

Comprehensive Dynamic Modeling and Characterization of a Piezoelectric Droplet Dispenser

Pouya Firusy Rad¹, Hamed Ghafarirad*, Seyed Mehdi Rezaei¹

¹Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT

Piezoelectric dispensers are widely applicable devices across many industries. However, their electromechanical structure often poses complexity in dynamic modeling. The interplay of many components especially compliant mechanisms and piezoelectric actuators makes modeling of the system challenging. In this study, the components of the system have been modeled individually and coupled together to predict the system behavior. For analyzing the bridge-type compliant mechanism, an appropriate method is proposed to model the structure with limited states. The mentioned method can predict the component behavior without sacrificing the precision which makes it ideal for coupling with other components dynamics. Additionally, a non-linear modeling approach is introduced to capture the piezoelectric non-linear hysteresis behavior. Finally, by coupling the whole system dynamic, a comprehensive model is reached. The model developed for the compliant mechanism is individually validated by FEM software and experiments to prove the accuracy. The hysteresis nonlinear model is also identified and validated with the experiments with R squared exceeding 0.98. The entire coupled dynamics of the electromechanical system are identified and tested across several input frequencies. R-squared values exceed 0.95 for all input frequencies, affirming the accuracy of the dynamic model.

KEYWORDS

Droplet dispensing system, Piezoelectric, Dynamic modeling, Compliant mechanism, Hysteresis

* Corresponding Author: Email: ghafarirad@aut.ac.ir

1. Introduction

Piezoelectric dispensers are widely used in various industries due to their precision and agility, though their complex electromechanical design presents challenges. One major issue is that the piezoelectric actuator's displacement may not always suffice for effective dispensing. Traditional solutions include hinge-lever systems to amplify displacement, but these have limitations, such as needle misalignment, reduced actuator lifespan due to bending, and the need for dual actuators[1, 2]. Modeling these systems with commercial simulation software like ADAMS, SimulationX, and Ansys FEM offers accuracy but at high computational costs[1, 3]. Recent research has explored compliant mechanisms, which use structural flexibility for displacement amplification, offering potential advantages over hinge-lever systems[4]. However, compliant mechanisms are more complex to model. Analytical and simplified dynamic models have been developed, focusing on different compliant designs like bridge-type and rhombus mechanisms, though they often lack comprehensive dynamic analysis[5]. This study introduces a bridge-type compliant mechanism providing sufficient displacement amplification for piezoelectric dispensers. The entire system, including the power amplifier, compliant mechanism, dispensing port, and actuator, is modeled. The approach uses discretization for faster calculations without compromising accuracy. Experimental validation shows the model accurately represents both static and dynamic characteristics, achieving R-squared values above 0.95 for multi-frequency inputs, demonstrating its effectiveness in predicting needle motion based on input voltage.

2. Methodology

The paper proposes a comprehensive dynamic modeling approach for a piezoelectric droplet dispenser incorporating a bridge-type compliant mechanism. The modeling method begins by decomposing the entire electromechanical system into four main components: the power amplifier, piezoelectric actuator, compliant mechanism, and fluid dispensing port. Each component is modeled individually and later coupled to predict the overall system dynamics.

a) Power Amplifier Modeling

The power amplifier, responsible for boosting the voltage signal to the piezoelectric actuator, is modeled using a first-order dynamic equation. The model considers the bandwidth limitations imposed by the

actuator's capacitance, ensuring accurate frequency response predictions.(Equation 1)

$$(RCs + 1)u_o = A_u \cdot u_i(s) \quad (1)$$

b) Piezoelectric Actuator Modeling:

The actuator model uses a second-order dynamic system that accounts for mass-spring-damper properties. A significant contribution is the incorporation of a nonlinear hysteresis model based on the generalized Prandtl–Ishlinskii (PI) model. This model efficiently captures the actuator's hysteresis behavior and is identified experimentally for high accuracy without the need for force sensors. (Equation 2)

$$y(t) = \sum_{i=1}^n w_{hi} H_{ri}[x, y_0](t) = \overline{w}_h^{-T} \overline{H}_r[x, y_0] \quad (2)$$

c) Compliant Mechanism Analysis:

The bridge-type compliant mechanism, crucial for amplifying the actuator's displacement, is analytically modeled by decomposing it into 16 rigid and flexible links. Dynamic stiffness matrices are computed for each link, considering lateral vibrations, and then simplified into four equivalent links to reduce system complexity while maintaining precision. The dynamic stiffness matrix of the entire mechanism is derived, enabling accurate force-displacement relationships essential for coupling with other system dynamics. (Equation 3)

$$\begin{bmatrix} f_{in1} \\ f_{in2} \\ f_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ k_4 & k_5 & k_6 \\ k_7 & k_8 & k_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{in1} \\ u_{in2} \\ u_{out} \end{bmatrix} \quad (3)$$

d) Fluid Dispensing Port Modeling:

A second-order transfer function with three parameters ($\beta_1, \beta_2, \beta_3$) represents the fluid dispensing port. These parameters are identified using optimization techniques based on experimental data across multiple frequencies. (Equation 4)

$$\frac{y_d}{f_{out}} = \frac{\beta_1}{s^2 + \beta_2 s + \beta_3} \quad (4)$$

e) Coupled Dynamic Modeling:

Finally, all components are coupled into a unified dynamic model. The coupled system is represented by a comprehensive transfer function relating the needle displacement to the input voltage, incorporating frequency-dependent dynamic stiffness matrices and the

identified hysteresis and fluid dispensing dynamics. (Equation 5,6)

$$y_d = \frac{H_f(v(t))}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot (k_7(s) + k_8(s) + Qk_9(s)) \cdot \frac{\beta_1}{s^2 + \beta_2 s + \beta_3} \quad (5)$$

$$Q = \frac{k_1(s) + k_2(s) - k_4(s) - k_5(s)}{k_6(s) - k_3(s)} \quad (6)$$

3. Results and Discussion

The developed model for the piezoelectric dispenser was validated through experimental tests and FEM simulations. The static analysis showed that the analytical model had an amplification ratio error of 4%, which was more accurate than the FEM model's 8.3% error. Dynamic validation revealed that the analytical model predicted natural frequencies within 7% accuracy compared to FEM results. The hysteresis model achieved an R² value of 0.99, and the overall coupled dynamic model maintained R² values above 0.95 across various test signals, proving high accuracy. (Table 1)

Table 1. results of analytical and FEM

Test Type	Analytical Model Error	FEM Error	Experimental Accuracy (R ²)
Amplification Ratio	4%	8.3%	-
Natural Frequency (Mode 1)	7%	-	-
Natural Frequency (Mode 2)	6%	-	-
Hysteresis Model Accuracy	-	-	0.99
Coupled Dynamic Model	-	-	>0.95

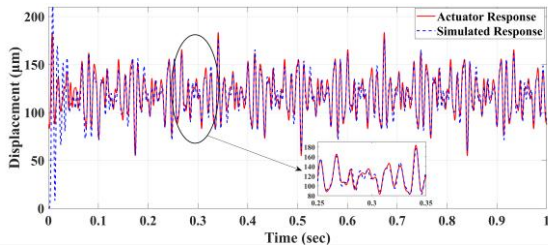


Figure1-Comparison between identified model and system

real response

4. Conclusion

The study successfully developed and validated a comprehensive dynamic model for a piezoelectric droplet dispenser featuring a bridge-type compliant mechanism. The analytical approach reduced system complexity while maintaining high accuracy, with static and dynamic validations showing errors below 8% and R² values exceeding 0.94 for dynamic responses. The hysteresis model also demonstrated exceptional precision, achieving an R² of 0.99. Overall, the proposed model accurately predicts the dispenser's performance, making it highly suitable for system optimization and control design. This work offers a reliable framework for future advancements in piezoelectric dispensing technologies.

5. References

- [1] H. Peng, J. Deng, G. Deng, C. Zhou, J. Li, Design and Research of a Novel Piezostack-Driven Jetting Dispenser With a Diamond Spring, *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 12(11) (2022) 1849-1856.
- [2] G. Li, C. Zhou, Rigid flexible coupling dynamic analysis of piezoelectric jetting dispenser based on ADAMS, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 714(3) (2021) 032081.
- [3] J. Jeon, S.-M. Hong, M. Choi, S.-B. Choi, Design and performance evaluation of a new jetting dispenser system using two piezostack actuators, *Smart Materials and Structures*, 24(1) (2015) 015020.
- [4] S. Zhou, P. Yan, Design and Analysis of a Hybrid Displacement Amplifier Supporting a High-Performance Piezo Jet Dispenser, *Micromachines*, 14(2) (2023) 322.
- [5] G. Deng, N. Wang, C. Zhou, J. Li, A Simplified Analysis Method for the Piezo Jet Dispenser with a Diamond Amplifier, *Sensors*, 18(7) (2018) 2115.

مدل سازی دینامیکی جامع و تحلیل رفتار سامانه تزریق قطره سیال به کمک پیزوالکتریک

پویا فیروزی راد^۱، حامد غفاری راد^{۲*}، سید مهدی رضاعی^۳

۱، ۲، ۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران ghafarirad@aut.ac.ir

چکیده

سامانه‌های تزریق قطره سیال مبتنی بر پیزوالکتریک، به‌عنوان دستگاه‌های کاربردی در بسیاری از صنایع استفاده می‌شوند. با این حال، ساختار الکترومکانیکی آن‌ها اغلب پیچیدگی‌هایی در مدل‌سازی دینامیکی ایجاد می‌کند که ناشی از تعامل بین اجزای مختلف، به‌ویژه مکانیزم‌های منعطف و عملگرهای پیزوالکتریک است. در این مطالعه، اجزای سیستم به‌صورت جداگانه مدل‌سازی و با هم ترکیب شده‌اند، تا رفتار سیستم پیش‌بینی شود. برای تحلیل مکانیزم منعطف نوع پل، روشی مناسب پیشنهاد شده تا ساختار را با حالت‌های محدود مدل‌سازی کند. این روش می‌تواند رفتار اجزا را بدون کاهش دقت پیش‌بینی کند که آن را برای ترکیب با دینامیک سایر اجزا ایده‌آل می‌سازد. علاوه بر این، یک رویکرد مدل‌سازی غیرخطی معرفی شده است، تا رفتار هیستریزس غیرخطی پیزوالکتریک را شناسایی نماید. در نهایت، با ترکیب کل دینامیک سیستم، یک مدل جامع به دست می‌آید. مدل توسعه‌یافته برای مکانیزم منعطف، به‌صورت مجزا توسط نرم‌افزار المان محدود و آزمایش‌های تجربی صحت‌گذاری شده است، تا دقت آن اثبات شود. مدل هیستریزس غیرخطی نیز شناسایی و با آزمایش‌های تجربی صحت‌گذاری شده و مقدار ضریب تعیین آن بالای ۰/۹۸ محاسبه شده است. دینامیک جامع سیستم الکترومکانیکی، در فرکانس‌های ورودی مختلف شناسایی و آزمایش شده و مقادیر ضریب تعیین بالای ۰/۹۵ برای تمام فرکانس‌های ورودی به‌دست‌آمده است، که دقت مدل دینامیکی را تأیید می‌نماید. به‌طور کلی، مدل توسعه‌یافته در طراحی و بهینه‌سازی دستگاه‌های تزریق قطره سیال پیزوالکتریک و همچنین در طراحی سیستم‌های کنترلی کاربردی است.

