

مدل سازی الاستوستاتیک و طراحی بهینه مکانیزم منعطف لوزی

محمد سعید ارمی مطلق ارمکی، حامد غفاریراد، افشین تقوایی پور^۱، پویا فیروزی راد

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

چکیده

مکانیزم‌های منعطف به دلیل ساختار یکپارچه‌ای که دارند، برای موقعیت‌دهی دقیق و تقویت دامنه عملگرهای پیزوالکتریک طراحی و استفاده می‌شوند. مدل سازی رفتار سینماتیکی این مکانیزم‌ها به دلیل ساختار پیوسته و تغییر شکل الاستیک دارای چالش‌هایی می‌باشد. در این مقاله ابتدا روشی بر مبنای ماتریس ساختاری به نام روش الاستوستاتیک برای مدل سازی استاتیکی مکانیزم‌های منعطف ارائه می‌گردد. نوآوری این مدل، در کاهش محاسبات، با به کارگیری تقریب چرخش و جابه‌جایی کوچک می‌باشد. به دلیل ساختار یکپارچه و ساده، مکانیزم لوزی برای موقعیت‌دهی میکرونی و تقویت دامنه عملگرهای پیزوالکتریک مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف اصلی، طراحی و بهینه سازی ابعادی مکانیزم منعطف لوزی با استفاده از مدل سازی الاستوستاتیک می‌باشد. هدف از بهینه سازی ابعادی، دستیابی به بزرگ‌نمایی بالا و سختی ورودی کم می‌باشد تا استفاده از مکانیزم منجر به کاهش دامنه مؤثر پیزوالکتریک نگردد. برای این مکانیزم مدل المان محدود و همچنین مدل تجربی ساخته شده، و در نهایت، خطای مدل سازی الاستوستاتیک با شبیه سازی در نرم افزار المان محدود و نتایج تجربی مقایسه می‌شود. نتایج گرفته شده از آزمون‌های تجربی نشان می‌دهد که مدل سازی انجام شده برای مکانیزم لوزی حدود ۵،۱ درصد خطا دارد.

کلمات کلیدی

مدل سازی الاستوستاتیک، مکانیزم منعطف، مکانیزم لوزی، بهینه سازی، طراحی مکانیزم

Elastostatic Modeling and Optimal Design of Rhombic Compliant Mechanism

Mohammad Saeed Erami Motlagh Armaki, Hamed Ghafarirad, Afshin Taghvaeipour, Pouya Firuzy Rad

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

Compliant mechanisms are designed and used for precise positioning and amplification of piezoelectric actuators Due to their integrated structure. Modeling the kinematic behavior of these mechanisms has challenges due to their continuous structure and elastic deformation. This article presents a structural matrix-based method called the elastostatic method for static modeling of compliant mechanisms. The innovation of elastostatic modeling reduces calculations by approximating rotation and small displacement. The main goal of this research is to design and optimize the rhombus flexible mechanism using elastostatic modeling. This mechanism is optimized in such a way that, in addition to positioning, it has high magnification and low input stiffness. The rhombus mechanism has an integrated and simple structure and is used for micron positioning and piezoelectric actuator amplification. In this research, the rhombus mechanism has been modeled using the elastostatic method, and its dimensions have been optimized according to the parameters of the mechanism; For this purpose, it is necessary to check the modeling error. The modeling error is compared with simulation in finite element software and

^۱ نویسنده مسئول، ataghvaei@aut.ac.ir

experimental results. The results show that the modeling used to design the rhombus mechanism have a 1.5% error compared to experimental results.

Keywords: elastostatic modeling, compliant mechanism, rhombic mechanism, optimization, mechanism design

۱- مقدمه

مکانیزم‌های منعطف با تغییر شکل الاستیک لولاهای انعطاف‌پذیر حرکت را منتقل می‌کنند. این مکانیزم‌ها به دلیل یکپارچگی، دقت بالا و عدم وجود اصطکاک، توجه بیشتری را نسبت به مکانیزم‌های معمول به خود جلب کرده‌اند [۱]. علاوه بر این، مکانیزم‌های منعطف نیازی به مونتاژ و روانکاری ندارند [۲]. این مکانیزم‌ها در سیستم‌های الکترومکانیکی [۳]، موقعیت‌دهی میکرونی [۴، ۵]، میکرو گریپر [۶، ۷]، برداشت انرژی [۸، ۹]، تعلیق‌های نوسانی [۱۰، ۱۱] و همچنین تقویت‌کننده‌ها [۱۲، ۱۳] استفاده می‌شوند. یکی از محبوب‌ترین کاربردهای مکانیزم‌های منعطف، در موقعیت‌دهی میکرونی برای ایجاد حرکات کوچک و دقیق است [۱۴، ۱۵]. در این کاربرد، معمولاً محرک‌های پیزوالکتریک به دلیل پاسخ سریع، ساختار فشرده و رزولوشن مناسب مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱۶، ۱۷]. با این حال، محرک‌های پیزوالکتریک، کرنش کوچکی را در امتداد خود ایجاد می‌کنند؛ بنابراین، مکانیزم‌های منعطف گزینه‌های مناسبی برای تقویت جابه‌جایی خروجی هستند.

مکانیزم‌های منعطف بر اساس معماری و انواع مفاصل خمشی طبقه‌بندی می‌شوند [۱۸]. مفاصل خمشی به‌طور کلی به صورت فیله در گوشه، وی شکل [۱۹]، با مقطع دایره‌ای یا بیضوی [۲۰] ساخته می‌شوند. همچنین برای این مکانیزم‌ها از معماری‌های مختلفی مانند لوزی [۲۱]، پل [۲۲]، لوزی ضعیف شده، اهرم [۲۳]، بیضی [۲۴]، رنگین‌کمان [۲۵] و ... استفاده شده است. مکانیزم‌ها عمدتاً به صورت مسطح با سختی خارج از صفحه کم ساخته می‌شوند. از این رو، این نوع مکانیزم‌ها از خمش خارج از صفحه رنج می‌برند، در حالی که نمی‌توان از اعمال نیروهای خارج از صفحه اجتناب کرد [۱۳].

در مرحله طراحی یک سیستم مکانیکی مانند مکانیزم‌های منعطف، نقش مدل‌سازی اجتناب‌ناپذیر است. پارک و همکارانش تغییر شکل مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر را با استفاده از روش انرژی کرنشی تجزیه و تحلیل کردند [۱]. چوئی مکانیزم انعطاف‌پذیر نوع پل را با استفاده از تئوری تیر الاستیک و روش انرژی مدل‌سازی کرد [۱۳]. اما در این روش‌ها می‌بایست نیروی وارد شده به هر عضو جداگانه محاسبه شود و بنابراین این نوع روش برای مکانیزم‌های با ساختار پیچیده دشوار است. لی و همکاران با استفاده از روش انرژی و ترکیب آن با فرض جابه‌جایی با دامنه کوچک. محاسبات را کاهش داد و تجزیه و تحلیل مکانیزم منعطف با نوع پل را تسهیل کرد [۱۲]. با این حال، استفاده از این روش‌ها برای مکانیزم ساده‌ای مثل مکانیزم لوزی بسیار پیچیده می‌باشد و در نتیجه این روش‌ها برای مکانیزم‌های سری - موازی که ساختار پیچیده‌ای دارند مناسب نمی‌باشد. هاول در سال ۱۹۹۶ مدل‌سازی بر اساس بدنه شبه صلب ارائه کرد که در این روش یک مفصل الاستیک به‌عنوان یک مفصل متصل به فنر پیچشی مدل‌سازی می‌شود [۲۶]. همچنین پارامترهای سختی فنر را برای انواع مختلف تیرهای خمشی تحت بارهای نیروی متفاوت ارائه کرد. مزیت استفاده از این مدل‌سازی تبدیل مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر به مکانیزم‌های مفصل صلب با اجزای الاستیک گسسته شده است که مدل‌سازی ساده می‌شود. با این حال، از آنجایی که روش مدل‌سازی به شدت به نوع بارگذاری بستگی دارد، برای بارگذاری‌های پیچیده و پیگیربندی‌های موازی - سری مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر مناسب نیست. در سال ۲۰۱۹، ئوو و همکارانش با استفاده از روش انرژی و جبر ماتریسی [۲۷]، یک تحلیل ساختاری بر روی یک مکانیزم منعطف انجام دادند. در این روش، ماتریس سختی کل مکانیزم با محاسبه انرژی کرنشی کل مکانیزم بر حسب ماتریس سختی اجزا به دست می‌آید. بر این اساس، نیروی داخلی هر عضو نیازی به محاسبه ندارد و رفتار الاستیکی مکانیزم تنها با شناخت نیروهای خارجی قابل تجزیه و تحلیل است. همچنین در سال ۲۰۱۳ کورایم و همکاران با استفاده از همین روش، ماتریس‌های سختی و جرم را برای بازوی انعطاف‌پذیر به صورت پارامتری محاسبه کرده و حداکثر نیروی مورد نیاز برای جابه‌جایی مکانیزم مورد نظر را به دست آورده‌اند [۲۸]. مشابه دیگر سیستم‌های مکانیکی انعطاف‌پذیر، روش اجزای محدود را می‌توان به آسانی برای تحلیل مکانیزم‌های منعطف مورد استفاده قرار داد. با این حال، نمی‌توان آن را به طور موثر برای طراحی و بهینه‌سازی هندسی تحت برخی محدودیت‌ها استفاده کرد [۲۷].

در واقع، روش اجزا محدود در این گونه مسائل هزینه محاسباتی بالا دارند که مانع از آن می‌شود که بتوان روش‌های بهینه‌سازی پیچیده مبتنی بر تکرار را بر روی مسئله پیاده‌سازی نمود. به همین علت روش اجزای محدود بیشتر برای ارزیابی طرح نهایی تحت بارهای خارجی خاص استفاده می‌شود. رویکردهای مدل‌سازی مبتنی بر روش‌های کینتواستاتیک به سه دسته، قضیه کاستیلیانو [۲۹]، تیر الاستیک [۳۰] و مدل‌سازی جسم شبه صلب [۳۱] تقسیم بندی می‌شود.

