Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 57(11) (2026) 1389-1410
DOI: 10.22060/mej.2026.25546.7952

Active Vibration Control of Isotropic and Composite Smart Beams with Piezoelectric Layers and Fuzzy Logic

Esmaeel Ghafari *, Hamid Moeenfard, Mohammadamin Bagheri

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

ABSTRACT: This study investigates the active vibration control of a smart composite box beam equipped with piezoelectric layers using a fuzzy control strategy. A non-classical beam model based on two-dimensional cross-sectional analysis is employed to capture the dynamic behavior of composite beams with arbitrary cross-sectional geometries and anisotropic materials. The proposed formulation provides high computational efficiency while preserving the accuracy of three-dimensional modeling. The governing equations are derived considering six degrees of freedom, transverse shear effects, and material coupling terms. After modal reduction based on the first vibration mode, the equations are discretized in the time domain using the central difference method. The performance of the fuzzy controller is evaluated under dynamic loading conditions, and the obtained results demonstrate effective vibration suppression together with reduced oscillation amplitude and improved transient response.

Review History:

Received: Feb. 22, 2026
Revised: May, 13, 2026
Accepted: May, 19, 2026
Available Online: Jun. 08, 2026

Keywords:

Fuzzy Control
Active Vibration Control
Smart Composite Beam
Piezoelectric

1- Introduction

Smart structures equipped with piezoelectric sensors and actuators have become widely used for active vibration control in lightweight engineering components such as wind turbine blades, helicopter rotor blades, and high–aspect–ratio wings. Due to their low inherent damping, these structures often experience significant vibrations during operation, making passive control strategies insufficient. Piezoelectric materials are especially attractive because they simultaneously enable sensing and actuation through their electromechanical coupling capabilities.

Active vibration control of smart beams has been extensively studied using various control techniques. Early investigations on isotropic piezoelectric beams modeled via Euler–Bernoulli theory demonstrated the effectiveness of classical PID controllers for vibration suppression [1]. Fuzzy logic–based controllers were later introduced to enhance robustness against nonlinearities and parameter uncertainties, leading to improved dynamic performance [2]. More recent studies have extended active control methods to composite beams, where complex couplings, transverse shear effects, and anisotropy significantly influence the dynamic behavior [3, 4].

Despite recent advancements, only a limited number of studies have employed advanced composite beam formulations capable of fully capturing material couplings, warping effects, and transverse shear deformation in active vibration control applications. Motivated by these limitations, the present study develops an efficient framework for modeling and active vibration control of smart composite box beams equipped with surface-bonded piezoelectric layers using a fuzzy logic controller. The proposed non-classical model accounts for all six degrees of freedom, complete material and geometric coupling effects, and transverse shear deformation, making it suitable for arbitrary cross-sectional geometries and anisotropic materials. By deriving reduced-order governing equations through energy methods and finite element formulation, the approach significantly reduces the computational cost compared to full three-dimensional modeling while maintaining high accuracy. The obtained results demonstrate effective vibration suppression together with reduced oscillation amplitudes and improved transient response.

2- Methodology

In developing the active vibration control framework for both isotropic and composite smart beams, the electromechanical coupling mechanisms play a central role, beginning with the sensing process governed by Eq. 1, where the sensor voltage is obtained by applying the signal-conditioning gain to the induced electric current generated by

*Corresponding author's email: e.ghaffari@um.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

the piezoelectric layer during deformation.

$$V_s(t) = G_s\left(\frac{t_b}{2} + t_p\right) b_b E_p d_{31} [0 \;\; -1 \;\; 0 \;\; 1] \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

This voltage forms the primary feedback signal for the control system and directly enters the fuzzy inference mechanism. Correspondingly, the actuation mechanism is described through Eq. 2, which expresses the equivalent nodal force produced when a voltage is applied to the piezoelectric layer.

$$f_a(t) = \frac{t_b + t_p}{2} b_b E_p d_{31} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_a(t) \tag{2}$$

This formulation quantifies how the applied electrical input creates bending and shear forces within the structure, allowing the electromechanical actuation to be incorporated into the global dynamic model.

