

مطالعه ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای چرخان از جنس هسته متخلخل تقویت شده

و رویه مگنتوالکتروالاستیک با پارامترهای عدم قطعیت در محیط حرارتی

محسن خان احمدی^۱، آرمن آدامیان^{۱*}، احمد حسینی سیانکی^۱

۱- گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

* arm.adamian@iauctb.ac.ir

چکیده

در این پژوهش تحلیل ارتعاش آزاد برای یک پوسته استوانه‌ای دولایه دوار به کمک تئوری مرتبه اول برشی انجام شده است. این پوسته متشکل از لایه داخلی مدرج متخلخل و تقویت شده با گرافن و رویه مگنتوالکتروالاستیک بوده و تحت اثر محیط حرارتی قرار دارد. شرایط مرزی دو انتهای پوسته را بدلیل وجود یاتاقان هائی که از حرکت عرضی جلوگیری می‌کنند می‌توان بصورت دوسر مفصل در نظر گرفت. در ابتدا، فرکانس طبیعی موده‌های پیش‌رونده و پس‌رونده ارتعاش آزاد پوسته دوار کامپوزیتی با خواص کاملاً معین محاسبه شده و با نتایج سایر مقالات صحت‌سنجی شده است. سپس تاثیر سرعت دورانی، عدد مود، تغییردها، میزان تخلخل و کسر جرمی گرافن بر نتایج مورد بررسی قرار گرفته است. سپس این مطالعه به دنبال بررسی تاثیر عدم قطعیت‌ها در خواص لایه مگنتوالکتروالاستیک بر ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای دوار و در معرض پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی است. در این حالت عدم قطعیت‌های مدول الاستیک، ضریب پیزوالکتریک و پیزومغناطیس لایه هوشمند، با استفاده از عدد فازی متقارن گوسی مرتبط می‌شوند. معادلات حاکم برای ارتعاش آزاد مدل نامعین با ترکیب اصل همیلتون و فرم پارامتری دوگانه اعداد فازی به دست می‌آیند؛ سپس فرکانس‌های طبیعی مدل نامعین با استفاده از رویکرد ناوبر محاسبه می‌شوند. ارتعاشات آزاد نیز با محاسبه محدوده فرکانس طبیعی در رابطه با پارامترهای نامعین مختلف بررسی شده‌اند. نتایج عددی نشان داده است که وجود تخلخل فرکانس‌های طبیعی را افزایش می‌دهد. در سرعت دوران صفر، دوبرابر کردن میزان تقویت‌کننده گرافنی منجر به افزایش ۲۱٪، ۲۶٪ و ۳۳٪ به ترتیب در فرکانس موده‌های اول، دوم و سوم شده است؛ در حالی که در سرعت دورانی بیشینه، دوبرابر کردن گرافن تقویتی منجر به افزایش ۱۴٪، ۴/۵٪ و ۳/۳٪ به ترتیب در فرکانس موده‌های اول، دوم و سوم شده است. در مورد خواص دارای عدم قطعیت نیز، محدوده فرکانس طبیعی با افزایش پتانسیل الکتریکی اندکی کاهش یافته است اما با افزایش پتانسیل مغناطیسی به شدت افزایش داشته است.

کلمات کلیدی

پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی، لایه مگنتوالکتروالاستیک، ماده مدرج متخلخل تقویت شده، فرکانس طبیعی، پارامترهای عدم قطعیت

بدلیل برخی از نیازهای تکنیکی همچون مقاومت و سختی ویژه ماده، وزن کم، قیمت تمام شده، شرایط محیطی حفاظتی، نگهداری و جلوگیری در مقابل خستگی، طراحان ترجیح می‌دهند تا از مواد کامپوزیتی و هدفمند با نوآوری‌های ساختاری استفاده کنند. از طرفی استفاده از پتانسیل بالای ساختارهای ساندویچی دارای لایه هوشمند کامپوزیتی با خواص پیزومغناطیس، با مقاومت مکانیکی و استحکام بالا و وزن کم، برای کارائی‌های فوق العاده در تکنولوژی‌های جدید و گران قیمت بعنوان سنسور، عملگر، برداشتگر، ژنراتور و تشدیدگر مورد توجه پژوهش گران بوده است.

پیشرفت روزافزون بشر، استفاده از مواد و فناوری‌های جدید را به امری اجتناب‌ناپذیر تبدیل کرده است؛ همچنین جهان صنعتی کنونی، تجهیزاتی با نرخ تولید بالاتر، عمر طولانی‌تر، اعتمادپذیری مطلوب‌تر، دقت بیشتر و مقاومت به شرایط کاری سخت‌تر را خواهان است. مواد کامپوزیتی مگنتوالکتروالاستیک^۱ دسته‌ای از کامپوزیت‌های هوشمند هستند که ترکیبی از ویژگی‌های مواد پیزوالکتریک و مگنتوالکتریک را دارند. این کامپوزیت‌ها بدلیل توانایی انتقال انرژی در فازهای مغناطیسی، الکتریکی و مکانیکی و اثر مگنتوالکتریک می‌تواند برای موارد کاربردی بسیاری همچون سنسورها^۱، برداشتگر انرژی^۲ و ابزار ذخیره‌ای جدید^۳ مورد استفاده قرار بگیرند.

در ابتدا رفتار مواد مگنتوالکتروالاستیک به صورت آزمایشی توسط ون دن بومگارد و همکارانش^۴ انجام شد. آن‌ها اولین محققانی بودند که اثر مگنتوالکتروالاستیک را در کامپوزیت باریم تایتانات - کبالت فریت^۲ مورد بررسی قرار دادند. لام و کیان^۵ بصورت تحلیلی و با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی پوسته، فرکانس ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای چند لایه کامپوزیتی را بررسی کردند. مطالعه ارتعاش آزاد پوسته نازک مخروطی ناقص و دوار با استفاده از روش کانولوشن توسط سیوالک^۶ انجام شده است. ملک‌زاده و حیدرپور^۷ با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و بوسیله روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته^۳ رفتار ارتعاشی یک پوسته مواد مدرج تابعی^۴ دوار را تحت شرایط دمایی محیط بررسی نمودند. ارتعاش آزاد پوسته مخروطی دوار کامپوزیتی و تقویت‌شده با نانولوله کربنی با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و روش عددی مربعات تفاضلی تعمیم یافته برای شرایط مرزی مختلف توسط حیدرپور و همکاران^۸ مورد مطالعه قرار گرفته است. دی و همکاران^۹ با استفاده از تئوری اجزا محدود و به کمک روش لاگرانژ، تاثیر دوران بر رفتار ارتعاشی پوسته مخروطی مدرج را بررسی کرده‌اند. تحلیل رفتار استاتیکی و ارتعاشی پوسته مخروطی ناقص دوار تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی و بوسیله روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته توسط نجاتی و همکاران^{۱۰} انجام شده است. دای و همکاران^{۱۱} به کمک تئوری کلاسیک پوسته‌های نازک و با استفاده از روش موجک، رفتار ارتعاشی یک پوسته مخروطی ناقص دوار را بررسی کردند. با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول، تحلیل ارتعاش آزاد یک پوسته دوار تقویت‌شده با نانولوله کربنی توسط کین و همکاران^{۱۲} انجام شده است. شکوری^{۱۳} ارتعاش آزاد پوسته مخروطی مدرج تابعی دوار و قرار گرفته در محیط حرارتی را با استفاده از تئوری پوسته‌های دائل و به کمک روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته در نظر گرفت. با استفاده از مدل پوسته دائل و روش گالرکین در کاهش مرتبه معادلات تعادل، لیو و همکاران^{۱۴} ارتعاش غیرخطی یک پوسته استوانه‌ای دوار چندلایه را بادر نظر گرفتن شرایط دمایی محیط مطالعه کردند. ارتعاش یک پنل مواد مدرج تابعی دوار با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی توسط تورنابن^{۱۵} مورد بررسی قرار گرفته است. ارتعاش آزاد و اجباری پوسته استوانه‌ای متخلخل و کامپوزیتی با رویه‌های تقویت‌شده و قرار گرفته در میدان حرارتی با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی و روش تقریبی بدون مش توسط کیانی و همکاران^{۱۶} در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، در جدول ۱ خلاصه‌ای از مقالات مرتبط با بررسی رفتار ارتعاشی پوسته‌های دارای لایه هوشمند ارائه شده‌اند.

باید در نظر داشت که وجود ناهمگنی در ترکیب کامپوزیت‌ها و همچنین عیوب ناخواسته ایجاد شده در فرایند ساخت آن‌ها، همواره عدم قطعیت‌هایی در خواص ایجاد می‌کنند. به‌منظور پیش‌بینی رفتار سازه‌های کامپوزیتی نیاز است عدم قطعیت در پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی این سازه‌ها کمی‌سازی شود. در طول سالیان اخیر تحقیقات بسیاری برای تحلیل عدم قطعیت خواص کامپوزیت‌های رایج انجام گرفته است ولی توجهات اندکی به حوزه تحلیل عدم قطعیت کامپوزیت دوفازی مگنتوالکتروالاستیک اختصاص داده شده است.

¹ Magneto – Electro – Elastic (MEE)

² BaTiO₃-CoFe₂O₄

³ Generalized Differential Quadrature (GDQ)

⁴ Functionally graded materials (FGM)

جدول ۱: مروری بر استفاده از لایه هوشمند در منابع مرتبط با موضوع پژوهش

Table 1: An overview of the use of the smart layer in the sources related to the research topic

موضوع	نظریه و روش	نویسنده و مرجع
رفتار الکترواستاتیکی پوسته جدار ضخیم از جنس مواد پیزوالکتریک مدرج تابعی ^۱	تئوری مرتبه اول برشی	عارفی و رحیمی [۱۷]
رفتار یک پوسته دوار پیزوالکتریک مدرج تابعی در میدان الکتریکی	پاسخ تحلیلی	آرانی و همکاران [۱۸]
ارتعاش و کمناش پوسته جدار نازک پیزوالکتریک مدرج تابعی روی بستر پاسترناک	گالرکین، حل ناوبر	ایمر و همکاران [۱۹]
کنترل ارتعاش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی دوار بوسیله لایه مگنتواستریکتیو	تئوری مرتبه اول برشی، فضای حالت	محمدرضازاده [۲۰]
بررسی ارتعاش آزاد پوسته دوار ساندویچی با هسته مدرج تابعی ^۲ و رویه پیزوالکتریک مدرج تابعی	تئوری مرتبه اول برشی، تحلیلی	کروبی و همکاران [۲۱]
بررسی فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای دوار با هسته مدرج تابعی و رویه‌های مگنتوالکتروالاستیک مدرج تابعی ^۳	تئوری مرتبه اول برشی، روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته	رستمی و همکاران [۲۲]
رفتار ارتعاشی ورق حلقوی مگنتوالکتروالاستیک مدرج تابعی تقویت شده	تئوری مرتبه سوم برشی	وینیس [۲۳]
پاسخ ارتعاشی پوسته ساندویچی با هسته تقویت شده و رویه پیزوالکتریک/ویسکوالاستیک	تئوری زیگزاگ، روش المان محدود	لای و همکاران [۲۴]
پوسته مخروطی دوار از جنس ماده مدرج تابعی و تقویت شده با ساختار مشبک بیرونی	تئوری مرتبه اول برشی، روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته	بنی جمالی و جعفری [۲۵]

ساسیکومار و همکاران [۲۶] سازه کامپوزیتی تحت بارگذاری استاتیکی را با فرض عدم قطعیت غیرگوسی در خواص مواد بررسی کرده و با استفاده از روش المان محدود، معادلات شبیه‌سازی شده در فضای احتمال مونت-کارلو را پاسخ دادند. توزیع احتمال غیرگوسی مربوط به پارامترهای نامعین (خواص مواد) به‌وسیله آزمایش مشخص شده است. پاندیت و همکاران [۲۷] آنالیز فرکانس طبیعی ورق ساندویچی با هسته‌ی نرم را با لحاظ کردن عدم قطعیت در خواص مکانیکی لایه‌های کامپوزیتی بررسی نمودند. دی و همکاران [۲۸] تحلیل فرکانسی پوسته مخروطی کامپوزیتی با سرعت زاویه‌ای تصادفی به‌همراه خواص مکانیکی تصادفی را گزارش کرده‌اند. در یکی دیگر از تحقیقات دی و همکاران [۲۹] رشد عدم قطعیت در فرکانس طبیعی ورق کامپوزیتی به همراه درجه حرارت تصادفی مورد بررسی قرار گرفته است. خواص مکانیکی به همراه درجه حرارت ثانویه ورق به‌عنوان پارامترهای تصادفی در نظر گرفته شده است. کارکن و همکاران [۳۰] با استفاده از روش اجزای محدود و میدان تصادفی دارای توزیع گوسی، اثر عدم قطعیت در مدول الاستیک را بر رفتار کمناش و ارتعاشی یک ورق مورد بررسی قرار دادند. فکور و همکاران [۳۱] عدم قطعیت در ارتعاشات آزاد ورق کامپوزیتی نامعین را به روش المان محدود تصادفی بررسی کردند. در این تحقیق خواص فیزیکی و مکانیکی مربوط به ورق کامپوزیتی شامل چگالی، مدول کششی و مدول های برشی در ورق به‌صورت یک میدان تصادفی گوسی در نظر گرفته شده است. پینگ و همکاران [۳۲] با بهره‌گیری از روش آنالیز عدم قطعیت مبتنی بر بسط چندجمله‌ای آشوب به بررسی اثر خواص مکانیکی غیرقطعی بر روی فرکانس طبیعی سازه‌های کامپوزیتی پرداختند. بالکوسا و همکاران [۳۳] به مطالعه و پیش‌بینی خواص الاستیک کامپوزیت‌های بافته‌شده سه‌بعدی پرداختند که با توجه به پیچیدگی این نوع کامپوزیت‌ها و کاهش هزینه‌های محاسباتی، از روش شبکه عصبی در راستای ایجاد مدل جایگزین استفاده شده است. در مطالعه ازرار و همکاران [۳۴] ارتعاش تصادفی و همچنین ناپایداری پارامتریک تیرهای با خواص مگنتوالکتروالاستیک تحت اثر پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی بر اساس تئوری تیموشنکو و روش تربیع دیفرانسیل بررسی شده است. چراغی و همکاران [۳۵] با استفاده از روش پیش‌بینی پاسخ، ارزیابی احتمالاتی ارتعاش آزاد ورق مدرج هدفمند با لایه‌هایی دارای خواص مگنتوالکتروالاستیک ارائه کرده‌اند. در این مطالعه پارامترهای سفتی بستر و سختی بین لایه‌ای، خواص مواد و چگالی لایه‌ها به عنوان متغیرهای دارای عدم قطعیت در نظر گرفته شده‌اند. نوربان و راوندی [۳۶] فرکانس طبیعی ارتعاش آزاد کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف را، با وجود عدم

