



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۸، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۵، صفحه ۲۸۱ تا ۲۹۰
Vol. 48, No. 3, Autumn 2016, pp. 281-290



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر - مهندسی مکانیک
AmirKabir Journal of Science & Research
Mechanical Engineering
ASJR-ME

حل تشابهی لایه مرزی نانوسیال در محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی

محسن نظری^{*}

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود

(دریافت: ۱۳۹۲/۵/۲۴ پذیرش: ۱۳۹۴/۱/۲۹)

چکیده

در این مطالعه جابجایی آزاد نانوسیال در مجاورت یک صفحه گرم عمودی و در محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی مورد بررسی قرار گرفته است. توزیع دمای صفحه به صورت خطی تغییر می‌کند و اثر مکش و دهش روی مساله به طور کامل بررسی شده است. در این بررسی فرض شده است که حرکت براونی و ترموفورز مکانیزم‌های محرک برای جابجایی آزاد نانوسیال در فیزیک مورد مطالعه است. با استخراج پارامتر تشابهی مناسب، معادلات حاکم با استفاده از روش تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل و به روش عددی حل شده‌اند. حل تشابهی معادلات حاکم بر مساله در محیط متخلخل با وجود نانوسیال و جملات غیرخطی مانند ترموفورز از نوآوری‌های مقاله حاضر است. در این بررسی، میدان‌های جریان و دما تعیین شده و عدد ناسلت برای فازهای سیال و جامد محاسبه شده‌اند. همچنین عدد شروود برای نانوذرات در گستره وسیعی از پارامترها تعیین شده و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی:

حل تشابهی، جابجایی آزاد، نانو سیال، عدم تعادل حرارتی.

Please cite this article using:

Nazari, M., 2016. "Thermal Non-Equilibrium Similarity Solution for Nanofluid Boundary Layer in a Porous Medium". *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 48(3), pp. 281-290.
URL: http://mej.aut.ac.ir/article_551.html

نویسنده مسئول و عهده‌دار مکاتبات: Email: mnazari@shahroodut.ac.ir



۱- مقدمه

کارایی حرارتی سیستم‌های جابجایی آزاد وابسته به خواص سیال مورد استفاده است. اخیراً نانوسیال‌هایی با ضریب هدایت حرارتی بالا در گستره وسیعی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند که استفاده از این نوع نانوسیال‌ها باعث افزایش نرخ انتقال حرارت جابجایی می‌شوند. از دیگر مواردی که باعث افزایش نرخ انتقال حرارت در سیستم‌های مهندسی می‌شود، استفاده از مواد متخلخل یا فوم‌های فلزی است. اخیراً برخی محققان به مطالعه نرخ انتقال جابجایی آزاد از یک صفحه قرارگرفته در محیط متخلخل با یک نانوسیال پرداخته‌اند. روش‌های خنک‌کاری با استفاده از جابجایی آزاد نیازمند هیچ‌گونه بخش‌های مکانیکی و توان مصرفی نبوده و به طور وسیعی در سیستم‌های الکترونیکی، مخابرات، ریزالکترونیک، تهویه و خنک‌کاری هوا مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱]. خان و عزیز [۲] جریان جابجایی آزاد نانوسیال روی یک صفحه عمودی با شار حرارتی ثابت را به روش عددی مورد مطالعه قرار دادند. مطالعه آنها نشان می‌دهد که چندین پارامتر بی‌بعد شامل اعداد پراتل، لویس، حرکت براونی، ترموفورسیس و پارامترهای مربوط به نسبت شناوری بر روی میدان سرعت، دما و غلظت موثرند. جریان لایه‌مرزی نانوسیال در حالت پایا بر روی یک صفحه عمودی کش‌آمده در محیط متخلخل به روش عددی توسط عبدول‌کاهار و همکارانش مورد بررسی قرار گرفته است [۳]. در این مدل اثرات حرکت براونی و ترموفورسیس در نظر گرفته شده است. در مطالعه آنها اثر ترموفورسیس نانوذرات روی نرخ انتقال حرارت جابجایی مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعه دیگری، انتقال حرارت جابجایی آزاد از یک صفحه عمودی به محیط متخلخل اشباع با حضور نانوسیال، به روش عددی توسط خان و عزیز [۴] مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی شار جرم و حرارت از صفحه عمودی، تابعی توان‌دار از فاصله تا دیوار است. معادلات حاکم به چهار معادله غیر خطی کوپل‌شده تشابهی که شامل سرعت، دما، غلظت محلول و غلظت نانوذرات است تبدیل می‌شود و به روش عددی حل می‌شوند. لازم به ذکر است که در مطالعه گفته‌شده، مولفان تجزیه و تحلیل خود را بر اساس فرض تعادل حرارتی انجام داده‌اند. انتقال حرارت جابجایی آزاد از یک صفحه عمودی قرارگرفته در یک نانوسیال به روش تحلیلی توسط کوزنتساو و نیلد [۵] صورت گرفته است. در این مدل اثرات حرکت براونی و ترموفورسیس در نظر گرفته شده است. این حل تشابهی وابسته به اعداد بدون‌بعد مختلفی است که بیان‌کننده نسبت شناوری، حرکت براونی و ترموفورسیس است. حل تحلیلی دیگری نیز برای جابجایی آزاد نانوسیال در یک محیط متخلخل توسط نیلد و کوزنتساو [۶] ارائه شده است. در این مدل اثرات حرکت براونی و ترموفورسیس در نظر گرفته شده و از معادله داری استفاده شده است.

در مطالعه دیگر، نیلد و کوزنتساو [۷] به بررسی مساله انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال روی صفحه عمودی در محیط متخلخل اشباع پرداختند. آنها تاثیر نانوذرات را روی انتقال حرارت جابجایی آزاد، برای

یک صفحه عمودی قرارگرفته در محیط متخلخل مورد مطالعه قرار دادند. در این مدل اثرات حرکت براونی و ترموفورسیس در نظر گرفته شده بود. شروع انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک لایه افقی از محیط متخلخل اشباع برای نانوسیال توسط کوزنتساو و نیلد [۸] به روش تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی از مدل برینکمن برای محیط متخلخل استفاده شده و اثرات حرکت براونی و ترموفورسیس در نظر گرفته شده است. در مطالعه‌ی دیگر کوزنتساو نیلد [۹] معادلات انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل را گسترش دادند. این معادلات برای بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال روی یک لایه افقی متخلخل به کار گرفته شده است.

لایه مرزی انتقال حرارت جابجایی ترکیبی در حالت پایا بر روی یک صفحه عمودی قرار گرفته در یک محیط متخلخل با حضور نانوسیال توسط احمد و پاپ [۱۰] مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مطالعه معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی اولیه به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و به روش عددی حل شده‌اند. همچنین مساله برای انواع مختلف نانوذرات مورد بررسی قرار گرفته است.