With the sensing and actuation relations established, the beam dynamics are reduced onto the first bending mode to facilitate real-time control implementation. The resulting modal equation of motion, expressed in Eq. 3, connects the modal inertia, stiffness, and electromechanical forcing term into a compact single-degree-of-freedom representation.

$$\ddot{\eta}_1 + \left(\alpha + \beta\omega_1^2\right)\dot{\eta}_1 + \omega_1^2 \eta_1 = \varphi_1^T \frac{(\tilde{f}_a + \tilde{f})}{m_1} \tag{3}$$

This reduced model captures the dominant vibratory behavior while enabling efficient numerical integration and fast controller response. For the composite smart beam, the multi-field coupling effects inherent in anisotropic box-beam sections are incorporated through the strain and kinetic energy formulation in Eq. 4, which represents axial, bending, shear, torsional, and warping contributions using a unified strain vector. This expression forms the foundation for constructing the stiffness and mass matrices required for high-fidelity modeling of composite beam behavior.

$$\begin{aligned} U^c &= \frac{1}{2}\int_l \left\{\Gamma^T S \Gamma\right\} dx_1 \\ T^c &= \frac{1}{2}\int_l \left\{\chi^T I \ddot{\chi}\right\} dx_1 \end{aligned} \tag{4}$$

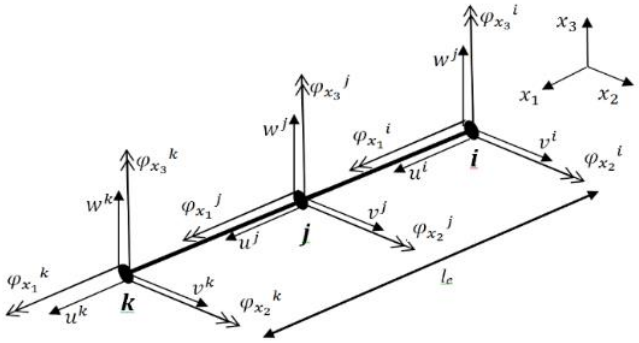


Fig. 1. Three-nodded Timoshenko beam element modeling composite box beam with shear and coupling effects..

The fuzzy control strategy is constructed based on a simple set of linguistic inference rules relating the sensed voltage V_s to the actuator voltage V_a, expressed as follows:

1. IF "Vs is N" THEN "Va is P."
2. IF "Vs is Z" THEN "Va is Z."
3. IF "Vs is P" THEN "Va is N."

Once the dynamic and electromechanical models are established, the fuzzy controller synthesizes the control voltage using the inference logic presented in Eq. 5, where the actuator voltage is generated based on the membership degrees associated with the sensed deformation.

$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^{3} \overline{y}^i \mu_s{}^i(V_s)}{\sum_{i=1}^{3} \mu_s{}^i(V_s)} \tag{5}$$

This nonlinear mapping enables smooth and adaptive control behavior, allowing the system to respond effectively under both transient and steady-state conditions. The composite beam model used for evaluating this controller is represented by the three-node, eighteen-degree-of-freedom Timoshenko finite element shown in Figure 1, which accommodates transverse shear deformation and non-classical coupling effects essential for modeling composite box-beam dynamics accurately.

3- Discussion and Results

The effectiveness of the proposed controller in positioning and vibration suppression is demonstrated through several key results. In Figure 2, the fuzzy control of the smart composite beam under impulsive loading is presented, where a shear force of 100 N and a bending moment of 10 N·m are applied at the free end. In the present study, an actuation voltage of 2000 V is applied to the walls of the box beam, producing the equivalent shear load. The results clearly show

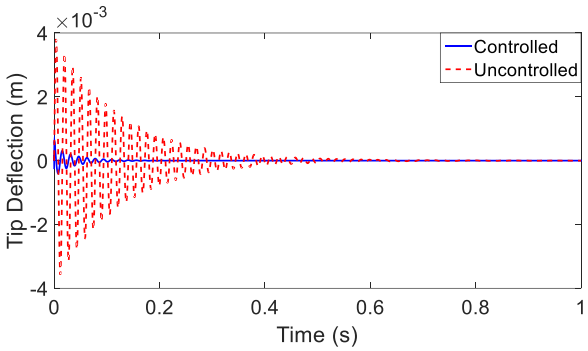


Fig. 2. Dynamic response of the smart composite beam under impulsive loading using fuzzy control.