¹ Functionally graded piezoelectric material (FGPM)

² Functionally graded

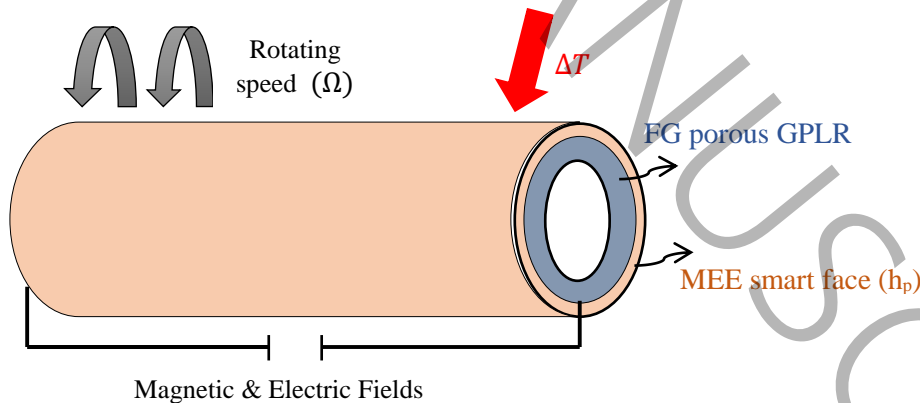
³Functionally graded Magneto – Electro – Elastic (FG-MEE)

قطعیّت در خواص مکانیکی و عیوب ساخت، گزارش کرده‌اند. آن‌ها ابتدا خواص مکانیکی بر اساس داده‌های تجربی استخراج کرده و سپس مدل احتمالی و نوع توزیع هر یک از خواص استخراجی را با استفاده از آزمون آماری تعیین کردند. سپس با استفاده از مدل سطح پاسخ مبتنی بر بسط چندجمله‌ای آشوب، پاسخ غیرقطعی فرکانس طبیعی کامپوزیت تقویت شده را ارائه دادند. در کاربری‌های پوسته‌های هوشمند، آن‌ها تحت اثر میدان الکتریکی و مغناطیسی قرار می‌گیرند در این موقعیت‌ها، پوسته‌ها نباید در محدوده فرکانس تشدید تحت تحریک باشند. وجود ارتعاش با دامنه بالا منجر به بروز خستگی، نویزهای ناخواسته و در نهایت آسیب‌های جدی به سازه می‌شود، لذا مطالعه فرکانس تشدید نوسانات آزاد از اهداف این پژوهش به شمار می‌رود. نوآوری دیگر تحقیق حاضر نسبت به قبل، استفاده از فوم‌های فلزی تقویت شده با گرافن در لایه ضخیم درونی پوسته منجر به افزایش استحکام، کاهش وزن و افزایش میرایی داخلی است. در این مطالعه با در نظر گرفتن هر دو حالت خواص معین یا نامعین در یک لایه کامپوزیتی هوشمند دوفازی مگنتو-الکترو-الاستیک، تحلیل ارتعاشاتی صورت گرفته است.

۲- مدل سازی ریاضی

در شکل ۱، شماتیکی از مدل مساله که یک پوسته استوانه‌ای دولایه دوار با شعاع میانگین R و طول L می‌باشد، تحت اثر تغییرات دمای محیطی ارائه شده است. این پوسته متشکل از هسته‌ای از جنس ماده متخلخل تقویت‌شده به ضخامت h و لایه بیرونی از جنس ماده هوشمند هیبریدی با ضخامت h_p است. دستگاه مختصات استوانه‌ای x, θ, z برای مدل سازی مساله استفاده شده و سرعت زاویه‌ای دوران پوسته حول محور x برابر با Ω است. روابط کرنش در پوسته طبق فرضیات تئوری سنדרز [۳۷] عبارتند از:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x}; \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\partial v}{\partial \theta} + z \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \\ \varepsilon_{x\theta} &= \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi_\theta}{\partial x} \right) + \frac{z}{2R} \left(-\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{xz} &= \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x}; \varepsilon_{\theta z} = \frac{\partial w}{\partial \theta} + \phi_x \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۱: شماتیکی از مدل پوسته استوانه‌ای دولایه و چرخان

Figure 1: Schematic of double layer rotating cylindrical shell in thermal environment

که در آن u, v, w به ترتیب بیان گر تغییر شکل صفحه میانی پوسته (در $z=0$) در جهات محوری، محیطی و شعاعی می‌باشند. همچنین Φ_θ و Φ_x نشان دهنده دوران بردار عمود بر المانی از صفحه مذکور به ترتیب در راستای محیطی و محوری هستند.

علاوه بر توزیع تخلخل یکنواخت، دو الگوی مدرج دیگر برای تخلخل هسته در نظر گرفته شده است. خواص مکانیکی کامپوزیت از قبیل مدول یانگ (E)، مدول برشی (G) و چگالی (ρ) را می توان از روابط زیر به دست آورد [۳۸]:

$$\begin{aligned} E(z) &= E(1 - e_m \lambda(z)) \\ \rho(z) &= \rho(1 - e_m \lambda(z)) \\ \alpha(z) &= \alpha_{nc}(1 - e_m \lambda(z)) \\ k(z) &= k_{nc}(1 - e_m)^{v/f} \end{aligned} \quad (2)$$

در معادله (۲)، پارامتر e_m ضریب تخلخل ماده است. همچنین تابع توزیع $\lambda(z)$ با توجه به مدل و نوع فاز تخلخل با معادلات زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \lambda(z) &= \lambda; (UP) \\ \lambda(z) &= \cos\left(\frac{\pi z}{h_c}\right); (SP) \\ \lambda(z) &= \cos\left(\frac{\pi z}{2h_c} + \frac{\pi}{4}\right); (AP) \end{aligned} \quad (3)$$

روابط پارامترهای e_m و e عبارتست از:

$$e = 1 - \frac{E_r}{E_s}, (0 < e < 1); e_m = 1 - \frac{\rho_r}{\rho_s} \quad (4)$$

که در آن، E_s و ρ_s به ترتیب مدول یانگ بیشینه و چگالی بیشینه هسته فومی هستند؛ E_r و ρ_r نیز به ترتیب مقادیر کمینه‌ی موارد مذکور هستند. همچنین در این روش تغییرات نسبت پواسون در فوم‌های فلزی بسیار کوچک است و می توان از آن صرف نظر کرد

$$[38], \text{ بنابراین نسبت پواسون ثابت است. علاوه بر این، رابطه } \lambda = \frac{1}{e} - \frac{1}{e} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1-e} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \text{ برقرار است.}$$

کسر حجمی در الگوی $A \square$ و S صفحات گرافنی^۱ به صورت پیوسته در جهت ضخامت پیوسته تغییر می کند، در حالی که در الگوی U صفحات گرافنی به صورت یکنواخت است. رابطه‌ی بین تابع شکل و کسر حجمی صفحات گرافنی، به صورت $V_{GPL}(z) = S_i \Theta_i(z)$ است. فرض می کنیم پرکننده‌های نانومقیاس صفحات گرافنی و ماتریس بهم چسبیده هستند. توزیع صفحات گرافنی در این سه الگو، با توابع شکل Θ_i ، بصورت زیر تعریف می شوند [۳۹].

$$\begin{aligned} \Theta_1(z) &= 1; GPL - U \\ \Theta_2(z) &= 1 - \cos(\pi z / h_c); GPL - S \\ \Theta_3(z) &= 1 - \cos(\pi z / 2h_c + \pi / 4); GPL - A \end{aligned} \quad (5)$$

برای ایجاد ارتباط بین کسر حجمی و کسر جرمی فاز تقویت کننده گرافنی، و یافتن مقادیر بیشینه برای S_i ، می توان معادله زیر را برای

$$\left(\frac{h}{2} + h_p = h'\right) \quad [40]:$$

$$\frac{G_{GPL}}{G_{GPL} + (\rho_{GPL} / \rho_m)(1 - G_{GPL})} \int_{-h/2}^{h/2} [1 - e_m \lambda(z)] dz = S_i \int_{-h/2}^{h/2} \Theta_i(z) [1 - e_m \lambda(z)] dz \quad (6)$$

ابعاد هندسی صفحات گرافنی می تواند مدول یانگ کامپوزیت تقویت شده با صفحات گرافنی را تغییر دهد. بنابراین، مدل میکرومکانیک هالپین-سای بهبود یافته که با نتایج تجربی [41] اعتبارسنجی شده است، برای محاسبه ی مدول یانگ نانوکامپوزیت انتخاب شده است. همچنین نسبت پواسون، چگالی و ضریب انبساط حرارتی مناسب را می توان با استفاده از قانون ترکیب تخمین زد. بنابراین می توان نوشت [39].

$$E_c(\zeta) = E_m \left[\frac{\nu}{\lambda} \left(\frac{1 + \nu \xi_L \eta_L V_{GPL}}{1 - \eta_L V_{GPL}} \right) + \frac{\delta}{\lambda} \left(\frac{1 + \nu \xi_B \eta_B V_{GPL}}{1 - \eta_B V_{GPL}} \right) \right]$$

$$\nu_c(\zeta) = \nu_{GPL} V_{GPL} + \nu_m (1 - V_{GPL}) \quad (7)$$

$$\rho_c(\zeta) = \rho_{GPL} V_{GPL} + \rho_m (1 - V_{GPL})$$

$$\alpha_c = \alpha_{GPL} V_{GPL} + \alpha_m (1 - V_{GPL})$$

پانویس های GPL و m به ترتیب خواص صفحات گرافنی متناظر با مواد و ماتریس زمینه صفحات بیرونی را نشان می دهند. سایر پارامترهای صفحات گرافنی نیز با روابط زیر بیان می شوند [39].

$$\xi_L = \frac{L_{GPL}}{t_{GPL}}, \quad \eta_L = \frac{E_{GPL} - E_m}{E_{GPL} - \xi_L E_m}$$

$$\xi_B = \frac{b_{GPL}}{t_{GPL}}, \quad \eta_B = \frac{E_{GPL} - E_m}{E_{GPL} - \xi_B E_m} \quad (8)$$

$$\nu_c(\zeta) = \nu_{GPL} V_{GPL} + \nu_m (1 - V_{GPL})$$

$$\rho_c(\zeta) = \rho_{GPL} V_{GPL} + \rho_m (1 - V_{GPL})$$

$$\alpha_c = \alpha_{GPL} V_{GPL} + \alpha_m (1 - V_{GPL})$$

که در آن L_{GPL} ، b_{GPL} و t_{GPL} به ترتیب طول، عرض و ضخامت میانگین صفحات گرافنی هستند. از طرفی ضریب هدایت گرمایی k_c در کامپوزیت های مدرج تابعی تقویت شده با صفحات گرافنی¹ با توزیع تصادفی فاز تقویتی عبارتند از [42] - [45]:

$$k_c / k_M - 1 = \frac{\nu V_{GPL} / 3}{H + 1 / (k_x / k_M - 1)} + \frac{V_{GPL} / 3}{(1 - H) / 2 + 1 / (k_z / k_M - 1)} \quad (9)$$

$$H = \text{Ln} \left[\left(\xi_L + \sqrt{\xi_L^2 - 1} \right) \xi_L \right] / \sqrt{\left(\xi_L^2 - 1 \right)^2 - 1} / \xi_L^2 - 1$$

¹ functionally graded graphene platelets reinforced composite (FG-GPLRC)

k_G بیان گر انتقال حرارتی ذاتی تقویت کننده در راستای درون صفحه‌ای و R_K میانگین مقاومت گرمائی سطحی بین تقویت کننده و

زمینه نانو کامپوزیت می باشد. k_x و k_z هدایت حرارتی تقویت کننده برابر با $k_x = \frac{k_G}{1 + 2R_K k_G / L_G}$ ، $k_z = \frac{k_G}{1 + 2R_K k_G / h_G}$ هستند. K_m هدایت گرمائی زمینه کامپوزیت و H فاکتور هندسی وابسته به $(s = 1/h)$ است.