در این مقاله، با استفاده از مدل‌سازی الاستواستاتیک به تحلیل و طراحی مکانیزم منعطف لوزی پرداخته شده است. این مدل‌سازی بر اساس فرض جابه‌جایی و چرخش کوچک انجام شده که موجب کاهش درجات آزادی مدل، و بهبود سرعت محاسبات و بهینه‌سازی آسان‌تر می‌گردد. در واقع فرض چرخش کوچک، نیاز محاسبه ماتریس سختی برای المان ضخیم با هندسه پیچیده را از بین می‌برد و از دشواری و پیچیده‌تر شدن محاسبات جلوگیری می‌نماید. در این مدل‌سازی به دلیل استفاده از فرم جبری معادلات انرژی، مونتاژ ماتریس سختی کل آسان‌تر می‌باشد. به صورت کلی استفاده از روش الاستواستاتیک و تمهیدات محاسباتی به کاررفته در این روش از هزینه محاسباتی تحلیل می‌کاهد و این روش را به رویه‌ای ایده‌آل برای طراحی و بهینه‌سازی این دسته از مکانیزم‌ها بدل می‌نماید. نتایج به دست آمده از مدل‌سازی الاستواستاتیک با استفاده از نرم‌افزار المان محدود و نتایج تجربی صحت سنجی شده است. در آخر با بهینه‌سازی ابعاد مکانیزم مطابق با قیدهای مدنظر، ابعاد مکانیزم باز طراحی می‌شود.

۲- روش الاستواستاتیک

اجزای انعطاف‌پذیر مکانیزم، امکان جابه‌جایی با دامنه کوچک را در برابر نیروهای اعمال شده فراهم می‌کند. مدل‌سازی الاستواستاتیک محاسبه این جابه‌جایی‌ها را تسهیل می‌کند. در سیستم‌های رباتیک، به‌ویژه ربات‌های موازی، تحلیل الاستیک نقش مهمی در مرحله طراحی مفهومی، بهینه‌سازی سازه و کالیبراسیون دارد. از این رو، در دو دهه اخیر، بسیاری از محققان روش‌هایی را برای حل مسئله توسعه داده و از روش‌هایی مانند روش مفصل مجازی^۱ [۳۲]، تحلیل ماتریس ساختاری^۲ [۳۳] و روش اجزای محدود^۳ [۳۴] استفاده کرده‌اند. از آنجایی که یک مکانیزم منعطف یک زنجیره سینماتیک بسته است، می‌توان آن را به‌عنوان یک ربات موازی انعطاف‌پذیر با پیکربندی ثابت در نظر گرفت که تنها می‌تواند تحت جابه‌جایی‌های دامنه کوچک قرار گیرد.

تحلیل ماتریس ساختاری برای مدل‌سازی کینتواستاتیک مکانیزم‌های منعطف پیشنهاد شده است. مزیت این روش کاهش تعداد گره‌ها و افزایش سرعت محاسبات برای مکانیزم‌های پیچیده است. همچنین، ماتریس سختی کل مکانیزم را می‌توان با گرفتن مشتق دوم انرژی کل کرنش نسبت به بردار جابه‌جایی به صورت جبری به دست آورد [۳۵]. در این مدل‌سازی، کل بدنه الاستیک مکانیزم، از جمله اتصالات انعطاف‌پذیر، با استفاده از تیر اویلر - برنولی تقریب زده شده و انرژی پتانسیل برای تمام اجزای کشسان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V = \frac{1}{2} [U_i^T \quad U_j^T] Q^T \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن V انرژی پتانسیل، Q ماتریس دوران، K_{ii} ، K_{ij} و K_{jj} بلوک‌های ماتریس سختی محلی و U_i بردارهای جابه‌جایی هر گره هستند. در واقع، ماتریس سختی محلی یک عضو انعطاف‌پذیر با توجه به یک قاب مختصات محلی به دست می‌آید. رابطه (۱) فرم ماتریسی رابطه انرژی کرنشی می‌باشد از این رابطه برای تحلیل ربات‌ها با مفاصل صلب استفاده شده است. اما با توجه به پیوستگی در مکانیزم‌های منعطف این رابطه خلاصه شده و با توجه به رابطه (۲) به دست آمده است. این رابطه همان انرژی پتانسیل کششی در فنر می‌باشد. به دلیل

^۱ Virtual Joint Method

^۲ Matrix Structural Analysis

^۳ Finite Element Method

اینکه مفاصل الاستیک در زوایای مختلفی قرار می‌گیرند بنابراین نیاز است تا بردار جابه‌جایی آن از مختصات محلی به مختصات کلی دوران پیدا کند

$$F = KU = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix}_{global} = Q \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix}_{local}$$

$$V = \frac{1}{2} U_{global}^T K U_{global} = \frac{1}{2} \left[Q \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix}_{local} \right]^T K Q \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix}_{local}$$

همان‌طور که گفته شد، طبق قضیه کاستیلیانو، اولین مشتق انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک سیستم نسبت به بردار جابه‌جایی گره برابر با نیروهای اعمالی مربوطه است. در نتیجه، مشتق دوم انرژی پتانسیل با توجه به بردار جابه‌جایی گره منجر به ماتریس سختی کل مکانیزم می‌شود، یعنی:

$$F = \frac{\partial V}{\partial U} \quad K = \frac{\partial^2 V}{\partial U^2} \rightarrow C = K^{-1} \quad (3)$$

معکوس ماتریس سختی مکانیزم با C نشان داده می‌شود. از آنجایی که مکانیزم منعطف مسطح است، بردارهای جابه‌جایی و نیرو دویبعدی در نظر گرفته می‌شوند، یعنی:

$$U_i = \begin{bmatrix} u_{i_x} \\ u_{i_y} \\ \theta_{i_z} \end{bmatrix}, W_i = \begin{bmatrix} F_{i_x} \\ V_{i_y} \\ M_{i_z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

در این حالت، ماتریس سختی تیر اویلر - برنولی یک ماتریس 6×6 است که شامل بلوک‌های 3×3 است. با توجه به نیروهای اعمال شده به یک اتصال الاستیک که در شکل ۱ نشان داده شده است، ماتریس سختی محلی با استفاده از معادله انرژی و قضیه دوم کاستیلیانو به صورت زیر می‌باشد، یعنی:

$$V_i = \int_0^L \left(\frac{F_{i_x}^2}{2EA(x)} + \frac{M_{i_z}^2}{2EI(x)} \right) dx \quad (5)$$

$$C_i = \frac{\partial^2 V_i}{\partial F^2} \rightarrow K_i = C_i^{-1}$$

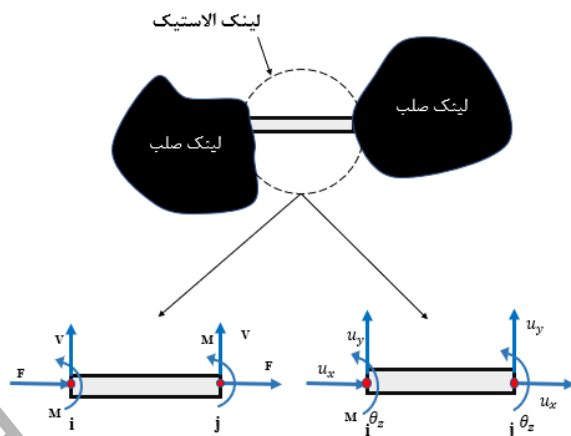


Fig. 1 Forces applied to the flexible joint

شکل ۱ نیروهای وارد شده به مفصل انعطاف پذیر

از این رو، بلوک ماتریس سختی محلی برای یک تیر همسانگرد با سطح مقطع مستطیلی یکنواخت به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{K}_{ii} = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{L^2} & \frac{6I}{L} \\ 0 & \frac{6I}{L} & 4I \end{bmatrix}, \mathbf{K}_{ji} = \mathbf{K}_{ji}^T = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I}{L^2} & -\frac{6I}{L} \\ 0 & \frac{6I}{L} & 4I \end{bmatrix}, \mathbf{K}_{jj} = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I}{L^2} & \frac{6I}{L} \\ 0 & -\frac{6I}{L} & 4I \end{bmatrix} \quad (6)$$

ماتریس دوران که برای انتقال مختصات محلی به قاب مختصات جهانی استفاده می شود، به صورت زیر می باشد.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

۱-۲ فرض چرخش و جابه جایی کوچک

در مکانیزم‌های منعطف اتصالات الاستیک، حرکتی بسیار کوچک دارند که بسیار کمتر از ابعاد مکانیزم است. از طرفی در این مکانیزم‌ها اجزای ضخمی وجود دارد که تقریباً هیچ انرژی کشسانی در خود ذخیره نمی کنند و از این رو می توان آن‌ها را به صورت اجسام صلب تقریب زد. با توجه به حرکت ایجاد شده در مقایسه با ابعاد یک مکانیزم منعطف، فرض چرخش با دامنه کوچک می تواند برای پیوندهای صلب صادق باشد. از این رو، بردارهای جابه جایی دو گره روی یک پیوند صلب (شکل ۲) را می توان به صورت زیر مرتبط کرد:

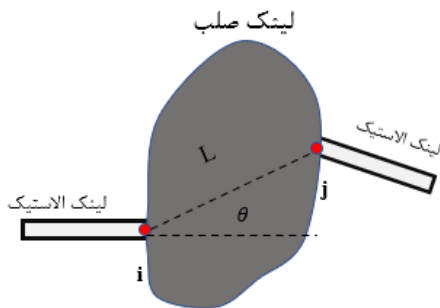


Fig. 2 Approximation of small displacement and rotation assumption

شکل ۲ تقریب فرض جابه‌جایی و چرخش کوچک

$$\begin{bmatrix} u_{jx} \\ u_{jy} \\ \theta_{jz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ \theta_{iz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L \sin \theta * \theta_{iz} \\ L \cos \theta * \theta_{iz} \\ \theta_{iz} \end{bmatrix} \rightarrow U_j = U_i + \begin{bmatrix} -L \sin \theta * \theta_{iz} \\ L \cos \theta * \theta_{iz} \\ \theta_{iz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

با استفاده از این تقریب، تعداد گره در رابطه (۱) کمتر شده در نتیجه مقدار محاسبات کاهش می‌یابد. در قسمت نتایج به بررسی رفتار صلب لینک‌های ضخیم پرداخته شده است. منظور از افزایش محاسبات، مربوط به محاسبه سختی لینک‌های ضخیم با هندسه پیچیده می‌باشد. در برخی از مکانیزم‌ها، المان‌های ضخیم هندسه پیچیده‌ای دارند و محاسبه ماتریس سختی برای آن مشکل می‌باشد.