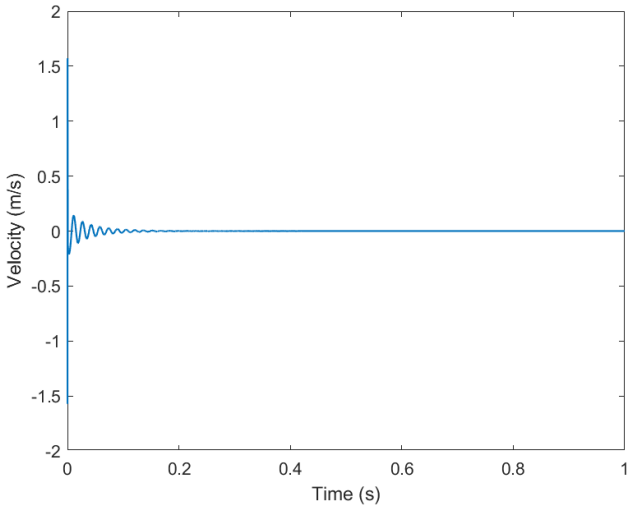


Fig. 3. Linear velocity at the free end of the smart composite beam.

that the fuzzy controller significantly reduces the oscillation amplitude compared to the uncontrolled case and suppresses the vibrations with much lower overshoot.

Additionally, the linear velocity of the tip of the smart composite beam is shown in Figures 3. The results in Figure 3 indicate that the fuzzy controller dissipates the amplitude of velocity oscillations in a significantly shorter time and drives the dynamic response of the system toward the steady-state condition. The rapid reduction in velocity amplitude demonstrates the controller's strong capability in absorbing vibrational energy and preventing the continuation of oscillations in the composite structure. Moreover, the absence of severe oscillations and the smoother velocity response highlight the robust stability of the control system even in the presence of complex material and geometric couplings of the composite box beam.

4- Conclusion

This study presents an active vibration control framework for smart composite box beams equipped with piezoelectric sensor–actuator layers using a fuzzy logic control strategy. Finite-element modeling, modal reduction, and electromechanical coupling relations are integrated to accurately capture the dynamic behavior of composite box-beam structures with arbitrary cross-sectional geometries and anisotropic materials. The proposed non-classical model considers six degrees of freedom together with complete material and geometric coupling effects, while maintaining significantly lower computational cost compared to full three-dimensional modeling. The obtained results demonstrate that the fuzzy controller provides fast, stable, and effective vibration suppression under different loading conditions, accompanied by reduced oscillation amplitudes and improved transient response.

References

[1] S. Kumar, R. Srivastava, R. Srivastava, Active vibration control of smart piezo cantilever beam using pid controller, International Journal of Research in Engineering and Technology, 3(1) (2014) 392–399.

[2] A. Karami-Mohammadi, A. Sadr, An active vibration control of beam by piezo electric with Fuzzy approach, International Journal of Signal System Control and Engineering Application, 2 (2009) 1–7.

[3] S. Kapuria, M.Y. Yasin, Active vibration control of piezoelectric laminated beams with electroded actuators and sensors using an efficient finite element involving an electric node, Smart Materials and Structures, 19(4) (2010).

[4] C. Vasques, J.D. Rodrigues, Active vibration control of smart piezoelectric beams: comparison of classical and optimal feedback control strategies, Computers & Structures, 84(22-23) (2006) 1402–1414.

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۷، شماره ۱۱، سال ۱۴۰۴، صفحات ۱۳۸۹ تا ۱۴۱۰
DOI: 10.22060/mej.2026.25546.7952

کنترل فعال ارتعاشات تیر همسانگرد و کامپوزیتی هوشمند با لایه‌های پیزوالکتریک و منطق فازی