۲-۲ روابط ساختاری هسته و رویه

برای هسته متخلخل تقویت شده می توان قانون هوک را برای رفتار ترموالاستیک [۷] به فرم زیر بازنویسی کرد (ΔT میزان افزایش دمای نقاط مختلف نسبت به حالت بدون تنش است):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{x\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{12} & c_{22} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & c_{\phi\phi} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & c_{\delta\delta} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{\psi\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha_{xc} \Delta T \\ \varepsilon_{\theta\theta} - \alpha_{\theta c} \Delta T \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن درایه‌های c_{ij} عبارتند از: $c_{11} = E / (1 - \nu^2)$; $c_{12} = \nu E / (1 - \nu^2)$; $c_{\phi\phi} = c_{\delta\delta} = c_{\psi\psi} = E / 2(1 + \nu)$

از طرفی فرم کلی روابط ساختاری خطی برای ماده مگنتوالاستیک کامپوزیتی رویه‌ها به صورت زیر بیان می شود [۴۶]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{x\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = [c] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} - [e] \begin{bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{bmatrix} - [q] \begin{bmatrix} H_x \\ H_\theta \\ H_z \end{bmatrix} - \{\alpha\} \Delta T \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_\theta \\ D_z \end{bmatrix} = [e]^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} + [s] \begin{bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{bmatrix} + [d] \begin{bmatrix} H_x \\ H_\theta \\ H_z \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} B_x \\ B_\theta \\ B_z \end{bmatrix} = [q]^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} + [d] \begin{bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{bmatrix} + [r] \begin{bmatrix} H_x \\ H_\theta \\ H_z \end{bmatrix}$$

عبارات σ_{ij} ، D_i و B_i به ترتیب تانسور تنش، القای جابجایی الکتریکی و مغناطیسی هستند. در معادلات کوپل بالا بردارها و تانسورهای ماتریسی استفاده شده بصورت: E_m میدان الکتریکی، H_m میدان مغناطیسی، c_{ij} تانسور ضرایب الاستیک، e_{ij} تانسور ثوابت پیزوالکتریک، q_{ij} تانسور الکترومغناطیس، r_{in} تانسور ثوابت مغناطیس، s_{im} تانسور ثوابت دی الکتریک، μ_{mn} ضرایب نفوذپذیری مغناطیسی ماده هستند. که در آن داریم [۴۶]:

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11e} & c_{12e} & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{12e} & c_{22e} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & c_{\phi\phi e} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & c_{\delta\delta e} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{\psi\psi e} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[e] = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & e_{r1} \\ \cdot & \cdot & e_{r2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & e_{r\phi} & \cdot \\ e_{r\delta} & \cdot & \cdot \end{bmatrix}; [q] = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & q_{r1} \\ \cdot & \cdot & q_{r2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & q_{r\phi} & \cdot \\ q_{r\delta} & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$[s] = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdot & \cdot \\ \cdot & s_{22} & \cdot \\ \cdot & \cdot & s_{33} \end{bmatrix}; [d] = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdot & \cdot \\ \cdot & d_{22} & \cdot \\ \cdot & \cdot & d_{33} \end{bmatrix}; [r] = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdot & \cdot \\ \cdot & r_{22} & \cdot \\ \cdot & \cdot & r_{33} \end{bmatrix}$$

توزیع پتانسیل الکتریکی برای لایه هوشمند ساندویچی را می‌توان به صورت ترکیبی از تغییرات خطی و نوسانی در راستای محور z به فرم زیر ارائه کرد [۲۳]:

$$\Phi = -\varphi \cos\left[\pi(z-h')/h_p\right] + \gamma V \pi(z-h')/h_p \quad (13)$$

که در آن φ پتانسیل الکتریکی ایجاد شده و V ولتاژ الکتریکی اعمالی به پوسته است. بطور مشابه توزیع پتانسیل مغناطیسی برای لایه هوشمند را می‌توان در راستای محور z به فرم زیر ارائه کرد [۲۳]:

$$\Psi = -\psi \cos\left[\pi(z-h')/h_p\right] + \gamma \Lambda \pi(z-h')/h_p \quad (14)$$

که Ψ پتانسیل مغناطیسی ایجاد شده و Λ ولتاژ مغناطیسی اعمالی به پوسته است. مولفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیس در لایه هوشمند مطابق قانون ماکسول عبارتست از [۲۳]:

$$E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, E_\theta = -\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

$$H_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, H_\theta = -\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, H_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (15)$$

۲-۳-۲-۳-۲ منتجه‌های تنش و پتانسیل

مولفه‌های اینرسی و منتجه‌های مرتبط با میدان تنش عبارتند از:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h'} \begin{Bmatrix} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \end{Bmatrix} dz + \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_\theta^T \\ N_{x\theta}^T \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h'} \begin{Bmatrix} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \end{Bmatrix} z dz + \begin{Bmatrix} M_x^T \\ M_\theta^T \\ M_{x\theta}^T \end{Bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{xz} \\ Q_{\theta z} \end{Bmatrix} = k \int_{-h/2}^{h'} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix} dz$$

$$I_a = \int_{-h/2}^{h'} \rho(z) \left(1 + \frac{z}{R}\right) z^{(a-1)} dz \quad a = 1, 2, 3 \quad (17)$$

بطوری که $N_x, N_\theta, N_{x\theta}$ منتجه‌های نیروهای درون صفحه‌ای هستند و همچنین Q_x, Q_θ منتجه نیروهای عرضی هستند. $M_x, M_\theta, M_{x\theta}$ نیز منتجه‌های ممان هستند. در رابطه بالا، k_s ضریب تصحیح تنش برشی است که در تئوری مرتبه اول برشی برای در نظر گرفتن توزیع تغییر شکل برشی به کار می‌رود. لازم به توضیح است که در فرضیات دانل و سندرز، ترم‌های Z/R حذف شده‌اند اما در این مطالعه به جهت دقت بیشتر مورد استفاده قرار گرفته‌اند. منتجه‌های تنش حرارتی عبارتند از:

$$\left\langle \left\{ \begin{matrix} N_x^T \\ N_\theta^T \\ N_{x\theta}^T \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} M_x^T \\ M_\theta^T \\ M_{x\theta}^T \end{matrix} \right\} \right\rangle = \sum \int_{h_{k-1}}^{h_k} \lambda, z \begin{bmatrix} c_{11}^k & c_{1r}^k & \cdot \\ c_{1r}^k & c_{rr}^k & \cdot \\ \cdot & \cdot & c_{\rho\rho}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x^k \\ \alpha_\theta^k \\ \alpha_{x\theta}^k \end{bmatrix} \Delta T dz \quad (18)$$

فرم ساده شده منتجه‌های فوق در ادامه ارائه شده‌اند.

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{11} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + A_{1r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) - L_1 \varphi - T_1 V - S_1 \psi - R_1 \Lambda + N_x^T \\ N_\theta &= A_{r1} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{r1} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + A_{rr} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) + B_{rr} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} - L_r \varphi - T_r V - S_r \psi - R_r \Lambda + N_\theta^T \\ N_{x\theta} &= A_{\rho\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + B_{\rho\rho} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi_\theta}{\partial x} \right) + C_{\rho\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + N_{x\theta}^T \\ Q_{xz} &= A_{\Delta\Delta} \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - L_\Delta \frac{\partial \varphi}{\partial x} - T_\Delta \frac{\partial V}{\partial x} - S_\Delta \frac{\partial \psi}{\partial x} - R_\Delta \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \\ Q_{\theta z} &= A_{r\theta} \left(-\frac{v}{R} - \phi_\theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - L_r \frac{\partial \varphi_\theta}{\partial \theta} - T_r \frac{\partial V}{\partial \theta} - S_r \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - R_r \frac{\partial \Lambda}{\partial \theta} \\ M_x &= B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + D_{1r} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + B_{rr} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) + D_{1r} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} - \dot{L}_1 \varphi - \dot{T}_1 V - \dot{S}_1 \psi - \dot{R}_1 \Lambda + M_x^T \\ M_\theta &= A_{r1} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{r1} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + A_{rr} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) + B_{rr} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} - \dot{L}_r \varphi - \dot{T}_r V - \dot{S}_r \psi - \dot{R}_r \Lambda + M_\theta^T \\ M_{x\theta} &= B_{\rho\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + D_{\rho\rho} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi_\theta}{\partial x} \right) + F_{\rho\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + N_{x\theta}^T \\ \varepsilon_x &= \mathcal{F}_{11} \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \mathcal{F}_{1r} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathcal{F}_{1r} \frac{\partial V}{\partial x} + \mathcal{F}_{1r} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \mathcal{F}_{1\Delta} \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \\ \varepsilon_\theta &= \mathcal{F}_{r1} \left(-\phi_\theta - \frac{v}{R} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\ \varepsilon_z &= \mathcal{F}_{r1} \frac{\partial u}{\partial x} + \mathcal{F}_{rr} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \mathcal{F}_{rr} \left(\frac{w}{R} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \mathcal{F}_{rr} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} \\ \mathcal{B}_x &= \mathcal{F}_{1r} \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \mathcal{F}_{1r} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathcal{F}_{1\Delta} \frac{\partial V}{\partial x} + \mathcal{F}_{1r} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \mathcal{F}_{1\Delta} \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \end{aligned} \quad (19)$$

$$B_\theta = \mathcal{F}_{r\varphi} \left(-\phi_\theta - \frac{v}{R} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \mathcal{F}_{r\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \mathcal{F}_{r\Delta} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \mathcal{F}_{r\psi} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \mathcal{F}_{r\Lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial \theta}$$

$$B_z = \mathcal{F}_{r\psi} \frac{\partial u}{\partial x} + \mathcal{F}_{r\varphi} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \mathcal{F}_{r\varphi} \left(\frac{w}{R} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \mathcal{F}_{r\varphi} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} + \mathcal{F}_{r\varphi} \varphi + \mathcal{F}_{r\Lambda} V + \mathcal{F}_{r\Delta} \psi + \mathcal{F}_{r\varphi} \Lambda$$

ضرایب استفاده شده در روابط فوق عبارتند از:

$$\{A_{11}, A_{1r}, A_{\Delta\Delta}, A_{\varphi\varphi}, B_{11}, B_{1r}, B_{\varphi\varphi}, D_{11}, D_{1r}, D_{\varphi\varphi}\}$$

$$= \int_{-h/r}^{h/r} \{c_{11}, c_{1r}, kc_{\Delta\Delta}, c_{\varphi\varphi}, zc_{11}, zc_{1r}, zc_{\varphi\varphi}, z^{\gamma}c_{11}, z^{\gamma}c_{1r}, z^{\gamma}c_{\varphi\varphi}\} (1+z/R) dz$$

$$+ \int_{h/r}^{h'} \{c_{11e}, c_{1re}, kc_{\Delta\Delta e}, c_{\varphi\varphi e}, zc_{11e}, zc_{1re}, zc_{\varphi\varphi e}, z^{\gamma}c_{11e}, z^{\gamma}c_{1re}, z^{\gamma}c_{\varphi\varphi e}\} (1+z/R) dz$$

$$\{A_{rr}, A_{\varphi\varphi}, A_{1r}, B_{rr}, D_{rr}, D_{1r}\}$$

$$= \int_{-h/r}^{h/r} \{c_{rr}, kc_{\varphi\varphi}, c_{1r}, zc_{rr}, z^{\gamma}c_{rr}, z^{\gamma}c_{1r}\} dz + \int_{h/r}^{h'} \{c_{rre}, kc_{\varphi\varphi e}, c_{1re}, zc_{rre}, z^{\gamma}c_{rre}, z^{\gamma}c_{1re}\} dz$$

$$\{C_{\varphi\varphi}, F_{\varphi\varphi}\} = \int_{-h/r}^{h/r} \{1, z\} c_{\varphi\varphi} \frac{z}{rR} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz + \int_{h/r}^{h'} \{1, z\} c_{\varphi\varphi e} \frac{z}{rR} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz$$

$$\{L_1, S_1, L_r, S_r\} = \int_{h/r}^{h'} \{e_{r1}, q_{r1}, e_{rr}, q_{rr}\} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \frac{\pi}{h_p} \sin \frac{\pi(h'-z)}{h_p} dz$$

$$\{\bar{L}_1, \bar{S}_1, \bar{L}_r, \bar{S}_r\} = \int_{h/r}^{h'} -\{e_{r1}, q_{r1}, e_{rr}, q_{rr}\} \left\{1 + \frac{z}{R}, 1 + \frac{z}{R}, 1, 1\right\} \frac{\pi z}{h_p} \sin \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{L_\Delta, S_\Delta, L_\varphi, S_\varphi\} = \int_{h/r}^{h'} k \{e_{1\Delta}, q_{1\Delta}, e_{r\varphi}, q_{r\varphi}\} \left\{1 + \frac{z}{R}, 1 + \frac{z}{R}, 1, 1\right\} \cos \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{T_1, R_1, T_r, R_r\} = \int_{h/r}^{h'} -\{e_{r1}, q_{r1}, e_{rr}, q_{rr}\} \frac{1}{h_p/r} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz$$

$$\{\bar{T}_1, \bar{R}_1, \bar{T}_r, \bar{R}_r\} = \int_{h/r}^{h'} -\{e_{r1}, q_{r1}, e_{rr}, q_{rr}\} \left\{1 + \frac{z}{R}, 1 + \frac{z}{R}, 1, 1\right\} \frac{z}{h_p/r} dz$$

$$\{T_\Delta, R_\Delta, T_\varphi, R_\varphi\} = \int_{h/r}^{h'} -k \{e_{1\Delta}, q_{1\Delta}, e_{r\varphi}, q_{r\varphi}\} \left\{1 + \frac{z}{R}, 1 + \frac{z}{R}, 1, 1\right\} \left(\frac{z+h'}{h_p/r}\right) dz$$

$$\{\mathcal{F}_{11}, \mathcal{F}_{1\varphi}, \mathcal{F}_{r1}, \mathcal{F}_{r\varphi}\} = \int_{h/r}^{h'} \{e_{1\Delta}, q_{1\Delta}, e_{r\varphi}, q_{r\varphi}\} \cos \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{\mathcal{F}_{1r}, \mathcal{F}_{1\varphi}, \mathcal{F}_{1\psi}, \mathcal{F}_{rr}, \mathcal{F}_{r\varphi}, \mathcal{F}_{r\psi}\} = \int_{h/r}^{h'} \{s_{11}, d_{11}, r_{11}, s_{rr}, d_{rr}, r_{rr}\} \cos^{\gamma} \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{\mathcal{F}_{1r}, \mathcal{F}_{1\Delta}, \mathcal{F}_{1\Lambda}, \mathcal{F}_{rr}, \mathcal{F}_{r\Delta}, \mathcal{F}_{r\Lambda}\} = -\int_{h/r}^{h'} \{s_{11}, d_{11}, r_{11}, s_{rr}, d_{rr}, r_{rr}\} \frac{z-h'}{h_p/r} \cos \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{\mathcal{F}_{r1}, \mathcal{F}_{rr}, \mathcal{F}_{r\varphi}, \mathcal{F}_{r\psi}\} = \int_{h/r}^{h'} \{e_{r1}, ze_{r1}, e_{rr}, ze_{rr}\} \frac{\pi}{h_p} \sin \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

