/۸	۹۳۷/۴	۳۵۰	۲۳۰
	۱۵	۵/۱۱	۳/۱۹	۲/۷۰	۴۳۵/۹	۱۰۹۶/۵	۱۴۲	۲۶۳
	۲۰	۶/۱۲	۴/۱۷	۲/۹۱	۴۹۰	۱۲۲۴/۸	۹۵	۲۹۲
۱/۳	۲۵	۶/۹	۵/۱۵	۳/۰۱	۵۱۲	۱۳۳۴	۷۰	۳۲۰
	۳۰	۷/۶	۶/۱۲	۳/۰۶۷	۵۳۰	۱۴۲۷	۶۰	۳۴۲
	۳۵	۷/۹	۷/۰۷	۳/۰۹۳	۵۴۴	۱۵۰۹	۵۳	۳۵۸
	۴۰	۸/۰۲	۸/۰۱	۳/۱۱	۵۵۲	۱۵۸۳	۵۰	۳۷۰

و زمان فروپاشی حباب برحسب فشار اولیه داخل حباب گزارش شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش فشار اولیه داخل حباب، شعاع بیشینه و کمینه حباب افزایش می‌یابد. همچنین، مدت‌زمان لازم برای پاسخ سیال مبنای به افزایش شعاع حباب و در نتیجه تشکیل جت ناشی از شکست نیز افزایش می‌یابد. علت این موضوع، انرژی اولیه بیشتر سطح مشترک در لحظه شروع شبیه‌سازی در فشارهای اولیه بیشتر است؛ بنابراین، افزایش فشار اولیه تأثیر مستقیم در تغییرات شعاع حباب برحسب زمان و در نتیجه زمان شکست حباب دارد. همچنین، تغییرات ایجاد شده روی شعاع و زمان فروپاشی حباب مطابق با معادله بقای انرژی تأثیر مستقیمی روی دمای داخل حباب می‌گذارد. مطابق جدول ۶، با افزایش فشار اولیه داخل حباب دمای داخل حباب افزایش می‌یابد. دلیل این موضوع، فشردگی بیشتر حباب در مرحله کاهش حجم، کمتر بودن زمان فروپاشی و فرصت کمتر برای انتقال حرارت بین دو فاز است. بنابراین، افزایش فشار اولیه داخل حباب از

مقدار بیشینه مشاهده می‌شود که مربوط به رسیدن موج شوک اولیه و لحظه رسیدن جت به دیواره ۱ می‌باشد. مطابق جدول ۶، افزایش فشار اولیه حباب تأثیر مستقیم روی فشار مشاهده شده روی دیواره ۱ ناشی از موج شوک اولیه دارد. علت این موضوع تزریق انرژی بیشتر ناشی از فشار اولیه به موج شوک تشکیل شده می‌باشد. اما، مشابه تغییرات سرعت مشاهده شده در مختصات (۰۰۰)، افزایش فشار روی دیواره ۱ ناشی از رسیدن جت ناشی از شکست حباب به دیواره ۱ تا محدوده مشخصی تابع فشار است. با افزایش فشار اولیه از ۱۵ مگا پاسکال به ۲۰ مگا پاسکال به علت ثابت ماندن ضخامت لایه مایع بین حباب و دیواره ۱، فشار روی دیواره ۱ تقریباً ثابت باقی خواهد ماند. همچنین، با افزایش فشار بیشتر از ۱۵ مگا پاسکال مقدار تنش برشی بیشینه ثبت شده روی دیواره ۱ تغییر محسوسی نکرده و تابعیت تنش برشی از فشار اولیه داخل حباب محسوس نیست. در جدول ۶ مقادیر بیشینه دما داخل حباب، بیشینه و کمینه شعاع حباب

صلب مقدار کمتری دارد اما ناحیه تأثیر یافته از برخورد جت ناشی از حباب به دیواره بزرگ‌تر است. همچنین، افزایش فشار اولیه حباب نیز باعث افزایش ناحیه تأثیر یافته از شکست حباب می‌گردد؛ بنابراین، با توجه به اینکه هدف این پژوهش استفاده از تنش برشی ایجاد شده در اثر برخورد جت ناشی از شکست حباب به دیواره برای کاربردهای پزشکی مانند تخریب سد دفاعی مغز و یا شکست سنگ کلیه می‌باشد، تنظیم پارامترهای عدد بی‌بعد گاما و فشار اولیه حباب متناسب باهدف موردنظر امری ضروری است.