اسماعیل غفاری*، حمید معین‌فرد، محمدامین باقری

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

خلاصه: در این مقاله، کنترل فعال ارتعاشات تیر همسانگرد و تیر-جعبه کامپوزیتی هوشمند با لایه‌های پیزوالکتریک و کنترل‌کننده‌های فازی بررسی شده است. هدف، ارائه چارچوبی کارآمد برای کنترل ارتعاشات تیرهای کامپوزیتی با هندسه سطح مقطع دلخواه و مواد ناهمسانگرد است. از مدل غیرکلاسیک مبتنی بر تحلیل دوبعدی سطح مقطع برای استخراج رفتار دینامیکی تیر استفاده شده؛ رویکردی که ضمن حفظ دقت، هزینه محاسباتی را نسبت به مدل‌سازی سه‌بعدی کاهش می‌دهد و بستر مناسبی برای بهینه‌سازی فراهم می‌کند. در مرحله نخست، یک تیر هوشمند اویلر-برنولی مجهز به لایه‌های پیزوالکتریک به‌منظور شبیه‌سازی اولیه با سه رویکرد کنترل فازی، کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی کلاسیک و کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی تنظیم‌شده توسط منطق فازی مورد ارزیابی قرار گرفت. سپس، تیر هوشمند کامپوزیتی با استفاده از مدل غیرکلاسیک پیشنهادی و با کنترل فازی و کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی مورد بررسی قرار گرفت. معادلات مودال غیرکوپل با استفاده از شکل مود اول تیر استخراج و با روش بسط مرکزی در حوزه زمان گسسته‌سازی شده‌اند. همچنین، مدل تیر-جعبه کامپوزیتی امکان در نظر گرفتن کامل شش درجه آزادی، تمامی کوپلینگ‌های مادی و هندسی غیرکلاسیک و اثرات برش عرضی را بدون نیاز به مدل‌سازی کامل سه‌بعدی فراهم می‌کند. نتایج حاصل نشان‌دهنده کاهش مؤثر ارتعاشات، بیش‌جهش و زمان نشست است.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۴۰۴/۱۲/۰۳
بازنگری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۳
پذیرش: ۱۴۰۴/۰۲/۲۹
ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۳/۱۸

کلمات کلیدی:
کنترل فازی
کنترل فعال ارتعاشات
تیر هوشمند کامپوزیتی
پیزوالکتریک

۱- مقدمه

بسیاری از سازه‌های پرکاربرد و مهم مهندسی، مانند پره‌ی توربین باد، پره‌ی دوار هلیکوپتر و بال هواپیما با نسبت منظری بالا، با استفاده از مدل‌های مختلف تیر شبیه‌سازی می‌شوند. یکی از پدیده‌های مهم در این سازه‌ها، وقوع ارتعاشات در شرایط کاری و تحت بارگذاری‌های مختلف است. عدم تحلیل دقیق ارتعاشی این سازه‌ها می‌تواند موجب واماندگی سازه در شرایط گوناگون شود. از این‌رو، یکی از موضوعات مورد توجه و بررسی محققان، کنترل ارتعاشات سازه‌های تیرشکل است. کنترل ارتعاشات معمولاً به دو روش کنترل فعال و غیرفعال بررسی می‌شود. با توجه به اهمیت کاهش وزن و ماهیت کم‌میرا در سازه‌های هوایی و فضایی، کنترل فعال ارتعاشات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. روش‌های غیرفعال در کنترل ارتعاشات با دامنه‌ی کم و نیز ارتعاشات با فرکانس پایین کارایی محدودی دارند. یکی از متداول‌ترین روش‌ها جهت کنترل فعال ارتعاشات، استفاده از مواد پیزوالکتریک است. پیزوالکتریک‌ها به دلیل ویژگی‌های منحصربه‌فرد خود، به‌طور گسترده در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. این مواد با اعمال ولتاژ دچار کرنش و تغییر شکل می‌شوند و همچنین در اثر اعمال بار و ایجاد تغییر شکل، ولتاژی به‌عنوان خروجی تولید می‌کنند. از این رو، می‌توان از آن‌ها به‌سادگی به‌صورت همزمان به‌عنوان حسگر و عملگر استفاده کرد.