کلمات کلیدی

سامانه تزریق قطره سیال، پیزوالکتریک، مدل‌سازی دینامیکی، مکانیزم منعطف، هیستریزس

سامانه‌های تزریق قطره سیال مبتنی بر پیزوالکتریک به دلیل دقت، وضوح و سرعت استثنایی‌شان در صنایع مختلف کاربرد گسترده‌ای دارند [۱-۳]. مدل‌سازی این ساختارها به دلیل وجود قسمت‌های متعدد می‌تواند بسیار پیچیده باشند. بسیاری از منابع و همچنین آزمایش‌ها عملی نشان می‌دهند که خود عملگر پیزوالکتریک به تنهایی قابلیت تامین جابه‌جایی مورد نیاز برای دستگاه تزریق را ندارد. [۴، ۵] به همین دلیل چندین راه‌حل برای افزایش میزان جابه‌جایی عملگر وجود دارد که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

مطالعات متعددی در زمینه توسعه و مدل‌سازی دستگاه‌های تزریق مبتنی بر پیزوالکتریک و سیستم‌های تقویت دامنه این سامانه انجام شده است. برخی از این مطالعات از سیستم اهرمی - لولایی برای تقویت دامنه پیزوالکتریک استفاده کرده‌اند [۶-۱۲]. اگرچه این مکانیزم برای طراحی و مدل‌سازی نسبتاً ساده است، اما محدودیت‌هایی نیز دارد. به‌عنوان مثال، مسیر حرکت سوزن منحنی است که می‌تواند منجر به عدم هم‌مرکزی سوزن با نازل و یا مشکلات تنظیم در سیستم تزریق شود.

علاوه بر این، این مکانیزم گاهی به دو عملگر پیزوالکتریک نیاز دارد که ممکن است از نظر اقتصادی پرهزینه و از نظر کنترل پیچیده‌تر باشد. همچنین، در این ساختارها عملگر پیزوالکتریک تحت خمش قرار می‌گیرد که می‌تواند عمر عملگر را کوتاه کند. در زمینه مدل‌سازی دستگاه‌های تزریق که این مکانیزم را شامل می‌شود، پنگ و همکاران [۶، ۷] از نرم‌افزار ادمز^۱ برای شبیه‌سازی دینامیک مکانیزم استفاده کردند. در پژوهشی دیگر دنگ و همکاران [۸] از نرم‌افزار سیمپولیشن ایکس^۲ برای شبیه‌سازی سیستم استفاده کردند، جئون و همکاران [۹] از نرم‌افزار انسیس^۳ برای شبیه‌سازی حرکت سوزن بهره بردند. اگرچه نرم‌افزارهای شبیه‌سازی تجاری می‌توانند دقیق و ساده باشند، اما هزینه‌های بالای محاسباتی و زمان اجرای طولانی آن‌ها باعث می‌شود که کمتر در بهینه‌سازی، شناسایی و طراحی‌های کنترلر مبتنی بر مدل کاربرد داشته باشند.

ژو و همکاران، کائو و همکاران، و ژائو و همکاران [۱۲-۱۴] دینامیک دستگاه تزریق پیزوالکتریک دوتایی را با مکانیزم تقویت اهرمی مدل‌سازی کردند. این مدل شامل معادلات خطی درجه دو برای توصیف حرکت سیستم اهرمی است و رفتار غیرخطی عملگر پیزوالکتریک نادیده گرفته شده است.

چندین مطالعه اخیر استفاده از مکانیزم‌های منعطف [۱، ۴، ۱۵، ۱۶] را به‌عنوان جایگزینی برای طراحی‌های اهرمی-لولایی بررسی کرده‌اند. مکانیزم‌های منعطف، ساختارهایی هستند که از انعطاف‌پذیری ساختار خاص خود برای تقویت جابه‌جایی پیزوالکتریک استفاده می‌کنند [۱۷-۱۹]. در حالی که مکانیزم‌های منعطف پتانسیل رفع برخی محدودیت‌های مکانیزم اهرمی را دارند، اما طراحی و مدل‌سازی آن‌ها نیز چالش‌برانگیزتر است. یک روش تحلیلی توسط ژو و همکاران [۲۰] برای بررسی ویژگی‌های هندسی یک مکانیزم منعطف نوع پل جهت طراحی یک دستگاه تزریق پیزوالکتریک توسعه داده شده است. این روش تحلیلی تنها برای بهینه‌سازی یک مکانیزم منعطف نوع پل استفاده شد تا سیستمی با پهنای باند بالا را به ارمغان آورد. در مقاله دیگری، آن‌ها همچنین روشی ساده برای محاسبه نسبت تقویت یک مکانیزم لوزی شکل مورد استفاده در دستگاه تزریق پیزوالکتریک پیشنهاد کردند [۱۵].

دنگ و همکاران [۱۶] از یک روش ساده‌شده برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی یک دستگاه تزریق که شامل یک مکانیزم منعطف نوع لوزی است، استفاده کردند. روش آن‌ها مبتنی بر یک جرم-فنر-میراگر معادل برای پیزوالکتریک و مکانیزم منعطف بود و نتایج آن‌ها با شبیه‌سازی المان محدود مقایسه گردیده است. همچنین، لو و همکاران [۱] فرآیند تولید قطره و حجم قطره را برای یک دستگاه تزریق پیزوالکتریک با تقویت‌کننده مکانیزم لوزی شبیه‌سازی کردند، اما هیچ تحقیقی در مورد رفتار دینامیکی سیستم انجام نشده است. بو و همکاران [۲۰] یک مکانیزم تقویت‌کننده دامنه جدید را پیشنهاد کردند که از یک مکانیزم اهرمی با یک لینک منعطف به جای لولاهای معمولی استفاده می‌کند. این مکانیزم توسط دو عملگر پیزوالکتریک تحریک می‌شود و یک روش تحلیلی ساده برای محاسبه نسبت

^۱ ADAMS

^۲ SimulationX

^۳ Ansys

تقویت مکانیزم توسعه داده شده است. وو و همکاران [۲۱] دستگاه تزریقی مبتنی پیزوالکتریک با یک مکانیزم منعطف نوع ۱^۲ پیشنهاد دادند و از یک روش تحلیلی ساده برای محاسبه نسبت تقویت و تنش ناشی از مکانیزم استفاده کردند. دینامیک کامل سیستم در این مطالعه مورد بررسی قرار نگرفت.

باتوجه به منابع ذکر شده، مطالعه کافی در مورد دینامیک جامع دستگاه‌های تزریق پیزوالکتریک وجود ندارد که دینامیک پیچیده مکانیزم‌های منعطف را در حضور نیروهای خارجی مدل‌سازی کند و رفتار غیرخطی عملگرهای پیزوالکتریک را نیز در نظر بگیرد. مدل‌های پیشنهادی در منابع موجود یا به قدری ساده‌سازی شده‌اند که قادر به توصیف دقیق حرکت سیستم در فرکانس‌های بالا نیستند یا مبتنی بر شبیه‌سازی‌های نرم‌افزاری هستند که به‌اندازه کافی سریع و کاربردی برای استفاده در شناسایی سیستم، بهینه‌سازی، یا طراحی‌های سیستم کنترلی نیستند.

این مطالعه یک مکانیزم منعطف نوع پل را معرفی می‌نماید که جابه‌جایی عملگر پیزو را به میزانی تقویت می‌نماید که برای دستگاه تزریق قطره سیال مناسب گردد. علاوه بر این، تمام اجزای سیستم در این پژوهش مدل‌سازی شده‌اند که شامل درایور، مکانیزم منعطف، درگاه تزریق، و عملگر پیزوالکتریک می‌باشد. برای این منظور از یک مدل دینامیک درجه اول برای دینامیک درایور پیزو استفاده شده است. سپس، یک مدل غیرخطی برای عملگر پیزوالکتریک مورد استفاده قرار گرفته است که رفتار هیستریزیس عملگر را در نظر می‌گیرد. دینامیک بعدی مربوط به مکانیزم منعطف نوع پل است که تأثیر قابل توجهی بر رفتار سیستم دارد. این پژوهش در این زمینه یک رویکرد تحلیلی را توسعه می‌دهد، که بر مبنای گسسته‌سازی کل مکانیزم به بخش‌های منعطف و صلب است. برای این که بتوان دینامیک را از حالت بسیار پیچیده خارج نمود یک روش ابداع شده است که المان‌های به هم پیوسته را با یکدیگر ترکیب نموده و المان معادل برای سیستم استخراج می‌نماید. در این روش تعداد حالت‌های سیستم به شدت کاهش می‌یابد و پس از اعمال روش کاهشی دیگر، یک دینامیک تک ورودی و تک خروجی به ارمغان می‌آورد که کار را برای شناسایی و بهینه‌سازی طراحی بسیار آسان‌تر می‌نماید. این دینامیک به سادگی به دینامیک‌های بالادستی و پایین‌دستی متصل می‌شود و در نهایت یک تابع تبدیل برای کل سیستم به دست می‌آید.

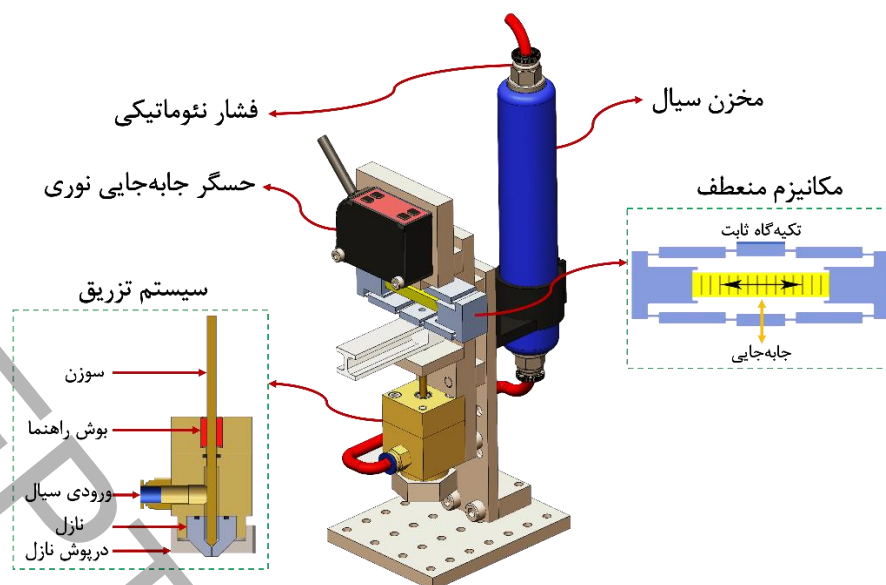
در ادامه جهت صحت‌گذاری مدل‌های پیشنهادی، یک دستگاه تزریق سیال مبتنی بر پیزوالکتریک طراحی و ساخته شده است که از مکانیزم تقویت دامنه پل بهره می‌برد. بر اساس مدل ساخته شده، ضرایب مجهول مدل دینامیک و همچنین رفتار غیرخطی پیزو به دست آمده‌اند. بخش‌های اساسی سیستم با مدل توسعه‌یافته و همچنین مدل‌سازی نرم‌افزاری با انسیس مقایسه شده و مورد صحت‌گذاری قرار گرفته‌اند که در بخش رفتار دینامیکی و استاتیکی سیستم نشان از خطای کمتر از ۰.۸٪ دارند. مدل‌های شناسایی شده برای رفتار غیرخطی هیستریزیس دارای ضریب تعیین^۲ بالای ۰/۹۸ است و برای مدل دینامیکی کل سیستم نیز که در فرکانس‌های مختلف مورد آزمایش قرار گرفته است دارای ضریب تعیین بالای ۰/۹۵ است که نشان از همخوانی مناسب بین داده‌های تجربی و مدل‌سازی است.

۲- ساختار دستگاه تزریق قطره سیال

پیکربندی کلی دستگاه تزریق در شکل ۱ نشان داده شده است. سیستم تزریق بدین صورت عمل می‌نماید که در هر بار حرکت رفت و برگشتی سوزن مقدار بسیار کمی از سیال به بیرون پرتاب می‌شود که تشکیل یک قطره واحد را می‌دهد. حرکت سوزن توسط یک عملگر پیزوالکتریک تامین می‌گردد که به تنهایی جابجایی قابل توجهی ندارد (۴۲ میکرومتر) برای رفع این محدودیت از یک مکانیزم تقویت دامنه نوع پل کمک گرفته شده است که می‌تواند خروجی را تا چندین برابر تقویت نماید. ساختار مکانیزم منعطف نوع پل در شکل ۱ نشان داده شده است..