مطالعه حاضر مطالعات گذشته توسط خان و عزیز [۴] و کوزنتساو و نیلد [۵] را گسترش داده و به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوذرات در نزدیکی یک صفحه عمودی گرم‌شده در یک محیط متخلخل اشباع پرداخته است. توزیع دمای صفحه به صورت خطی است و ورودی شامل مکش یا دهش است. برای اولین بار فرض عدم تعادل حرارتی محلی در محیط متخلخل برای این مساله بررسی شده است. حل به صورت تشابهی بوده و معادلات حاکم به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل و به صورت عددی حل شده‌اند. برای حالت صفحه بدون مکش و دهش، بدون تغییرات دما و فرض تعادل حرارتی یک حل تحلیلی وجود دارد. حالت عدم تعادل حرارتی محلی توسط دو معادله مجزا برای انتقال حرارت (یکی برای فاز سیال و یکی برای فاز جامد) مدل شده است. انتقال حرارت بین دو فاز به صورت ماکروسکوپی توسط یک جمله چشمه/چاه که متناسب با اختلاف دمای بین دو فاز است مدل شده است. برای اطلاعات بیشتر در مورد مدل عدم تعادل حرارتی محلی مراجع [۱۱، ۱۲] توصیه می‌شود.

۲- روابط ریاضی

یک صفحه عمودی در $y=0$ را در نظر بگیرید (شکل ۱). دمای صفحه T و کسر حجمی نانو ذرات ϕ است که به صورت $T_w = T_\infty + Ax$ و $\phi_w = \phi_\infty + Bx$ در نظر گرفته شده است که T_∞ و ϕ_∞ مشخصات سیال در فاصله بی‌نهایت از صفحه هستند. در رابطه بالا B و A دو ثابت مثبت‌اند که نشان‌دهنده آن است که صفحه گرم شده است. صفحه ممکن است نفوذپذیر ($v_w \neq 0$) یا نفوذناپذیر ($v_w = 0$) باشد. مشخصات سیال ثابت در نظر گرفته شده است بجز چگالی که در عبارت شناوری تغییر می‌کند. در معادلات حاکم از فرض عدم تعادل حرارتی محلی برای معادله انرژی و مدل داری برای معادله مومنوم استفاده شده است. معادلات حاکم برای

جریان نانو سیال ویسکوز و تراکم‌ناپذیر عبارتند از [۴]:

$$\Psi = \alpha_f \varepsilon Ra_{XT}^{-1/2} f(\eta) \quad , \quad \eta = Ra_{XT}^{-1/2} \left(\frac{y}{x}\right) \quad ,$$

$$T = T_\infty + Ax \theta(\eta) \quad , \quad \phi = \phi_\infty + BxZ(\eta) \quad ,$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \varepsilon \frac{\alpha_f}{x} Ra_{XT} f'(\eta) \quad ,$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\frac{\alpha_f}{x} \varepsilon Ra_{XT}^{-1/2} f(\eta) \quad , \quad \theta_f = \frac{T_f - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

$$\theta_s = \frac{T_s - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad , \quad Z = \frac{\phi - \phi_\infty}{\phi_w - \phi_\infty} \quad (7)$$

که f, f', θ و Z تابع جریان بدون بعد، سرعت عمودی، میدان دما و کسر حجمی نانو ذرات هستند. همچنین:

$$Ra_{XT} = gK \beta_T (T_w - T_\infty) x / \nu \varepsilon \alpha_f = gK \beta_T A x^2 / \nu \varepsilon \alpha_f$$

عدد رایلی اصلاح شده است. با جایگزینی روابط (۷) در روابط (۱)

تا (۱) معادلات حاکم برای $Z(\eta)$ و $f(\eta)$ ، $\theta_s(\eta)$ ، به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$f'' = \theta_f' - NZ' \quad (8)$$

$$\theta_f'' + H(\theta_s - \theta_f) = f' \theta_f' - f \theta_f'' -$$

$$NbZ' \theta_f' - Nt \theta_f'' \quad (9)$$

$$\theta_s'' + H\gamma(\theta_f - \theta_s) = 0 \quad (10)$$

$$Z'' = -Le(f' Z' - f' Z) - \frac{Nt}{Nb} \theta_f'' \quad (11)$$

که تمام عبارتهای فوق دارای مشتق نسبت به η می‌باشند. نسبت هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارتی بدون بعد به صورت $H = hx^2 / \varepsilon k_f Ra_{XT}$ و $\gamma = \varepsilon k_f / (1 - \varepsilon) k_s$ تعریف می‌شوند. همچنین توجه شود که H ثابت در نظر گرفته شده است. این پارامتر به نوعی بیانگر قدرت انتقال حرارت در مقیاس حفره بین دو فاز سیال و جامد است و از بی‌بعدسازی معادلات حاکم عبارت H ظاهر می‌شود. به بیان دیگر، ضریب انتقال حرارت جابجایی h (که دارای بعد است) در حالت بدون بعد به صورت H ظاهر خواهد شد. همانگونه که در روابط (۹) و (۱۰) نیز مشخص است، عبارت H به صورت حاصل ضرب $\theta_s - \theta_f$ ظاهر شده که به درستی نشان‌دهنده جمله عدم تعادل حرارتی بین فازها است. در این مقاله محدوده تغییرات H از ۰ تا ۱۰۰۰ است. در روابط بالا N نسبت شناوری نانو سیال، Nb پارامتر حرکت براونی و Nt پارامتر ترموفورسیس عبارتند از:

$$Nt = \frac{(\rho c_p)_{particle} D_T (T_w - T_\infty)}{\alpha_f (\rho c_p)_f T_\infty} \quad , \quad Nb = \frac{(\rho c_p)_{particle} D_B (\phi_w - \phi_\infty)}{\alpha_f (\rho c_p)_f} \quad ,$$

$$\frac{Nt}{Nb} = \frac{D_T (T_w - T_\infty)}{T_\infty D_B (\phi_w - \phi_\infty)} \quad , \quad N = \frac{\beta_\phi (\phi_w - \phi_\infty)}{\beta_T (T_w - T_\infty)} \quad (12)$$

پارامترهای اشاره شده مانند Nb و Nt در اصل توسط کوزنتساو و نیلد [۵] معرفی شده‌اند. در این مقاله دو عبارت اصلی به نام‌های حرکت براونی و ترموفورسیس به معادلات حاکم اضافه شده‌اند. در این شرایط معادلات حاکم پیچیده بوده و یک تبدیل تشابهی در نظر گرفته شده که

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{gK}{\nu} \left(\beta_T \frac{\partial T_f}{\partial y} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} = \varepsilon \alpha_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + \frac{h}{(\rho c_p)_f} (T_s - T_f) + \varepsilon \frac{(\rho c_p)_{particle}}{(\rho c_p)_f} \left[D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T_f}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$(1 - \varepsilon) k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} + h (T_f - T_s) = 0 \quad (4)$$