استفاده از مواد کامپوزیتی در صنایع مهندسی مختلف با سرعت قابل توجهی در حال گسترش است. مواد کامپوزیتی در سازه‌های پیشرفته‌ی مهندسی، مانند پره‌ی توربین‌های بادی بزرگ، پره‌ی هلیکوپتر و اجزای مختلف هواپیما ـ به‌ویژه هواپیماهای نظامی ـ به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. علت این کاربرد وسیع، ویژگی‌های مهندسی مطلوب کامپوزیت‌ها، مانند نسبت استحکام به وزن بالا، بهبود رفتار خستگی و امکان طراحی رفتار سازه است. با توجه به حساسیت عملکردی سازه‌های یادشده، تحلیل دقیق این سازه‌ها همواره مورد توجه محققان بوده و به همین دلیل مطالعه‌ی کنترل ارتعاشات تیرهای کامپوزیتی نیز از اهمیت قابل توجهی

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: E.Ghaffari@um.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

برخوردار است.

در مقالات متعددی به موضوع کنترل ارتعاشات تیرهای همسانگرد و کامپوزیتی پرداخته شده است. در مرجع [۱]، کومار و همکاران، تحلیل تیر همسانگرد مدل اویلر–برنولی دارای وصله‌های پیزوالکتریک به‌عنوان حسگر و عملگر را مطرح کرده‌اند. روش کنترل در این مقاله، کنترل کلاسیک تناسبی–انتگرالی–مشتقی است. کرمی‌محمدی و صدری [۲] در مقاله‌ی خود کنترل ارتعاشات تیر اویلر–برنولی دارای دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین تیر را بررسی کرده‌اند. کنترل با استفاده از روش فازی و به کمک نرم‌افزار متلب انجام شده است و در این مقاله از ۲۵ قانون برای طراحی کنترل‌گر فازی استفاده شده است. در مرجع [۳]، کاپوریا و یعقوب یاسین به کنترل ارتعاشات تیر چندلایه‌ی کامپوزیتی با استفاده از پیزوالکتریک پرداخته‌اند. کنترل ارتعاشات تیر هوشمند با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک در مقالات متعدد دیگری با رویکردهای کنترلی گوناگون و ارائه‌ی نتایج آزمایشگاهی مطرح شده است[۴, ۵]. سینگ و همکاران [۶] کنترل ارتعاشات تیر هوشمند یک‌سرگیردار را به کمک لایه‌های پیزوالکتریک و منطق فازی ارائه کرده‌اند و جهت بهبود عملکرد لایه‌ی عملگر، مواد مختلف پیزوالکتریک را در نظر گرفته‌اند. مرجع [۷] کنترل فعال ارتعاشات تیر یک‌سرگیردار پیزوالکتریک بر پایه‌ی تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌اول را با استفاده از کنترل‌کننده‌ی LQR بررسی کرده است. رفتار تیر با روش عددی المان محدود شبیه‌سازی شده و زوج لایه‌های حسگر–عملگر در نقاط بیشینه‌ی کرنش متصل شده‌اند. هاشمی و همکاران [۸] نیز یک سامانه‌ی هوشمند کنترل فعال ارتعاشات را با استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک و کنترل‌کننده‌ی بهینه‌ی LQR برای کنترل خمش عرضی پره‌ی توربین بادی ارائه کرده‌اند. توربین‌های بادی در این مطالعه، پره‌ی توربین بادی با مدل تیر اویلر–برنولی معادل‌سازی شده و نتایج تحلیل عددی و مدل اجزای محدود، دقت بالای روش پیشنهادی را در کاهش ارتعاشات نشان می‌دهد.