^۱ 2L Type

^۲ R²



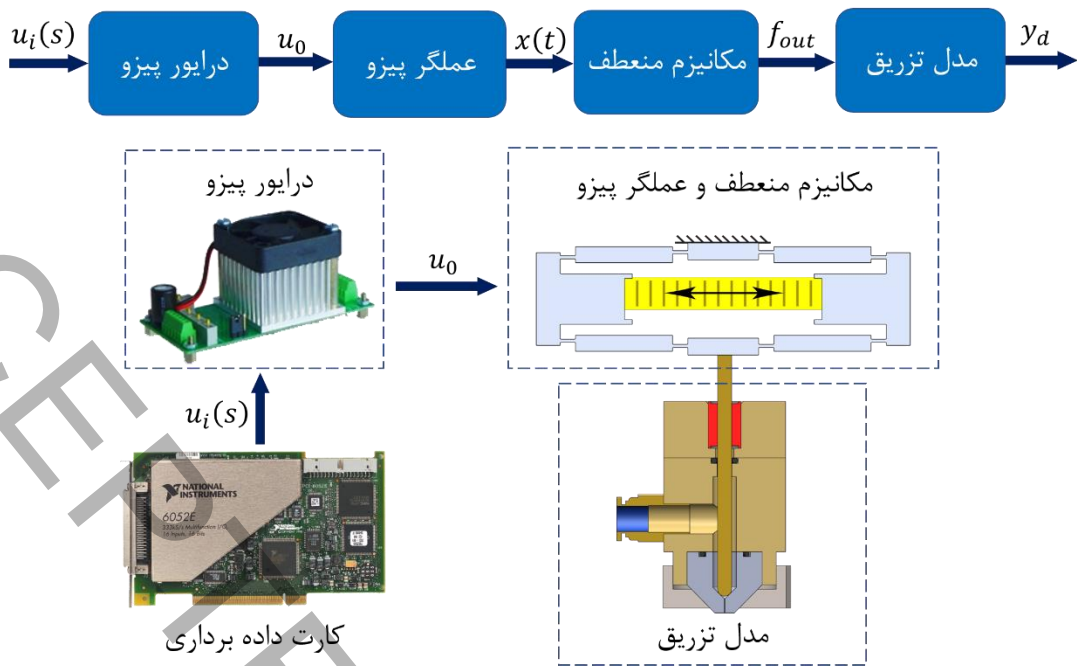
شکل ۱. ساختار سیستم تزریق قطره سیال طراحی شده و اجزای آن

Fig. 1. Structure of the designed fluid droplet dispensing system and its components

مکانیزم منعطف به‌گونه‌ای طراحی شده است که عملگر پیزوالکتریک را در بر بگیرد و جابه‌جایی آن را از طریق پورت‌های ورودی جذب کند. پورت بالایی مکانیزم منعطف به قاب دستگاه ثابت شده است و به مکانیزم اجازه می‌دهد تا کل جابه‌جایی را به بخش پایینی منتقل کند. بخش پایینی مکانیزم منعطف مستقیماً به سوزن متصل می‌باشد و در واقع حرکت پیستون به واسطه مکانیزم منعطف به سوزن منتقل می‌گردد.

۳- مدل‌سازی دینامیک کل سیستم

مدل‌سازی سیستم‌های مبتنی بر پیزوالکتریک به دلیل تعامل پیچیده بین جنبه‌های الکتریکی و مکانیکی آن‌ها و همچنین رفتار غیرخطی ذاتی آن‌ها عملی چالش‌برانگیز است به همین سبب برای کاهش این پیچیدگی، سیستم به اجزای مجزا تقسیم می‌شود که در شکل ۲ نشان داده شده است. این اجزا شامل درایور پیستون، عملگر پیزوالکتریک، مکانیزم منعطف و درگاه تزریق، می‌باشد. این تقسیم‌بندی سیستم، تجزیه و تحلیل مؤثر دینامیک پیچیده کل سیستم را امکان‌پذیر می‌سازد. در این بخش، تمام دینامیک‌های ذکر شده به ترتیب بررسی می‌شوند و در نهایت همه آن‌ها به هم متصل می‌گردند.



شکل ۲. بلوک دیاگرام ارتباط اجزای سیستم شامل درایور پیزوالکتریک، عملگر پیزو الکتریک، مکانیزم منعطف و درگاه تزریق

Fig. 2. Block diagram of the system component's connections, including the piezoelectric driver, piezoelectric actuator, flexible mechanism, and injection port

۳-۱- دینامیک درایور پیزو

درایور پیزوالکتریک به عنوان یک جزء در سیستم‌های مبتنی بر پیزوالکتریک اهمیت زیادی دارد. درایور پیزوالکتریک وظیفه افزایش ولتاژ سیگنال‌های آنالوگ تولید شده توسط سیستم‌های دیجیتال به آنالوگ را دارد تا ولتاژ مورد نیاز برای عملگر پیزوالکتریک را تأمین کند. با این حال، ضروری است که توجه شود که ظرفیت خازنی عملگر پیزوالکتریک محدودیتی بر پهنای باند دینامیک تحمیل می‌کند. در این زمینه، یک مدل دینامیکی درجه اول می‌تواند اثر درایور پیزوالکتریک را مدل‌سازی نماید، این مدل در معادله (۱) بیان شده است [۲۲].

$$(RCs + 1)u_o = A_u \cdot u_i(s) \quad (1)$$

در اینجا، C نشان‌دهنده مقدار ظرفیت خازنی پیزوالکتریک است، R و A_u به ترتیب مقاومت الکتریکی و نسبت تقویت ولتاژ درایور پیزوالکتریک را نشان می‌دهند.

۳-۲- عملگر پیزوالکتریک

عملگر پیزوالکتریک نقش تولید جابه‌جایی مورد نیاز سیستم را دارد و این جابه‌جایی را به مکانیزم منعطف منتقل می‌کند. مدل‌سازی دینامیک عملگرهای پیزوالکتریک معمولاً شامل رفتار غیرخطی است که باید در رفتار سیستم لحاظ گردد.

برای مدل‌سازی دقیق رفتار عملگرهای پیزوالکتریک، یک مدل دینامیک درجه دوم به کار رفته است. این مدل به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش اول یک مدل دینامیک خطی است که شامل سیستم جرم - فنر - میراگر است. بخش دوم غیرخطی بودن عملگر، به ویژه اثر هیستریزیس را در نظر می‌گیرد [۲۳].

معادله حاکم بر پیزوالکتریک به صورت زیر است:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = H_f(v(t)) \quad (2)$$

$x(t)$ و $v(t)$ به ترتیب جابه‌جایی عملگر و ولتاژ ورودی را نشان می‌دهند. ضریب میرایی و فرکانس طبیعی سیستم دینامیک خطی به ترتیب با ξ و ω_n نشان داده می‌شوند. عبارت $H_f(v(t))$ برای توصیف رابطه هیستریزس بین ولتاژ ورودی و نیروی تحریک است. عبارت $H_f(v(t))$ نیروی معادل پیزوالکتریک در تعامل با نیروهای خارجی اعمال شده به عملگر است که می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$H_f(v(t)) = F(v(t)) - F_e \quad (3)$$

که در آن $F(v(t))$ نیروی داخلی پیزوالکتریک و F_e نیروی خارجی است. عملگر پیزوالکتریک به دلیل سختی بالای خود، فرکانس طبیعی بسیار بالایی دارد. بنابراین، جمله لختی و میرایی در فرکانس‌های پایین ناچیز می‌شوند و می‌توان آن‌ها را نادیده گرفت. شایان ذکر است که فرکانس عملیاتی دستگاه کمتر از ۱ کیلوهرتز است که به طور قابل توجهی کمتر از فرکانس طبیعی پیزوالکتریک (۴۲ کیلوهرتز) است. بنابراین معادله به صورت زیر خواهد بود [۲۴]:

$$x(t) = \frac{1}{\omega_n^2} H_f(v(t)) = H_x(v(t)) \{ \ddot{x}(t) \ll 2\xi\omega_n\dot{x}(t) \ll \omega_n^2x(t) \} \quad (4)$$

این معادله ارتباط بین ولتاژ ورودی و جابه‌جایی عملگر را برقرار می‌کند. مزیت این رویکرد این است که رابطه غیرخطی بین ولتاژ ورودی و جابه‌جایی را شناسایی می‌کند، نه بین ولتاژ ورودی و نیروی تحریک. بنابراین، نیازی به سنسور نیرو نیست، زیرا سنسور موقعیت عملگر می‌تواند سیگنال‌های موقعیت لازم را گزارش نماید. پس از شناسایی رفتار هیستریزس با داده‌های تجربی مربوطه، با ضرب خروجی تابع هیستریزس در ω_n^2 نیروی خروجی عملگر به دست می‌آید.

$H_f(v(t))$ نیروی تولید شده توسط ساختار پیزوالکتریک است. نیروی تولید شده توسط پیزوالکتریک در واقع یک نگاشت از ولتاژ ورودی به نیروی خام ایجاد شده توسط آن است. این نیرو به ساختار عملگر پیزوالکتریک وارد می‌شود و در نهایتاً جابجایی خروجی پیزو ایجاد می‌شود. برای ساختار بدنه پیزو یک دینامیک خطی مرتبه اول همچون معادله ۵ در نظر گرفته می‌شود.

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = H_f(v(t)) = \omega_n^2H_x(v(t)) \quad (5)$$

که در آن $H_x(v(t))$ ، ξ و ω_n قابل شناسایی توسط داده‌های تجربی هستند.

۳-۳- مدل سازی رفتار هیستریزس

سازوکارهای هیستریزس پدیده‌های غیرخطی هستند که معمولاً در بسیاری از سیستم‌های فیزیکی یافت می‌شوند. مدل‌های متعددی برای توصیف رفتار این حلقه‌ها پیشنهاد شده است که در میان آن‌ها، مدل پرندهل ایشلینسکی (PI) برای استفاده در این مطالعه انتخاب شده است [۲۵]. این مدل به دلیل سادگی و قابلیت معکوس‌پذیری آن، به‌ویژه برای طراحی سیستم‌های کنترلی مناسب است. مدل PI متشکل از مجموعه‌ای از عملگرها است که هرکدام نمایانگر یک حلقه هیستریزس خاص هستند. با ترکیب خطی این عملگرها، می‌توان طیف وسیعی از حلقه‌های هیستریزس را شبیه‌سازی کرد. یکی از عملگرهای کلیدی در مدل PI، تابع لقی است که معمولاً برای مدل‌سازی لقی دنده‌های درگیر استفاده می‌شود. این تابع یک مدل تک‌عملگری است که می‌تواند برای توصیف دامنه وسیعی از حلقه‌های هیستریزس استفاده شود [۲۵].

$$y(t) = H_r[x, y_0](t) = \max[x(t) - r, \min\{x(t) + y(t - T)\}] \quad (6)$$

ورودی و خروجی کنترلی به ترتیب با x و y نشان داده شده‌اند. ولتاژ تحریک عملگر به‌عنوان ورودی کنترل در نظر گرفته می‌شود، درحالی‌که جابه‌جایی عملگر به‌عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شود. مقدار r همواره مثبت است که نشان‌دهنده میزان لقی سیستم است. مقدار اولیه خروجی سیستم با y_0 نشان داده می‌شود، در حالی که T دوره نمونه‌برداری را نشان می‌دهد.