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \varepsilon D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad (5)$$

در دستگاه کارترین به کار رفته x و y به ترتیب در امتداد صفحه و عمود بر آن در نظر گرفته شده‌اند. همچنین v و u مولفه‌های سرعت در جهت x و y هستند. T دما، ε ضریب تخلخل، ϕ کسر حجمی نانو ذرات، ν ویسکوزیته سینماتیکی سیال، K ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل، β_T ضریب انبساط حجمی حرارتی سیال و $\beta_\phi = (\rho_{particle} - \rho_f) / \rho_f$ است. تغییر کسر حجمی نانو سیال در داخل ناحیه محاسباتی به معنی رسوب نانو ذرات نیست. بسیاری از مدل‌های دوفازی (در مدلسازی نانو سیالات بر همین موضوع تاکید دارند و برای کسر حجمی نانو ذرات معادلات انتقال (کسر حجمی نانو ذره) ارائه شده است. کسر حجمی نانو ذرات در ناحیه محاسباتی مشابه یک لایه مرزی تشکیل می‌شود که پارامترهایی مانند نسبت شناوری نانو سیال، عدد لویس، پارامتر حرکت براونی و پارامتر ترموفورسیس بر ضخامت این لایه مرزی تاثیر می‌گذارند. در روابط (۳) و (۴)، h ضریب انتقال حرارت داخلی بین فازهای سیال و جامد است. وقتی مقدار h به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شود، T_f و T_s تقریباً برابر شده و منجر به حالت تعادل حرارتی (LTE) می‌شود. از طرف دیگر برای بقیه مقادیر h دمای فازها در نقاط مختلف با هم متفاوت بوده و حالت عدم تعادل حرارتی (LTNE) به وجود می‌آید. مقادیر تحلیلی و عددی h برای ساختارهای میکروسکوپی متخلخل و نسبت‌های هدایت مختلف برای محیط‌های ساکن در مراجع [۱۳-۱۴] آورده شده است. همچنین روابطی برای محیط‌های غیر ساکن نیز در مرجع [۱۲] آورده شده است. شرایط مرزی مساله به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$T_f(x, 0) = T_w(x) \quad , \quad T_f(x, \infty) = T_\infty$$

$$T_s(x, 0) = T_w(x) \quad , \quad T_s(x, \infty) = T_\infty$$

$$\phi(x, 0) = \phi_w(x) \quad , \quad \phi(x, \infty) = \phi_\infty$$

$$v(x, 0) = v_w(x) \quad , \quad u(x, \infty) = 0 \quad (6)$$

توابع تبدیل عبارتند از:

به سیال و جامد (سهم‌های مختلف و نابرابر) تقسیم کرد. در مطالعه مواد متخلخل، این سهم شار حرارتی (برای سیال و جامد) را به صورت عدد ناسلت بیان می‌کنند. حال می‌توان معادله بالا را با استفاده از رابطه (۱۶) به صورت زیر نوشت:

$$\frac{Sh}{Ra_{XT}^{\cdot\delta}} = -Z'(\eta = 0), \quad \frac{Nu_f}{Ra_{XT}^{\cdot\delta}} = -\theta'_f(\eta = 0),$$

$$\frac{Nu_s}{Ra_{XT}^{\cdot\delta}} = -\theta'_s(\eta = 0) \quad (18)$$

۳- نتایج

روابط حاکم (۸) تا (۱۱) با شرایط مرزی مربوطه از روش شوتینگ و بر پایه روش سیمپسون انجام می‌شود. حل انجام شده برای مقادیر مختلف Nb, Le, γ, H, f_w و N است. در محاسبات حاضر ۱۰۰ گره با فاصله برابر به کار رفته است. فرایند تکرار تا رسیدن به همگرایی 0.001 برای همه متغیرها ادامه می‌یابد. مشاهده شده است که بزرگی بعضی از پارامترها بر روی ضخامت لایه مرزی تاثیر می‌گذارد. برای مثال، مقادیر کوچک γ یا H باعث می‌شود که ضخامت‌های لایه مرزی حرارتی فاز جامد بزرگتر از فاز سیال شود. انتخاب مقدار صحیح η_{max} بسیار مهم است و باید مطمئن بود که لایه مرزی درون ناحیه محاسباتی باقی مانده و انتخاب فاصله از صفحه برای اعمال شرط مرزی بی‌نهایت روی نتایج محاسبه شده مانند تنش برشی روی دیواره و عدد ناسلت تاثیر نمی‌گذارد. بنابراین حل باید به طور مجانبی در مقادیر بزرگ η به صفر میل کند.

تحلیل حاضر نشان می‌دهد که $\eta_{max} = 20$ به اندازه کافی برای مساله مطالعه شده به منظور اطمینان از مستقل بودن نتایج بدست آمده از شرط مرزی در بی‌نهایت، بزرگ است. این مقدار به گونه‌ای انتخاب شده است که هر دو لایه مرزی درون ناحیه محاسباتی باقی بماند. دقت شود که در این مقاله به حل معادلات ماکروسکوپییک پرداخته شده است نه حل در مقیاس حفره. در مقیاس حفره، جانمایی مواد جامد در همه جا (از جمله در مجاورت صفحه) مهم است و باید لحاظ شود اما در متوسط‌گیری از معادلات در محیط متخلخل جانمایی مواد جامد (ماتریس جامد) ظاهر نمی‌شود و فقط پارامترهایی مثل نفوذپذیری نقش دارند.

۴- مدل تعادل حرارتی

معادلات حاکم که در بخش ۲ عنوان شد می‌تواند به گونه‌ای به یک سری معادلات ساده شده‌ای تبدیل شود که مدل تعادل حرارتی محلی نامیده می‌شود. این مدل با جایگزینی $H=0$ در رابطه (۹) و فرض اینکه معادله سیال موجود برای هر دو فاز به کار می‌رود (نادیده گرفتن رابطه (۱۰)) ایجاد می‌شود. از طرف دیگر وقتی مقادیر H در معادلات اصلی بزرگ می‌شود مقادیر بدست آمده از حل مساله متناظر با حالت تعادل حرارتی است که البته به مقدار جزئی نیز اختلاف دارد. پس یا می‌توان با گذاشتن $H=0$ در معادلات اصلی به حالت تعادل حرارتی رسید یا