۴- با توجه به مطالعه پارامتری صورت گرفته روی فشار اولیه حباب می‌توان نتیجه گرفت، افزایش فشار اولیه حباب به دلیل عدم تغییر ضخامت لایه مایع بین حباب و دیواره در فشارهای بالا، تأثیر ناچیزی روی مقدار تنش برشی و فشار رو دیواره دارد؛ اما به دلیل تأثیر بسیار زیاد این پارامتر روی کمینه شعاع و زمان شکست حباب استفاده از فشار اولیه بالاتر به‌منظور کاهش دمای بیشینه داخل حباب برای کاربردهایی مانند دارورسانی به بافت‌های آسیب‌پذیر توصیه می‌گردد.

## ۹- فهرست علائم

### علائم انگلیسی

$R$	شعاع حباب (m)
$R_g$	ثابت گاز (J/kg.K)
$U$	سرعت (m/s)
$T$	دما (K)
$p$	فشار (Pa)
$T_c$	ضریب معادله تامان (K)
$C_p$	ضریب گرمای ویژه (J/kg.K)
$K$	انرژی جنبشی ( $m^2/s^2$ )
$K_c$	ضریب معادله تامان (J/kg.K)
$P_c$	ضریب معادله تامان (MPa)
$E$	مجموع انرژی داخلی و جنبشی

### علائم یونانی

$\alpha$	کسر حجمی
$\beta$	ضریب انتقال حرارت هدایتی
$\rho$	چگالی ( $kg/m^3$ )
$\tau$	تنش برشی ( $N/m^2$ )
$\mu$	ویسکوزیته (Pa.s)
$\psi$	شاخص تراکم‌پذیری ( $J/kg.K^2$ )

بین تمامی پارامترهای موردبررسی در این پژوهش بیشترین تأثیر را روی بیشینه دمای داخل حباب دارد. همچنین، تأثیر فشار اولیه داخل حباب روی تنش برشی روی دیواره در محدوده مشخص و محدود می‌باشد.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به مدل‌سازی دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیک دیواره صلب با استفاده از روش عددی حجم سیال و با استفاده از حلگر اینترفوم تراکم‌پذیر پرداخته شده است. پارامترهای موردبررسی در این پژوهش تنش برشی، دمای حباب، فشار اولیه حباب، فشار ایجاد شده روی دیواره (۱) و عدد بی‌بعد گاما می‌باشد. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده برای مسئله فروپاشی حباب در نزدیکی مرز صلب، می‌توان نتیجه گرفت در شروع شبیه‌سازی به دلیل اخلاف فشار اولیه محیط و فشار اولیه داخل حباب، سرعت سطح مشترک بین فاز سیال و فاز گاز افزایش می‌یابد؛ بنابراین، در شروع شبیه‌سازی شعاع حباب افزایش می‌یابد. در ادامه حباب وارد مرحله کاهش حجم و سپس مرحله فروپاشی می‌شود. از مرحله شروع کاهش حجم حباب دما، سرعت و فشار داخل حباب افزایش می‌یابد. روند صعودی در دما، سرعت و فشار تا لحظه‌ی شکست ادامه دارد. بیشینه مقدار پارامترهای ذکر شده در هنگام شکست حباب رخ می‌دهد. در مرحله شکست حباب به دلیل ایجاد ناحیه پرفشار در بالادست حباب، سیال‌های اطراف به سمت داخل حباب کشیده شده و در این ناحیه منطقه پرسرعت تشکیل می‌گردد. در ادامه این ناحیه پرسرعت از داخل حباب عبور کرده و جت ناشی از شکست حباب باعث دو تکه شدن حباب می‌شود و به سمت دیواره حرکت خواهد کرد. به‌صورت خلاصه نتایج به‌دست‌آمده در این پژوهش به‌صورت زیر است.

۱- عدد بی‌بعد گاما بیشترین تأثیر را در دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی دیواره صلب دارد. با افزایش عدد بی‌بعد گاما به دلیل افزایش ضخامت لایه سیال بین حباب و دیواره، اضمحلال انرژی جت ناشی از شکست حباب افزایش می‌یابد. در نتیجه تنش برشی ناشی از برخورد جت ناشی از شکست حباب به دیواره در اعداد گاما بزرگ‌تر، کم‌تر خواهد بود.