با ضرب کردن عملگر H_r در ضریب وزنی w_h ، عملگر لقی عمومی به دست می‌آید [۲۳].

$$y(t) = w_h H_r[x, y_0](t) \quad (7)$$

همان‌طور که قبلاً بیان شد برای اطمینان از اینکه مدل PI می‌تواند با هر مدل هیستریزس کار کند، باید به‌صورت مجموعی از توابع وزنی بیان شود، که در نتیجه معادله (۷) را به‌صورت زیر تغییر می‌یابد [۲۳]:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n w_{hi} H_{ri}[x, y_0](t) = \overrightarrow{w_h}^T \overrightarrow{H_r}[x, y_0] \quad (8)$$

شناسایی حلقه‌های نامتقارن می‌تواند با استفاده از مدل اصلاح‌شده پرنده ایشلینسکی تسهیل شود. این مدل شامل جایگزینی یک تابع اشباع در مدل عمومی PI است که در معادله (۹) توصیف شده است. مدل اصلاح‌شده به این ترتیب نمایشی دقیق‌تر و تفصیلی‌تر از پدیده حلقه نامتقارن ارائه می‌دهد.

$$S_d[x](t) = \begin{cases} \max\{x - d, 0\} & \text{if } d > 0 \\ 0 & \text{if } d = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$d = (i-1) \times \frac{K}{m-1} \quad (10)$$

با این کار، مدل PI اصلاح‌شده به دست می‌آید که به‌صورت زیر [۲۳]:

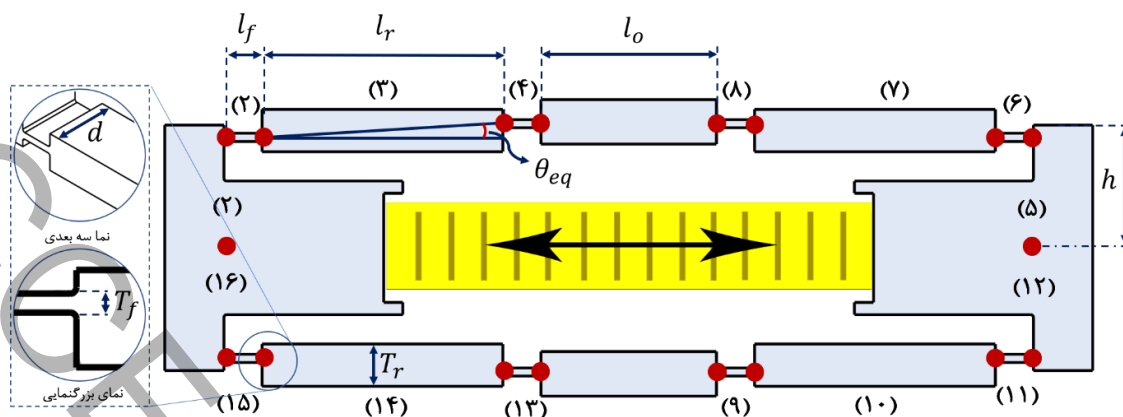
$$y(t) = \sum_{i=1}^m w_{si} S_d[x](t) = \overrightarrow{w_s}^T \overrightarrow{S_d}[x](t) \quad (11)$$

برای شناسایی مؤثر سیستم، ضروری است که ضرایب w_{si} و w_{hi} با استفاده از روش شناسایی سیستم به دست آید. انتخاب m و n باید بر اساس رفتار سیستم باشد. افزایش n منجر به اضافه شدن تعداد توابع وزنی می‌شود که در نتیجه منجر به تطبیق نرم‌تر مدل می‌شود. از سوی دیگر، افزایش m امکان شناسایی حلقه نامتقارن را فراهم می‌آورد و مدل را قادر می‌سازد تا پیش‌بینی بهتری از مورد سیستم‌های هیستریزس نامتقارن انجام دهد.

معادله (۱۱) یک نگاهت غیرخطی بین ورودی و خروجی را ارائه می‌دهد. جایگزینی x و y با u_0 و $H_x(u_0)$ که ولتاژ ورودی و جابه‌جایی خروجی عملگر است، رفتار هیستریزس عملگر را مدل‌سازی می‌نماید.

۳-۴- مدل دینامیک مکانیزم منعطف

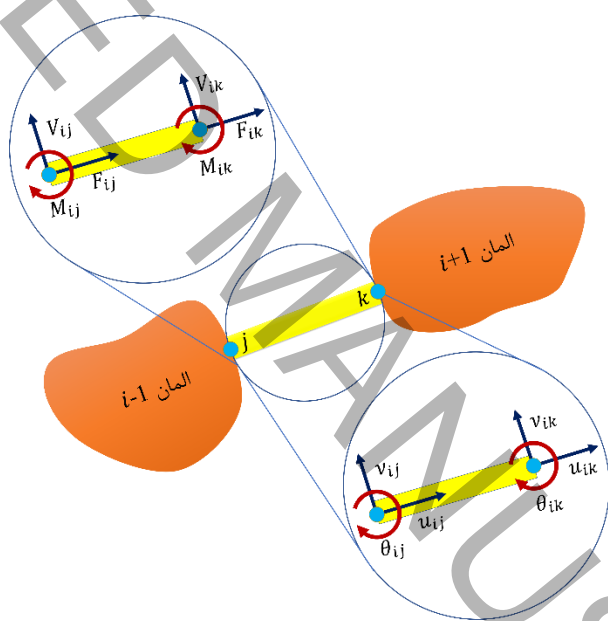
هندسه مکانیزم منعطف در شکل ۳ نشان داده شده است. قسمت زرد رنگ نشان‌دهنده عملگر پیزوالکتریک است که در اثر اعمال ولتاژ افزایش طول می‌دهد. برای اجرای روش تحلیلی توسعه‌یافته، ابتدا باید مکانیزم به ۱۶ لینک تقسیم شود، همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است. پیکربندی المان‌ها به‌طور عمدی به این شکل انتخاب شده است تا فرآیند گرفتن لینک‌های معادل در مراحل بعدی آسان‌تر شود.



شکل ۳- آرایش المان‌ها در مکانیزم منعطف پل

Fig. 3. Arrangement of elements in the bridge flexible mechanism

پورت‌های ورودی و خروجی مکانیزم به‌عنوان جرم‌های متراکم فرض می‌شوند و جرم لینک‌های منعطف نادیده گرفته می‌شود. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، هر المان دارای دو گره k و j با سه درجه آزادی در هر گره است.



شکل ۴- دیاگرام آزاد المان منعطف در مکانیزم پل

Fig. 4. Free-body diagram of the flexible element in the bridge mechanism

ماتریس سفتی دینامیکی برای المان i ام ($i = 1, 2, 3, \dots, 16$) می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود [۲۲]:

$$w_e(\omega) = D_e(\omega)u_e(\omega) = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & d_5 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & -d_3 & 0 & d_6 & d_7 \\ 0 & -d_3 & d_4 & 0 & -d_7 & d_8 \\ d_5 & 0 & 0 & d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_6 & -d_7 & 0 & d_2 & d_3 \\ 0 & d_7 & 0 & 0 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} u_e(\omega) \quad (12)$$

که در آن $w_e(\omega)$ و $u_e(\omega)$ به ترتیب بردارهای نیروی 1×3 و جابه‌جایی هستند و $D_e(\omega)$ ماتریس سفتی دینامیکی است. اندیس e نشان‌دهنده انتساب متغیر به یک المان است و ω فرکانس سیستم است که معادلات را به محیط فرکانس می‌برد. d_1 تا d_8 ضرایبی هستند که از معادله ارتعاش جانبی یک المان تیر مشتق شده‌اند که به مرجع [۱۷] ارجاع داده می‌شوند.

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 = \frac{EA\alpha \cot(\alpha)}{l} \\ d_2 = \frac{EI\beta^3 (\cos \beta \sinh \beta + \sin \beta \cosh \beta)}{Rl^3} \\ d_3 = -\frac{EI\beta^2 (\sin \beta \sinh \beta)}{Rl^2} \\ d_4 = \frac{EI\beta (\sin \beta \cosh \beta - \cos \beta \sinh \beta)}{Rl} \\ d_5 = -\frac{EA\alpha \csc(\alpha)}{l} \\ d_6 = -\frac{EI\beta^3 (\sin \beta + \sinh \beta)}{Rl^3} \\ d_7 = \frac{EI\beta^2 (\cosh \beta - \cos \beta)}{Rl^2} \\ d_8 = \frac{EI\beta (\sinh \beta - \sin \beta)}{Rl} \end{array} \right. \quad (13)$$

که در آن

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2 I^2 \rho}{E}, \quad \beta^4 = \frac{\omega^2 I^2 \rho A}{EI}, \quad R = 1 - \cos \beta \cosh \beta \quad (14)$$

A و I به ترتیب نشان‌دهنده مساحت و ممان اینرسی مقطع یک تیر منعطف هستند l ، E و ρ به ترتیب طول، مدول یانگ و چگالی جرم تیر را نشان می‌دهند. المان‌های ۱، ۵، ۱۲ و به دلیل ضخامت بیشتر آن‌ها، انعطاف‌پذیری‌شان نادیده گرفته شود. معادله (۱۲) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [۲۲]:

$$\begin{bmatrix} w_{ij}(\omega) \\ w_{ik}(\omega) \end{bmatrix} = D_i(\omega) \begin{bmatrix} u_{ij} \\ u_{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k'_{i1} & k'_{i2} \\ k'_{i3} & k'_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ u_{ik} \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن u_{ij} و u_{ik} بردارهای جابه‌جایی در ز و k هستند که گره‌های دو انتهای تیر را تعریف می‌کنند، همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است. k'_{i1} ، k'_{i2} ، k'_{i3} و k'_{i4} ماتریس‌های بلوکی تشکیل‌دهنده ماتریس $D_i(\omega)$ در دستگاه مختصات جهانی هستند که از $D_i(\omega)$ محلی به دست می‌آید. ماتریس سفتی دینامیکی در دستگاه محلی با استفاده از ماتریس دوران اشاره شده در معادله زیر می‌تواند به دستگاه مختصات جهانی منتقل شود.

$$D_i(\omega) = R_i^T \cdot D^e(\omega) \cdot R_i \quad (16)$$

$$R_i = \begin{bmatrix} T_i & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_i \end{bmatrix}, \quad T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

از آنجایی که المان‌ها دوبعدی فرض می‌شوند، نیروی برداری و بردارهای جابه‌جایی می‌توانند به صورت معادله (۱۸) تعریف شوند.

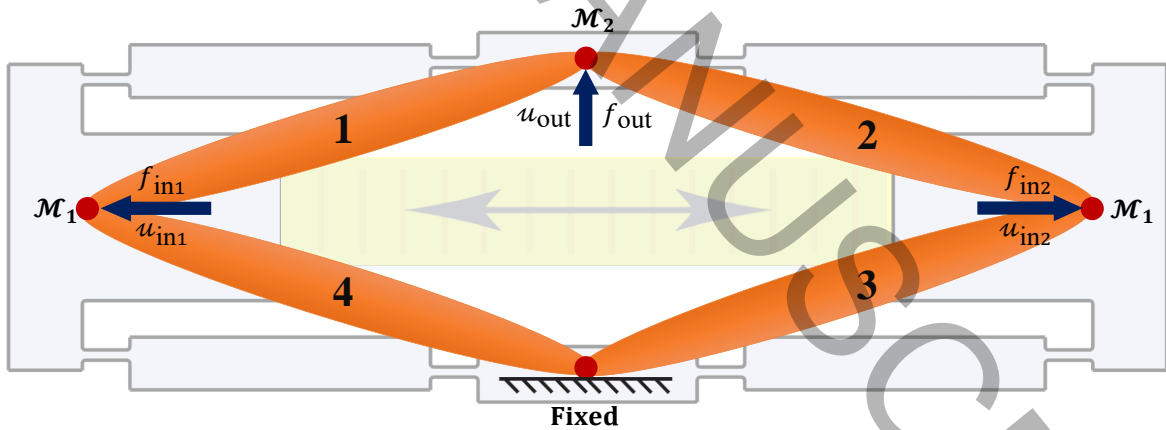
$$u_{ij} = \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \\ \theta_{ij} \end{bmatrix}, \quad w_{ij} = \begin{bmatrix} F_{ij} \\ V_{ij} \\ M_{ij} \end{bmatrix} \quad (18)$$

u_{ij} ، v_{ij} و θ_{ij} که به ترتیب جابه‌جایی در جهات افقی و عمودی و چرخش در گره z را نشان می‌دهند. همچنین F_{ij} و V_{ij} به ترتیب نیروها در جهات افقی و عمودی و M_{ij} به ممان در گره مربوطه اشاره دارد. معادله حرکت در معادله (۱۵) می‌تواند به صورت معادله (۱۹) نوشته شود که در آن نیروی ورودی و جابه‌جایی برای یک گره، هر دو در سمت چپ معادله قرار دارند.

$$\begin{bmatrix} u_{ik} \\ -w_{ik} \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} u_{ij} \\ w_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{i1} & t_{i2} \\ t_{i3} & t_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ w_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k'_{i2} \cdot k'_{i1} & k'_{i2} \\ k'_{i4} \cdot k'_{i2} \cdot k'_{i1} - k'_{i3} & -k'_{i4} \cdot k'_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ w_{ij} \end{bmatrix} \quad (19)$$