۲-۲ پارامترهای طراحی

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، محرک‌های پیزوالکتریک می‌توانند در جهتی که قطبش اتفاق می‌افتد، کرنش کوچکی ایجاد کنند. از این‌رو، مکانیزم‌های منعطف برای تقویت جابه‌جایی و موقعیت‌دهی عملگرهای پیزوالکتریک طراحی و تولید می‌شوند؛ بنابراین، نسبت تقویت یک ویژگی مهم مکانیزم منعطف است که به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود.

$$R = \frac{U_{out}}{U_{inp}} \quad (9)$$

که در آن U_{out} جابه‌جایی خروجی و U_{inp} جابه‌جایی ورودی است. علاوه بر این، مکانیزم‌های منعطف سختی متفاوتی در برابر جابه‌جایی ورودی دارند، که به طراحی، ابعاد و مواد سازنده بستگی دارد. سختی یک مکانیزم منعطف به عنوان مقدار نیروی اعمال شده توسط پیزو f_{pz} به مکانیزم، تقسیم بر جابه‌جایی ورودی U_{inp} تعریف می‌شود، یعنی:

$$K_{input} = \frac{f_{pz}}{U_{inp}} \quad (10)$$

همچنین بر همین اساس طول مؤثر پیزوالکتریک با معادله (۱۱) به دست می آید. که در آن K_{pzt} سختی پیزوالکتریک، K_{Input} سختی ورودی مکانیزم و U_{pzt} جابه‌جایی پیزوالکتریک در حالت آزاد است. سختی ورودی زیاد، دامنه حرکت پیزوالکتریک را کاهش می‌دهد. از این رو، با توجه به معادله (۱۱)، مکانیزمی با سختی ورودی کمتر مطلوب است.

$$U_{eff} = \frac{K_{pzt}}{K_{pzt} + K_{Input}} U_{pzt} \quad (11)$$

۳-۲ مدل‌سازی بر اساس روش الاستواستاتیک

در این قسمت با استفاده از روش الاستواستاتیک مکانیزم لوزی مدل‌سازی شده است. در مکانیزم لوزی باتوجه به ضخامت لینک‌ها، ۴ لینک الاستیک و ۴ لینک صلب وجود دارد که باتوجه به آن که مکانیزم از زیر ثابت می‌شود، گره شماره ۱ و ۸ زمین می‌باشد و بردار جابه‌جایی آن صفر است، به‌واسطه استفاده از فرض جابه‌جایی کوچک ۴ گره از محاسبات کاسته شده است.

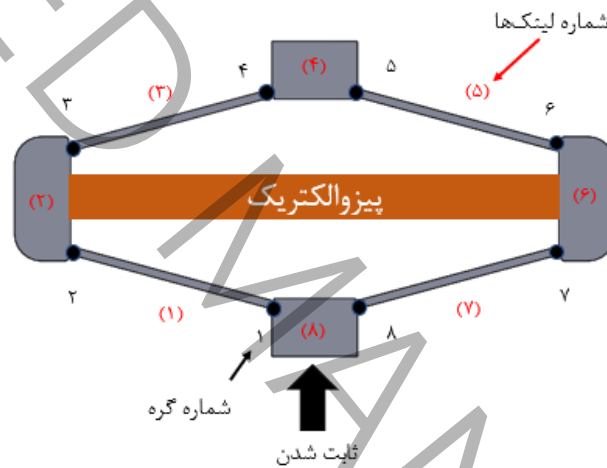


Fig. 3 Node numbers and links of the rhombus mechanism

شکل ۳ شماره گره‌ها و لینک‌های مکانیزم لوزی

در شکل ۱ لینک‌های ۲، ۴، ۶، ۸ صلب در نظر گرفته شده و حرکت این لینک‌ها با استفاده از فرض جابه‌جایی کوچک تقریب زده شده و همچنین رابطه (۸) برای آن نوشته نمی‌شود، یعنی انرژی پتانسیل آن صفر می‌باشد. برای بقیه لینک‌ها که نازک‌تر هستند، دارای تغییر شکل الاستیک می‌باشد و رابطه (۱۲) برای ۴ المان الاستیک نوشته شده است.

$$V^{(1)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U_1^T & U_2^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} Q^T \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$V^{(3)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U_3^T & U_4^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} K_{33} & K_{34} \\ K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} Q^T \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$V^{(5)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U_3^T & U_4^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} K_{33} & K_{34} \\ K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} Q^T \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$V^{(7)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U_3^T & U_4^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} K_{33} & K_{34} \\ K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} Q^T \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

مطابق با رابطه (۸) جابه‌جایی گره‌ها در لینک‌های ۲، ۴ و ۶ به صورت رابطه زیر دست آمده و در رابطه (۱۲) جایگزین می‌شود. در این فرآیند ماتریس سختی ۲۱×۲۱ به ماتریس سختی ۹×۹ تبدیل شده است، در نتیجه محاسبات کاهش یافته و سرعت بهینه‌سازی بیشتر می‌گردد.

$$U_3 = U_2 + \begin{bmatrix} -L \sin \theta * \theta_{2z} \\ L \cos \theta * \theta_{2z} \\ \theta_{2z} \end{bmatrix}$$

$$U_5 = U_4 + \begin{bmatrix} -L \sin \theta * \theta_{i4} \\ L \cos \theta * \theta_{i4} \\ \theta_{i4} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$U_7 = U_6 + \begin{bmatrix} -L \sin \theta * \theta_{i6} \\ L \cos \theta * \theta_{i6} \\ \theta_{i6} \end{bmatrix}$$

رابطه (۱) برای تمامی لینک‌ها نازک و الاستیک نوشته شده و باهم جمع می‌شود، در آخر مطابق با رابطه (۳) از انرژی پتانسیل نسبت به بردار جابه‌جایی مشتق گرفته شده و ماتریس سختی کل مکانیزم به دست می‌آید

$$V^T = V^{(2)} + V^{(4)} + V^{(6)} + V^{(8)}$$

$$U = [U_2 \quad U_4 \quad U_6]$$

$$K = \frac{\partial^2 V}{\partial U^2} \quad (14)$$

$$U = K^{-1} W$$

برای به دست آوردن نسبت تقویت و سختی، جابه‌جایی خروجی مکانیزم به ورودی تقسیم می‌شود که در مکانیزم لوزی جابه‌جایی ورودی مطابق شکل ۳ بصورت رابطه (۱۵) می‌باشد.

$$R = \frac{u_{4y}}{(u_{2x} - u_{6x})}, K_{input} = \frac{f_{pzt}}{u_{2x}} \quad (15)$$

در این قسمت نتایج رویکرد پیشنهاد شده برای مکانیزم لوزی با استفاده از نرم افزار المان محدود و نتایج آزمایش مقایسه شده است. مکانیزم لوزی در نرم افزار سالدورکس طراحی و شبیه سازی شده که در شکل ۴ شبیه سازی استاتیکی مکانیزم نشان داده شده است.

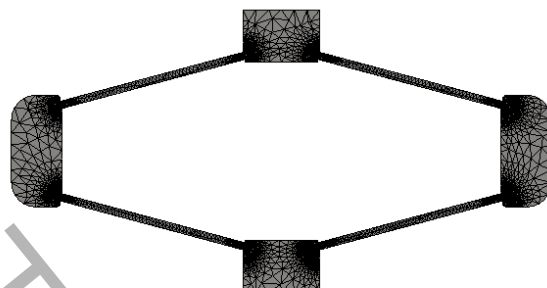


Fig. 4 Meshing of the rhombus mechanism in finite element software

شکل ۴ مش بندی مکانیزم لوزی در نرم افزار المان محدود

این شبیه سازی با تعداد ۸۷۰۴۳ المان و ۱۴۱۳۵۴ گره از نوع سالد انجام می شود. اندازه هر المان برای اعضای که ضخیم تر هستند، ۰/۹۸۶ میلی متر می باشد. همان طور که در شکل ۴ دیده می شود، با استفاده از ابزار مش کنترل در نقاطی که تمرکز تنش وجود دارد اندازه المان ها برابر ۰/۰۵۸۸ میلی متر در نظر گرفته شده تا شبیه سازی دقت مناسب تری داشته باشد. همچنین برای تحلیل دقیق تر مفاصل انعطاف پذیر، اندازه هر المان ۰/۲۹۳ میلی متر در نظر گرفته شده است. جنس مکانیزم فولاد می باشد که خواص آن در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱ خواص مواد و مقدار پارامترهای هندسی مکانیزم لوزی برای شبیه سازی در نرم افزار

Table 1 Material properties and geometric parameter values of the rhombus mechanism for software simulation

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
۰/۳	l	۸۷۰۴۳	تعداد کل المان ها
۲۰۰	مدول الاستیک (گیگاپاسکال)	۱۰۰	f_{pzt} (نیوتن)
۷۸۰۰	چگالی (کیلوگرم بر مترمکعب)	۱۵/۵۲	$L1$ (میلی متر)
۱۵	θ (درجه)	۵/۲	$L2$ (میلی متر)
پایین مکانیزم ثابت	شرایط مرزی	۸	$L3$ (میلی متر)

برای شرایط مرزی پایین مکانیزم ثابت شده است و نیروی پیزوالکتریک مطابق شکل ۵ به مکانیزم وارد شده است. همچنین ابعاد دیگر مکانیزم در جدول ۱ آورده شده است.