(۲۰)

$$\{\mathcal{F}_{\tau\delta}, \mathcal{F}_{\tau\gamma}, \mathcal{F}_{\tau\delta}\} = -\int_{h/\gamma}^{h'} \{s_{\tau\tau}, d_{\tau\tau}, r_{\tau\tau}\} \left(\frac{\pi}{h_p}\right)^\gamma \sin^\gamma \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{\mathcal{F}_{\tau\phi}, \mathcal{F}_{\tau\lambda}, \mathcal{F}_{\tau\phi}\} = -\int_{h/\gamma}^{h'} \{s_{\tau\tau}, d_{\tau\tau}, r_{\tau\tau e}\} \left(\frac{\gamma\pi}{h_p}\right) \sin \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

$$\{\mathcal{F}_{\tau 1}, \mathcal{F}_{\tau 2}, \mathcal{F}_{\tau 3}, \mathcal{F}_{\tau 4}\} = \int_{h/\gamma}^{h'} \{q_{\tau 1}, zq_{\tau 1}, q_{\tau 2}, zq_{\tau 2}\} \frac{\pi}{h_p} \sin \frac{\pi(z-h')}{h_p} dz$$

۲-۴ اصل همیلتون و معادلات ارتعاش پوسته

برای بدست آوردن معادلات پوسته استوانه‌ای از اصل همیلتون مطابق معادله زیر استفاده خواهد شد.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_T) dt = 0 \quad (21)$$

برای استفاده از این اصل نیاز است که انرژی‌های پتانسیل U و جنبشی T پوسته دوار به درستی نوشته شود. به منظور نوشتن انرژی جنبشی بردارهای مکان \vec{r} و سرعت \vec{V} نقاط مختلف پوسته استوانه دوار به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \dot{\vec{r}} + \vec{\Omega} \times \vec{r} \\ \vec{r} &= u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} \end{aligned} \quad (22)$$

انرژی جنبشی یک پوسته استوانه‌ای دوار با توجه به روابط بالا به قرار زیر است:

$$T = \frac{1}{\gamma} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \int_{-h/\gamma}^{h'} \rho(z) (\vec{V} \cdot \vec{V}) dz d\theta dx \quad (23)$$

بدلیل وجود نیروی گریز از مرکز حاصل از دوران، تنش‌های محیطی اولیه در سازه ایجاد می‌شوند. این اثرات نیز در انرژی جنبشی وارد می‌شوند. انرژی پتانسیل جنبشی براساس عبارات تئوری سندرز [۴۷] بدست می‌آیند:

$$U_h = \frac{1}{\gamma} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \int_{-h/\gamma}^{h'} \rho(z) \Omega^\gamma R^\gamma \left[\left(\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R} \right)^\gamma + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^\gamma \right] dz d\theta dx \quad (24)$$

انرژی پتانسیل کرنشی پوسته استوانه‌ای ساندویچی دارای لایه مگنتوالکتروالاستیک نیز مطابق با رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد.

$$U = \frac{1}{\gamma} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \int_{-h/\gamma}^{h'} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} - D_i E_i - B_i H_i) dz d\theta dx \quad (25)$$

علاوه بر این کار نیروی حرارتی عبارتست از:

$$W_T = -\frac{1}{\gamma} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left(N_x^T \frac{\partial^\gamma w}{\partial x^\gamma} - N_\theta^T \frac{\partial^\gamma w}{\partial \theta^\gamma} \right) d\theta dx \quad (26)$$

معادلات تعادل کوپل ترمومگنتوالکتروالاستیک سیستم مدل سازی شده با استفاده از اصل همیلتون و پس از انجام عملیات ریاضی و

محاسبه انتگرال جزء به جزء قابل ارائه هستند (که $N_h = \int_{-h/\gamma}^{h'} \rho(z) \Omega^\gamma R^\gamma dz$ است):

$$\delta u : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} - \frac{1}{\gamma R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} - N_h \left(\frac{\partial^\gamma v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial^\gamma u}{\partial \theta^\gamma} \right) = I_\gamma \ddot{u} + I_\gamma \ddot{\phi}_x \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \delta v &: \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{rR} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{Q_\theta}{R} - N_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{v}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\ &= I_1 \left(\ddot{v} - \Omega^2 v - r\Omega \dot{w} \right) + I_r \left(\ddot{\phi}_\theta - \Omega^2 \phi_\theta \right) \\ \delta w &: \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_r}{\partial x_r} - \frac{N_\theta}{R} + N_h \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - N_x^T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_\theta^T \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = I_1 \left(\ddot{w} - \Omega^2 w - r\Omega \dot{v} \right) + r I_r \Omega^2 \ddot{\psi}_r \\ \delta \phi_x &: \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - Q_x = I_r \ddot{u} + I_r \ddot{\phi}_x \\ \delta \phi_\theta &: \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - Q_\theta = I_r \left(\ddot{v} - r\Omega \dot{w} + \Omega^2 v \right) + I_r \left(\ddot{\phi}_\theta - \Omega^2 \phi_\theta \right) \\ \delta \varphi &: \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \theta} - \varepsilon_z = 0 \\ \delta \psi &: \frac{\partial \mathcal{B}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{B}_\theta}{\partial \theta} - \mathcal{B}_z = 0 \end{aligned}$$

۲-۵ پاسخ تحلیلی معادلات

با فرض شرایط مرزی دوسر مفصل برای پوسته، می توان از پاسخ ناویر برای حل معادلات کوپل استفاده کرد. شرایط مرزی مفصلی بصورت روبرو است: $V = W = N_x = M_x = 0$. می توان برای درجات آزاد سیستم، روابط زیر را در نظر گرفت [۴۸]:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= U(x) \cos(m\pi x / L) \times \cos(\Omega t + n\theta) \\ v(x, \theta, t) &= V(x) \sin(m\pi x / L) \times \sin(\Omega t + n\theta) \\ w(x, \theta, t) &= W(x) \sin(m\pi x / L) \times \cos(\Omega t + n\theta) \\ \phi_x(x, \theta, t) &= X(x) \cos(m\pi x / L) \times \cos(\Omega t + n\theta) \\ \phi_\theta(x, \theta, t) &= \Theta(x) \sin(m\pi x / L) \times \sin(\Omega t + n\theta) \\ \varphi(x, \theta, t) &= \Pi(x) \sin(m\pi x / L) \times \cos(\Omega t + n\theta) \\ \psi(x, \theta, t) &= \Gamma(x) \sin(m\pi x / L) \times \cos(\Omega t + n\theta) \end{aligned} \quad (28)$$

با جای گذاری روابط در معادلات تعادل، فرم نهائی معادلات ماتریسی بصورت $\mathcal{H}_{n \times n} \{U, V, W, X, \Theta, \Pi, \Gamma\}^T = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}^T$ است. m و n نیز به ترتیب اعداد نیم موج مود طولی و محیطی ارتعاش پوسته استوانه ای هستند. معادله مقدار ویژه نیز، با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب بصورت $|\mathcal{H}_{n \times n}| = 0$ حاصل می شود که ریشه های حقیقی آن فرکانس های طبیعی هستند.

۳- عدم قطعیت در خواص

۳-۱ مفاهیم مقدماتی

مفاهیم پایه اعداد فازی، یعنی عدد فازی متقارن گاوسی، فرم های پارامتری تک و دوگانه عدد فازی، که در ادامه مورد استفاده قرار گرفته، در ابتدا تعریف شده اند [۴۹].

تعریف مجموعه فازی: مجموعه فازی \tilde{U} روی اعداد حقیقی R بصورت مجموعه ای از زوج های مرتب تعریف می شود به گونه ای که:

$$\tilde{U} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{U}}(x)) \mid x \in R, \mu_{\tilde{U}}(x) \in [0, 1] \right\} \quad (29)$$

که در آن $\mu_{\tilde{U}}$ تابع عضویت نامیده می شود.

تعریف عدد فازی: یک عدد فازی \tilde{U} یک مجموعه فازی نرمالیزه شده محدب \tilde{U} از اعداد حقیقی R است به گونه ای که:

$$\{\mu_{\tilde{U}}(x) : R \in [0, 1], \forall x \in R\} \quad (30)$$

که در آن μ_{ij} تابع عضویت مجموعه فازی نامیده می‌شود و به صورت تکه‌ای پیوسته است. مفاهیم مربوط به اعداد فازی متقارن گاوسی، فرم‌های پارامتری تک و دوگانه عدد فازی در این بخش ارائه شده است [49].

عدد فازی گاوسی متقارن¹: تابع عضویت $\mu_{\tilde{U}}$ از $\tilde{U} = (\delta, \sigma, \sigma)$ به صورت $\mu_{\tilde{U}}(x) = e^{-\frac{(x-\delta)^2}{2\sigma^2}}$ تعریف می‌شود؛ که در آن δ نشان دهنده مقدار معین است در حالی که σ نشان دهنده گسترش مربوط به توزیع گاوسی است. فرم پارامتری تک (منفرد): در فرم پارامتری واحد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\tilde{U} = [\underline{u}(\alpha), \bar{u}(\alpha)] = \left[\delta - \sqrt{-2\sigma^2 \log_e \alpha}, \delta + \sqrt{-2\sigma^2 \log_e \alpha} \right], \quad \text{Where } \alpha \in (0, 1] \quad (31)$$

فرم پارامتری دوگانه: SGFN در فرم پارامتریک دوگانه می‌تواند به صورت نوشته شود:

$$\tilde{U} = (\alpha, \beta) = 2\beta\sqrt{-2\sigma^2 \log_e \alpha} + \delta - \sqrt{-2\sigma^2 \log_e \alpha} \quad \text{Where } \alpha \in (0, 1] \text{ and } \beta \in [0, 1] \quad (32)$$

کران‌های پایین و بالایی در یک فرم پارامتری تک را می‌توان از فرم پارامتری دوگانه بدست آورد اگر به ترتیب مقادیر $\beta=1$ و $\beta=0$ را جایگزین کنیم. یا به عبارتی روابط $\tilde{U}(\alpha, 1) = \bar{u}(\alpha)$ و $\tilde{U}(\alpha, 0) = \underline{u}(\alpha)$ حاصل می‌شوند.

۲-۳ عدم قطعیت در مطالعه حاضر

در این مطالعه، عدم قطعیت‌های پیش‌بینی شده برای خواص مواد با مدول الاستیک، ثابت پیزوالکتریک و پیزومغناطیس رویه هوشمند استوانه دوار به‌عنوان عدد فازی متقارن مرتبط است، در حالی که سایر پارامترها مانند چگالی محدود می‌شوند. عدد فازی متقارن گاوسی مرتبط با پارامترهای دارای عدم قطعیت به صورت زیر ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \text{sgfn}(\bar{E}, \sigma_r, \sigma_l) \\ \tilde{e}_{r1} &= \text{sgfn}(\bar{e}_{r1}, \sigma_r, \sigma_l) \\ \tilde{q}_{r1} &= \text{sgfn}(\bar{q}_{r1}, \sigma_r, \sigma_l) \end{aligned} \quad (33)$$

روابط نامعین برای تحلیل ارتعاش پوسته استوانه‌ای دوار برحسب پارامترهای فازی گاوسی متقارن به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} c_{11e} &= \frac{1}{1-\nu^2} \left[2\beta\sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} + \bar{E} - \sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} \right]; \\ c_{rfe} = c_{\delta\delta e} = c_{\nu\nu e} &= \frac{1}{2(1+\nu)} \left[2\beta\sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} + \bar{E} - \sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} \right]; \\ e_{r1} &= \left[2\beta\sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} + \bar{e}_{r1} - \sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} \right]; \\ q_{r1} &= \left[2\beta\sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} + \bar{q}_{r1} - \sqrt{-2\sigma_r^2 \ln(\alpha)} \right]; \end{aligned} \quad (34)$$

۴- نتایج، بحث و بررسی

در ادامه تاثیر پارامترهایی همچون سرعت دوران پوسته، درصد وزنی گرافن و میزان تخلخل لایه داخلی، تغییردما محیط و عدم قطعیت در خواص لایه هوشمند بیرونی، بر فرکانس نوسانات پوسته ساندویچی دوار با جزئیات مشخص شده است. لازم به ذکر است که جهت سهولت از نماد F برای مود پیش‌رونده (روبه جلو) ارتعاشات و از نماد B برای مود برگرداننده (رو به عقب) استفاده می‌شود.

¹ Symmetric Gaussian Fuzzy Number(SGFN)

۴-۱ اعتبارسنجی نتایج

در ابتدا صحت و درستی نتایج حاصل از مدل سازی مطالعه حاضر در حالت معین از طریق مقایسه با نتایج سایر مقالات معتبر بررسی شده است. نتایج فرکانس بی بعد نوسان پوسته استوانه‌ای همگن برای $(m = 1, L/R = 20, h/R = 0.05)$ با شرایط مرزی دوسرمفصل و در مقادیر مختلف عدد نیم موج ارتعاشی محیطی، با مقاله [۵۰] (که از روش عددی مربعات دیفرانسیلی برای حل معادلاتش استفاده کرده) در جدول ۲ مقایسه شده‌اند. تطابق مناسبی بین نتایج دیده می‌شود.

در جدول ۳ برای استوانه همگن دوار دوسر مفصل، فرکانس طبیعی مود پیش‌رونده و برگرداننده برای مقادیر مختلف عدد موج محیطی و با در نظر گرفتن $(m = 1, \Omega = 0.1, h/R = 0.002, L/R = 1)$ با نتایج فرکانس بی بعد مقاله [۵۱] مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که نتایج بسیار به همدیگر نزدیک هستند و صحت مدل تحقیق حاضر تأیید می‌شود.