معادلات مشتق جزئی را به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌کند. از نوآوری‌های مقاله حاضر، بیان معادلات حاکم به گونه‌ای است که چهار حالت مختلف را شامل می‌شود. می‌توان با صفر کردن برخی پارامترها به بررسی نانوسیال در حالت تعادل حرارتی و عدم تعادل حرارتی پرداخت. همچنین با صفر کردن برخی پارامترها به بررسی سیال معمولی در دو حالت تعادل و عدم تعادل حرارتی پرداخت. از دیگر نوآوری‌های این مقاله بیان مساله نانوسیال به صورت عدم تعادل حرارتی است که حضور جمله‌های ترموفورس و پارامتر حرکت براونی باعث جامع‌تر شدن معادلات و بررسی انجام شده می‌شود. در این حالت شرایط مرزی بدون بعد به صورت زیر است:

$$\theta_f(\eta = 0) = 1, \quad \theta_f(\eta = \infty) = 0,$$

$$\theta_s(\eta = 0) = 1, \quad \theta_s(\eta = \infty) = 0,$$

$$Z(\eta = 0) = 1, \quad Z(\eta = \infty) = 0,$$

$$f(\eta = 0) = f_w, \quad f'(\eta = \infty) = 0 \quad (13)$$

سرعت مکش یا دهش، v_w ، در دیوار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$v_w = -\frac{\alpha_f}{x} \varepsilon Ra_{XT}^{\cdot\delta} f_w \quad (14)$$

شار جرمی و شارهای حرارتی برای فازهای سیال و جامد به صورت زیر می‌باشند:

$$m = -D \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad q_f = -k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=0},$$

$$q_s = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (15)$$

که k نشان‌دهنده هدایت حرارتی است. با استفاده از معادلات (۷) شارهای بالا به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$m = -D(\phi_w - \phi_\infty) Z'(\cdot) \frac{Ra_{XT}^{\cdot\delta}}{x}$$

$$q_f = -k_f (T_w - T_\infty) \theta'_f(\cdot) \frac{Ra_{XT}^{\cdot\delta}}{x}$$

$$q_s = -k_s (T_w - T_\infty) \theta'_s(\cdot) \frac{Ra_{XT}^{\cdot\delta}}{x} \quad (16)$$

عدد شرود و اعداد ناسلت محلی برای فازهای سیال و جامد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Sh = \frac{mx}{D(\phi_w - \phi_\infty)}, \quad Nu_f = \frac{q_f x}{k_f (T_w - T_\infty)},$$

$$Nu_s = \frac{q_s x}{k_s (T_w - T_\infty)} \quad (17)$$

در این مطالعه جابجایی آزاد نانوسیال در مجاورت یک صفحه گرم عمودی و در محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی مورد بررسی قرار گرفته است. محیط متخلخل از یک سری مواد جامد تشکیل شده که سیال بین آنها حرکت می‌کند. در روی مرز، هم جسم جامد وجود دارد و هم فضای خالی. پس می‌توان شار حرارتی ورودی (در محل مرز) را

جدول ۱: مقایسه نتایج برای صفحه عمودی گرم شده در حالت تعادل حرارتی محلی و بدون اثرات نانوذرات

$$f''(0) = \theta'(0) = -Nu_x Ra_x^{-0.5}$$

f_w	مقیاری [۱۶]	چنگ [۱۷]	علی [۱۸]	نتایج عددی حاضر	حل تحلیلی $-[f_w + (f_w^2 + 4)^{0.5}]/2$
-۱	-۰/۶۱۸۰	-۰/۶۱۸۰	-۰/۶۱۸۰۳	-۰/۶۱۸۰	-۰/۶۱۸۰۳۴
-۰/۸	-۰/۶۷۷۰	-۰/۶۷۷۰	-۰/۶۷۷۰۳	-۰/۶۷۷۰	-۰/۶۷۷۰۳۳
-۰/۴	-۰/۸۱۹۸	-۰/۸۱۹۸	-۰/۸۱۹۸۰	-۰/۸۱۹۸	-۰/۸۱۹۸۰۴
۰	-۱/۰۰۰۰	-۱/۰۰۰	-۱/۰۰۰۰۰	-۱/۰۰۰۰	-۱/۰۰۰۰۰۰
۱	-۱/۶۱۸۰	-۱/۶۱۸۰	-۱/۶۱۸۰۳	-۱/۶۱۸۰	-۱/۶۱۸۰۳۴

و نمایی شکل کسر حجمی نانوسیال و میدان دما می‌شود. منحنی که در شکل ۲ با خط تیره نشان داده شده است مربوط به فاز جامد و منحنی که با خط نشان داده شده است مربوط به فاز سیال است. دمای فاز جامد معمولاً بزرگتر یا مساوی فاز سیال برای همه مقادیر f_w ، γ و H است. کسر حجمی نانوذرات برای همه مقادیر Nt ، Nb ، N و Le در شکل ۳ آورده شده است. پنج حالت مختلف در این شکل گزارش شده است. با مراجعه به حالت‌های دوم و چهارم در این شکل مقادیر Nb و N برابر $0/2$ و مقدار Le برابر ۲ در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار Nt در حالت دوم برابر $0/8$ و در حالت چهارم مقدار $0/2$ در نظر گرفته شده است. افزایش پارامتر Nt باعث افزایش کسر حجمی نانوذرات می‌شود. به طور مشابه افزایش پارامتر N باعث افزایش کسر حجمی نانوذرات می‌شود (مقایسه حالت سوم و چهارم) ولی افزایش پارامتر Nb کسر حجمی نانوذرات را کاهش می‌دهد.

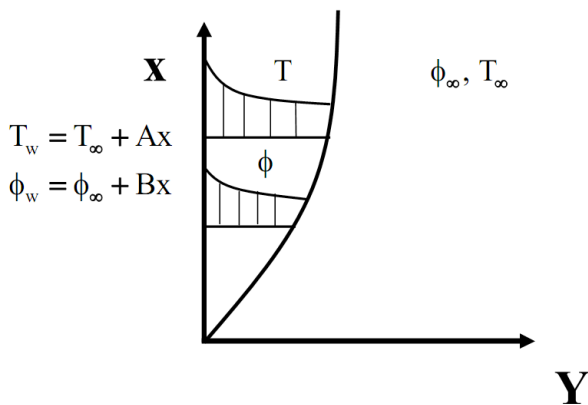
با قرار دادن مقادیر بزرگ H در معادلات اصلی به این حالت رسید. در حالتی که به جای $H=0$ در معادلات قرار داده شود (با مکش و دهش) معادلات حاکم ایجاد شده دارای حل تحلیلی به صورت زیر است: $(H=N=Nb=Nt=0)$

$$f(\eta) = f_w + \frac{1 - e^{-\alpha\eta}}{\alpha} \quad \alpha = \frac{f_w + \sqrt{f_w^2 + 4}}{2} \quad (19)$$

این صورت حل ابتدا توسط گوپتا و گوپتا [۱۵] ارائه شده است. کمی تغییرات، این حل به صورت $f''(0) = \theta'(0) = -[f_w + (f_w^2 + 4)^{0.5}]/2$ تبدیل می‌شود. نتایج این معادله و محاسبات نتیجه شده از حل عددی حاضر با هم مقایسه شده‌اند. همچنین حل عددی این مقاله با نتایج بدست آمده از چند نویسنده دیگر نیز در جدول ۱ مقایسه شده است. نتایج جدول ۱ دقت و درستی فرایند حل را نشان می‌دهد.