یکی از اهداف تئوری‌های پیشرفته‌ی تیرهای کامپوزیتی، محاسبه‌ی رابطه‌ی بنیادی تیر شامل ماتریس سفتی سطح مقطع، با در نظر گرفتن بیشترین اثرات غیرکلاسیک است. از این دیدگاه، تئوری‌های تیر کامپوزیتی به دو دسته‌ی «حل تحلیلی سطح مقطع» و «حل عددی سطح مقطع» تقسیم می‌شوند. در دسته‌ی اول، از روش‌های تحلیلی برای محاسبه‌ی خواص سطح مقطع استفاده می‌شود. این تئوری‌ها بیشتر محدود به مدل‌های جدارنـازک هستند و در آن‌ها از فرضیات ساده‌سازی‌شده‌ی تئوری صفحه‌ها و پوسته‌ها بهره گرفته می‌شود. مزیت اصلی این مدل‌ها، سادگی نسبت به روش‌های عددی است. جانگ و همکاران [۹] برای تیر کامپوزیتی جداردار و ضخیم، با در نظر گرفتن اثر اعوجاج داخل صفحه و برش عرضی، مدل خود را ارائه کردند. سینا و حدادپور [۱۰] نیز ارتعاشات محوری–پیچشی تیر جداردار کامپوزیتی دوّار را با در نظر گرفتن پیچش ساختاری و اعوجاج‌های اولیه و ثانویه‌ی مقطع بررسی کرده‌اند. در این پژوهش از روش گلرکین گسترش‌یافته برای دستیابی به مسئله‌ی مقدارویژه و محاسبه‌ی برخی مشخصه‌های ارتعاشات غیرخطی سازه استفاده شده است. با توجه به محدودیت‌های مدل‌های تحلیلی در هندسه‌ی سطح مقطع، دسته‌ی دیگری از تحقیقات به مدل‌سازی عددی سطح مقطع اختصاص یافته است. گیاوتو و همکاران [۱۱] روشی مبتنی بر حل المان محدود سطح مقطع تیر کامپوزیتی با ماده‌ی ناهمسانگرد و هندسه‌ی دلخواه ارائه کردند. برنامه‌ی کامپیوتری HANBA2، بر اساس این مدل‌سازی، ماتریس ۶×۶ سفتی مقطع و اعوجاج‌های داخل و خارج صفحه‌ی تیر منشوری (بدون خمش و پیچش اولیه) را محاسبه می‌کند. روش معروف دیگری برای تحلیل تیر کامپوزیتی با سطح مقطع و ماده‌ی ناهمسانگرد دلخواه توسط هاجز و همکاران [۱۲] ارائه شده است، که در آن مسئله‌ی سه‌بعدی و غیرخطی تیر با استفاده از روش مجانبی تغییرات به یک حل دوبعدی خطی در سطح مقطع و یک حل یک‌بعدی غیرخطی در امتداد تیر تبدیل می‌شود. با ترکیب نتایج این دو بخش، تقریب حل سه‌بعدی سازه حاصل می‌شود.

در مطالعه حاضر، کنترل فعال ارتعاشات تیر همسانگرد هوشمند اویلر–برنولی مجهز به دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین تیر تحت بارگذاری نقطه‌ای در انتهای آزاد بررسی شده است. در مرحله نخست، از این مدل به‌منظور شبیه‌سازی اولیه و ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده فازی استفاده شده و پاسخ سازه با سه رویکرد کنترل فازی، کنترل تناسبی–انتگرالی–مشتقی کلاسیک و کنترل تناسبی–انتگرالی–مشتقی تنظیم‌شده توسط منطق فازی بررسی شده است. همچنین، قابلیت هدایت تیر به موقعیت دلخواه خارج از نقطه تعادل با استفاده از کنترل فازی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در ادامه، کنترل ارتعاشات تیر–جعبه[1] کامپوزیتی با استفاده از یک مدل پیشرفته غیرکلاسیک مبتنی بر تحلیل دوبعدی سطح مقطع انجام شده است. این مدل، ضمن در نظر گرفتن کامل شش درجه آزادی، تمامی کوپلینگ‌های مادی و هندسی و اثرات برش عرضی، امکان تحلیل تیرهای کامپوزیتی با هندسه سطح مقطع دلخواه و مواد ناهمسانگرد را فراهم می‌کند. علاوه بر این، با استفاده از خروجی مدل کاهش‌یافته‌ی مقطع و استخراج معادلات