جدول ۲: اعتبارسنجی فرکانس بی بعد پوسته استوانه‌ای همگن برای مقادیر مختلف عدد نیم موج محیطی با مقاله مرجع [۵۰]

Table2: Dimensionless frequency validation of homogeneous cylindrical shell for different values of ambient half wave number with reference [50]

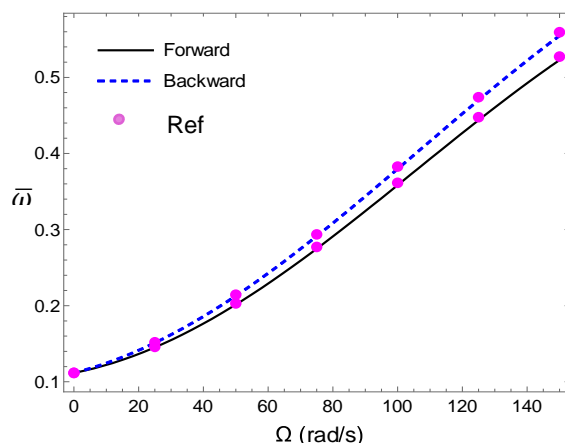
عدد مود ارتعاشی	پارامتر فرکانس بی بعد	
	تحقیق حاضر	مرجع [۵۰] اختلاف نسبی
۱	۰/۰۱۶۰	۰/۰۱۶۱ ۰/۷%
۲	۰/۰۳۹۰	۰/۰۳۹۳ ۰/۸%
۳	۰/۱۱۰	۰/۱۰۹۸ ۰/۳%
۴	۰/۲۱۰	۰/۲۱۰۳ ۰/۱%

جدول ۳: مقایسه فرکانس بی بعد نوسان پوسته استوانه‌ای نازک دوار دوسر مفصل با مقاله مرجع [۵۱]

Table3: Comparing the dimensionless frequency of two-joint rotating thin cylindrical shell oscillation with the reference [51]

عدد مود ارتعاشی	مود پیش‌رونده		مود برگرداننده	
	تحقیق حاضر	مرجع [۵۱] اختلاف نسبی	تحقیق حاضر	مرجع [۵۱] اختلاف نسبی
۱	۱/۰۵۸۰	۱/۰۶۰۷ ۰/۳%	۱/۰۵۹۰	۱/۰۶۱۸ ۰/۳%
۲	۰/۸۰۱۰	۰/۸۰۲۴ ۰/۴%	۰/۸۰۲۰	۰/۸۰۴۷ ۰/۴%
۳	۰/۵۹۶۰	۰/۹۷۸ ۰/۴%	۰/۵۹۷۰	۰/۵۹۸۹ ۰/۴%

در شکل ۲، فرکانس بی بعد پوسته استوانه‌ای تک لایه دوار کامپوزیتی تقویت شده با گرافن $\bar{\omega} = \omega R \sqrt{\rho_m (1 - \nu_m^2)} / E_m$ در مدهای F و B برای مود ارتعاشی مربوط به $n = 2$ و $m = 1$ بصورت تابعی از سرعت دورانی پوسته ترسیم شده و با نتایج حاصل از مقاله [۵۲] مقایسه و صحت‌سنجی شده است. سایر مشخصات مکانیکی پوسته عبارتست از: $L/R = 4, h/R = 0.004, G_{GPL} = 1\%$. لازم بذکر است که جنس پوسته کامپوزیتی پلیمری است (ماتریس ۱) که با گرافن تقویت شده است. خواص ماده پایه و گرافن در جدول ۴ ارائه شده‌اند. (ابعاد گرافن تقویتی عبارتند از: $L_{GPL} = 2/5 \mu m, w_{GPL} = 1/25 \mu m, t_{GPL} = 2/5 nm$)



شکل ۲: مقایسه فرکانس برای پوسته استوانه‌ای دوار و تقویت شده با صفحات گرافنی، با مقاله [۵۲]

Figure 2: Frequency comparison for rotating cylindrical shell reinforced with graphene plates with the reference [52]

جدول ۴: خواص ماتریس پایه و گرافن تقویتی

Table 4: Properties of the base matrix and reinforced graphene

مدول الاستیسیته (گیگا پاسکال)	چگالی (کیلو گرم بر متر مکعب)	فرکانس	ماده
۱۰۱۰	۱۰۶۲	۰/۱۸۶	گرافن تقویتی
۲/۸۵	۱۲۰۰	۰/۳۴	ماتریس ۱ (پلیمری)
۷۰	۲۷۰۰	۰/۳۱	ماتریس ۲ (فلزی)

مطابق نمودار شکل ۲، تغییرات پارامتر فرکانس برای هر دو مود F و B در اعداد نیم موج مذکور تطابق مناسبی با نتایج مقاله [۵۲] در سرعت‌های زاویه‌ای مختلف دارند. البته بدلیل غیرخطی در نظر گرفتن کرنش‌ها در مقاله مرجع، فرکانس نوسانات همواره به مقدار کمی بزرگتر از نتایج تحقیق حاضر است، زیرا کرنش‌های خطی در این مطالعه پیش فرض معادلات و روابط هستند.

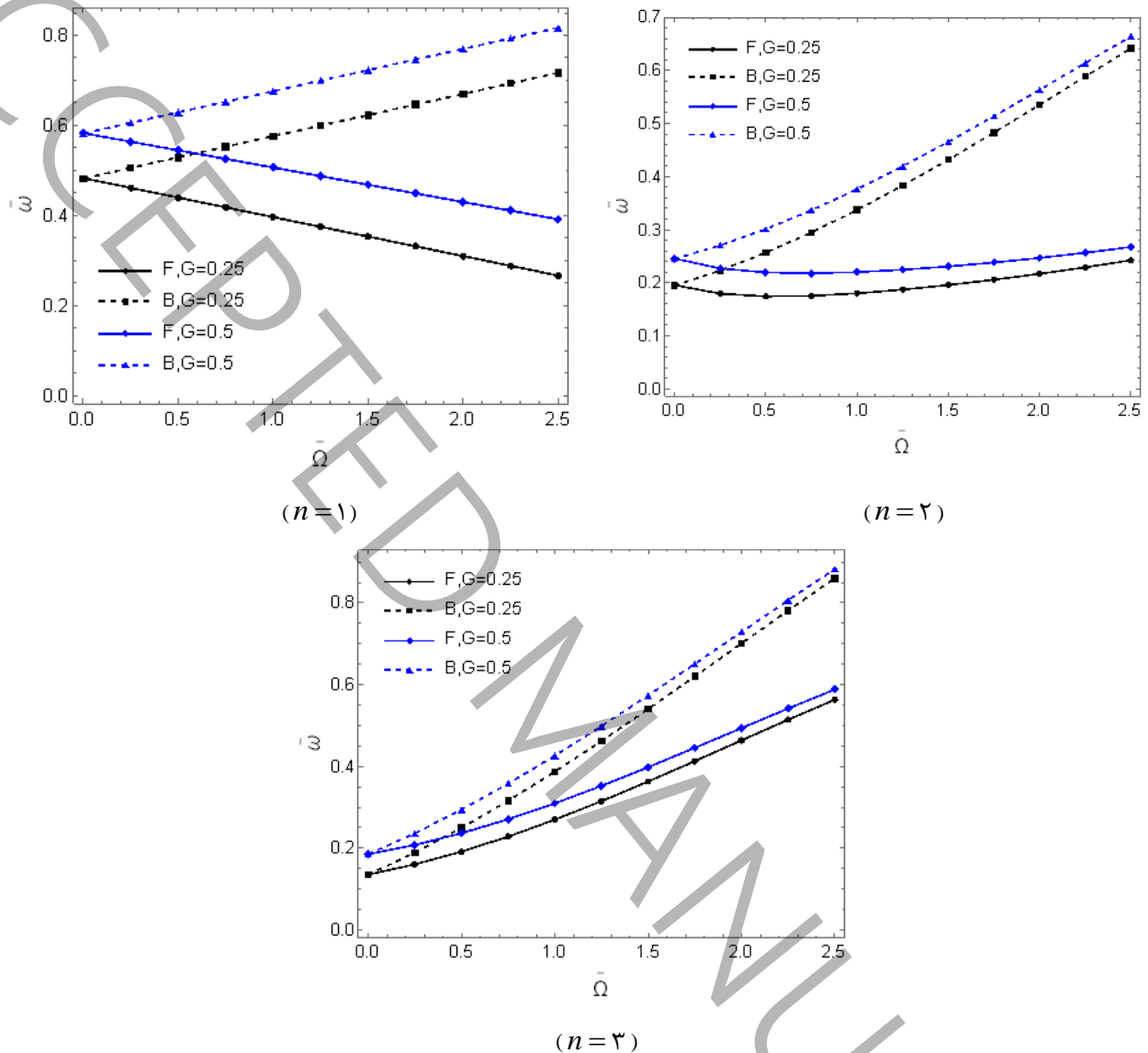
۲-۴ مطالعه پارامتری

برای تغییرات فرکانس ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای دوار ساخته شده از زمینه فلزی (ماتریس ۲) متخلخل و تقویت شده با گرافن (توزیع تخلخل بصورت متقارن و توزیع فاز گرافنی بصورت نامتقارن است)، تحلیل پارامتری کاملی انجام شده است. در ادامه اگر به صورت بخصوص ذکر نشد، پوسته استوانه‌ای با مشخصات هندسی $L/R = 2, h/R = 0.05, h_p/h = 0.2$ مدنظر است که در لایه داخلی آن توزیع تخلخل بصورت متقارن و توزیع گرافن بصورت نامتقارن است. لایه بیرونی نیز از جنس ماده مگنتوالکتروالاستیک باریوم تیتانات-کبالت فریت، کسر حجمی ۵۰٪ باریوم تیتانات، بوده که خواص آن مطابق مرجع [۵۳] در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵: خواص معین ماده هوشمند مگنتوالکتروالاستیک با کسر حجمی معین ۵۰٪ باریوم تیتانات

Table 5: Certain properties of the magneto electro elastic smart material with a certain volume fraction of 50% barium titanate

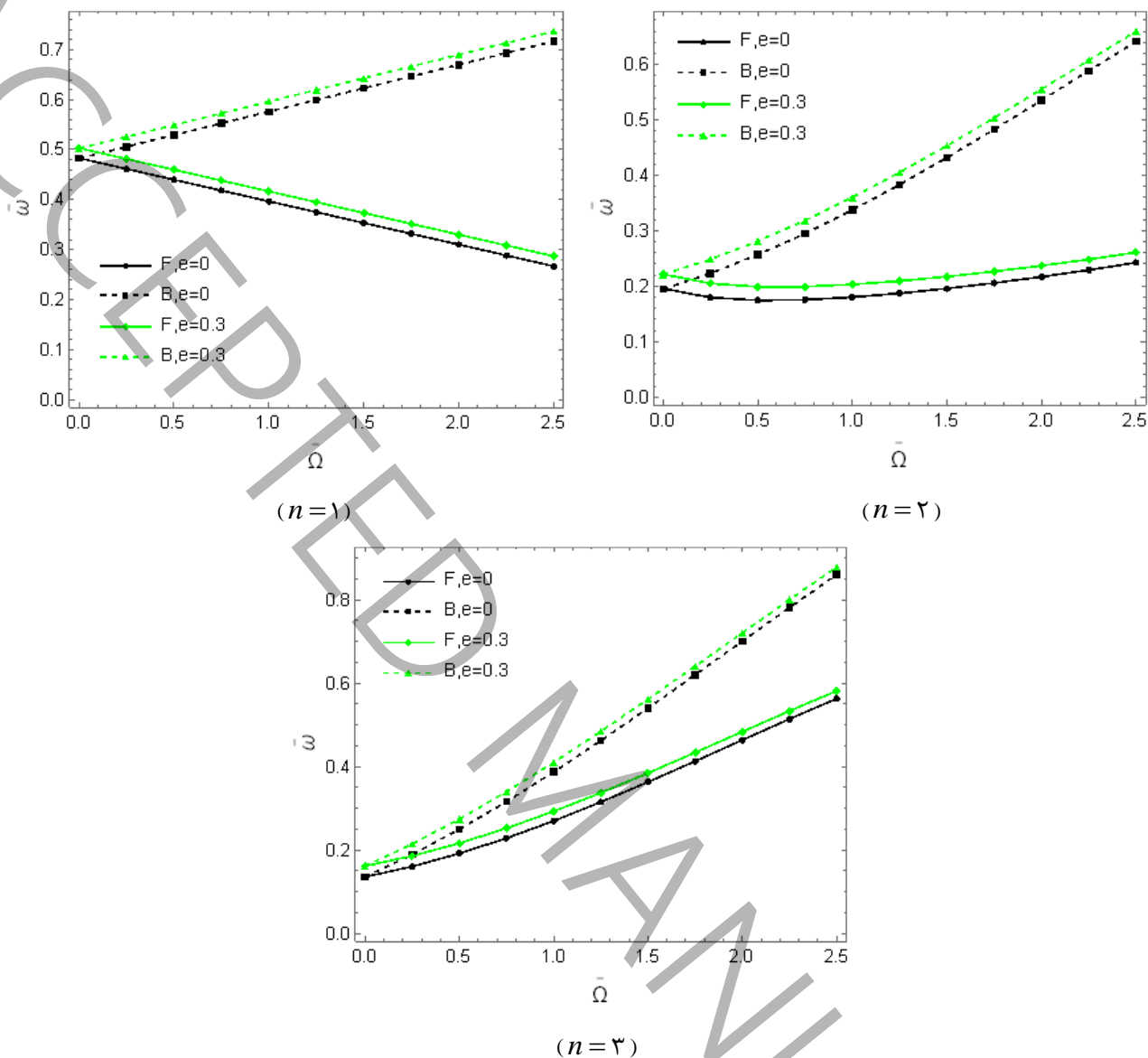
چگالی	ضریب الاستیک (سطر اول ستون اول)	ضریب الاستیک (سطر اول ستون دوم)	ضریب الاستیک (سطر دوم ستون دوم)	ثوابت پیزوالکتریک (سطر سوم ستون اول)
$5/5 \times 10^3$	$212/5 \times 10^9$	$117/5 \times 10^9$	$60/6 \times 10^9$	-۲/۲۵
الکترومغناطیس	ضریب نفوذپذیری مغناطیسی	ثابت دی الکتریک	ثابت مغناطیس	ضریب انبساط حرارتی
(سطر سوم ستون اول)	(سطر اول ستون اول)	(سطر اول ستون اول)	(سطر اول ستون اول)	(سطر اول ستون اول)