T_i ماتریس جدیدی است که از بازآرایی معادله به دست آمده است تا به شکل نیروی ورودی جابه‌جایی باشد t_{i1} ، t_{i2} ، t_{i3} و t_{i4} زیرماتریس‌های بلوکی T_i هستند. همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، لینک‌های سری متصل به پورت‌های ورودی به خروجی یا زمین می‌توانند به یک لینک واحد تبدیل شوند که با ضرب ماتریس‌های سختی بازآرایی شده آن‌ها در معادله (۱۹) به دست می‌آید. به عبارت دیگر، ۱۶ لینک مکانیزم می‌توانند به ۴ لینک معادل با ماتریس‌های سختی T^1 تا T^4 کاهش یابند.

$$\begin{cases} T^1 = T_4 \cdot T_3 \cdot T_2 \cdot T_1 \\ T^2 = T_8 \cdot T_7 \cdot T_6 \cdot T_5 \\ T^3 = T_{12} \cdot T_{11} \cdot T_{10} \cdot T_9 \\ T^4 = T_{16} \cdot T_{15} \cdot T_{14} \cdot T_{13} \end{cases} \quad (20)$$



شکل ۵-المان معادل در مکانیزم منعطف پل

Fig. 5. Equivalent element in the bridge flexible mechanism

ماتریس سختی دینامیکی برای لینک معادل در آرایش استاندارد (نیروی نودال و جابه‌جایی جداشده) به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} w_{ij} \\ w_{ik} \end{bmatrix} = D_i(\omega) \begin{bmatrix} u_{ij} \\ u_{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k'_{i1} & k'_{i2} \\ k'_{i3} & k'_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ u_{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -t_{i2}^{-1} \cdot t_{i1} & t_{i2}^{-1} \\ t_{i4} \cdot t_{i2}^{-1} \cdot t_{i1} - t_{i3} & -t_{i4} \cdot t_{i2}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ u_{ik} \end{bmatrix} \quad (21)$$

که از ۱ تا ۴ شماره می‌شود. پس از به‌دست آوردن تمام ماتریس‌های سختی، بر اساس اصل دلامبر، تعادل نیروهای پورت‌های ورودی و خروجی به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} f_{in1} = w_{1j} + w_{4k} + M_1 u_{in1} \\ f_{in2} = w_{2j} + w_{3k} + M_1 u_{in2} \\ f_{out} = w_{1k} + w_{2k} + M_2 u_{out} \end{cases} \quad (22)$$

که در آن f_{in1} و f_{in2} نیروی ورودی به پورت‌ها ورودی و f_{out} نیرو در پورت خروجی مکانیزم است. M_1 و M_2 ماتریس‌های جرم پورت‌های ورودی و خروجی هستند که از معادله (۲۳) به‌دست آمده‌اند [۲۲].

$$\begin{cases} f_{in1} = w_{1j} + w_{4k} + M_1 u_{in1} \\ f_{in2} = w_{2j} + w_{3k} + M_1 u_{in2} \\ f_{out} = w_{1k} + w_{2k} + M_2 u_{out} \end{cases} \quad (23)$$

با جایگزینی معادله (۲۱) در معادله (۲۲)، مدل سختی دینامیک عمومی دو پورت مکانیزم می‌تواند در نهایت به‌صورت یک شکل واحد به‌صورت معادله (۲۴) بیان شود.

$$\begin{bmatrix} f_{in1} \\ f_{in2} \\ f_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11'} + k_{44'} + M_1 & 0 & k_{12'} \\ 0 & k_{21'} + k_{34'} + M_1 & k_{22'} \\ k_{13'} & k_{23'} & k_{14'} + k_{24'} + M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{in1} \\ u_{in2} \\ u_{out} \end{bmatrix} \quad (24)$$

ماتریس سختی دینامیکی مشتق شده از معادله (۲۴) یک ماتریس 9×9 با ۹ حالت است. از بین این حالات، تنها سه حالت فعال هستند که شامل نیروها و جابه‌جایی‌های افقی در پورت‌های ورودی، و همچنین نیروها و جابه‌جایی‌های عمودی در پورت‌های خروجی می‌شوند. برای حذف حالات غیرضروری، ستون‌ها و ردیف‌هایی که با سه حالت فعال همبسته‌اند، در گوشه بالا سمت چپ ماتریس جمع‌آوری می‌شوند. با جایگزینی مکان‌های ستون‌ها و ردیف‌ها، معادله حاصل به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} f_{in1} \\ f_{in2} \\ f_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1(3 \times 3)} & K_{2(3 \times 6)} \\ K_{3(6 \times 3)} & K_{4(6 \times 6)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{in1} \\ u_{in2} \\ u_{out} \\ U_{6 \times 1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

که در آن $K_{1(3 \times 3)}$ ، $K_{2(3 \times 6)}$ ، $K_{3(6 \times 3)}$ ، $K_{4(6 \times 6)}$ زیرماتریس‌های بلوکی هستند که با جابه‌جایی ردیف‌ها و ستون‌های ماتریس اصلی به‌دست آمده‌اند. با توجه به معادله (۲۵) می‌توان به‌راحتی به‌دست آورد:

$$\begin{bmatrix} f_{in1} \\ f_{in2} \\ f_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1(3 \times 3)} - K_{2(3 \times 6)} \cdot K_{4(6 \times 6)}^{-1} \cdot K_{3(6 \times 3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{in1} \\ u_{in2} \\ u_{out} \end{bmatrix} + K_{2(3 \times 6)} \cdot K_{4(6 \times 6)}^{-1} \cdot 0_{(6 \times 1)} \quad (26)$$

حساب کردن ماتریس نهایی سختی دینامیکی و نام‌گذاری المان‌ها آن از k_1 تا k_9 باعث می‌شود معادله حرکت به صورت معادله (۲۷) به دست آید.

$$\begin{bmatrix} f_{in1} \\ f_{in2} \\ f_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ k_4 & k_5 & k_6 \\ k_7 & k_8 & k_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{in1} \\ u_{in2} \\ u_{out} \end{bmatrix} \quad (27)$$

۳-۵- دینامیک درگاه تزریق سیال

هنگام تحلیل دینامیک یک سیستم تزریق، مهم است که نیروی متقابل ایجاد شده توسط سیال در محفظه تزریق و بوش راهنما و آب‌بند را در نظر بگیریم. برای دستیابی به یک نمای دقیق از رفتار دینامیکی فرایند تزریق، یک تابع تبدیل درجه دوم با دو قطب (معادله (۲۸)) پیشنهاد شده است. با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی، ضرایب تابع تبدیل، که با β_1 ، β_2 و β_3 نشان داده می‌شوند، می‌توانند به‌طور دقیق شناسایی شوند تا با نتایج آزمایش‌های تجربی انجام شده تحت فرکانس‌ها و شرایط مختلف مشابه شوند.

$$\frac{y_d}{f_{out}} = \frac{\beta_1}{s^2 + \beta_2 s + \beta_3} \quad (28)$$

۳-۶- دینامیک جامع سیستم

معادله دینامیک برای مکانیزم منعطف را می‌توان در معادله (۲۷) یافت. در این معادله، u_{in1} و u_{in2} به همان نیروهایی که از معادله (۵) به دست آمده‌اند، اشاره دارند، همچنین f_{out} نمایانگر نیروی منتقل شده به سوزن است. مقادیر k_1 تا k_9 در معادله (۲۷) تابع ω هستند که نمایانگر فرکانس است. برای تبدیل معادله به فضای فرکانسی، نیاز است که $-sj$ (که در آن s عملگر لاپلاس و z عدد موهومی است) جایگزین ω شود.

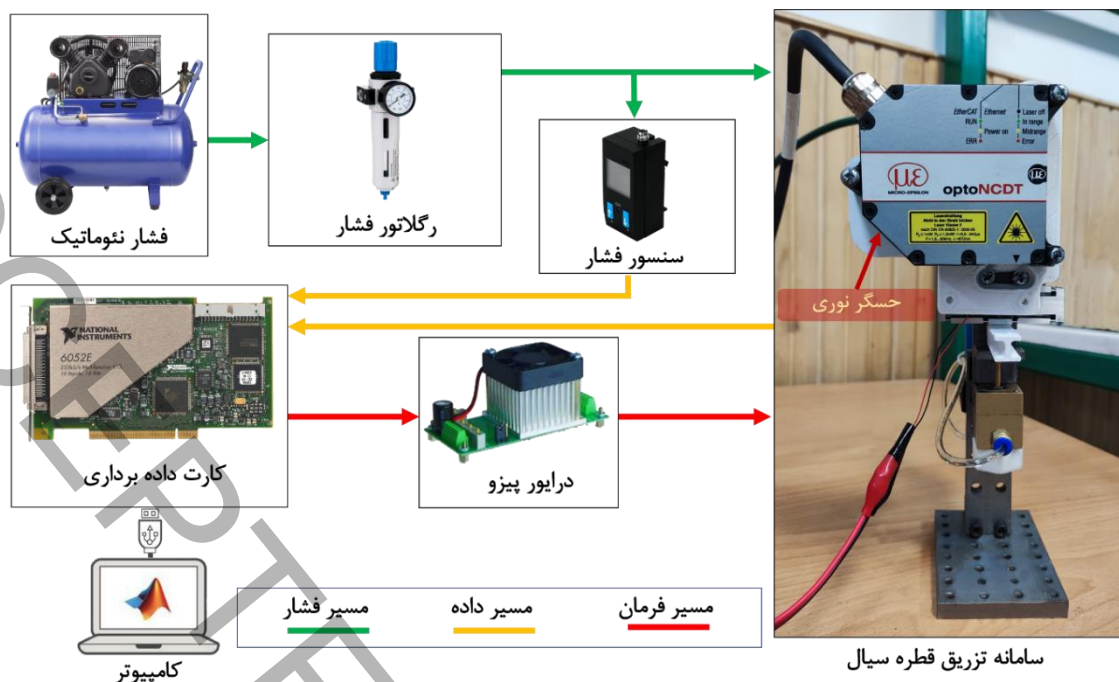
با ترکیب تمام دینامیک‌های سیستم، یک تابع تبدیل جامع می‌تواند همانند معادله (۲۹) و معادله (۳۰) به دست آید که جابه‌جایی سوزن دستگاه تزریق را نسبت به ولتاژ ورودی سیستم محاسبه می‌کند.

$$y_d = \frac{H_f(v(t))}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot (k_7(s) + k_8(s) + Qk_9(s)) \cdot \frac{\beta_1}{s^2 + \beta_2 s + \beta_3} \quad (29)$$

$$Q = \frac{k_1(s) + k_2(s) - k_4(s) - k_5(s)}{k_6(s) - k_3(s)} \quad (30)$$

۴- آزمایش تجربی و نتایج

یک چپ‌نش آزمایشی برای صحنه‌گذاری روش‌های تحلیلی طراحی شده است، همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶- اجزای آزمایش و ارتباط بین آنها

Fig. 6. Experimental components and their interconnections

این چینش شامل چندین جزء است، از جمله یک مکانیزم منعطف که دارای یک استک پیزوالکتریک است. خواص هندسی مکانیزم در جدول ۱ نشان داده شده است که به پارامترهای شکل ۳ اشاره دارد.

جدول ۱- مشخصات هندسی مکانیزم منعطف پل

Table 1. Geometric specifications of the bridge flexible mechanism

اندازه (میلی‌متر)	پارامتر	اندازه (میلی‌متر)	پارامتر
۹	h	۰/۶	T_f
۳/۱	T_r	۲/۶۲	L_f
۱۲/۹	l_o	۳/۲۳	θ_{eq}
۱۵/۴	d	۱۵/۴	L_r

کنترل ستاپ با استفاده از نرم‌افزار متلب سیمولینک^۱ انجام می‌پذیرد. به این صورت که این نرم‌افزار مستقیماً با کارت داده‌برداری در ارتباط است که قابلیت تولید و دریافت سیگنال‌های آنالوگ را دارد. همچنین سیگنال ورودی پیزو قبل از رسیدن به عملگر پیزوالکتریک، توسط یک درایور پیزوالکتریک تقویت می‌شود.