۲- در بحث انتقال حرارت بین فاز سیال و گاز در مسئله موردنظر پارامترهای سرعت جت ناشی از شکست حباب، زمان فروپاشی حباب و بیشینه فشردگی حباب در مرحله کاهش حجم، نقش اساسی را ایفا می‌کنند. با افزایش عدد بی‌بعد گاما، بیشینه دمای داخل حباب افزایش می‌یابد که در کاربردهایی مثل دارورسانی می‌تواند مهم و قابل توجه باشد.

۳- در اعداد گامای بزرگ‌تر اگرچه تنش برشی ایجاد شده روی دیواره



delivery—a general review, Expert Opinion on Drug Delivery, 1(1) (2004) 37-56.

- [8] J. Blake, B. Taib, G. Doherty, Transient cavities near boundaries. Part 1. Rigid boundary, Journal of Fluid Mechanics, 170 (1986) 479-497.
- [9] T. Sakka, S. Iwanaga, Y.H. Ogata, A. Matsunawa, T. Takemoto, Laser ablation at solid–liquid interfaces: An approach from optical emission spectra, The Journal of Chemical Physics, 112(19) (2000) 8645-8653.
- [10] V. Lazic, F. Colao, R. Fantoni, V. Spizzicchino, Recognition of archeological materials underwater by laser induced breakdown spectroscopy, Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy, 60(7-8) (2005) 1014-1024.
- [11] T. Sakka, A. Tamura, T. Nakajima, K. Fukami, Y.H. Ogata, Synergetic effects of double laser pulses for the formation of mild plasma in water: toward non-gated underwater laser-induced breakdown spectroscopy, The Journal of chemical physics, 136(17) (2012) 174201.
- [12] S. Wang, Q. Wang, D. Leppinen, A. Zhang, Y. Liu, Acoustic bubble dynamics in a microvessel surrounded by elastic material, Physics of Fluids, 30(1) (2018) 012104.
- [13] B. Dollet, P. Marmottant, V. Garbin, Bubble dynamics in soft and biological matter, Annual Review of Fluid Mechanics, 51 (2019) 331-355.
- [14] J.H. Bezer, H. Koruk, C.J. Rowlands, J.J. Choi, Elastic deformation of soft tissue-mimicking materials using a single microbubble and acoustic radiation force, Ultrasound in Medicine & Biology, 46(12) (2020) 3327-3338.
- [15] H. Wu, C. Zhou, H. Yu, D. Li, Dynamics Characterization of the Acoustically Driven Single Microbubble near the Rigid and Elastic Wall, Instruments and Experimental Techniques, 63(4) (2020) 583-590.
- [16] Q. Yu, Z. Xu, J. Zhao, M. Zhang, X. Ma, PIV-Based Acoustic Pressure Measurements of a Single Bubble near the Elastic Boundary, Micromachines, 11(7) (2020) 637.
- [17] E. Badfar, M.A. Ardestani, M.T. Beheshti, Robust

نسبت شعاع جفت حباب (-)  $\xi$

کشش سطحی (N/m)  $\sigma$

انحنای سطح  $\kappa$

نسبت فاصله حباب از دیواره به شعاع حباب  $\gamma$

کسر حجمی فیلتر شده  $\bar{\alpha}$

مساحت سطح سلول  $S$

#### زیرنویس

سیال  $l$

گاز  $g$

صفحه سلول  $f$

بیشینه  $max$

#### منابع

- [1] N. Vyas, K. Manmi, Q. Wang, A.J. Jadhav, M. Barigou, R.L. Sammons, S.A. Kuehne, A.D. Walmsley, Which parameters affect biofilm removal with acoustic cavitation? A review, Ultrasound in medicine & biology, 45(5) (2019) 1044-1055.
- [2] E. Brujan, G. Keen, A. Vogel, J. Blake, The final stage of the collapse of a cavitation bubble close to a rigid boundary, Physics of fluids, 14(1) (2002) 85-92.
- [3] M. Ashokkumar, The characterization of acoustic cavitation bubbles—an overview, Ultrasonics sonochemistry, 18(4) (2011) 864-872.
- [4] Z. Izadifar, P. Babyn, D. Chapman, Ultrasound cavitation/ microbubble detection and medical applications, Journal of Medical and Biological Engineering, 39(3) (2019) 259-276.
- [5] C. Coussios, C. Farny, G. Ter Haar, R. Roy, Role of acoustic cavitation in the delivery and monitoring of cancer treatment by high-intensity focused ultrasound (HIFU), International journal of hyperthermia, 23(2) (2007) 105-120.
- [6] B. Xie, T.J. Halter, B.M. Borah, G.H. Nancollas, Aggregation of calcium phosphate and oxalate phases in the formation of renal stones, Crystal growth & design, 15(1) (2015) 204-211.
- [7] W.G. Pitt, G.A. Husseini, B.J. Staples, Ultrasonic drug