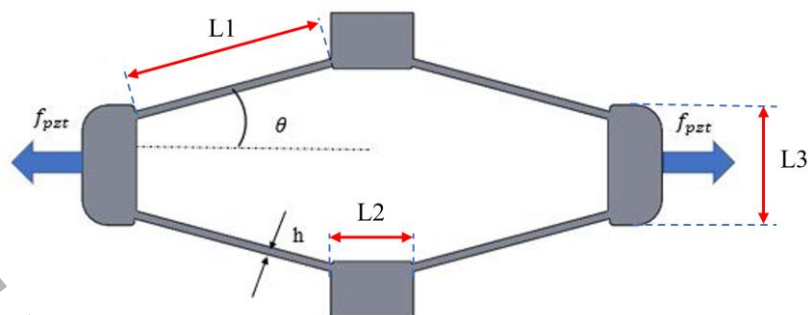


Fig. 5 Dimensions of the rhombus mechanism

شکل ۵ ابعاد مکانیزم لوزی

همان طور که در شکل ۶ دیده می شود، لینک های ضخیم رفتار صلب دارند زیرا تنش فون میزز وارد شده به لینک های ضخیم تر مطابق شکل ۶ صفر می باشد. این یعنی لینک های ضخیم تر تغییر شکل الاستیک نداشته و می توان برای تقریب جابه جایی این لینک ها از رابطه (۸) استفاده کرد.

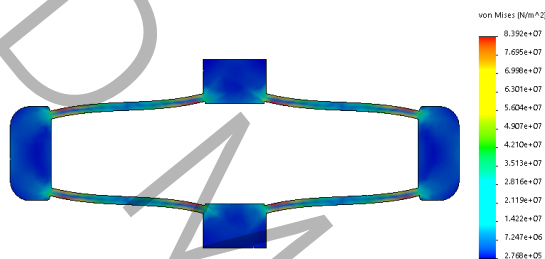


Fig. 6 Finite element analysis of the rhombus mechanism and investigation of the rigid behavior of thick links

شکل ۶ تحلیل المان محدود مکانیزم لوزی و بررسی رفتار صلب لینک های ضخیم

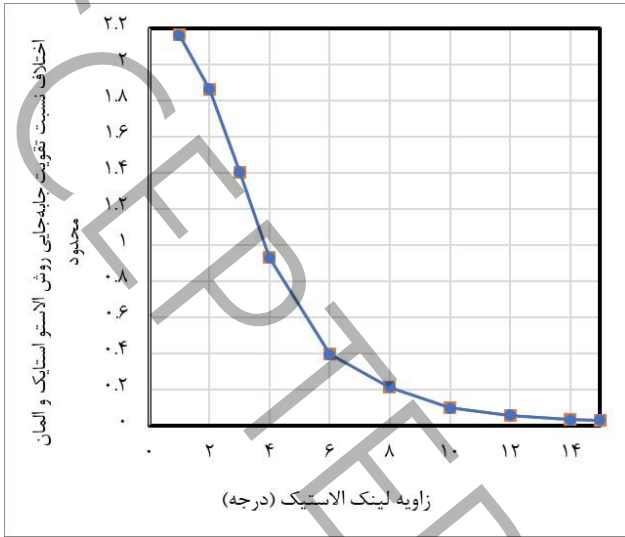
برای محاسبه نسبت تقویت جابه جایی مکانیزم لوزی، لینک رابطه (۱۶) را براساس تیر الاستیک پیشنهاد داده که با توجه به پارامترهای هندسی مکانیزم لوزی می توان نسبت تقویت جابه جایی را محاسبه نمود. در این رابطه طول L مفصل الاستیک، h ضخامت مفصل و θ زاویه مفصل می باشد. همان طور که در رابطه زیر دیده می شود پارامتر نسبت تقویت جابه جایی به خواص ماده بستگی ندارد [۳۶].

$$R_{amp} = \frac{(L^2 - h^2) \cos\theta \sin\theta}{L^2 \sin^2\theta + h^2 \cos^2\theta} \quad (16)$$

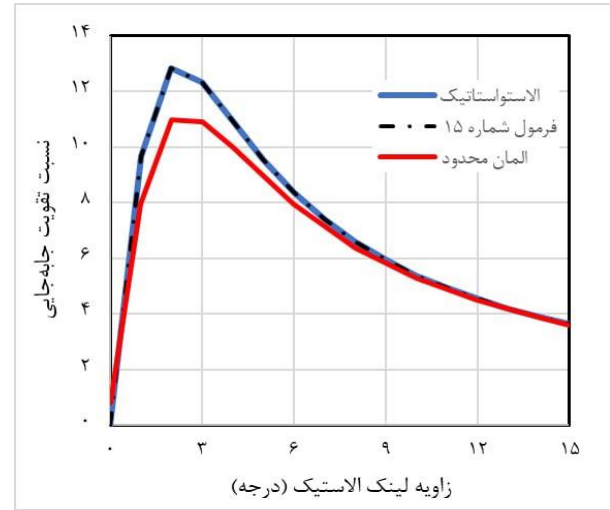
Fig. 7 Displacement amplification ratio diagram with respect to link angle using elastostatic modeling, formula (15), and finite element method

شکل ۷ مقایسه بین نسبت تقویت جابه جایی برحسب زاویه لینک های الاستیک در مکانیزم لوزی می باشد که با استفاده از نرم افزار المان محدود، مدل سازی الاستواستاتیک و فرمول لینک محاسبه شده است. همان طور که دیده می شود در مدل سازی الاستواستاتیک در زاویه های کمتر خطای بیشتری وجود دارد، ولی با افزایش زاویه لینک ها این خطا کمتر می شود و به حدود ۰/۵۴ درصد می رسد. صلب در نظر گرفتن لینک های ضخیم این خطا را در زوایایی کم ایجاد می کند. در حقیقت، تغییر شکل مفاصل الاستیک در زوایای کم، کاهش یافته و هم اندازه با تغییر شکل بسیار کوچک لینک های ضخیم می شود. در تئوری الاستواستاتیک لینک های ضخیم با استفاده از فرض چرخش کوچک مدل سازی

شده و جابه‌جایی الاستیک آن صرف نظر شده است، ولی در واقعیت این لینک‌های که صلب در نظر گرفته شده‌اند جابه‌جایی کمی دارند و اثر این جابه‌جایی در زوایای کوچک تاثیر می‌گذارد.



(ب)



(الف)

Fig. 7 Displacement amplification ratio diagram with respect to link angle using elastostatic modeling, formula (15), and finite element method

شکل ۷ نمودار نسبت تقویت جابه‌جایی بر حسب زاویه لینک با استفاده از مدل‌سازی الاستوستاتیک، فرمول (۱۶) و روش المان محدود

Fig. 7 Displacement amplification ratio diagram with respect to link angle using elastostatic modeling, formula (15), and finite element method

شکل ۷، مقدار نسبت تقویت جابه‌جایی به دست آمده از مدل‌سازی الاستوستاتیک با روش پیشنهادی لینک برابر می‌باشد، زیرا در روش به کار گرفته شده توسط لینک از تئوری تیر الاستیک استفاده شده است. اما مزیت مدل‌سازی الاستوستاتیک در پیاده‌سازی راحت بر روی مکانیزم می‌باشد و نیازی به بررسی نیروی وارد شده به هر عضو مکانیزم لوزی نمی‌باشد. همچنین در فرمول لینک پارامتر نسبت تقویت مستقل از خواص ماده می‌باشد و به دلیل انطباق این فرمول با مدل‌سازی الاستوستاتیک، در این مدل‌سازی نیز خواص ماده تاثیری بر مقدار نسبت تقویت ندارد. شکل ۸ مقایسه بین نسبت تقویت بر حسب مدل الاستیک می‌باشد، همان‌طور که دیده می‌شود با در نظر گرفتن خواص متفاوت مقدار آن تغییر نمی‌کند.

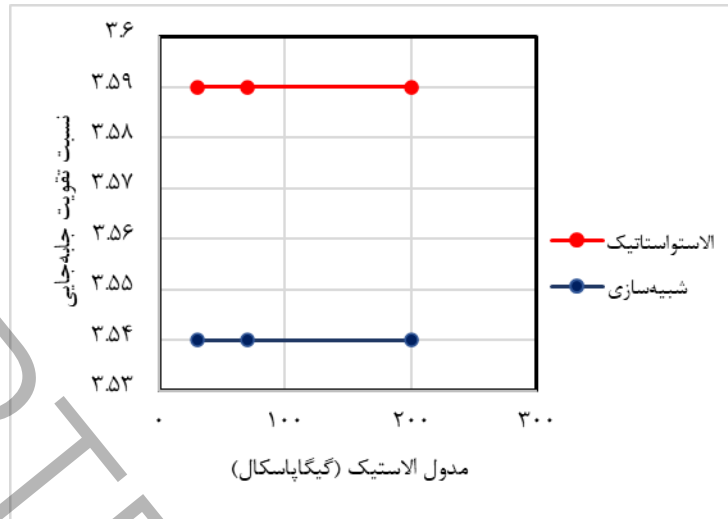


Fig. 8 Investigation of the effect of elastic modulus on the displacement amplification ratio

شکل ۸ بررسی تأثیر مدول الاستیک بر نسبت تقویت جابه‌جایی

شکل ۹ سختی مکانیزم را برحسب زاویه لینک‌ها نشان می‌دهد. سختی مکانیزم همان‌طور که گفته شد مقدار بار وارد شده از طرف پیزو به مکانیزم تقسیم‌بر جابه‌جایی مکانیزم در نقطه ورودی می‌باشد، بدین ترتیب و مطابق آنچه گفته‌شد، در این روش با افزایش زاویه خطا کمتر شده است.