250 $5/4 \times 10^{-12}$ 0.15×10^{-9} -2×10^{-6} $13/6 \times 10^{-6}$ 

شکل ۳: اثر افزایش درصد وزنی گرافن تقویتی لایه داخلی بر منحنی تغییرات پارامتر فرکانس بی بعد مدهای B و F برای پوسته دوار کامپوزیتی بر حسب سرعت دوران بی بعد؛ در سه عدد نیم مود محیطی متفاوت

Figure 3: The effect of increasing the weight percentage of graphene reinforcing the inner layer on the curve of changes in the dimensionless frequency parameter of modes B and F for the composite rotating shell in terms of the dimensionless rotation speed; in three different environmental semi-modes

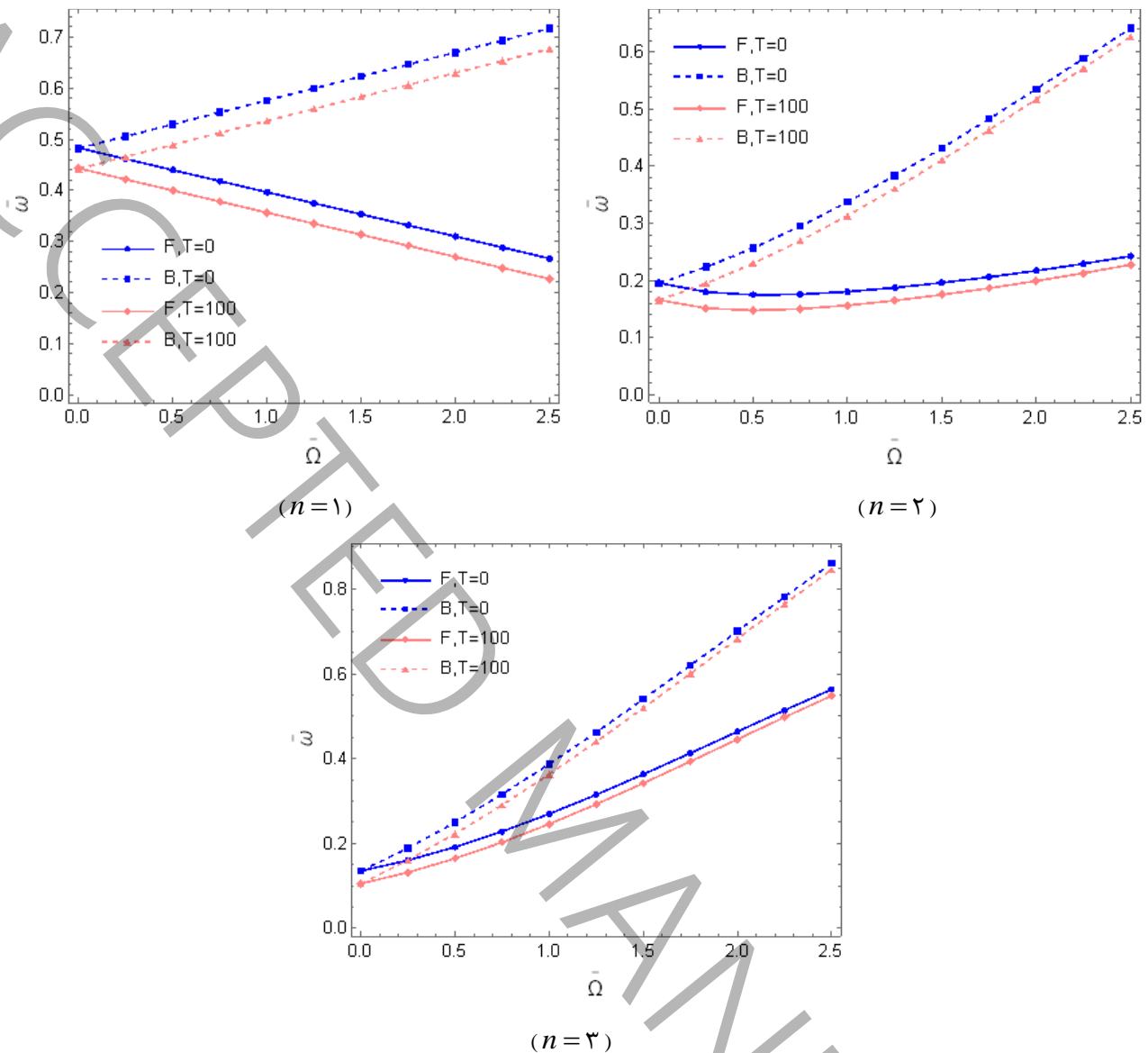
شکل ۳ تغییرات فرکانس بی بعد پوسته ساندویچی بر حسب سرعت دوران را در سه نیم مود محیطی و برای دو مقدار متفاوت درصد گرافن لایه درونی ارائه کرده است. برای هر سه نمودار و در هر دو مود B و F، افزایش میزان کسر جرمی گرافن موجود در لایه داخلی منجر به افزایش سختی خمشی و متعاقباً افزایش فرکانس شده است. علاوه بر این تغییرات فرکانس بر حسب سرعت دورانی برای مود $n=1$ تقریباً بصورت خطی است اما برای $n=2$ و $n=3$ تغییرات بصورت غیرخطی و با شیب صعودی می باشد؛ بطور مثال در سرعت دوران صفر، دوبرابر کردن محتوای تقویت کننده گرافنی منجر به افزایش ۲۱٪، ۲۶٪ و ۳۳٪ به ترتیب در فرکانس مدهای $n=1$ ، $n=2$ و $n=3$ شده است. در حالیکه در سرعت دورانی بیشینه، دوبرابر کردن گرافن تقویتی منجر به افزایش ۱۴٪، ۴/۵٪ و ۳/۳٪ به ترتیب در فرکانس مدهای $n=1$ ، $n=2$ ، $n=3$ شده است.



شکل ۴: اثر در نظر گرفتن تخلخل در لایه داخلی بر منحنی تغییرات پارامتر فرکانس بی بعد مودهای **F** و **B** برای پوسته دوار کامپوزیتی بر حسب سرعت دوران بی بعد؛ در سه عدد نیمه مود محیطی متفاوت

Figure 4: The effect of considering the porosity in the inner layer on the dimensionless frequency parameter variation curve of B and F modes for the composite rotating shell in terms of the dimensionless rotation speed; in three different environmental semi-modes

شکل ۴ تغییرات فرکانس بی بعد پوسته ساندویچی تقویت شده با $G = 0.25\%$ بر حسب سرعت را در سه عدد نیمه موج و برای دو حالت با و بدون تخلخل ارائه کرده است. مطابق نتایج، در هر سه نمودار و برای هر دو مود **B** و **F**، وجود تخلخل در لایه داخلی منجر به افزایش فرکانس شده است. انتظار می رود که تخلخل منجر به کاهش هر دو مقدار سختی و چگالی پوسته شود، در این جا چون میزان کاهش جرم پوسته از کاهش سختی آن بیشتر بوده، نهایتاً منجر به افزایش فرکانس شده است.



شکل ۵: اثر افزایش دمای حرارت محیط بیرونی بر منحنی تغییرات پارامتر فرکانس بی بعد مدهای F و B برای پوسته دوار کامپوزیتی بر حسب سرعت دوران بی بعد؛ در سه عدد نیم‌مود محیطی متفاوت

Figure 5: The effect of increasing the heat temperature of the external environment on the curve of changes in the dimensionless frequency parameter of modes B and F for the composite rotating shell in terms of the dimensionless rotation speed; in three different environmental semi-modes

مطابق نتایج شکل ۵، در هر سه نمودار و برای هر دو مود B و F ، افزایش دمای محیط در سطح خارجی منجر به ایجاد تنش‌های فشاری حرارتی شده و فرکانس نوسانات را کاهش داده است.

وجه مشترک منحنی‌های ارائه شده در نمودارهای این بخش، شکل‌های ۳-۵، ارائه دیاگرام کمپل برای مدهای ارتعاشی شامل $n = 1, 2, 3$ می‌باشد. برای هر مود ارتعاشی اگر سرعت دوران صفر باشد، فرکانس مدهای B و F یکسان است. با افزایش سرعت دوران پوسته، اثر ژيروسکوپیک متناسب با سرعت دوران، و کشش اولیه متناسب با توان دوم سرعت دوران، افزایش می‌یابند. اثر ژيروسکوپی فرکانس‌های B پایین‌تر و فرکانس‌های F بالاتر را ایجاد می‌کند و کشش اولیه منجر به افزایش سفتی سیستم می‌شود که هر دو فرکانس‌های B و F را افزایش می‌دهد. بنابراین، فرکانس‌های طبیعی در مدهای F با افزایش سرعت چرخش، در نتیجه تأثیرات موافق کشش اولیه و اثر ژيروسکوپی افزایش می‌یابد. اما فرکانس‌های طبیعی در مدهای B روندهای مختلفی را تجربه می‌کنند که دلیل آن تأثیرات ناموافق تنش اولیه و اثر ژيروسکوپی است.

۳-۴ تاثیر پارامترهای دارای عدم قطعیت در نتایج فرکانسی سیستم

در زیر مقادیر خواص نامعین رویه هوشمند مگنتوالکتروالاستیک کامپوزیتی ساخته شده از دوفاز باریم تایتانات و کبالت فریت^۱ با انحرافات استاندارد آنها، یعنی اعداد فازی گوسی مرتبط با پارامترهای نامشخص، با توجه به روابط ۳۳، ارائه شده است:

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \text{sgfn}(\bar{E}, 4\% \bar{E}, 4\% \bar{E}), \bar{E} = 226 \text{ GPa} \\ \tilde{e}_{31} &= \text{sgfn}(\bar{e}_{31}, 15\% \bar{e}_{31}, 15\% \bar{e}_{31}), \bar{e}_{31} = -2/2 \text{ C/m}^2 \\ \tilde{q}_{31} &= \text{sgfn}(\bar{q}_{31}, 15\% \bar{q}_{31}, 15\% \bar{q}_{31}), \bar{q}_{31} = 29.0/1 \text{ N/(A.m)} \end{aligned} \quad (35)$$

انتخاب σ_1, σ_2 و σ_3 نیز بر مبنای مطالعات پیشین (ازرار [۳۴] و چراغی [۳۵]) می باشد.

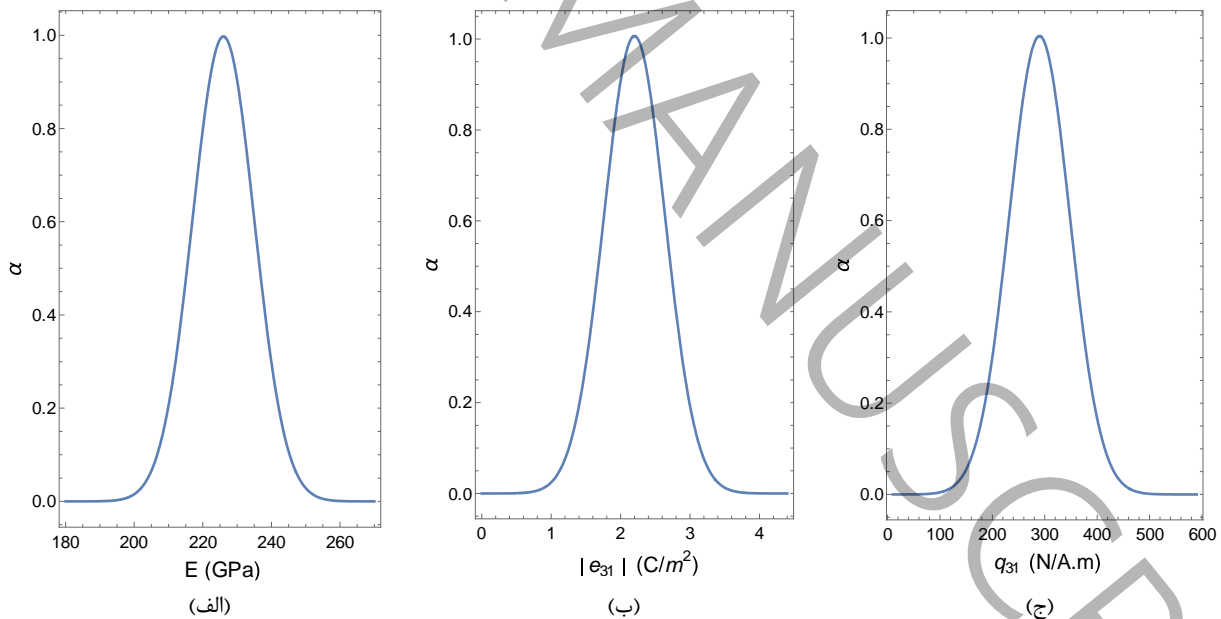
نمایش گرافیکی پارامترهای نامعین در شکل ۶ نشان داده شده است. خواص سیستم در بازه‌های متفاوت برای مقادیر مختلف α بیان می شود و با استفاده از فرم پارامتریک دوگانه برای هر بازه، کران پایین و کران بالایی فرکانس‌های طبیعی به وسیله روش تحلیلی ناویر بدست می آیند. بازه های مورد بررسی در جدول ۸ نشان داده شده است.