1. Box-beam

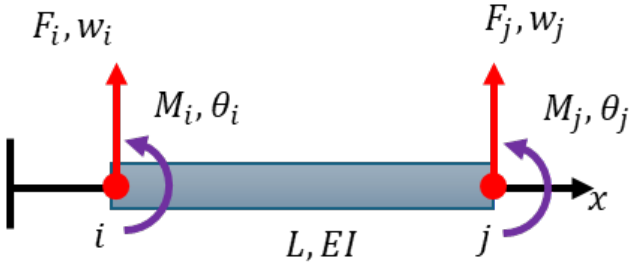
حاکم بر پایه روش انرژی و فرمول‌بندی المان محدود، روابط دینامیکی سیستم با ساختاری ساده‌تر و هزینه محاسباتی کمتر نسبت به مدل‌سازی‌های کامل سه‌بعدی به‌دست آمده‌اند؛ موضوعی که امکان استفاده کارآمد از روش را در تحلیل‌های تکرارشونده و مسائل بهینه‌سازی فراهم می‌کند. با وجود آن‌که در بسیاری از مطالعات پیشین، کنترل‌کننده‌های فازی عمدتاً بر روی تیرهای اویلر–برنولی پیاده‌سازی شده‌اند و یا استخراج معادلات حاکم با روابط پیچیده و پرهزینه همراه بوده است[۱۳]، در این پژوهش کنترل‌کننده فازی و کنترل تناسبی–انتگرالی–مشتقی برای یک تیر–جعبه کامپوزیتی غیرکلاسیک با کوپلینگ‌های کامل مادی و هندسی به‌کار گرفته شده‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که این رویکرد، علاوه بر کاهش مؤثر ارتعاشات، موجب بهبود ویژگی‌های دینامیکی سیستم از جمله کاهش دامنه پاسخ، کاهش بیش‌جهش و بهبود رفتار گذرا شده و امکان کنترل دقیق‌تر سازه‌های کامپوزیتی پیچیده را با هزینه محاسباتی کمتر نسبت به تحلیل‌های کامل سه‌بعدی فراهم می‌کند.

۲- مدل المان محدود تیر همسانگرد اویلر-برنولی

مدل المان محدود تیر اویلر–برنولی بر اساس المان دو نقطه‌ای شکل ۱ دارای چهار درجه آزادی به صورت جابه‌جایی عرضی و جابه‌جایی زاویه‌ای در هر گره محاسبه می‌شود. جابه‌جایی عرضی به صورت چندجمله‌ای درجه سه فرض می‌شود.

$$w(x,t) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 \qquad (۱)$$

با تعریف بردار درجات آزادی $q = [w_1 \;\; \theta_1 \;\; w_2 \;\; \theta_2]^T$، خیز تیر به



شکل ۱. المان تیر با چهار درجه آزادی.

Fig. 1. Beam element with four degrees of freedom.

کمک توابع شکل به صورت زیر گسسته می‌شود.

$$x(w,t) = \sum_{i=1}^{4} N_i(x) q_i(t) \qquad (۲)$$

که:

$$N_1(x) = 1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}$$
$$N_2(x) = x - 2l\frac{x^2}{l^2} + l\frac{x^3}{l^3}$$
$$N_3(x) = 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} \qquad (۳)$$
$$N_4(x) = -l\frac{x^2}{l^2} + l\frac{x^3}{l^3}$$

انرژی جنبشی و انرژی کرنشی خمشی این جزء تیر به صورت زیر است.

$$U(t) = \frac{1}{2}\int_0^l EI\left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right)^2 dx$$
$$T(t) = \frac{1}{2}\int_0^l \rho A\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right)^2 dx \qquad (۴)$$

که EI سفتی خمشی تیر، ρA چگالی بر واحد طول و l طول المان است. با جایگذاری رابطه (۲) در روابط انرژی (۴) خواهیم داشت:

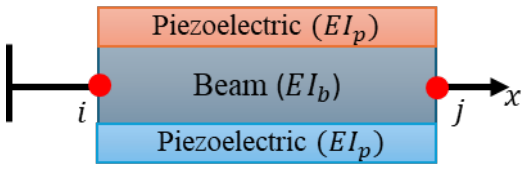
$$U(t) = \frac{1}{2} q^T [k] q$$
$$T(t) = \frac{1}{2} \dot{q}^T [m] \dot{q} \qquad (۵)$$

که اجزاء ماتریس‌های سفتی $[k]$ و جرم $[m]$ در رابطه زیر ارائه شده است.

$$K_{ij} = \int_0^l EI\, N_i'' N_j'' dx$$
$$m_{ij} = \int_0^l \rho A\, N_i N_j\, dx \qquad (۶)$$