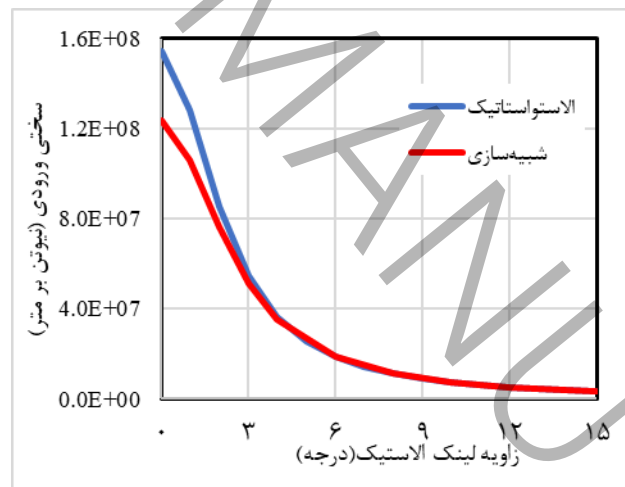


Fig. 9 Stiffness of the rhombus mechanism with respect to link angle by finite element and elastostatic methods

شکل ۹ سختی مکانیزم لوزی برحسب زاویه لینک با روش‌های المان محدود و الاستواستاتیک

در جدول ۲ مقایسه‌ای بین شبیه‌سازی و مدل‌سازی الاستواستاتیک انجام شده که در این بررسی مکانیزم لوزی در زاویه ۱۵ درجه قرار دارد و خواص مواد و ابعاد مکانیزم مطابق جدول ۱ می‌باشند. در این بررسی نسبت تقویت جابه‌جایی مکانیزم و همچنین خروجی عمودی مکانیزم با مقدار ضخامت لینک الاستیک ۰.۶ میلی‌متر مقایسه شده است.

جدول ۲ مقایسه پارامترهای مکانیزم لوزی با در نظر گرفتن ضخامت ۰/۶ میلی‌متر برای لینک‌های الاستیک

Table 2 Comparison of parameters of the rhombus mechanism considering a thickness of 0.6 mm for elastic links

جابه‌جایی خروجی (میکرومتر)	جابه‌جایی ورودی (میکرومتر)	نسبت تقویت جابه‌جایی	
۲۱/۵۸	۲۹/۶۹	۳/۶۳	شبیه‌سازی
۲۱/۶۰	۲۹/۵۸	۳/۶۵	مدل‌سازی
٪ ۰/۰۹	٪ ۰/۳۷	٪ ۰/۴۵	خطا
-	-	۳/۶۵	مقاله لینگ [۳۶]

همچنین این مقایسه برای مکانیزم با مقدار ضخامت لینک الاستیک ۰,۸ میلیمتر نیز در جدول ۳ تکرار شده است.

جدول ۳ مقایسه پارامترهای مکانیزم لوزی با در نظر گرفتن ضخامت ۰/۸ میلی‌متر برای لینک‌های الاستیک

Table 3 Comparison of parameters of the rhombus mechanism considering a thickness of 0.8 mm for elastic links

جابه‌جایی خروجی (میکرومتر)	جابه‌جایی ورودی (میکرومتر)	نسبت تقویت جابه‌جایی	
۹۰/۰۵	۱۲/۷۱	۳/۵۴	شبیه‌سازی
۹۱/۰۷	۱۲/۶۸	۳/۵۹	مدل‌سازی الاستواستاتیک
٪ ۱	٪ ۰/۸	٪ ۱/۴۱	خطا
-	-	۳/۵۹	مقاله لینگ [۳۶]

همان‌طور که دیده می‌شود خطای روش پیشنهادی با روش المان محدود ۱/۴۱ درصد و با فرمول پیشنهادی لینگ برابر می‌باشد.

۳-۱- نتایج تجربی

شکل ۸ نشان می‌دهد که خواص ماده هیچ تاثیری بر پارامتر نسبت تقویت جابجایی ندارد. از این رو، در این مرحله، اولین نمونه اولیه مکانیزم لوزی با استفاده از یک چاپگر سه بعدی از مواد پی ال ای^۱ ساخته می‌شود. در مرحله بعد، یک محرک پیزوالکتریک^۲ در داخل مکانیزم قرار می‌گیرد.

^۱ PLA

^۲ SA050536

گیرد که توسط تقویت کننده ولتاژ^۱، همانطور که در شکل ۱۰ نشان داده شده است، هدایت می شود. همچنین، یک سنسور لیزری جابجایی^۲ برای اندازه گیری جابجایی خروجی استفاده می شود. به دلیل اینکه خروجی سنسور به صورت شدت جریان می باشد و از طرفی برای جمع آوری داده های مورد نیاز، از یک کارت داده برداری^۳ استفاده می شود که ورودی ولتاژ دارد، نیاز است تا از مبدل شدت جریان به ولتاژ^۴ استفاده گردد. ارتباط بین اجزا آزمایش در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



Fig. 10 Method of connecting the experimental components

شکل ۱۰ نحوه ی ارتباط اجزای آزمایش

در این آزمایش ابتدا جابه جایی عمودی خروجی و سپس جابه جایی افقی ورودی به دست آورده می شود و با دانستن آن، مقدار نسبت تقویت جابه جایی مشخص می شود. شکل ۱۱ نشان دهنده ستاپ اندازه گیری جابجایی خروجی مکانیزم منعطف توسط سنسور لیزری است. همان طور در شکل ۱۱ دیده می شود برای اندازه گیری جابه جایی از یک حسگر لیزری استفاده شده است. برای اندازه گیری جابجایی به صورت تکرارپذیر در هر دو جهت مکانیزم چند نکته حائز اهمیت است. ابتدا قبل از اعمال ولتاژ به عملگر، باید برای مدتی (در حدود ۱ دقیقه) ولتاژ صفر به سیستم اعمال شود تا بار الکتریکی به جا مانده در عملگر به کلی تخلیه گردد. در مرحله بعدی برای اندازه گیری جابه جایی خروجی، باید ولتاژ برای مدتی به عملگر اعمال شود تا از عدم دخالت اثر هیستریزس و حرکت ناشی از شارژ پیزوالکتریک در خروجی اطمینان حاصل گردد. همچنین باید اشاره نمود اثر پدیده های ذکر شده در خروجی بسیار محدود هستند و در کل می توان از عملگر پیزوالکتریک رفتار نسبتاً تکرارپذیری را انتظار داشت با این حال در این آزمایش جابه جایی ورودی و خروجی با پنج مرتبه تکرار به دست آمده است و نمودارهای به دست آمده با استفاده از روش حداقل مربع خطا ترسیم شده است و برای هر بار تکرار حسگر لیزری کالیبر می شود تا خطای آزمایش تا جای امکان کمینه گردد.

^۱ Pdu150

^۲ CD22-15AM12

^۳ NI6052E

^۴ ziegler TI816

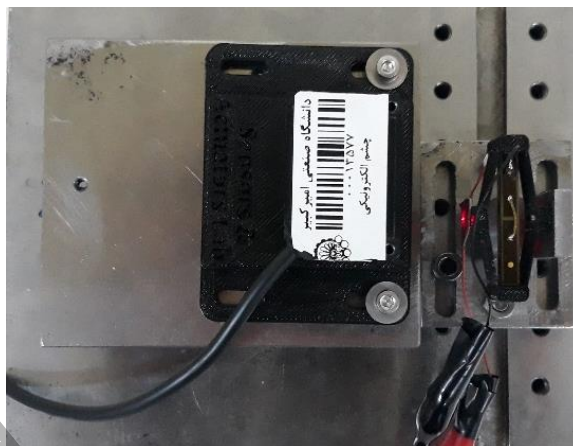


Fig. 11 Placement of the sensor in front of the mechanism

شکل ۱۱ نحوه‌ی قرار گیری حسگر در مقابل مکانیزم

سیگنال ولتاژ داده شده به پیزو مطابق شکل ۱۲ می‌باشد و دوره تناوب این سیگنال برابر با ۱۰ ثانیه است. این دسته از سیگنال‌های شبه استاتیک معمولاً برای نمایش دادن رفتار هیستریزس مکانیزم استفاده می‌شوند. دوره تناوب این سیگنال معمولاً بالا است تا رفتار دینامیکی سیستم با رفتار هیستریزس ساختار ادغام نشود. این موج به دلیل متقارن بودن می‌تواند تغییر رفتار سیستم در رفت و برگشت را به خوبی نمایش دهد. عامل به وجود آورنده این پدیده خواص خود ماده مکانیزم و پیزوالکتریک می‌باشد. به دلیل مشخص نبودن خواص ماده پی ال ای در این آزمایش فقط پارامتر نسبت تقویت جابه‌جایی با مدل‌سازی و شبیه‌سازی مقایسه می‌گردد.