در شکل های ۷، ۸ (الف) و (ب)، خروجی فازی گوسی را برای فرکانس‌های طبیعی پوسته ساندویچی به ترتیب برای استوانه بدون دوران، مود F استوانه دوار و مود B استوانه دوار $\Omega = 0/6$ ارائه شده است. هر یک از این شکل‌ها کرانه بالا و پائین فرکانسی را برای سه حالت عامل خارجی مگنتوالکتریک نشان داده اند:

(۱) بدون عامل الکتریکی یا مغناطیسی^۲

(۲) لایه هوشمند بیرونی تحت اثر پتانسیل مغناطیسی^۳ با بزرگی $\Lambda = 400$ و بر.

(۳) لایه هوشمند بیرونی تحت اثر پتانسیل الکتریکی^۴ به بزرگی $V = 400$ ولت.



شکل ۶: اعداد فازی گوسی متقارن مرتبط با (الف) مدول الاستیک، (ب) ضریب پیزوالکتریک و (ج) ضریب پیزومغناطیس لایه مگنتوالکتروالاستیک
Figure 6: Symmetric Gaussian fuzzy numbers related to the A) elastic modulus B) piezoelectric coefficient and C) the piezomagnetic coefficient of the magneto electro elastic layer

1 BaTiO3 - CoFe2O4

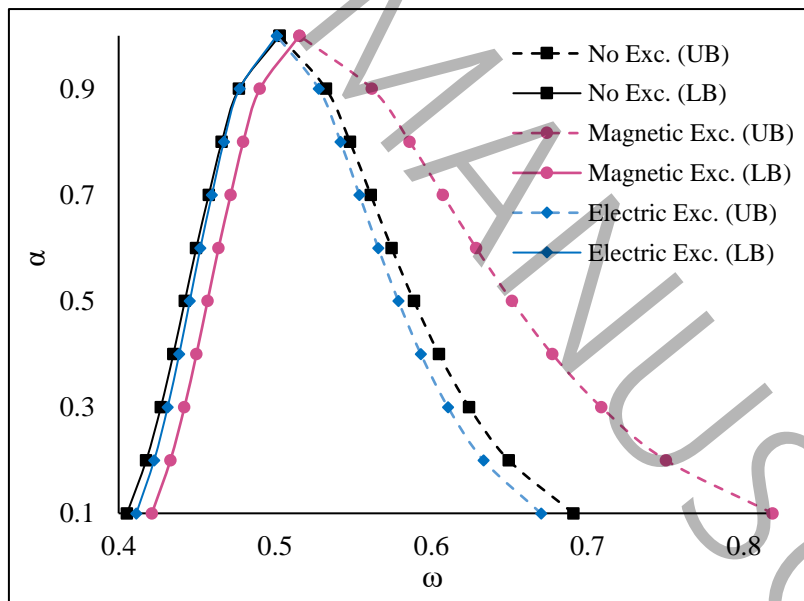
2 No Exc

3 Magnetic Exc.

4 Electric Exc

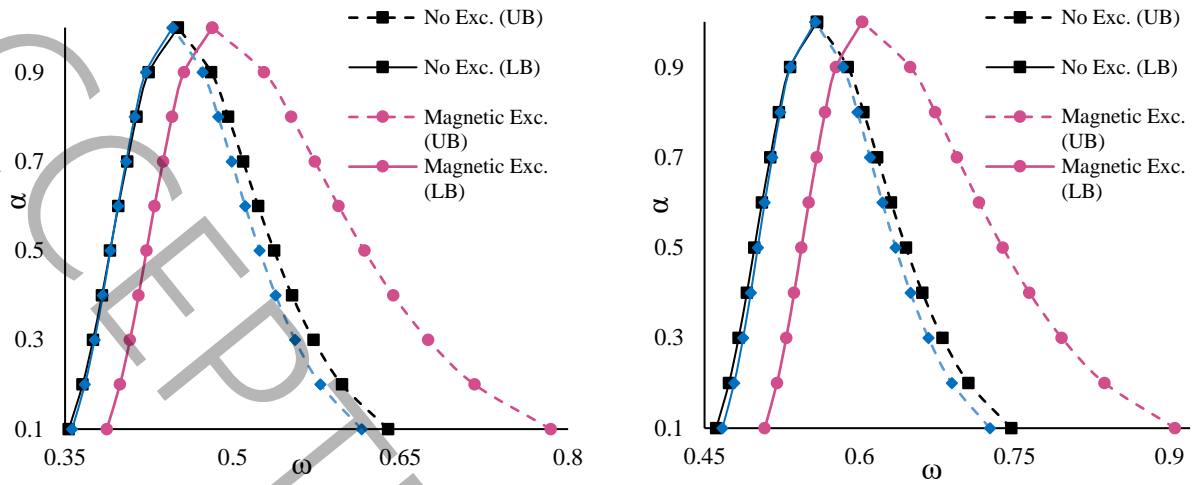
جدول ۶: بازه‌های مربوط به پارامترهای نامعین برای مقادیر مختلف پارامتر α
 Table6: Intervals of uncertain parameters for different values of parameter α

ضریب انبساط حرارتی	ضریب پیزومغناطیس	ضریب پیزوالکتریک	مدول الاستیسیته (گیگا پاسکال)
۰/۱	[۱۶۶/۳ ۴۱۳/۹]	[-۱/۲۴ -۳/۱۶]	[۲۰۶/۶ ۲۴۵/۴]
۰/۲	[۱۸۳/۱ ۳۹۷/۱]	[-۱/۴۱ -۲/۹۹]	[۲۰۹/۷ ۲۴۲/۱]
۰/۳	[۱۹۹/۷ ۳۸۰/۵]	[-۱/۵۳ -۲/۸۷]	[۲۱۲/۳ ۲۳۹/۹]
۰/۴	[۲۱۱/۴ ۳۷۴/۹]	[-۱/۵۹ -۲/۸۱]	[۲۳۱/۸ ۲۳۸/۵]
۰/۵	[۲۲۰/۸ ۳۶۵/۵]	[-۱/۶۸ -۲/۷۲]	[۲۱۵/۴ ۲۳۶/۶]
۰/۶	[۲۳۱/۴ ۳۵۴/۹]	[-۱/۷۶ -۲/۶۴]	[۲۱۶/۹ ۲۳۴/۸]
۰/۷	[۲۴۳/۱ ۳۳۷/۳]	[-۱/۸۲ -۲/۵۸]	[۲۱۸/۵ ۲۳۳/۵]
۰/۸	[۲۴۹/۸ ۳۳۰/۴]	[-۱/۸۹ -۲/۵۱]	[۲۲۰/۳ ۲۳۱/۷]
۰/۹	[۲۶۱/۶ ۳۱۸/۶]	[-۱/۹۸ -۲/۴۲]	[۲۲۲/۱ ۲۳۰/۸]
۱	۲۹۰/۱	-۲/۲۰	۲۲۶/۰

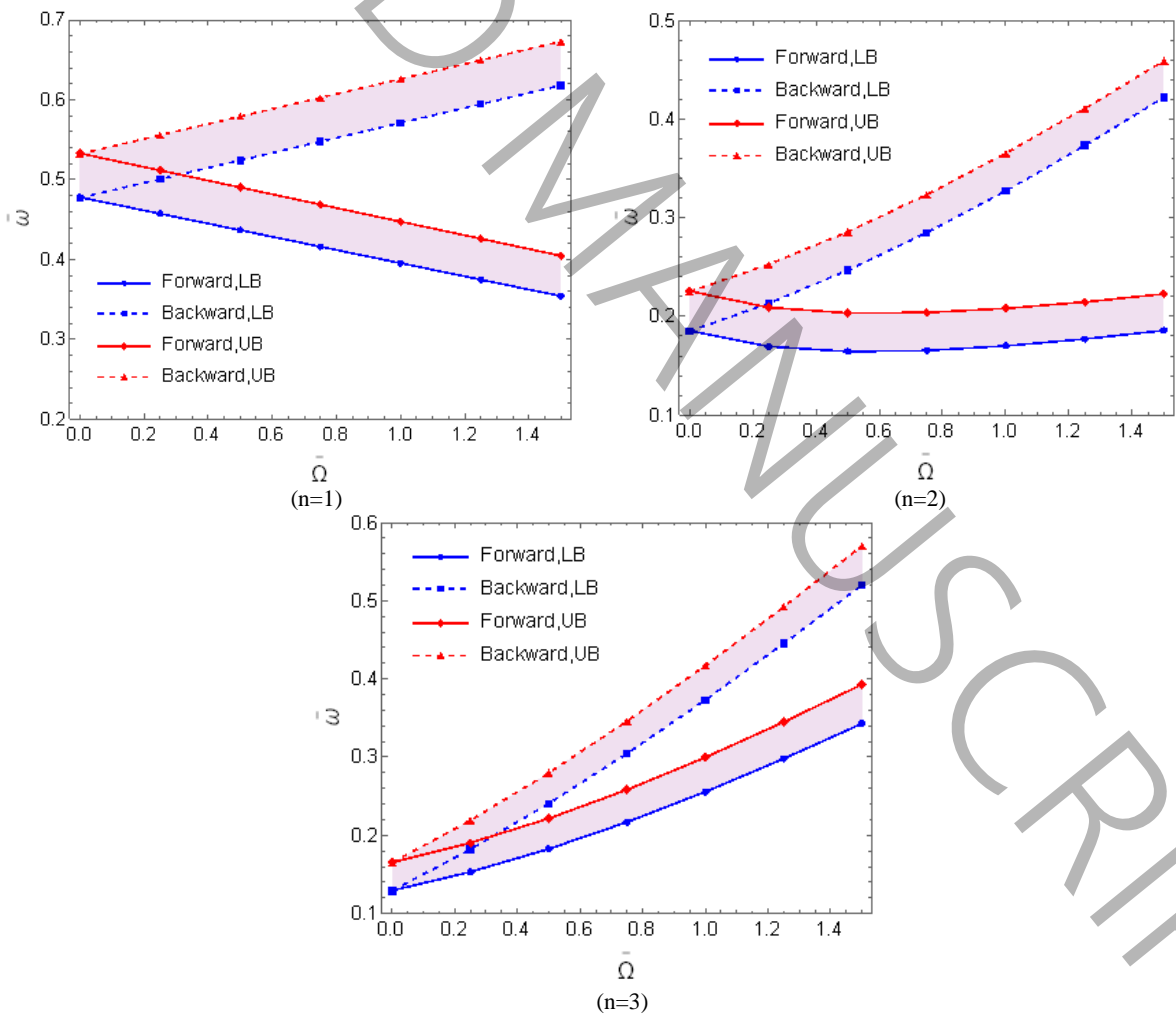


شکل ۷: خروجی فازی گوسی برای فرکانس طبیعی پوسته ساندویچی هوشمند برای $\Omega = 0$
 Figure 7: Gaussian fuzzy output for natural frequencies of smart sandwich shell, when $\Omega=0$

با توجه به شکل ۷، مشهود است که مرزهای بالایی و پایینی فرکانس طبیعی هر دو با افزایش مقدار پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابند، درحالی‌که با افزایش مقدار پتانسیل مغناطیسی، برعکس این رفتار مشاهده می‌شود و دلیلش این است که تغییرات مثبت پتانسیل الکتریکی می‌تواند سفتی پوسته مگنتوالکترولاستیک را کاهش دهد، درحالی‌که علامت مثبت پتانسیل مغناطیسی افزایش دهنده سفتی پوسته مگنتوالکترولاستیک است. مطابق شکل ۸ همین رفتار در مرزهای بالایی و پایینی فرکانس مود F و B پوسته هوشمند دوار دیده می‌شود.



شکل ۸: خروجی فازی گوسی برای فرکانس طبیعی پوسته ساندویچی هوشمند دوار برای $\Omega = 0/6$ ؛ چپ) مود F، راست) مود B
 Figure 8: Gaussian fuzzy output for the natural frequency of a rotating smart sandwich shell, when $\Omega=0/6$. Left) Mode F, Right) Mode B



شکل ۹: کران بالا و پائین فرکانس مود B و F پوسته دوار کامپوزیتی بر حسب سرعت دوران برای $\alpha = 0/9$ ؛ در سه عدد مود محیطی متفاوت

Figure 9: The upper and lower frequency limits of B and F modes of the composite rotating shell according to the rotation speed $\alpha = \omega / \omega_0$ in three different environmental modes

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی دوار ساخته شده از لایه متخلخل و تقویت‌شده با گرافن و رویه هوشمند مگنتوالکتروالاستیک در محیط دمائی، با در نظر گرفتن عدم قطعیت در خواص لایه هوشمند بررسی شده است. در قسمت اول محاسبه فرکانس طبیعی مود پیش‌رونده و پس‌رونده ارتعاش آزاد پوسته دوار کامپوزیتی دولایه با خواص کاملاً معین مدنظر است، در حالی که در قسمت دوم این مطالعه، هدف تحقیق بررسی تاثیر عدم قطعیت‌های خواص لایه هوشمند بیرونی بر ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای دوار و در معرض پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی است. مهمترین نتایج تحقیق عبارتند از:

- (۱) در هر دو مود B و F، افزایش میزان کسر جرمی گرافن موجود در لایه داخلی منجر به افزایش سختی خمشی و متعاقباً افزایش فرکانس شده، از طرفی برای دو مود B و F وجود تخلخل منجر به افزایش فرکانس شده است.
- (۲) افزایش دمای محیط در سطح خارجی منجر به ایجاد تنش‌های فشاری حرارتی شده و فرکانس نوسانات را کاهش داده است.
- (۳) در حالت خواص نامعین، کرانه‌های بالایی و پایینی فرکانس طبیعی با افزایش مقدار پتانسیل الکتریکی به مقدار کمی کاهش می‌یابند، در حالی که با افزایش مقدار پتانسیل مغناطیسی بطور چشم‌گیری افزایش دارند.