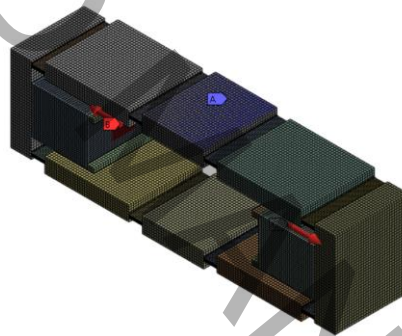
برای گزارش حرکت دقیق سوزن، یک حسگر نوری استفاده می‌شود که داده‌های موقعیت را به صورت بلادرنگ از طریق کارت داده‌برداری به کامپیوتر ارسال می‌کند.

همچنین برای عملکرد مؤثر دستگاه تزریق یک منبع فشار نئوماتیک مورد نیاز است. برای این منظور یک کمپرسور هوا به کار گرفته شده است و فشار آن توسط یک رگلاتور فشار، قبل از رسیدن به مخزن سیال تنظیم می‌شود. علاوه بر این، یک سنسور فشار برای نظارت بر فشار ورودی استفاده می‌شود.

۴-۱- صحنه‌گذاری روش تحلیلی برای مکانیزم منعطف

قبل از شناسایی و صحنه‌گذاری دینامیک جامع سیستم، روش تحلیلی برای مکانیزم منعطف آزمایش می‌شود تا دقت عملکرد آن ثابت شود. به همین منظور داده‌های به دست آمده از روش تحلیلی با داده‌های شبیه‌سازی المان محدود و داده‌های تجربی مقایسه می‌گردند.

در این مطالعه، برای شبیه‌سازی رفتار مکانیزم منعطف، از مدل‌سازی المان محدود در نرم‌افزار انسیس استفاده شده است. هندسه مکانیزم به صورت شکل ۷ شبکه‌بندی شده و شامل ۱۶۳۵۲۲ المان است. اندازه المان‌ها در نواحی نازک‌تر مکانیزم به دلیل تغییر شکل بالاتر این نواحی، کوچک‌تر از سایر بخش‌ها انتخاب شده است تا دقت شبیه‌سازی افزایش یابد. شرایط مرزی به گونه‌ای تعریف شده که بخش بالایی مکانیزم به صورت ثابت در نظر گرفته شده و نیرو به دو طرف محل قرارگیری پیزوالکتریک اعمال می‌شود. در تحلیل استاتیکی، تغییر مکان‌ها و توزیع جابجایی در مکانیزم شبیه‌سازی شده است که نشان می‌دهد تمامی جابجایی به قسمت تحتانی مکانیزم منتقل می‌شود، در حالی که بخش فوقانی ثابت باقی می‌ماند. همچنین تحلیل مودال برای شناسایی فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی مکانیزم انجام شده است. تمامی تحلیل‌ها با بررسی استقلال از مش همراه بوده و نتایج نهایی پس از اطمینان از همگرایی گزارش شده‌اند. این فرآیندها دقت بالایی در شبیه‌سازی رفتار دینامیکی و استاتیکی مکانیزم تضمین می‌کنند.

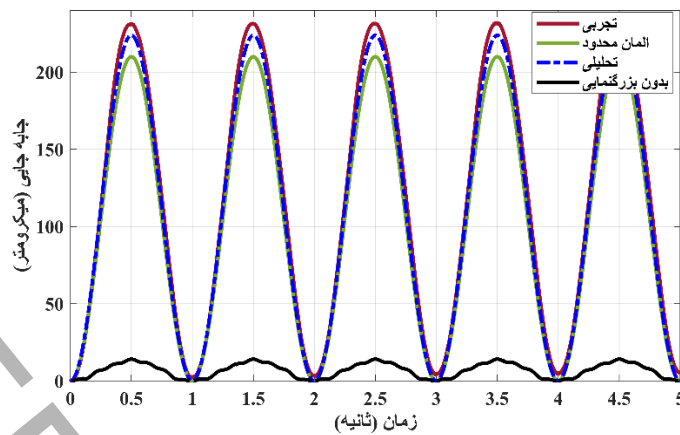


شکل ۷- هندسه شبکه‌بندی شده مکانیزم منعطف

Fig. 7. Meshed geometry of the flexible mechanism

الف) صحنه‌گذاری استاتیک

برای صحنه‌گذاری نسبت تقویت مکانیزم، یک موج سینوسی با فرکانس پایین به سیستم وارد می‌شود و جابجایی هر دو طرف مکانیزم منعطف و حرکت پورت خروجی ثبت می‌شود. این فرایند سپس با استفاده از نرم‌افزار المان محدود تجاری انسیس و مدل ریاضی که در متلب کدنویسی شده بود، تکرار شد. داده‌های حاصل در شکل ۸ ارائه شده است.



شکل ۸- نمودار صحنه‌سنجی دامنه استاتیک مکانیزم منعطف

Fig. 8. Static amplitude validation diagram of the flexible mechanism

همان‌طور که در جدول ۲ نشان داده شده است، نسبت تقویت به‌دست‌آمده از روش تحلیلی نشان‌دهنده انحرافی حدود ۴ درصد از مقدار تجربی است که کمتر از نرخ خطای مدل المان محدود با $8/3$ درصد است. علاوه بر این، سختی پورت ورودی که از روش تحلیلی به‌دست آمده است، $7/6$ درصد از نتیجه المان محدود فاصله دارد.

جدول ۲- مقایسه نتایج استاتیک در روش تحلیلی با المان محدود و آزمون تجربی

Table. 2. Comparison of static results using the analytical method, finite element analysis, and experimental testing

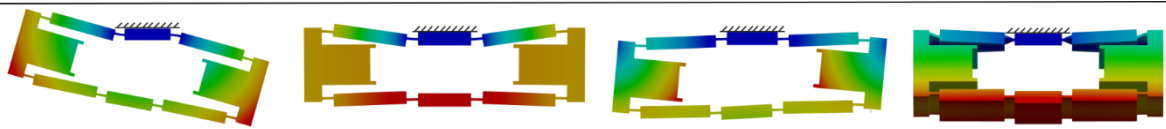
المان محدود	تحلیلی	واقعی	
۱۴/۹	۱۵/۸۹	۱۶/۲۵	ضریب بزرگ‌نمایی
۱۹/۹۵	۱۹/۵	-	سفتی ورودی (نیوتن بر میکرومتر)
۸/۳	۴	-	خطای ضریب بزرگ‌نمایی

(ب) صحنه‌گذاری دینامیک

با استفاده از روش تحلیلی، معادله بدون میرایی حرکت سیستم قابل به‌دست‌آوردن است که فرکانس طبیعی سیستم را می‌توان با آن به دست آورد. با کمک توابع جستجوی ریشه صفر در متلب، فرکانس‌های طبیعی سیستم که در واقع ریشه‌های دترمینان ماتریس سفتی دینامیکی است قابل محاسبه هستند. همچنین فرکانس‌های طبیعی سیستم با نرم‌افزار المان محدود نیز به دست آمده‌اند. چهار فرکانس تشدید اول که از المان محدود به دست آمده‌اند، در جدول ۳ نشان داده شده‌اند.

جدول ۳- فرکانس‌های طبیعی مکانیزم و شکل مودهای تشدید

Table. 3. Natural frequencies of the mechanism and mode shapes of resonance



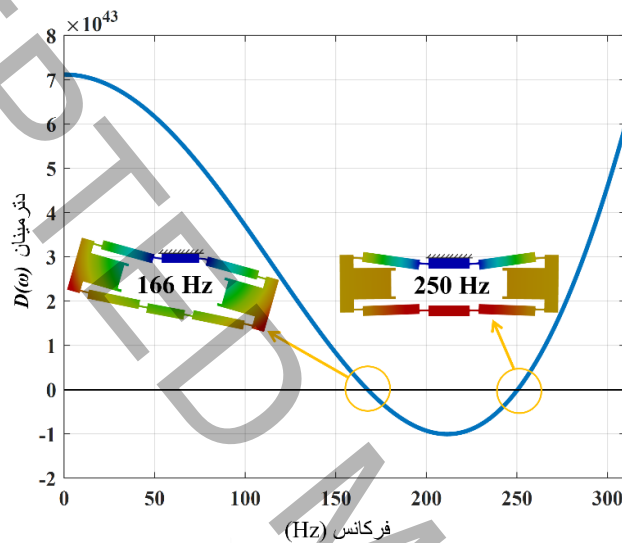
مود اول: ۱۷۹/۴ هرتز

مود دوم: ۲۶۰/۷۴ هرتز

مود سوم: ۵۰۳/۱ هرتز

مود چهارم: ۷۹۲/۵۸ هرتز

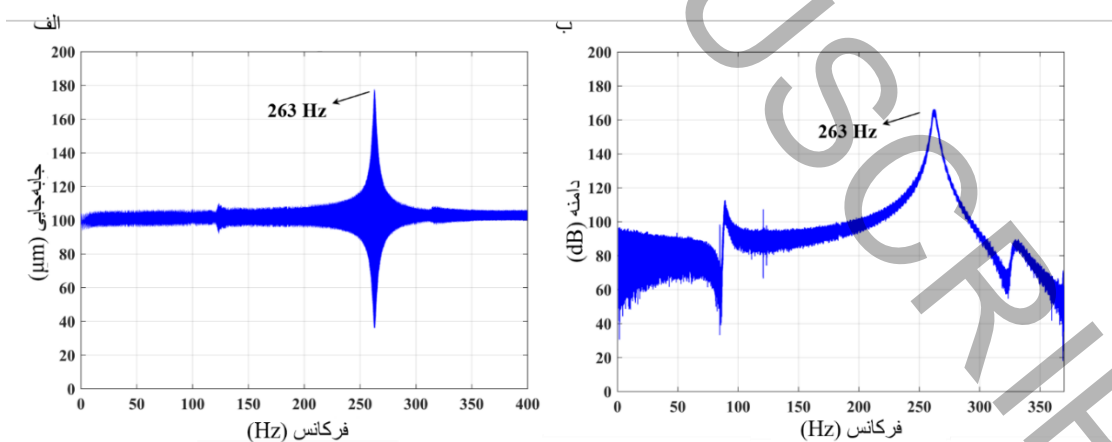
مقدار دترمینان ماتریس سفتی دینامیکی در شکل ۹ با استفاده از تغییر فرکانس از ۱ تا ۳۰۰ هرتز محاسبه شده است. این تحلیل به منظور شناسایی ریشه‌های دترمینان انجام شده است که نشان‌دهنده دو فرکانس طبیعی اول سیستم هستند.



شکل ۹- مقدار دترمینان ماتریس سفتی دینامیکی در فرکانس‌های مختلف

Fig. 9. Determinant value of the dynamic stiffness matrix at different frequencies

برای آزمایش تجربی، در شکل ۱۰ یک سیگنال چیرپ خطی به سیستم داده شده است که فرکانس را از ۰ تا ۴۰۰ هرتز در طول دو دقیقه افزایش می‌دهد. از سیگنال خروجی همچنین تبدیل فوری سریع^۱ گرفته می‌شود تا فرکانس‌های طبیعی در کل طیف مشخص شوند.



^۱ Fast Fourier Transform (FFT)

شکل ۱۰- الف - پاسخ سیستم به چیرپ خطی. ب - FFT همان سیگنال در سمت راست.

Fig. 10. (a) System response to linear chirp. (b) FFT of the same signal on the right.