۵- مدل عدم تعادل حرارتی

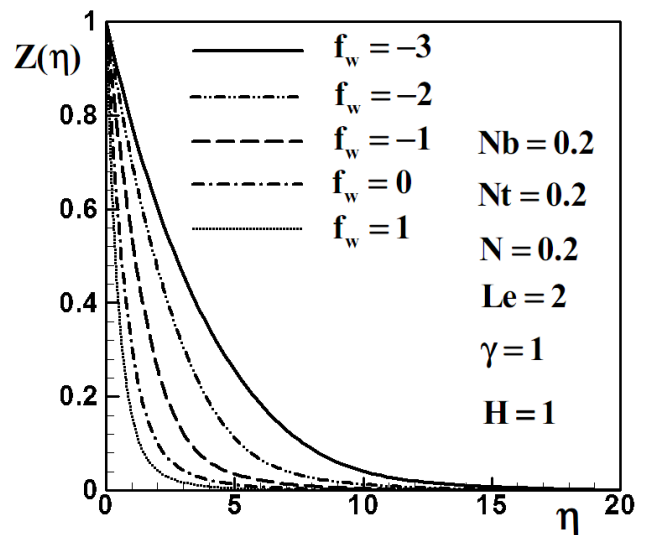
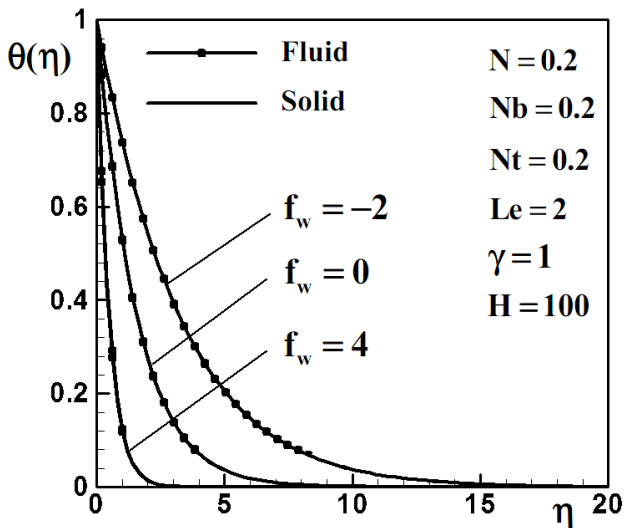
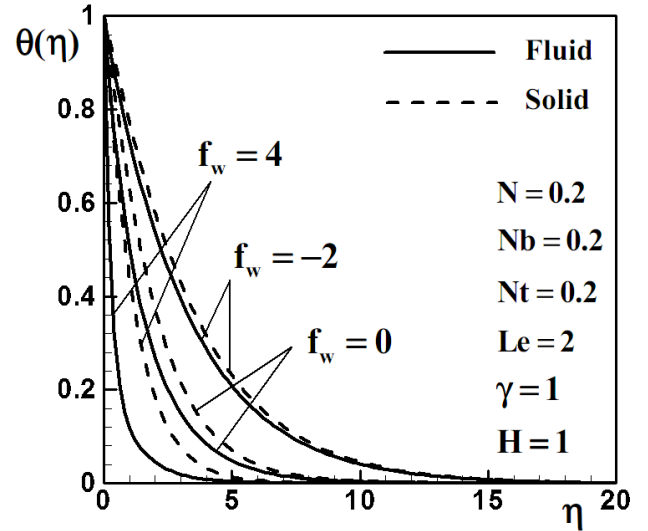
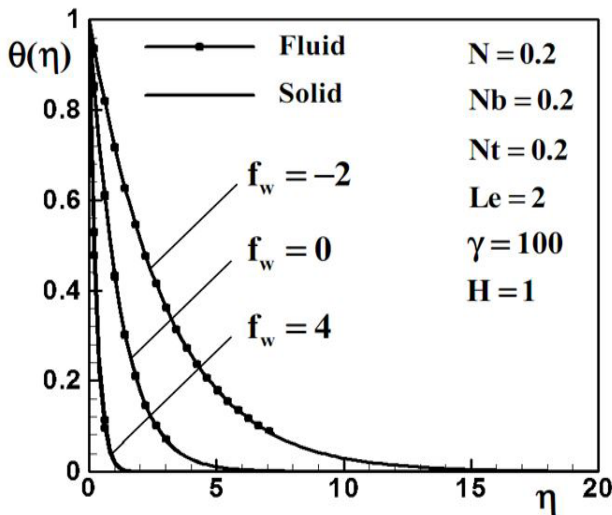
در این بخش نتایج عددی حاضر، برای حالت عدم تعادل حرارتی محلی و انجام یک مطالعه پارامتری جامع با تغییر پارامترهای f_w ، H ، γ ، Nb ، Nt ، Le و N آورده شده است. در این بررسی چهار حالت مختلف مطالعه شده است. جدول ۲ مدل‌های حرارتی مختلف را بر حسب روابط حاکم (۸) تا (۱۱) نشان می‌دهد. اثرات تغییر پارامتر مکش/دهش روی توزیع دمای بدون بعد و کسر حجمی نانوسیال در شکل ۲ آورده شده است. افزایش این پارامتر (f_w) ضخامت‌های لایه مرزی حرارتی را کاهش می‌دهد. مقدار f_w یک رابطه مستقیم با f_w دارد که منجر به کاهش سریع‌تر



شکل ۱: شماتیک مساله

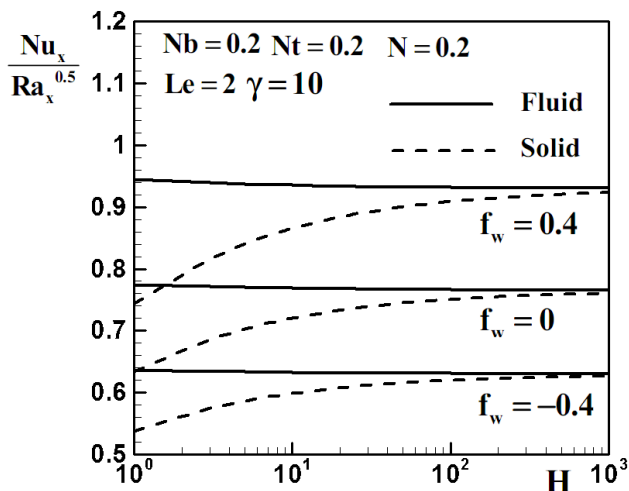
جدول ۲: خلاصه بحث و مدل‌های حرارتی و سیال پیشنهادی در محیط متخلخل

حالت‌های مختلف	مدل‌های حرارتی	نوع سیال	شرایط برای روابط (۸-۱۱)
۱	عدم تعادل حرارتی محلی	نانوسیال	$H=Nb=Nt \neq 0$
۲	تعادل حرارتی محلی	نانوسیال	$H=0, Nb=Nt \neq 0$
۳	عدم تعادل حرارتی محلی	بدون اثرات نانوذرات	$H \neq 0, Nb=Nt=0$
۴	تعادل حرارتی محلی	بدون اثرات نانوذرات	$H=Nb=Nt=0$