- [27] S. Ohl, E. Klaseboer, B. Khoo, The dynamics of a non-equilibrium bubble near bio-materials, *Physics in Medicine & Biology*, 54(20) (2009) 6313.
- [28] P. Koukouvinis, G. Strotos, Q. Zeng, S.R. Gonzalez-Avila, A. Theodorakakos, M. Gavaises, C.-D. Ohl, Parametric investigations of the induced shear stress by a laser-generated bubble, *Langmuir*, 34(22) (2018) 6428-6442.
- [29] A. Osterman, M. Dular, B. Sirok, Numerical simulation of a near-wall bubble collapse in an ultrasonic field, *Journal of Fluid Science and Technology*, 4(1) (2009) 210-221.
- [30] E.A. Brujan, G.S. Keen, A. Vogel, J.R. Blake, The final stage of the collapse of a cavitation bubble close to a rigid boundary, *J. Phys. Fluids*, 14 (2002) 85–92.
- [31] J. Luo, W. Xu, J. Deng, Y. Zhai, Q. Zhang, Experimental study on the impact characteristics of cavitation bubble collapse on a wall, *Water*, 10(9) (2018) 1262.
- [32] O. Supponen, D. Obreschkow, M. Farhat, Rebounds of deformed cavitation bubbles, *Physical Review Fluids*, 3(10) (2018) 103604.
- [33] C. Lechner, W. Lauterborn, M. Koch, R. Mettin, Jet formation from bubbles near a solid boundary in a compressible liquid: Numerical study of distance dependence, *Physical Review Fluids*, 5(9) (2020) 093604.
- [34] Y. Liu, Y. Peng, Study on the collapse process of cavitation bubbles near the concave wall by lattice Boltzmann method pseudo-potential model, *Energies*, 13(17) (2020) 4398.
- [35] M. Koch, C. Lechner, F. Reuter, K. Kohler, R. Mettin, W. Lauterborn, Numerical modeling of laser generated cavitation bubbles with the finite volume and volume of fluid method, using OpenFOAM, *J. Comput. Fluids*, 126 (2016) 71-90.
- [36] T. Li, S. Wang, S. Li, A. M. Zhang, Numerical investigation of an underwater explosion bubble based on FVM and VOF, *J. Appl. Ocean Res.*, 74 (2018) 49-58.
- [37] E. Berberović, N.P. van Hinsberg, S. Jakirlić, I.V. Roisman, C. Tropea, Drop impact onto a liquid layer nonsingular terminal sliding mode control of radius for a bubble between two elastic walls, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 31(2) (2020) 283-293.
- [18] J. Liu, W. Xiao, X. Yao, X. Huang, Dynamics of a bubble in a liquid fully confined by an elastic boundary, *Physics of Fluids*, 33(6) (2021) 063303.
- [19] S. Cao, G. Wang, O. Coutier-Delgosha, K. Wang, Shock-induced bubble collapse near solid materials: Effect of acoustic impedance, *Journal of Fluid Mechanics*, 907 (2021) A17.
- [20] S.R. Gonzalez-Avila, F. Denner, C.-D. Ohl, The acoustic pressure generated by the cavitation bubble expansion and collapse near a rigid wall, *Physics of Fluids*, 33(3) (2021).
- [21] X. Lu, C. Chen, K. Dong, Z. Li, J. Chen, An equivalent method of jet impact loading from collapsing near-wall acoustic bubbles: A preliminary study, *Ultrasonics Sonochemistry*, 79 (2021) 105760.
- [22] H. Wu, C. Zhou, Z. Pu, X. Lai, H. Yu, D. Li, Experimental investigation on the effects of the standoff distance and the initial radius on the dynamics of a single bubble near a rigid wall in an ultrasonic field, *Ultrasonics sonochemistry*, 68 (2020) 105197.
- [23] B. Boyd, S. Becker, Numerical modeling of the acoustically driven growth and collapse of a cavitation bubble near a wall, *Physics of Fluids*, 31(3) (2019).
- [24] T. Lyubimova, K. Rybkin, O. Fattalov, M. Kuchinskiy, L. Filippov, Experimental study of temporal dynamics of cavitation bubbles selectively attached to the solid surfaces of different hydrophobicity under the action of ultrasound, *Ultrasonics*, 117 (2021) 106516.
- [25] T. Li, A.-M. Zhang, S.-P. Wang, S. Li, W.-T. Liu, Bubble interactions and bursting behaviors near a free surface, *Physics of Fluids*, 31(4) (2019) 042104.
- [26] H.C. Pumphrey, L. Crum, The acoustic field of an oscillating bubble near a free surface, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(S1) (1988) S202-S202.