همان‌طور که در شکل ۱۰ نشان داده شده است، مود فرکانس اولیه مکانیزم منعطف در پاسخ چیرپ سیستم مشخص نیست. دلیل این امر ممکن است مربوط به این امر باشد که در شبیه‌سازی به روش المان محدود، مکانیزم انعطاف‌پذیر بدون در نظر گرفتن اثر عملگر پیزوالکتریک مدل‌سازی شده است. در مقابل، در تنظیمات آزمایشگاهی، عملگر پیزوالکتریک به صورت فشاری در داخل مکانیزم انعطاف‌پذیر قرار گرفته و به دلیل وجود تیرانس، اتصال صلبی میان آن‌ها برقرار نیست. این شرایط مرزی خاص باعث می‌شود که هنگام نزدیک شدن پورت‌های ورودی، عملگر پیزوالکتریک تحت فشار قرار گیرد، اما در هنگام دور شدن آن‌ها، تحت کشش قرار نگیرد. چنین شرایط مرزی ناپیوسته‌ای به سادگی در مدل‌های المان محدود یا تحلیلی قابل پیاده‌سازی نیست و در مقالات مشابه، معمولاً مکانیزم انعطاف‌پذیر به تنهایی مدل‌سازی می‌شود تا از پیچیدگی‌های غیرضروری جلوگیری شود [۲۶-۲۸] همچنین تشکیل مود در این فرکانس طبیعی لازمه پیچش شدید مکانیزم است اما با وجود قرار گرفتن پیزوالکتریک داخل این مکانیزم این حرکت توسط پیزو که سفتی بالاتری از مکانیزم دارد به شدت مستهلک می‌شود و اجازه تشکیل شدن را نمی‌دهد. با این حال مود اول در روش تحلیلی با نتایج المان محدود اختلاف کمی دارد و بقیه مودها نیز با خطای محدود با نتایج المان محدود منطبق‌اند (جدول ۴).

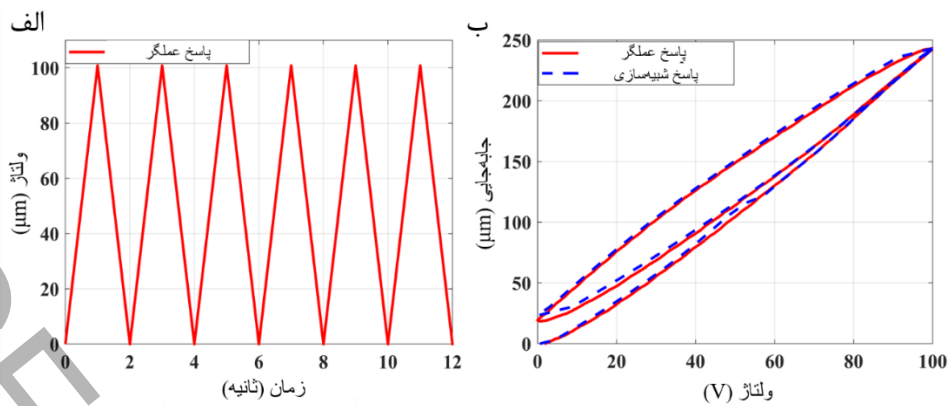
جدول ۴- مقایسه نتایج دینامیکی در روش تحلیلی با المان محدود و آزمون تجربی					
Table 4. Comparison of dynamic results using the analytical method, finite element analysis, and experimental testing					
مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم	مود چهارم	
۱۶۰/۳	۲۵۸/۲	۵۱۷/۵	۸۳۵/۳	۸۳۵/۳	روش تحلیلی
۱۷۹/۴	۲۶۰/۷	۵۰۳/۱	۷۹۲/۵	۷۹۲/۵	المان محدود
-	۲۶۳	-			آزمون تجربی

۴-۲- صحنه‌گذاری و شناسایی دینامیک کل سیستم

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، مدل غیرخطی هیستریزیس (معادله (۱۱)) و دینامیک تزریق (معادله (۲۸)) شامل ضرایب مجهول هستند که نیاز به شناسایی با داده‌های تجربی دارند. سپس عملکرد مدل شناسایی شده می‌تواند برای سیگنال‌های ورودی مختلف آزمایش شود تا دقت آن تأیید شود.

برای شناسایی دقیق هیستریزیس و دینامیک تزریق، بهتر است که این عمل در دو مرحله صورت پذیرد. مرحله اول شناسایی هیستریزیس است و مرحله دوم شناسایی ضرایب ناشناخته در دینامیک تزریق است.

مرحله ۱: ضرایب درون تابع هیستریزیس می‌توانند با وارد کردن یک سیگنال با فرکانس پایین به سیستم شناسایی شوند، همان‌طور که در شکل ۱۱ (الف) نشان داده شده است. دلیل ورودی فرکانس پایین این است که در این حالت، دینامیک سیستم در خروجی تأثیر نمی‌گذارد و در نتیجه شناسایی هیستریزیس دقیق‌تری انجام می‌پذیرد. تفاوت عمده بین یک میراگر معمولی و رفتار هیستریزیس این است که تأثیر میراگر تنها در فرکانس‌های بالا بارز است، اما تأثیر هیستریزیس در هر دو فرکانس پایین و بالا واضح است.



شکل ۱۱- الف- ورودی شبه‌استاتیکی به سیستم. ب- پاسخ سیستم به ورودی شبه‌استاتیکی و مقایسه با مدل شناسایی شده در یک حلقه.

Fig. 11. (a) Quasi-static input to the system. (b) System response to the quasi-static input and comparison with the identified model in a closed loop.

شکل ۱۰ (ب) سه ثانیه اول سیگنال را نشان می‌دهد که نمایانگر ظهور رفتار هیستریزیس است. مدل شناسایی شده دقت پیش‌بینی این رفتار نشان می‌دهد، خطای جذر میانگین مربعات $1/74$ و مقدار ضریب تعیین $0/99$ به دست آمده‌اند.

مرحله ۲: برای تعیین ضرایب مجهول در مدل پیشنهادی برای تزریق، شبیه‌سازی با استفاده از تابع تبدیل در معادله (۲۹) انجام شده است. نوع سیگنال‌های استفاده‌شده برای شناسایی دینامیک سیستم، ترکیبی از ورودی‌های سینوسی با فرکانس‌ها و دامنه‌های متفاوت است، که به‌گونه‌ای طراحی شده‌اند که فرکانس‌ها تا حد امکان نسبت‌های عددی صحیح نداشته باشند و با یکدیگر هم‌پوشانی نکنند. این روش با برانگیختن طیف وسیعی از دینامیک سیستم، شناسایی دقیق رفتار آن را ممکن می‌سازد و مدل حاصل را برای پیش‌بینی رفتار عمومی سیستم در شرایط مختلف بسیار دقیق و قابل اطمینان می‌کند.

با استفاده از تابع اف مین کان^۲ در متلب، پارامترهای β_1 ، β_2 و β_3 با تعداد محدودی از تکرارها شناسایی شدند تا کمترین خطای ممکن حاصل شود. سیگنال ورودی استفاده‌شده برای شناسایی به‌صورت زیر است

$$5 \sin(6\pi t) + 9 \sin(10\pi t) + 13 \sin(14\pi t) + 3 \sin(18\pi t)$$

نتایج فرایند شناسایی پارامترها در جدول ۵ ارائه شده است.

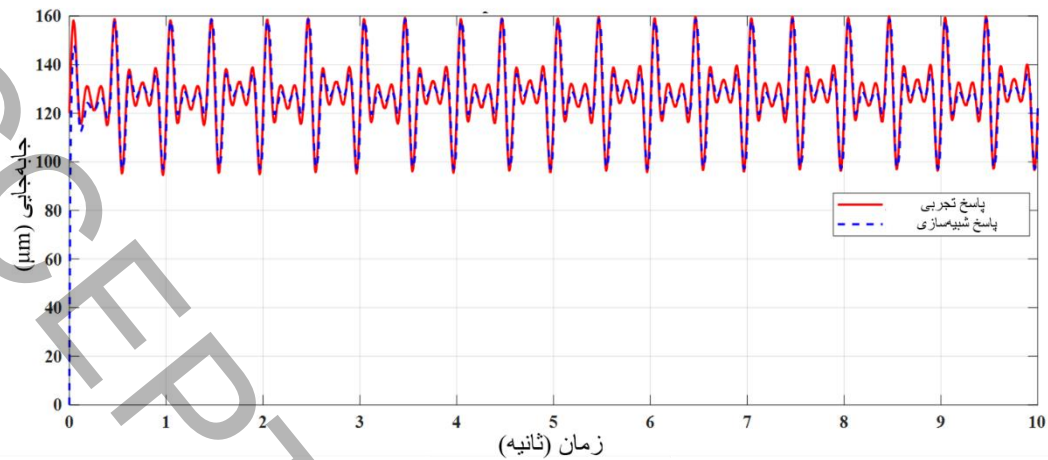
جدول ۵- ضرایب شناسایی شده دینامیک سیستم

Table 5. Identified dynamic coefficients of the system

ω_n	ξ	β_3	β_2	β_1	پارامتر
۹۴۵/۰۳	$2/677 \times 10^{-5}$	$3/908 \times 10^{-5}$	۱۷/۱۱	۲/۷۱	مقدار شناسایی شده

^۱ Root Mean Squared Error (RMSE)

^۲ Fmincon



شکل ۱۲- مقایسه خروجی سیستم با مدل شناسایی شده

Fig. 12. Comparison of system output with the identified model

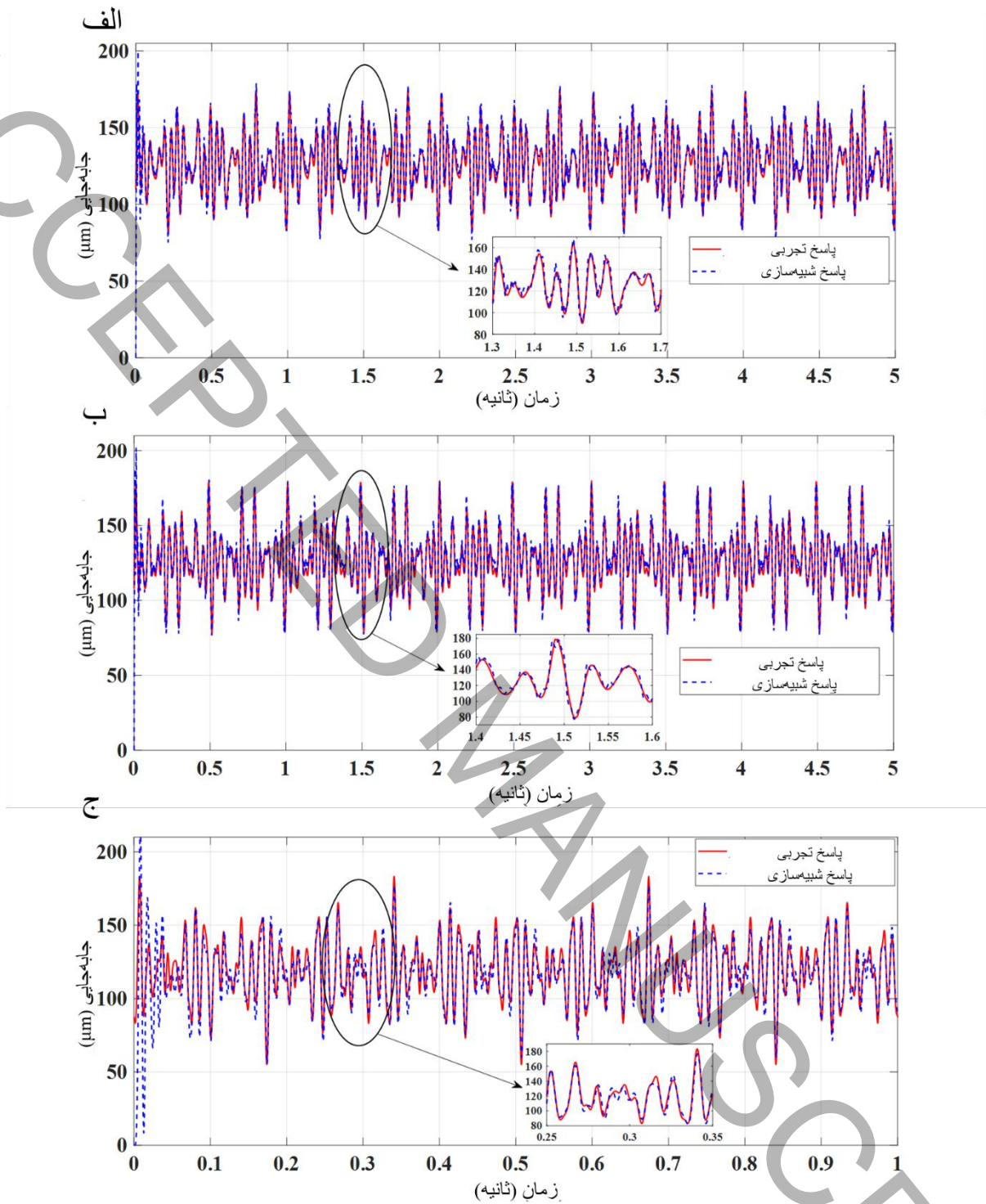
شکل ۱۲ پاسخ سیستم به ورودی ذکر شده است که با شبیه‌سازی مقایسه می‌شود. خطای جذر میانگین مربعات و مقدار ضریب تعیین برای شناسایی به ترتیب $۰/۹۷۱$ و $۲/۵۳$ هستند که نشان‌دهنده دقت بالای شناسایی است. برای صحت‌گذاری نتیجه، سیگنال‌های دیگری با فرکانس‌های بالاتر و دامنه‌های متفاوت به سیستم داده شده‌اند:

$$\text{سیگنال اول: } 5 \sin(16\pi t) + 9 \sin(26\pi t) + 17 \sin(46\pi t) + 13 \sin(54\pi t)$$

$$\text{سیگنال دوم: } 7 \sin(66\pi t) + 10 \sin(26\pi t) + 17 \sin(46\pi t) + 13 \sin(54\pi t)$$

$$\text{سیگنال سوم: } 10 \sin(270\pi t) + 15 \sin(78\pi t) + 23 \sin(138\pi t) + 19 \sin(162\pi t)$$

در شکل ۱۳ پاسخ شبیه‌سازی با سیگنال‌های مرجع به‌دست‌آمده از آزمایش تجربی مقایسه شده‌اند.