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

h	ضخامت، m
e_0	ضریب تخلخل
k	هدایت گرمائی
E	مدول الاستیسیته، N/m^2
T	دما، K

علائم یونانی

ρ	چگالی، kg/m^3
α	انبساط حرارتی
Ω	سرعت چرخش rad/sec
ε	کرنش عمودی
γ	کرنش برشی
σ	تنش عمودی
τ	تنش برشی
Λ	پتانسیل مغناطیس

زیرنویس

p	ماده هوشمند
GPL	ورقه گرافنی

بالانویس

*	شرایط مرجع
T	حرارتی

- [1] N.H. Duc, D.T.H. Giang, Magnetic sensors based on piezoelectric–magnetostrictive composites, *Journal of Alloys and Compounds*, 449(1) (2008) 214-218.
- [2] A. Bayrashev, W.P. Robbins, B. Ziaie, Low frequency wireless powering of microsystems using piezoelectric–magnetostrictive laminate composites, *Sensors and Actuators A: Physical*, 114(2) (2004) 244-249.
- [3] M. Vopsaroiu, J. Blackburn, M.G. Cain, A new magnetic recording read head technology based on the magneto–electric effect, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 40(17) (2007) 5027.
- [4] J. Van Den Boomgaard, D.R. Terrell, R.A.J. Born, H.F.J.I. Giller, An in situ grown eutectic magnetoelectric composite material, *Journal of Materials Science*, 9(10) (1974) 1705-1709.
- [5] K. Lam, W. Qian, Free vibration of symmetric angle-ply thick laminated composite cylindrical shells, *Composites Part B: Engineering*, 31(4) (2000) 345-354.
- [6] Ö. Civalek, An efficient method for free vibration analysis of rotating truncated conical shells, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 83(1) (2006) 1-12.
- [7] P. Malekzadeh, Y. Heydarpour, Free vibration analysis of rotating functionally graded cylindrical shells in thermal environment, *Composite Structures*, 94(9) (2012) 2971-2981.
- [8] Y. Heydarpour, M.M. Aghdam, P. Malekzadeh, Free vibration analysis of rotating functionally graded carbon nanotube-reinforced composite truncated conical shells, *Composite Structures*, 117 (2014) 187-200.
- [9] S. Dey, S. Sarkar, A. Das, A. Karmakar, S. Adhikari, Effect of twist and rotation on vibration of functionally graded conical shells, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 11(4) (2015) 425-437.
- [10] M. Nejati, A. Asanjarani, R. Dimitri, F. Tornabene, Static and free vibration analysis of functionally graded conical shells reinforced by carbon nanotubes, *International Journal of Mechanical Sciences*, 130 (2017) 383-398.
- [11] Q. Dai, Q. Cao, Y. Chen, Frequency analysis of rotating truncated conical shells using the Haar wavelet method, *Applied Mathematical Modelling*, 57 (2018) 603-613.
- [12] Z. Qin, X. Pang, B. Safaei, F. Chu, Free vibration analysis of rotating functionally graded CNT reinforced composite cylindrical shells with arbitrary boundary conditions, *Composite Structures*, 220 (2019) 847-860.
- [13] M. Shakouri, Free vibration analysis of functionally graded rotating conical shells in thermal environment, *Composites Part B: Engineering*, 163 (2019) 574-584.
- [14] T. Liu, W. Zhang, J.J. Mao, Y. Zheng, Nonlinear breathing vibrations of eccentric rotating composite laminated circular cylindrical shell subjected to temperature, rotating speed and external excitations, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 127 (2019) 463-498.
- [15] F. Tornabene, On the critical speed evaluation of arbitrarily oriented rotating doubly-curved shells made of functionally graded materials, *Thin-Walled Structures*, 140 (2019) 85-98.
- [16] F. Kiani, M. Hekmatifar, D. Toghraie, Analysis of forced and free vibrations of composite porous core sandwich cylindrical shells and FG-CNTs reinforced face sheets resting on visco-Pasternak foundation under uniform thermal field, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 42(10) (2020) 504.
- [17] M. Arefi, G.H. Rahimi, Three-dimensional multi-field equations of a functionally graded piezoelectric thick shell with variable thickness, curvature and arbitrary nonhomogeneity, *Acta Mechanica*, 223(1) (2012) 63-79.

- [18] G. Arani, R. Bakhtiari, M. Mohammadimehr, M.R. Mozdianfar, Electromagnetomechanical responses of a radially polarized rotating functionally graded piezoelectric shaft, *Turkish Journal of Engineering & Environmental Sciences*, 36(1) (2011) 33-44.
- [19] M. Mohammadimehr, M. Moradi, A. Loghman, Influence of the elastic foundation on the free vibration and buckling of thin-walled piezoelectric-based FGM cylindrical shells under combined loadings, *Journal of Solid Mechanics*, 6(4) (2014) 347-365.
- [20] S. Mohammadrezazadeh, A.A. Jafari, The influences of magnetostrictive layers on active vibration control of laminated composite rotating cylindrical shells based on first-order shear deformation theory, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 233(13) (2019) 4606-4619.
- [21] R. Karroubi, M. Irani-Rahaghi, Rotating sandwich cylindrical shells with an FGM core and two FGPM layers: free vibration analysis, *Applied Mathematics and Mechanics*, 40(4) (2019) 563-578.
- [22] R. Rostami, M. Irani Rahaghi, M. Mohammadimehr, Vibration control of the rotating sandwich cylindrical shell considering functionally graded core and functionally graded magneto-electro-elastic layers by using differential quadrature method, *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 23(1) (2019) 132-173.
- [23] M. Vinyas, On frequency response of porous functionally graded magneto-electro-elastic circular and annular plates with different electro-magnetic conditions using HSDT, *Composite Structures*, 240 (2020) 112044.
- [24] D.-K. Ly, V. Mahesh, C. Thongchom, T. Nguyen-Thoi, Hybrid control of laminated FG-CNTRC shell structures using an advanced smoothed finite element approach based on zig-zag theory, *Thin-Walled Structures*, 184 (2023) 110463.
- [25] S.M. Banijamali, A.A. Jafari, Vibration analysis and critical speeds of a rotating functionally graded conical shell stiffened with Anisogrid lattice structure based on FSDT, *Thin-Walled Structures*, 188 (2023) 110841.
- [26] P. Sasikumar, R. Suresh, S. Gupta, Stochastic finite element analysis of layered composite beams with spatially varying non-Gaussian inhomogeneities, *Acta Mechanica*, 225(6) (2014) 1503-1522.
- [27] K. Pandit Mihir, N. Singh Bhriagu, H. Sheikh Abdul, Stochastic Free Vibration Response of Soft Core Sandwich Plates Using an Improved Higher-Order Zigzag Theory, *Journal of Aerospace Engineering*, 23(1) (2010) 14-23.
- [28] S. Dey, T. Mukhopadhyay, H.H. Khodaparast, S. Adhikari, Stochastic natural frequency of composite conical shells, *Acta Mechanica*, 226(8) (2015) 2537-2553.
- [29] S. Dey, T. Mukhopadhyay, S. Sahu, G. Li, H. Rabitz, S. Adhikari, Thermal uncertainty quantification in frequency responses of laminated composite plates, *Composites Part B: Engineering*, 80 (2015) 186-197.
- [30] m. karkon, S. Ghoohestani, F. Shahabyan Moghaddam, Stability and Free Vibration Analysis of Plates with Random Material Property using Stochastic Finite Element Method, *Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, 30(2) (2019) 151-160.
- [31] M. Fakoor, H. Parviz, A. Abbasi, Uncertainty Propagation Analysis in Free Vibration of Uncertain Composite Plate Using Stochastic Finite Element Method, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 52(12) (2019) 3503-3520.
- [32] X. Peng, D. Li, H. Wu, Z. Liu, J. Li, S. Jiang, J. Tan, Uncertainty analysis of composite laminated plate with data-driven polynomial chaos expansion method under insufficient input data of uncertain parameters, *Composite Structures*, 209 (2019) 625-633.
- [33] G. Balokas, S. Czichon, R. Rolfes, Neural network assisted multiscale analysis for the elastic properties prediction of 3D braided composites under uncertainty, *Composite Structures*, 183 (2018) 550-562.

- [34] A. Azrar, M. Ben Said, L. Azrar, A.A. Aljinaidi, Dynamic instability analysis of magneto-electro-elastic beams with uncertain parameters under static and parametric electric and magnetic fields, *Composite Structures*, 226 (2019) 111185.
- [35] N. Cheraghi, M. Miri, M. Rashki, Probabilistic Evaluation on the Free Vibration of Functionally Graded Material Plates Using 3D Solution and Meta-Model Methods, *Journal of Computational Methods in Engineering*, 39(1) (2022) 45-66.
- [36] M. Noorian, M. Ravandi, Uncertainty quantification of natural frequencies of flax/epoxy composite laminates based on a polynomial chaos expansion method, *Journal of Science and Technology of Composites*, 8(1) (2021) 1327-1338.
- [37] J.N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, 2003.
- [38] F. Ebrahimi, A. Dabbagh, A. Rastgoo, Vibration analysis of porous metal foam shells rested on an elastic substrate, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 54(3) (2019) 199-208.
- [39] N.V. Nguyen, J. Lee, H. Nguyen-Xuan, Active vibration control of GPLs-reinforced FG metal foam plates with piezoelectric sensor and actuator layers, *Composites Part B: Engineering*, 172 (2019) 769-784.
- [40] R. Bahaadini, A.R. Saidi, Z. Arabjamaloei, A. Ghanbari-Nejad-Parizi, Vibration Analysis of Functionally Graded Graphene Reinforced Porous Nanocomposite Shells, *International Journal of Applied Mechanics*, 11(07) (2019) 1950068.
- [41] M.A. Rafiee, J. Rafiee, Z. Wang, H. Song, Z.-Z. Yu, N. Koratkar, Enhanced Mechanical Properties of Nanocomposites at Low Graphene Content, *ACS Nano*, 3(12) (2009) 3884-3890.
- [42] B. Yang, S. Kitipornchai, Y.-F. Yang, J. Yang, 3D thermo-mechanical bending solution of functionally graded graphene reinforced circular and annular plates, *Applied Mathematical Modelling*, 49 (2017) 69-86.
- [43] B. Yang, J. Mei, D. Chen, F. Yu, J. Yang, 3D thermo-mechanical solution of transversely isotropic and functionally graded graphene reinforced elliptical plates, *Composite Structures*, 184 (2018) 1040-1048.
- [44] B. Yang, W. Chen, H. Ding, Three-dimensional elastostatic solutions for transversely isotropic functionally graded material plates containing elastic inclusion, *Applied Mathematics and Mechanics*, 36(4) (2015) 417-426.
- [45] B. Yang, J. Yang, S. Kitipornchai, Thermoelastic analysis of functionally graded graphene reinforced rectangular plates based on 3D elasticity, *Meccanica*, 52(10) (2017) 2275-2292.
- [46] V. Mahesh, D. Harursampath, Nonlinear vibration of functionally graded magneto-electro-elastic higher order plates reinforced by CNTs using FEM, *Engineering with Computers*, 38(2) (2022) 1029-1051.
- [47] M. Amabili, *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
- [48] C.T. Loy, K.Y. Lam, J.N. Reddy, Vibration of functionally graded cylindrical shells, *International Journal of Mechanical Sciences*, 41(3) (1999) 309-324.
- [49] S. Chakraverty, S. Tapaswini, D. Behera, *Fuzzy Differential Equations and Applications for Engineers and Scientists*, in, 2016.
- [50] L. Zhang, Y. Xiang, G.W. Wei, Local adaptive differential quadrature for free vibration analysis of cylindrical shells with various boundary conditions, *International Journal of Mechanical Sciences*, 48(10) (2006) 1126-1138.
- [51] A.R. Ghasemi, M. Mohandes, Free vibration analysis of rotating fiber-metal laminate circular cylindrical shells, *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 21(3) (2017) 1009-1031.
- [52] Y.H. Dong, B. Zhu, Y. Wang, Y.H. Li, J. Yang, Nonlinear free vibration of graded graphene reinforced cylindrical shells: Effects of spinning motion and axial load, *Journal of Sound and Vibration*, 437 (2018) 79-96.

[53] A. Kumaravel, N. Ganesan, R. Sethuraman, Buckling and Vibration Analysis of Layered and Multiphase Magneto-Electro-Elastic Beam Under Thermal Environment, *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, 3(4) (2007) 461-476.

Free Vibration analysis of rotating cylindrical shell made of FG-GPLR porous core and MEE face with uncertain parameters in thermal environment

Mohsen Khanahmadi¹, Armen Adamian ^{*1}, Ahmad Hosseini-Sianaki¹

¹Department of Mechanical Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

ABSTRACT

In this study, free vibration analysis of a rotating composite double-layer cylindrical shell has been carried out using first-order shear deformation theory. The shell is made of a thin magneto-electroelastic (MEE) top layer bonded to the functionally graded graphene platelet reinforced (FG-GPLR) porous layer and is subjected to the thermal environment. The two ends of the shell can be considered as pinned boundary conditions due to the presence of bearings that prevent transverse movement. At first, natural frequencies of the forward and backward modes for the rotating composite shell were obtained and verified by the literature results. Then the effect of rotational speed, mode numbers, temperature change, porosity and GPLs mass fraction on the frequencies were investigated. This study then seeks to investigate the effect of uncertainties in the MEE layer properties on the free vibration of a rotating composite shell exposed to electric and magnetic potentials. In this case, the uncertainties in the elastic modulus, piezoelectric and piezomagnetic coefficient of the smart layer, are introduced using a symmetric Gaussian fuzzy number. The governing equations for the uncertain system are obtained by combining Hamilton's principle and the dual parametric form of fuzzy numbers; Then the natural frequencies of the uncertain model are calculated using Navier's approach. Free vibration is also investigated by obtaining the natural frequency borders with respect to the various uncertain parameters. **The results have shown that the porosity increased the frequencies. In the case of uncertain properties, with increasing of the electric potential, the frequency bounds decreased slightly, but they increased intensely with increasing of the magnetic potential.**

KEYWORDS

Rotating composite cylindrical shell, Magneto-Electro-Elastic layer, FG-GPLR porous material, Natural Frequency, Uncertain parameters.

¹ Corresponding Author: Email: arm.adamian@iauctb.ac.ir