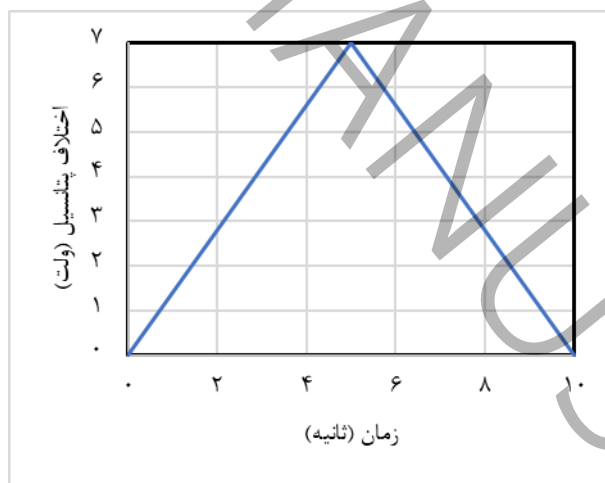


Fig. 12 Signal applied to the piezoelectric

شکل ۱۲ سیگنال داده شده به پیزو الکتریک

Fig. 13 Input and output displacement of the mechanism with respect to input voltage to the piezoelectric. a. Output displacement of the mechanism. b. Input displacement of the mechanism

شکل ۱۳ نمودار جابه‌جایی خروجی و ورودی مکانیزم برحسب ولتاژ داده شده به پیزو نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، به دلیل رفتار هیستریزیس پیزو الکتریک، مسیر رفت بر روی مسیر برگشت قرار ندارد. همچنین در بیشترین مقدار ولتاژ، جابه‌جایی ورودی برابر با ۲۲/۲۹ میکرومتر و جابه‌جایی خروجی برابر با ۱۵۴/۳ میکرومتر می‌باشد. همان‌طور که در قسمت (ب) دیده می‌شود نمودار جابه‌جایی ورودی به هم ریختگی بیشتری نسبت به جابه‌جایی ورودی دارد که این به دلیل حرکت نقطه ورودی مکانیزم در دو راستای عمودی و افقی می‌باشد. ولی در قسمت (الف) به دلیل تقارن مکانیزم جابه‌جایی خروجی به هم ریختگی کمتری دارد.

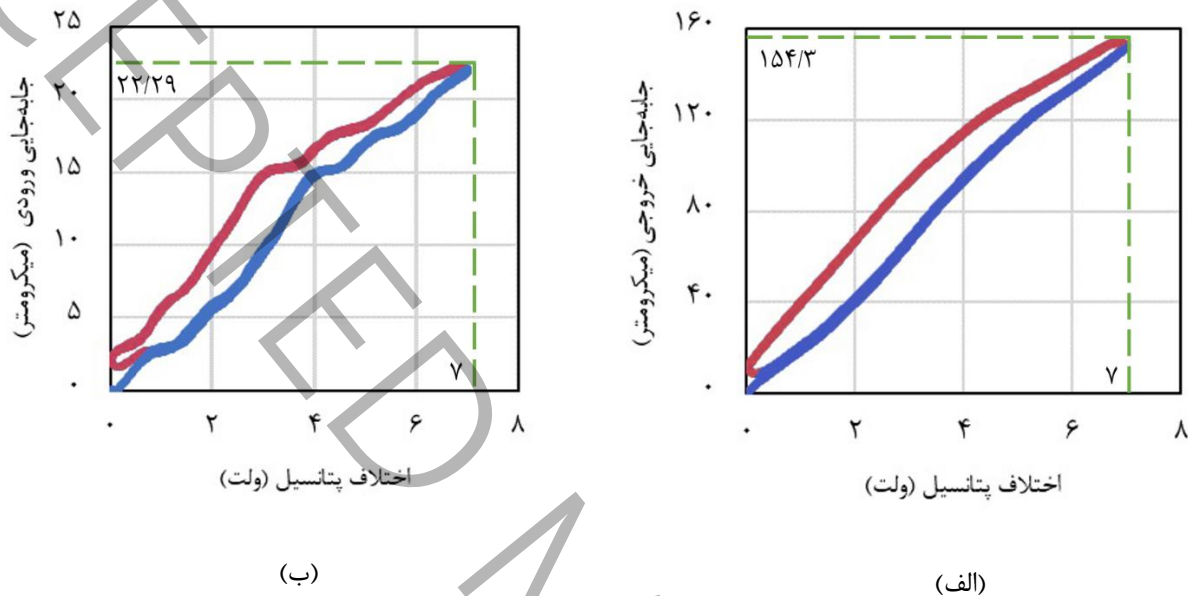
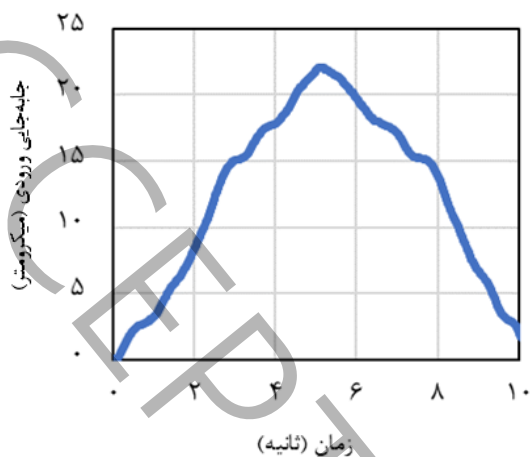


Fig. 13 Input and output displacement of the mechanism with respect to input voltage to the piezoelectric. a. Output displacement of the mechanism. b. Input displacement of the mechanism

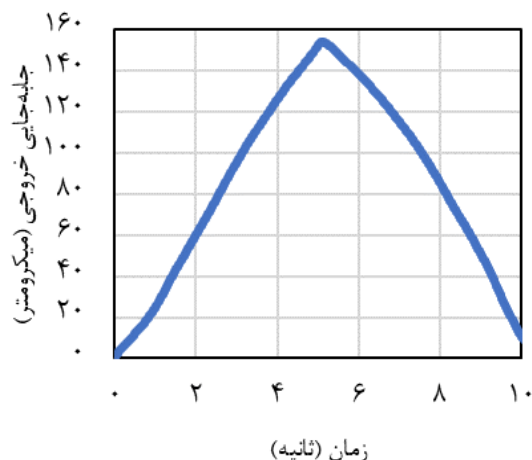
شکل ۱۳ جابه‌جایی ورودی و خروجی مکانیزم برحسب ولتاژ ورودی به پیزو الکتریک. الف. جابه‌جایی خروجی مکانیزم. ب. جابه‌جایی ورودی مکانیزم

Fig. 14 Output and input displacement of the mechanism with respect to the time of the experiment در

شکل ۱۴ جابه‌جایی‌های ورودی و خروجی مکانیزم برحسب زمان نشان داده شده‌اند. در این نمودار نیز به دلیل وجود حرکت هم در راستای عمودی و هم در راستای افقی، نمودار کمی به هم ریخته‌تر از نمودار جابه‌جایی خروجی می‌باشد.



(ب)



(الف)

Fig. 14 Output and input displacement of the mechanism with respect to the time of the experiment

شکل ۱۴ جابه‌جایی خروجی و ورودی مکانیزم برحسب زمان انجام آزمایش

با توجه به مقادیر جابه‌جایی ورودی و خروجی مکانیزم لوزی می‌توان با استفاده از رابطه (۱۵) مقدار نسبت تقویت جابه‌جایی را محاسبه نمود.

در شکل ۱۵ نسبت تقویت جابه‌جایی برحسب زمان شروع و پایان آزمایش بر اساس مقادیر Fig. 14 Output and input displacement of the mechanism with respect to the time of the experiment

شکل ۱۴ نشان داده شده است. مطابق این نمودار، در زمان‌های ۰,۵ ثانیه تا ۹,۵ ثانیه نسبت تقویت جابه‌جایی مکانیزم ساخته شده در محدوده نسبت تقویت ۳/۴۵ می‌باشد که در واقع این عدد متوسط نسبت تقویت است که از میانگین گرفتن نقاط موجود در شکل ۱۵ به دست می‌آید.

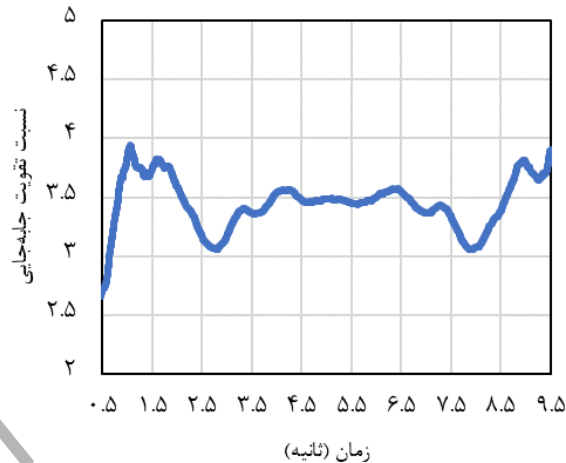


Fig. 15 Amplification ratio with respect to the start time to the end of the experiment

شکل ۱۵ نسبت تقویت برحسب زمان شروع آزمایش تا پایان

در جدول ۴ مقایسه‌ای بین نتایج شبیه سازی المان محدود، مدل سازی الاستواستاتیک و نتایج آزمایشگاهی با نمونه پی‌ال‌ای انجام شده است. در این بررسی ابعاد مکانیزم لوزی مطابق جدول ۱ می‌باشد. در این بررسی نسبت تقویت جابه‌جایی مکانیزم مقایسه شده است، ولی مقادیر جابه‌جایی ورودی و خروجی به دلیل مشخص نبودن خواص ماده مقایسه نمی‌شوند.

همان‌طور که دیده می‌شود، خطای مدل سازی الاستواستاتیک و شبیه‌سازی المان محدود با نمونه ساخته شده ۴/۰۵ درصد می‌باشد که این خطا ناشی از به هم ریختگی نمودار جابه‌جایی ورودی می‌باشد.