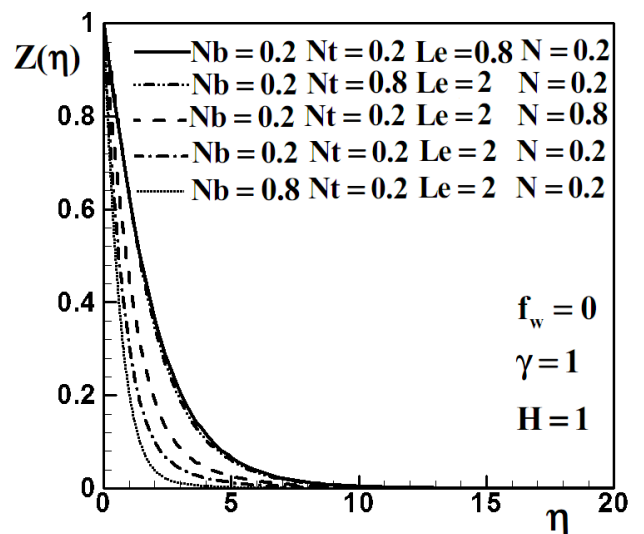


شکل ۴: اثر مقادیر مختلف f_w بر توزیع دما؛ شکل بالا برای مقادیر بزرگ γ و شکل پایین برای حالتی که H بزرگ است.

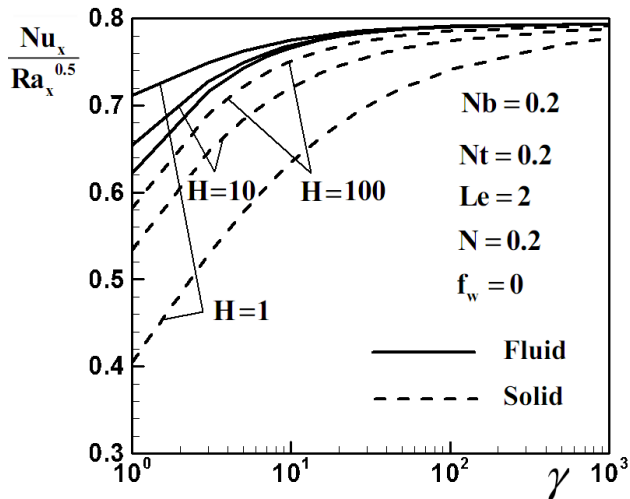
شکل ۲: اثر روی توزیع غلظت و دمای بدون بعد



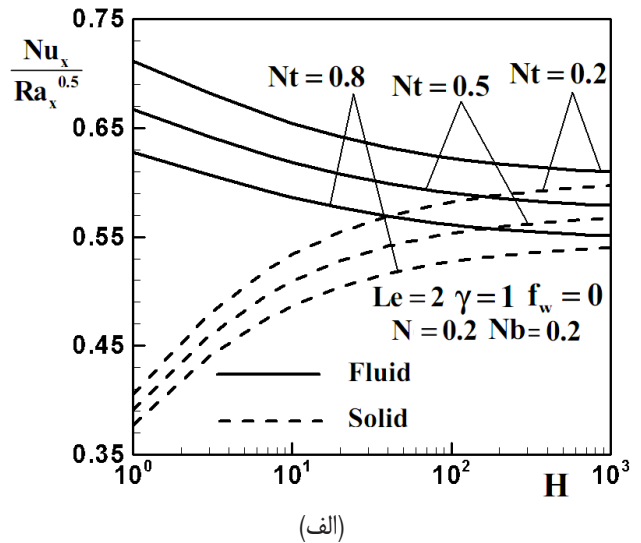
شکل ۵: تغییرات عدد ناسلت محلی با H برای مقادیر مختلف f_w برای فازهای سیال و جامد



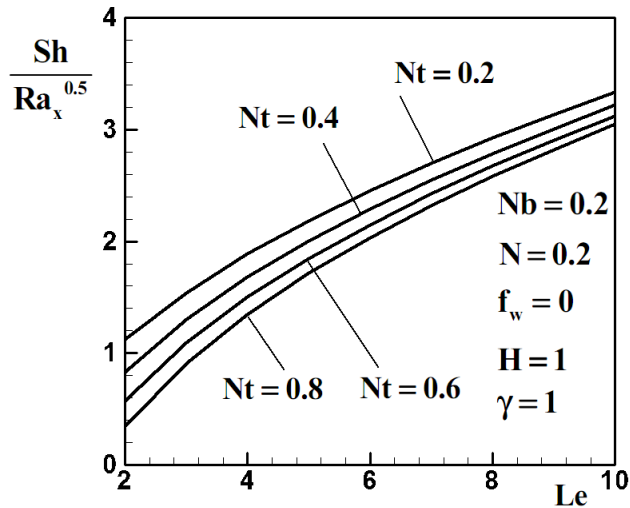
شکل ۳: توزیع غلظت بدون بعد برای مقادیر مختلف Nb, Nt, Le و N



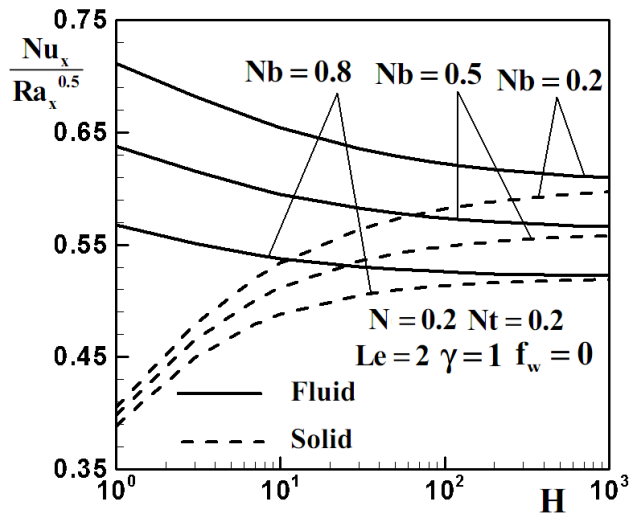
شکل ۷: تغییرات عدد ناسلت محلی با γ برای فازهای سیال و جامد برای مقادیر مختلف H