شکل ۱۳- مقایسه خروجی سیستم با مدل شناسایی شده. الف- سیگنال اول ب- سیگنال دوم ج- سیگنال سوم

Fig. 13. Comparison of system output with the identified model: (a) First signal, (b) Second signal, (c) Third signal
 مقادیر خطای جذر میانگین مربعات و مقادیر ضریب تعیین برای سیگنال ۱ به ترتیب ۴,۰۴ و ۰,۹۶ هستند. مقادیر مشابه برای سیگنال ۲ به ترتیب ۴/۳۵ و ۰/۹۵ و برای سیگنال ۳ به ترتیب ۴/۹۵ و ۰/۹۵ هستند.

در این مطالعه یک دستگاه تزریق قطره سیال پیزوالکتریک مدل‌سازی و ساخته شده است که شامل مکانیزم منعطف نوع پل است. در ضمن این مدل‌سازی روشی توسعه‌یافته است که در آن المان‌های سری با هم ادغام شده و محاسبات را ساده‌تر و برای به‌کارگیری در بررسی دینامیک چندجسمی سیستم و شناسایی آن آسان‌تر می‌نماید. علاوه بر این، یک روش مدل‌سازی غیرخطی مبتنی بر هیستریزیس عملگر برای توصیف رفتار پیزوالکتریک به‌کاررفته است. دقت مدل در توصیف رفتار استاتیکی و دینامیکی مکانیزم منعطف از طریق صحت‌گذاری با داده‌های تجربی و شبیه‌سازی المان محدود مقایسه شده است. ویژگی‌های استاتیکی شامل نسبت تقویت و سختی ورودی نشان‌دهنده خطایی کمتر از ۶ درصد در تمام مقایسه‌ها است، همچنین ویژگی‌های دینامیکی، یعنی فرکانس‌های طبیعی، خطای کمتر از ۶ درصد برای فرکانس طبیعی دوم و ۸ درصد برای فرکانس طبیعی اول را نشان می‌دهد. شناسایی و صحت‌گذاری رفتار غیرخطی هیستریزیس و دینامیک جامع سیستم نشان‌دهنده مقدار ضریب تعیین بالای ۰/۹۵ برای تمام سیگنال‌های ورودی است که دقت مدل را تأیید می‌کند. این مدل پتانسیل لازم برای استفاده در طراحی و بهینه‌سازی دستگاه‌های تزریق قطره سیال پیزوالکتریک و همچنین در طراحی سیستم‌های کنترلی را دارد.

منابع

- [1] S. Lu, X. Chen, H. Zheng, Y. Zhao, Y. Long, Simulation and Experiment on Droplet Volume for the Needle-Type Piezoelectric Jetting Dispenser, *Micromachines*, 10(9) (2019) 623.
- [2] S. Lu, J. Zhang, Y. Liu, H. Zheng, C. Ren, W. liu, Droplet formation study of a liquid micro-dispenser driven by a piezoelectric actuator, *Smart Materials and Structures*, 28(5) (2019) 055003.
- [3] L. Wang, X. Huang, S. Lin, Z. Bu, H. Jin, X. Lin, Z. Lin, P. Xie, Design and experiment of a jetting dispenser with compact amplifying mechanism and low stress in piezostack, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 31(5) (2020) 788-798.
- [4] S. Zhou, P. Yan, Design and Analysis of a Hybrid Displacement Amplifier Supporting a High-Performance Piezo Jet Dispenser, *Micromachines*, 14(2) (2023) 322.
- [5] Y. Shi, A. Huang, B. Fu, Design and performance analysis of a piezoelectric jetting dispensing valve, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 35(10) (2024) 920-941.
- [6] H. Peng, J. Deng, G. Deng, C. Zhou, J. Li, Design and Research of a Novel Piezostack-Driven Jetting Dispenser With a Diamond Spring, *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 12(11) (2022) 1849-1856.
- [7] G. Li, C. Zhou, Rigid flexible coupling dynamic analysis of piezoelectric jetting dispenser based on ADAMS, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 714(3) (2021) 032081.
- [8] G. Deng, W. Cui, C. Zhou, J. Li, A piezoelectric jetting dispenser with a pin joint, *Optik*, 175 (2018) 163-171.
- [9] J. Jeon, S.-M. Hong, M. Choi, S.-B. Choi, Design and performance evaluation of a new jetting dispenser system using two piezostack actuators, *Smart Materials and Structures*, 24(1) (2015) 015020.
- [10] M.A. Trimzi, Y.B. Ham, B.C. An, Y.M. Choi, J.H. Park, S.N. Yun, Development of a Piezo-Driven Liquid Jet Dispenser with Hinge-Lever Amplification Mechanism, *Micromachines*, 11(2) (2020) 117.
- [11] J.W. Sohn, S.-B. Choi, Identification of Operating Parameters Most Strongly Influencing the Jetting Performance in a Piezoelectric Actuator-Driven Dispenser, *Applied Sciences*, 8(2) (2018) 243.
- [12] C. Zhou, J.a. Duan, G. Deng, J. Li, A Novel High-Speed Jet Dispenser Driven by Double Piezoelectric Stacks, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(1) (2017) 412-419.
- [13] R. Zhao, S. Lv, G. Chen, J. Chen, Q. Wang, M. Wu, J. Zheng, Design and experiment of a new double needle type piezoelectric jetting dispenser, *Smart Materials and Structures*, 32(3) (2023) 035022.
- [14] L. Cao, S.G. Gong, Y.R. Tao, S.Y. Duan, Optimizing dispensing performance of needle-type piezoelectric jet dispensers: a novel drive waveform approach, *Smart Materials and Structures*, 33(4) (2024) 045001.
- [15] C. Zhou, J. Li, J.A. Duan, G. Deng, Direct-Acting Piezoelectric Jet Dispenser With Rhombic Mechanical Amplifier, *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 8(5) (2018) 910-913.
- [16] G. Deng, N. Wang, C. Zhou, J. Li, A Simplified Analysis Method for the Piezo Jet Dispenser with a Diamond Amplifier, *Sensors*, 18(7) (2018) 2115.

- [17] X. Chen, Z. Deng, S. Hu, X. Gao, J. Gao, Research on three-stage amplified compliant mechanism-based piezo-driven microgripper, *Advances in Mechanical Engineering*, 12(3) (2014) 1687814020911470.
- [18] M. Ling, J. Wang, M. Wu, L. Cao, B. Fu, Design and modeling of an improved bridge-type compliant mechanism with its application for hydraulic piezo-valves, *Sensors and Actuators A: Physical*, 324 (2021) 112687.
- [19] Y. Li, X. Zhu, S. Bi, R. Guo, J. Sun, W. Hu, Design and development of compliant mechanisms for electromagnetic force balance sensor, *Precision Engineering*, 64 (2020) 157-164.
- [20] Z. Bu, S. Lin, X. Huang, A. Li, D. Wu, Y. Zhao, Z. Luo, L. Wang, A novel piezostack-driven jetting dispenser with corner-filletted flexure hinge and high-frequency performance, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 28(7) (2018) 075001.
- [21] M. Wu, R.-M. Zhao, J.-N. Chen, J.-J. Zheng, B.-K. Shao, Design and performance analysis of a flexible-hinged piezoelectric driving dispenser, *Smart Materials and Structures*, 33(4) (2024) 045014.
- [22] M. Ling, X. Zhang, Coupled dynamic modeling of piezo-actuated compliant mechanisms subjected to external loads, *Mechanism and Machine Theory*, 160 (2021) 104283.
- [23] S. Bashash, N. Jalili, Robust Multiple Frequency Trajectory Tracking Control of Piezoelectrically Driven Micro/Nanopositioning Systems, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(5) (2007) 867-878.
- [24] H. Ghafarirad, S.M. Rezaei, A. Abdullah, M. Zareinejad, M. Saadat, Observer-based sliding mode control with adaptive perturbation estimation for micropositioning actuators, *Precision Engineering*, 35(2) (2011) 271-281.
- [25] J. Gan, X. Zhang, H. Wu, A generalized Prandtl-Ishlinskii model for characterizing the rate-independent and rate-dependent hysteresis of piezoelectric actuators, *Review of Scientific Instruments*, 87(3) (2016) 035002.
- [26] M. Ling, J. Cao, N. Pehrson, Kinetostatic and dynamic analyses of planar compliant mechanisms via a two-port dynamic stiffness model, *Precision Engineering*, 57 (2019) 149-161.
- [27] M. Ling, C. Zhang, L. Chen, Optimized design of a compact multi-stage displacement amplification mechanism with enhanced efficiency, *Precision Engineering*, 77 (2022) 77-89.
- [28] M. Ling, X. Zhang, J. Cao, Extended Dynamic Stiffness Model for Analyzing Flexure-Hinge Mechanisms With Lumped Compliance, *Journal of Mechanical Design*, 144(1) (2021) 013304.

Comprehensive Dynamic Modeling and Characterization of a Piezoelectric Droplet Dispenser

Pouya Firuzy Rad¹, Hamed Ghafarirad¹, Seyed Mehdi Rezaei¹

¹Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

Piezoelectric dispensers are widely applicable devices across many industries. However, their electromechanical structure often poses complexity in dynamic modeling. The interplay of many components especially compliant mechanisms and piezoelectric actuators makes modeling of the system challenging. In this study, the components of the system have been modeled individually and coupled together to predict the system behavior. For analyzing the bridge-type compliant mechanism, an appropriate method is proposed to model the structure with limited states. The mentioned method can predict the component behavior without sacrificing the precision which makes it ideal for coupling with other components' dynamics. Additionally, a non-linear modeling approach is introduced to capture the piezoelectric non-linear hysteresis behavior. Finally, by coupling the whole system dynamic, a comprehensive model is reached. The model developed for the compliant mechanism is individually validated by FEM software and experiments to prove the accuracy. The hysteresis nonlinear model is also identified and validated with the experiments with R squared exceeding 0.98. The entire coupled dynamics of the electromechanical system are identified and tested across several input frequencies. R-squared values exceed 0.95 for all input frequencies, affirming the accuracy of the dynamic model. Overall, the developed model is functional in the design and optimization of piezoelectric dispensers, as well as in automatic control system designs.

Keywords

Droplet dispensing system, Piezoelectric, Dynamic modeling, Compliant mechanism, Hysteresis

¹ Corresponding Author: Email: ghafarirad@aut.ac.ir