باتوجه به اینکه مکانیزم ساخته شده در این پژوهش مطابق ابعاد جدول ۱ ساخته شده است. بنابراین خطای مدل‌سازی و المان محدود بسیار ناچیز می‌باشد. از طرفی مکانیزم ساخته شده با توجه به این که نسبت طول لینک (۱۵٫۵ میلیمتر) به ضخامت لینک (۰٫۸ میلیمتر) بیشتر از ۱۰ می‌باشد مطابق با فرض‌های تیر اویلر برنولی است همچنین این مکانیزم در زاویه ۱۵ درجه طراحی و ساخته شده است بنابراین مطابق

Fig. 7 Displacement amplification ratio diagram with respect to link angle using elastostatic modeling, formula (15), and finite element method

شکل ۷ خطای تیر اویلر برنولی نسبت به المان محدود در کمترین حالت ممکن می‌باشد. از طرفی اگر مکانیزم ساخته شده نسبت مطابق این فرض طراحی نشود می‌بایست از ماتریس سختی تیر تیموشینکو استفاده گردد

جدول ۴ نسبت تقویت جابه‌جایی به دست آمده از روش الاستواستاتیک، شبیه‌سازی المان محدود و نمونه ساخته شده

Table 4 Displacement amplification ratio obtained from elastostatic method, finite element simulation, and fabricated sample

نمونه ساخته شده	الاستواستاتیک	شبیه‌سازی	
۳/۴۵	۳/۵۹	۳/۵۴	نسبت تقویت جابه‌جایی
-	۴/۰۰۵	۲/۰۶۶	خطا نسبت به نتایج تجربی

۴- بهینه‌سازی هندسی

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، عملکرد یک مکانیزم منعطف به نسبت تقویت جابه‌جایی و سختی بستگی دارد. در این مکانیزم‌ها، سختی کمتر منجر به حرکت دامنه بیشتر پیزوالکتریک می‌شود. از طرف دیگر، مقدار سختی نمی‌تواند بسیار کم باشد؛ زیرا مکانیزم باید در برابر محرک پیزو واکنش نشان دهد و مکانیزم عملگر را تحت فشار قرار دهد؛ بنابراین، طراحی مکانیزمی با مقدار سختی مناسب یک هدف مهم است که بهینه‌سازی هندسی را می‌طلبد. در واقع، یک تکنیک بهینه‌سازی هندسی، مجموعه‌ای از ابعاد مناسب را با توجه به نسبت تقویت جابه‌جایی موردنیاز و در محدوده سختی مجاز پیدا می‌کند؛ بنابراین، تابع هزینه به‌عنوان مجذور اختلاف بین نسبت تقویت جابه‌جایی و مقدار موردنظر تعریف می‌شود، یعنی:

$$\varphi(L1, L3, h, \theta) = \left(\frac{U_{out}(L1, L3, h, \theta)}{U_{inp}(L1, L3, h, \theta)} - R \right)^2 \quad (17)$$

که در آن LF و h نشان‌دهنده طول و ضخامت مفصل الاستیک است. همچنین θ و LR زاویه و طول پیوندهای صلب هستند. تابع هزینه فوق‌الذکر باید تحت محدودیت‌های زیر به حداقل برسد:

$$\frac{F}{U_{inp}(L1, L3, h, \theta)} < K_{max}, \quad \frac{F}{U_{inp}(L1, L3, h, \theta)} > K_{min} \quad (18)$$

برای ساده‌سازی فرایند بهینه‌سازی لازم است مسئله بهینه‌سازی مقید را به یک مسئله نامقید تبدیل شود. در این راستا با استفاده از روش پنالته مطابق معادله (۱۹)، محدودیت‌های موردنظر برای تابع هزینه اعمال می‌شود تا یک مسئله بهینه‌سازی نامقید به دست آید.

$$\begin{aligned} \psi &= \varphi + r \left(\sum g_i^2 \right) \\ g_i &= \max(0, G_i) \\ G_i &< 0 \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به دو معادله (۱۷)، تابع هزینه برای بهینه‌سازی هندسی مکانیزم به صورت معادله (۱۸) تعریف شده است.

(۲۰)

$$\psi = \left(\frac{U_{out}}{U_{inp}} - R \right)^2 + r \left(\max \left(0, \frac{F}{U_{inp}} - K_{max} \right)^2 + \max \left(0, -\frac{F}{U_{inp}} + K_{min} \right)^2 \right)$$

در این مطالعه، نسبت تقویت ۶ برابر، هدف بهینه سازی قرار داده شده است، درحالی که سختی مکانیزم بالاتر از ۲ نیوتن بر میکرومتر و کمتر از ۴ نیوتن بر میکرومتر در نظر گرفته می شود؛ بنابراین تابع هدف زیر تعریف می شود.

مسئله بهینه سازی با روش سیمپلکس از طریق متلب حل شده است. روش پنالتی تکرارشونده می باشد و نیاز به نقطه شروع دارد. در الگوریتم فعلی در هر مرحله مقدار پارامتر r برابر می شود و نقطه بهینه به دست آمده، نقطه شروع مرحله بعدی می شود. این تکرار زمانی متوقف می شود که تفاوت مقدار تابع هزینه نسبت به مرحله قبل کمتر از مقدار معین باشد. این بهینه سازی به مجموعه ای از ابعاد بهینه در جدول ۴ همگرا می شود. این بهینه سازی با دو تکرار انجام می گیرد.

جدول ۵ ابعاد بهینه شده با استفاده از روش پنالتی و الاستواستاتیک بر اساس نسبت تقویت جابه جایی مدنظر

Table 5 Optimized dimensions using the penalty method and elastostatic method based on the desired displacement amplification ratio

ضخامت مکانیزم (میلی متر)	زاویه مفاصل (درجه)	L (میلی متر)	h (میلی متر)	
۱۰	۱۰	۱۰	۰/۵	نقطه شروع
۷/۴۳	۱۳/۷۰	۱۱/۲۶	۰/۴۲	ابعاد بهینه به دست آمده

در شکل ۱۶ نشان می دهد ۲۷ تکرار برای همگرایی به نقطه بهینه مورد نیاز است و در تکرارهای دوم به دلیل همگرا شدن به نقطه بهینه در مرحله اول، مقدار تغییر تابع هزینه کمتر از حد تعیین شده است.

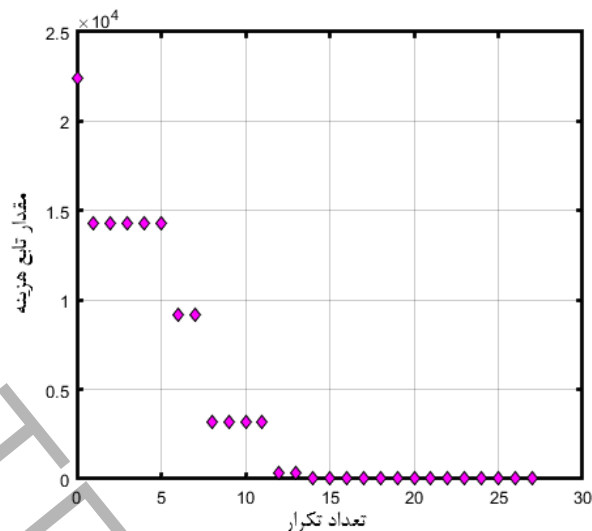


Fig. 16 Convergence diagram of the cost function and function value at the final stage

شکل ۱۶ نمودار همگرایی تابع هزینه و مقدار تابع در مرحله آخر

با استفاده از ابعاد جدول ۵ مکانیزم موردنظر شبیه‌سازی شده است. در جدول ۶ مقایسه‌ای بین پارامترهای مکانیزم لوزی با به کار گیری ابعاد بهینه شده و نشده صورت گرفته و نتایج نشان می‌دهد با استفاده از بهینه سازی بزرگ‌نمایی مکانیزم ۵۰ درصد و سختی ورودی ۱۹ درصد بهینه شده است. نتایج زیر با استفاده از شبیه سازی به دست آمده است.

همان‌طور که انتظار می‌رفت مطابق شکل ۱۶ مقدار تابع هزینه بعد از ۲۷ تکرار به کمترین مقدار رسیده است و همگرایی در کمترین زمان صورت گرفت است. با توجه به خواسته‌ها مدنظر، سختی ورودی بیشتر از ۲ نیوتن بر میکرومتر و کمتر از ۴ نیوتن بر میکرومتر به دست آمده است و نسبت تقویت جابجایی مورد نیاز مطابق تابع هزینه رابطه (۲۰) مقدار ۶ به دست آمده است. مطابق با ابعاد به دست آمده، مکانیزم بهینه شده، با سختی ورودی کمتری که دارد نسبت تقویت جابجایی بیشتری می‌تواند داشته باشد. بدون در نظر گرفتن این مراحل، طراحی این نوع از مکانیزم‌ها با چنین مشخصات و شرایط، زمانبر و سخت می‌شود. بدین ترتیب با استفاده از روش فوق می‌توان ابعاد مکانیزم‌هایی با پیچدگی و درجات آزادی بیشتر را مطابق با خواسته‌های مدنظر طراحی کرد.