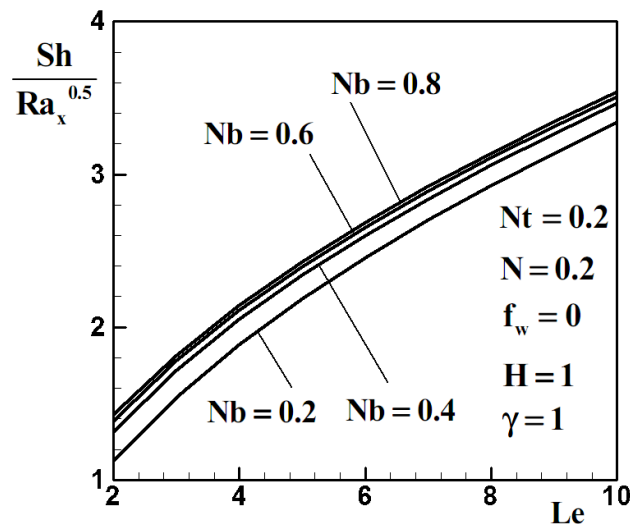
(الف)



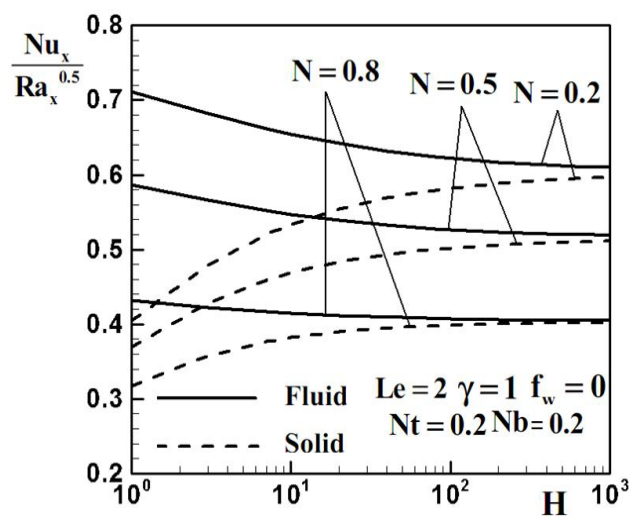
(الف)



(ب)



(ب)



(ج)

شکل ۸: تغییرات عدد ناسلت محلی با H برای فازهای سیال و جامد
الف: برای مقادیر مختلف Nt , ب: برای مقادیر مختلف Nb , ج: برای مقادیر مختلف N

است. برای مقادیر کوچک γ مطلب بالا به صورت واضح‌تری قابل مشاهده است (نمودار ۶ برای $\gamma=1$). می‌توان گفت که کاهش مقدار H همچنین به این معنی است که ضخامت لایه مرزی حرارتی فاز جامد افزایش یافته که متناظر با میل کردن عدد ناسلت به سمت صفر در حالت حدی است. تغییرات اعداد ناسلت محلی با H برای مقادیر مختلف N ، Nb و Nt در شکل ۶ نشان داده شده است. افزایش H باعث افزایش عدد ناسلت محلی برای فاز جامد و کاهش ناسلت محلی برای فاز سیال می‌شود که انحراف این دو مقدار حالت عدم تعادل حرارتی محلی را نشان می‌دهد. عدد ناسلت محلی برای فاز سیال بزرگتر از ناسلت محلی برای فاز جامد است. افزایش پارامترهای Nt ، Nb و N باعث کاهش مقدار عدد ناسلت محلی برای هر دو فاز سیال و جامد می‌شود.

اثر تغییرات γ برای مقادیر مختلف H روی عدد ناسلت محلی برای هر دو فاز در شکل ۷ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند که γ و اعداد ناسلت محلی برای هر دو فاز یک رابطه مستقیم با هم دارند که در نهایت هر دو عدد ناسلت به یک عدد یکسان میل می‌کنند که همان حالت تعادل حرارتی است. برای مقادیر کوچک γ ، بین مقادیر فاز سیال و جامد اختلاف وجود دارد که همان حالت عدم تعادل حرارتی است. افزایش مقادیر H باعث شتاب بخشیدن به رسیدن به حالت تعادل حرارتی می‌شود. نتایج بدست آمده برای مقادیر مختلف Nt ، Nb ، N و Le در شکل ۸ نشان داده شده است. در این نمودار مقادیر N از 0.2 تا 0.5 ، Nb از 0.2 تا 0.8 و Nt از 0.2 تا 0.8 تغییر می‌کند و تاثیر این تغییر روی $Sh.Ra_x^{-0.5}$ نشان داده شده است. افزایش پارامتر Le یا Nb (یا کاهش پارامتر Nt یا N) باعث افزایش در مقدار $Sh.Ra_x^{-0.5}$ می‌شود. همانگونه که در شکل ۹ نشان داده شده است تغییرات H یا γ برای مقادیر بزرگ γ اثر مهمی بر روی مقدار $Sh.Ra_x^{-0.5}$ ندارد.

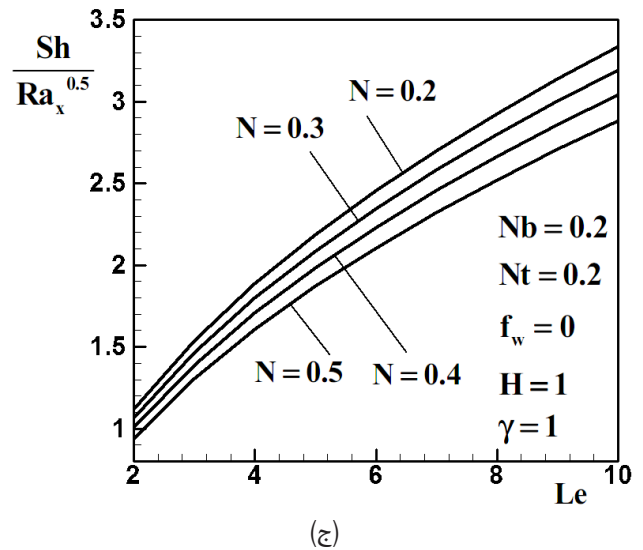
۶- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر اثرات ترکیبی عدم تعادل حرارتی محلی (LTNE)، مکش و دهش و پارامترهای مربوط به نانوسیال روی لایه مرزی ایجاد شده روی صفحه عمودی در محیط متخلخل برای نانوسیال بررسی شده است.

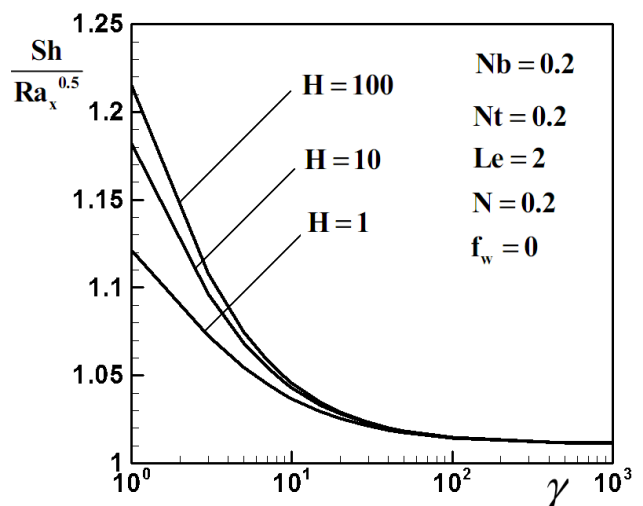
یک سری پارامترهای تشابهی برای معادلات ارائه شده و معادلات به صورت تشابهی (معادله دیفرانسیل معمولی) تبدیل و به صورت عددی حل شده‌اند. نتایج بدست آمده در یک حالت ویژه ($H = Nb = Nt = 0$) با نتایج تحلیلی، مقایسه شده است. در این مطالعه اثر پارامترهای مختلف بررسی شده است و نتایج مهم به صورت زیر است:

- دمای فازهای سیال و جامد با افزایش پارامتر مکش/دهش کاهش می‌یابد. همچنین افزایش پارامتر مکش/دهش باعث افزایش ناسلت محلی برای هر دو فاز سیال و جامد می‌شود.