- sonochemistry, 58 (2019) 104684.
- [45] I. Akhatov, O. Lindau, A. Topolnikov, R. Mettin, N. Vakhitova, W. Lauterborn, Collapse and rebound of a laser-induced cavitation bubble, *Physics of Fluids*, 13(10) (2001) 2805-2819.
- [46] H.T. Chen, R. Collins, Shock wave propagation past an ocean surface, *J. Comput. Phys.*, 7 (1971) 89-101.
- [47] P. Gregorčič, R. Petkovšek, J. Možina, Investigation of a cavitation bubble between a rigid boundary and a free surface, *Journal of applied physics*, 102(9) (2007).
- [48] D. Kröniger, K. Köhler, T. Kurz, W. Lauterborn, Particle tracking velocimetry of the flow field around a collapsing cavitation bubble, *Experiments in fluids*, 48(3) (2010) 395-408.
- [49] K. Kerboua, O. Hamdaoui, Numerical investigation of the effect of dual frequency sonication on stable bubble dynamics, *Ultrasonics Sonochemistry*, 49 (2018) 325-332.
- [50] B. Han, K. Köhler, K. Jungnickel, R. Mettin, W. Lauterborn, A. Vogel, Dynamics of laser-induced bubble pairs, *Journal of Fluid Mechanics*, 771 (2015) 706-742.
- [51] I.B. Celik, U. Ghia, P.J. Roache, C.J. Freitas, Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications, *Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME*, 130(7) (2008).
- [52] J. Lee, G. Son, Numerical simulation of bubble resonance in an acoustic field, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 32 (2018) 1625-1632.
- of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution, *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 79(3) (2009) 036306.
- [38] R. Maddahian, M.J. Cervantes, D.M. Bucur, Numerical investigation of entrapped air pockets on pressure surges and flow structure in a pipe, *Journal of Hydraulic Research*, 58(2) (2020) 218-230.
- [39] H.G. Weller, A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flow, *OpenCFD Ltd., Report TR/HGW*, 4 (2008) 35.
- [40] B. Lafaurie, C. Nardone, R. Scardovelli, S. Zaleski, G. Zanetti, Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with surfer, *J. Comp. Phys.*, 113 (1994) 134 – 147.
- [41] J.D. Anderson, *Governing equations of fluid dynamics, Computational fluid dynamics: an introduction*, (1992) 15-51.
- [42] J. Yin, Y. Zhang, J. Zhu, Y. Zhang, S. Li, On the thermodynamic behaviors and interactions between bubble pairs: A numerical approach, *Ultrasonics Sonochemistry*, 70 (2021) 105297.
- [43] B. Shin, Y. Iwata, T. Ikohagi, Numerical simulation of unsteady cavitating flows using a homogenous equilibrium model, *Computational Mechanics*, 30 (2003) 388-395.
- [44] T. Yamamoto, S.-i. Hatanaka, S.V. Komarov, Fragmentation of cavitation bubble in ultrasound field under small pressure amplitude, *Ultrasonics*

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. R. Najafi Gamasaee, S. Khodadadi, R. Maddahian, Numerical study of bubble growth and collapse dynamics, near the rigid wall, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 56(2) (2024) 213-240.

DOI: [10.22060/mej.2024.23052.7715](https://doi.org/10.22060/mej.2024.23052.7715)