جدول ۶ مقایسه پارامترهای مکانیزم لوزی با ابعاد بهینه شده و نشده

Table 6 Comparison of parameters of the rhombus mechanism with optimized and non-optimized dimensions

ابعاد	نسبت تقویت	سختی (نیوتن بر میکرومتر)
ابعاد بهینه شده	۶	۲/۷۳
ابعاد بهینه نشده	۳/۶۳	۳/۳۶

۵- نتیجه گیری

در این مقاله از روش الاستواستاتیک برای تحلیل و مدل سازی مکانیزم منعطف لوزی استفاده شد. مدل سازی به روش ماتریس ساختاری می باشد. مزیت این روش نسبت به سایر روش ها در نحوه مونتاژ ماتریس سختی کل مکانیزم می باشد که ساده تر از روش های موجود است. در این مدل سازی به منظور کاهش محاسبات تقریب چرخش کوچک به دلیل رفتار صلب لینک های ضخیم به کار گرفته شد. در این روش طراحی اولیه این نوع از مکانیزم ها با سرعت بیشتری انجام می شود. در سایر پژوهش ها مانند مدل سازی شبه صلب به دلیل تقریب لولای منعطف با فنر پیچشی خطای مدل سازی نسبت به روش الاستواستاتیک ۱۲ درصد افزایش یافته و همچنین پیاده سازی روش شبه صلب برای مکانیزم های با هندسه متفاوت نسبت به روش پیشنهادی پیچیده می باشد. با توجه به نتایج به دست آمده مدل سازی الاستواستاتیک خطای مشابهی در مقایسه با مدل سازی تیر الاستیک داشته که دلیل آن به کاری گیری ماتریس سختی تیر الاستیک در روش الاستواستاتیک می باشد؛ اما به دلیل پیاده سازی آسان، سریع و همچنین عدم نیاز به محاسبه ماتریس سختی لینک های صلب این روش جایگزین مناسبی می باشد. هدف اصلی پژوهش طراحی مکانیزم لوزی مطابق با پارامترهای مدنظر می باشد. پارامترهای مکانیزم لوزی سختی ورودی و بزرگ نمایی می باشد که هرچه بزرگ نمایی بیشتر و سختی ورودی کمتر باشد مکانیزم مورد قبول می باشد. به دلیل طراحی مکانیزم لوزی با استفاده از مدل سازی الاستواستاتیک نیاز است که خطای مدل سازی بررسی شود؛ بنابراین خطای مدل سازی الاستواستاتیک با نتایج شبیه سازی و تجربی مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد که خطای مدل سازی در مقایسه با شبیه سازی محدوده برای نسبت تقویت جابه جایی ۱,۵ درصد و برای جابه جایی خروجی ۱ درصد می باشد. در آخر برای طراحی مکانیزم های منعطف بهینه سازی هندسی به کار گرفته شد و مکانیزم لوزی باز طراحی شد. با استفاده از این بهینه سازی پارامترهای مکانیزم لوزی مانند بزرگ نمایی مکانیزم ۵۰ درصد و سختی ورودی تقریباً ۱۹ درصد بهینه شد.

- [1] S. Park, S. Yang, A mathematical approach for analyzing ultra precision positioning system with compliant mechanism, *Journal of Materials Processing Technology*, 164 (2005) 1584-1589.
- [2] J.S. Cuellar, G. Smit, D. Plettenburg, A. Zadpoor, Additive manufacturing of non-assembly mechanisms, *Additive Manufacturing*, 21 (2018) 150-158.
- [3] S. Kota, J. Joo, Z. Li, S.M. Rodgers, J. Sniegowski, Design of compliant mechanisms: applications to MEMS, *Analog integrated circuits and signal processing*, 29(1) (2001) 7-15.
- [4] A.J. Fleming, Y.K. Yong, An ultrathin monolithic XY nanopositioning stage constructed from a single sheet of piezoelectric material, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(6) (2017) 2611-2618.
- [5] P. Ouyang, R. Tjiptoprodjo, W. Zhang, G. Yang, Micro-motion devices technology: The state of arts review, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 38(5) (2008) 463-478.
- [6] C.N. Wang, T.D.-M. Le, Optimization parameter for microgripper based on triple-stair compliant mechanism using GTs-TOPSIS, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 120(11) (2022) 7967-7983.
- [7] R. Bharanidaran, T. Ramesh, A modified post-processing technique to design a compliant based microgripper with a plunger using topological optimization, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 93(1) (2017) 103-112.
- [8] H.A. Sodano, D.J. Inman, G. Park, A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials, *Shock and Vibration Digest*, 36(3) (2004) 197-206.
- [9] J. Granstrom, J. Feenstra, H.A. Sodano, K. Farinholt, Energy harvesting from a backpack instrumented with piezoelectric shoulder straps, *Smart materials and structures*, 16(5) (2007) 1810.
- [10] X. Sun, B. Yang, A new methodology for developing flexure-hinged displacement amplifiers with micro-vibration suppression for a giant magnetostrictive micro drive system, *Sensors and Actuators A: Physical*, 263 (2017) 30-43.
- [11] G. Song, V. Sethi, *Vibration Control of Civil Structures using Piezoceramic Smart Materials, Engineering, Construction, and Operations in Challenging Environments: Earth and Space 2004*, (2004) 546-553.
- [12] K.-q. Qi, Y. Xiang, C. Fang, Y. Zhang, C.-s. Yu, Analysis of the displacement amplification ratio of bridge-type mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, 87 (2015) 45-56.

- [13] K.-B. Choi, J.J. Lee, G.H. Kim, H.J. Lim, S.G. Kwon, Amplification ratio analysis of a bridge-type mechanical amplification mechanism based on a fully compliant model, *Mechanism and Machine Theory*, 121 (2018) 355-372.
- [14] J. Khurana, B. Hanks, M. Frecker, Design for additive manufacturing of cellular compliant mechanism using thermal history feedback, in: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, American Society of Mechanical Engineers, 2018, pp. V02AT03A035.
- [15] M. Wang, D. Ge, L. Zhang, J.L. Herder, Micro-scale Realization of Compliant Mechanisms: Manufacturing Processes and Constituent Materials—A Review, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 34(1) (2021) 1-22.
- [16] R. Clement, J. Huang, Z. Sun, J. Wang, W. Zhang, Motion and stress analysis of direct-driven compliant mechanisms with general-purpose finite element software, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 65(9) (2013) 1409-1421.
- [17] W. Bejgerowski, J.W. Gerdes, S.K. Gupta, H.A. Bruck, Design and fabrication of miniature compliant hinges for multi-material compliant mechanisms, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 57(5) (2011) 437-452.
- [18] M. Liu, X. Zhang, S. Fatikow, Design and analysis of a multi-notched flexure hinge for compliant mechanisms, *Precision Engineering*, 48 (2017) 292-304.
- [19] Y. Tian, B. Shirinzadeh, D. Zhang, Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design, *Precision Engineering*, 34(3) (2010) 408-418.
- [20] N. Lobontiu, J.S. Paine, E. Garcia, M. Goldfarb, Design of symmetric conic-section flexure hinges based on closed-form compliance equations, *Mechanism and machine theory*, 37(5) (2002) 477-498.
- [21] J. Chen, C. Zhang, M. Xu, Y. Zi, X. Zhang, Rhombic micro-displacement amplifier for piezoelectric actuator and its linear and hybrid model, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 50 (2015) 580-593.
- [22] G. Ye, W. Li, Y.-q. Wang, X.-f. Yang, L. Yu, Kinematics analysis of bridge-type micro-displacement mechanism based on flexure hinge, in: *The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*, IEEE, 2010, pp. 66-70.
- [23] X. Shen, L. Zhang, D. Qiu, A lever-bridge combined compliant mechanism for translation amplification, *Precision Engineering*, 67 (2021) 383-392.
- [24] H. Wu, L. Lai, L. Zhu, Analytical model and experimental verification of an elliptical bridge-type compliant displacement amplification mechanism, *Review of Scientific Instruments*, 92(5) (2021) 055109.
- [25] G. Haertling, Compositional study of PLZT Rainbow ceramics for piezo actuators, in: *Proceedings of 1994 IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics*, IEEE, 1994, pp. 313-318.

- [26] L.L. Howell, A. Midha, T.W. Norton, Evaluation of equivalent spring stiffness for use in a pseudo-rigid-body model of large-deflection compliant mechanisms, (1996).
- [27] S. Wu, Z. Shao, H. Su, H. Fu, An energy-based approach for kinetostatic modeling of general compliant mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, 142 (2019) 103588.
- [28] M. Korayem, H. Rahimi, A. Nikoobin, M. Nazemizadeh, Maximum allowable dynamic payload for flexible mobile robotic manipulators, *Latin American applied research*, 43(1) (2013) 29-35.
- [29] T. Yeom, T.W. Simon, M. Zhang, M.T. North, T. Cui, High frequency, large displacement, and low power consumption piezoelectric translational actuator based on an oval loop shell, *Sensors and Actuators A: Physical*, 176 (2012) 99-109.
- [30] F. Ma, G. Chen, Modeling large planar deflections of flexible beams in compliant mechanisms using chained beam-constraint-model, *Journal of Mechanisms and Robotics*, 8(2) (2016).
- [31] X. Pei, J. Yu, G. Zong, S. Bi, An effective pseudo-rigid-body method for beam-based compliant mechanisms, *Precision Engineering*, 34(3) (2010) 634-639.
- [32] E. Abele, S. Rothenbücher, M. Weigold, Cartesian compliance model for industrial robots using virtual joints, *Production Engineering*, 2(3) (2008) 339-343.
- [33] S. Shi, H. Wu, Y. Song, H. Handroos, M. Li, Y. Cheng, B. Mao, Static stiffness modelling of EAST articulated maintenance arm using matrix structural analysis method, *Fusion Engineering and Design*, 124 (2017) 507-511.
- [34] S. Grazioso, G.D. Gironimo, L. Rosati, B. Siciliano, Modeling and simulation of hybrid soft robots using finite element methods: Brief overview and benefits, in: *International Symposium on Advances in Robot Kinematics*, Springer, 2020, pp. 335-340.
- [35] A. Taghvaeipour, J. Angeles, L. Lessard, On the elastostatic analysis of mechanical systems, *Mechanism and Machine Theory*, 58 (2012) 202-216.
- [36] M. Ling, J. Cao, M. Zeng, J. Lin, D.J. Inman, Enhanced mathematical modeling of the displacement amplification ratio for piezoelectric compliant mechanisms, *Smart Materials and Structures*, 25(7) (2016) 075022.

۸- حمایت‌های مالی

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ کمک مالی، کمک مالی یا حمایت دیگری در طول آماده‌سازی این مقاله دریافت نکرده‌اند. تمامی آزمایش‌های مقاله در آزمایشگاه "حسگرها و عملگرهای مبتنی بر مواد هوشمند، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر" انجام شده است.

۹- تعارض منافع

تمامی مطالب مذکور توسط نویسندگان انجام شده و هیچ فرد یا نهادی در تهیه آن نقش نداشته‌اند.