- افزایش پارامتر γ باعث افزایش در مقدار عدد ناسلت محلی برای هر دو فاز سیال و جامد می‌شود. تغییرات H یا γ برای مقادیر بزرگ γ اثر



شکل ۸: تغییرات عدد شروود محلی با Le الف: برای مقادیر مختلف N ، ب: برای مقادیر مختلف Nb ، ج: برای مقادیر مختلف Nt



شکل ۹: تغییرات عدد شروود محلی با γ برای مقادیر مختلف H

به طور کلی افزایش پارامتر H یا γ اختلاف دمای بین دو فاز سیال و جامد را کاهش می‌دهد. توزیع دمای بدون بعد برای فازهای سیال و جامد برای حالت $H=100$ یا $\gamma=100$ در شکل ۴ نشان داده شده است. مقادیر H و γ به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده‌اند تا شرایط تعادل حرارتی محلی را نشان دهند. تغییرات اعداد ناسلت محلی با H در شکل ۵ برای مقادیر مختلف f_w نشان داده شده است. سه نمودار رسم شده مربوط به سه مقدار مختلف پارامتر مکش/دهش است. فرض تعادل حرارتی محلی به وضوح با افزایش H با میل کردن دو نمودار ناسلت به یک مقدار خاص مشاهده می‌شود. از طرف دیگر با کاهش H اعداد ناسلت برای فاز جامد به یک عددی که مستقل از f_w است میل می‌کنند. در شکل ۵ این مطلب برای $\gamma=10$ و در شکل ۶ این مطلب برای $\gamma=1$ نشان داده شده

Media 81, 409- 422.

- [9] Kuznetsov, AV., Nield, DA., 2010. "The Onset of Double-Diffusive Nanofluid Convection in a Layer of a Saturated Porous Medium", *Transport Porous Media* 85, 941- 951.
- [10] Ahmad, S., Pop, I., 2010. "Mixed convection boundary layer flow from a vertical flat plate embedded in a porous medium filled with nanofluids", *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 37, 987- 991.
- [11] Kuznetsov, AV., 1998. "Thermal nonequilibrium forced convection in porous media", *Transport Phenomena in Porous Media* (D.B. Ingham and I. Pop, eds.) Pergamon, Oxford, U.K.
- [12] Rees, DAS., Pop, I., 2005. "Local thermal nonequilibrium in porous medium convection", *Transport Phenomena in Porous Media III* (D.B. Ingham and I. Pop, eds.) Pergamon, Oxford, U.K, 147- 173.
- [13] Rees, DAS., 2010. "Microscopic modelling of the two-temperature model for conduction in heterogeneous media", *J. Porous Media* 13, 125- 143.
- [14] Rees, DAS., "Microscopic modelling of the two-temperature model for conduction in heterogeneous media: three-dimensional media", *Proceedings of the 4th International Conference on Applications of Porous Media*, Istanbul, Turkey, Paper 15.
- [15] Gupta, PS., Gupta, AS., 1977. "Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing", *Canad. J. Chem. Eng.* 55, 744- 746.
- [16] Magyari, E., Keller, B., 2000. "Exact analytical solutions for free convection boundary layers on a heated vertical plate with lateral mass flux embedded in a saturated porous medium", *Heat Mass Transfer* 36, 109- 116.
- [17] Cheng, P., 1977. "The influence of lateral mass flux on free convection boundary layers in a saturated porous medium", *Int. J. Heat Mass Transfer* 20, 201- 206.
- [18] Ali, ME., 2007. "The effect of lateral mass flux on the natural convection boundary layers induced by a heated vertical plate embedded in a saturated porous medium with internal heat generation", *Int. J. Thermal Sci.* 46, 157- 163.
- مهمی روی عدد شروود ندارد. همچنین با کاهش H عدد ناسلت محلی برای فاز جامد به عددی میل می‌کند که مستقل از f_w است. افزایش پارامترهای N (نسبت شناوری نانو سیال)، Nb (پارامتر حرکت براونی) و Nt (پارامتر ترموفورسیس) باعث کاهش در مقدار عدد ناسلت محلی برای هر دو فاز سیال و جامد می‌شود. مساله بررسی شده حاضر به صورت مطالعه پارامتری می‌تواند در زمینه مهندسی انتقال حرارت نانوسیالات برای بهینه‌سازی انتقال حرارت جابجایی به کار رود.

۷- مراجع

- [1] Tamayol, A., McGregor, F., Bahrami, M., 2012. "Thermal assessment of naturally cooled electronic enclosures with rectangular fins", *J. Electronic Packaging* 134, 034501- 6.
- [2] Khan, WA., Aziz, A., 2011. "Natural convection flow of a nanofluid over a vertical plate with uniform surface heat flux", *Int. J. Thermal Sci* 50, 1207- 1214.
- [3] Abdul-Kahar, R., Kandasamy, R., Muhaimin., 2011. "Scaling group transformation for boundary-layer flow of a nanofluid past a porous vertical stretching surface in the presence of chemical reaction with heat radiation", *Computers & Fluids* 52, 15- 21.
- [4] Khan, WA., Aziz, A., 2011. "Double-diffusive natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated with a nanofluid over a vertical plate: Prescribed surface heat, solute and nanoparticle fluxes", *Int. J. Thermal Sci* 50, 2154- 2160.
- [5] Kuznetsov, AV., Nield, DA., 2010. "Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate", *Int. J. Thermal Sci.* 49, 243- 247.
- [6] Nield, DA., Kuznetsov, AV., 2011. "The Cheng–Minkowycz problem for the double-diffusive natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid", *Int. J. Heat Mass Transfer* 54, 374- 378.
- [7] Nield, DA., Kuznetsov, AV., 2009. "The Cheng–Minkowycz problem for natural convective boundary-layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid", *Int. J. Heat Mass Transfer* 52, 5792- 5795.
- [8] Kuznetsov, AV., Nield, DA., 2010. "Thermal Instability in a Porous Medium Layer Saturated by a Nanofluid: Brinkman Model", *Transport Porous*