اپراتور $(\dot{})$ مشتق نسبت به زمان و $(')$ مشتق نسبت به مختصه طولی تیر است. با محاسبه انتگرال‌های بالا، فرم ماتریسی ماتریس‌های سفتی و جرم زیر حاصل می‌شوند.

$$[k]=\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix}12 & 6l & -12 & 6l\\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2\\ -12 & -6l & 12 & -6l\\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2\end{bmatrix}$$
$$[m]=\frac{\rho Al}{420}\begin{bmatrix}156 & 22l & 54 & -13l\\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2\\ 54 & 13l & 156 & -22l\\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2\end{bmatrix} \quad (۷)$$



شکل ۲. المان تیر هوشمند اویلر-برنولی.

Fig. 2. Smart Euler-Bernoulli beam element.

المان تیر هوشمند با دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین مطابق شکل ۲ در نظر گرفته می‌شود.

ماتریس سفتی و جرم این المان نیز مشابه قبل محاسبه می‌شود. با این تفاوت که سفتی خمشی و جرم واحد طول به صورت معادل زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$EI_{eq}=EI_b+2EI_p$$
$$\rho A_{eq}=\rho A_b+2\rho A_p \quad (۸)$$

۳- مدل حسگر

همان‌طور که بیان شد، پیزوالکتریک ها به عنوان حسگر نیز قابل استفاده می‌باشند. با فرض مدل اولر برای یک لایه تیر پیزوالکتریک همسانگرد، جریان الکتریکی حاصل در اثر تغییر شکل به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد [۱].

$$i(t)=\left(\frac{t_b}{2}+t_p\right)b_pE_pd_{31}\int_l N''\,dx\,\dot{q} \quad (۹)$$

در رابطه بالا b_b عرض مقطع، t_b ضخامت مقطع لایه مرکزی، t_p ضخامت لایه پیزو، E_p مدول یانگ پیزو، d_{31} ثابت پیزوالکتریک و $N=[N_1\ N_2\ N_3\ N_4]^T$ بردار توابع شکل المان تیر است. ولتاژ نهایی سنسور حاصل از پیزو با ضرب گین G_s دستگاه تنظیم سیگنال در جریان به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$V_s(t)=G_s\left(\frac{t_b}{2}+t_p\right)b_bE_pd_{31}[0\ \ -1\ \ 0\ \ 1]\begin{bmatrix}w_1\\ \dot{\theta}_1\\ w_2\\ \dot{\theta}_2\end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

۴- مدل عملگر

با اعمال ولتاژ $V_a(t)$ به لایه پیزوالکتریک، تیر دچار تغییر شکل شده که در نتیجه با توجه به این خاصیت، می‌توان از پیزو به عنوان عملگر در سازه هوشمند بهره برد. نیروی معادل گره‌ای حاصل در المان تیر به صورت زیر قابل محاسبه است [۱].

$$f_a(t)=\frac{t_b+t_p}{2}b_bE_pd_{31}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}V_a(t) \quad (۱۱)$$

۵- معادلات دینامیکی تیر هوشمند

معادله حاکم بر تیر هوشمند اولر دارای دو لایه پیزوالکتریک به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$[M]\ddot{\tilde{q}}+[C]\dot{\tilde{q}}+[K]\tilde{q}=\tilde{f}_a+\tilde{f} \quad (۱۲)$$

در رابطه بالا ماتریس‌ها سفتی و جرم تیر از تجمیع ماتریس‌های المان‌های تیر حاصل می‌شود. همچنین علامت $(\tilde{})$ جهت تعمیم بارگذاری و درجات آزادی برای کل تیر دارای تعداد المان دلخواه است. ماتریس میرایی

$[C]$ نیز به صورت نسبتی خطی از ماتریس‌های سفتی و جرم در نظر گرفته می‌شود [۱۴]، به نحوی که:

$$[C]=\alpha[M]+\beta[K] \tag{۱۳}$$

جهت حل معادله دینامیکی تیر با روش مودال لازم است ابتدا فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها محاسبه شوند. در محاسبه فرکانس طبیعی، تیر بدون بارگذاری و میرایی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به ارائه نتایج برای تیر یکسرگیردار با اعمال بار نقطه‌ای در انتهای تیر، برای حل دینامیکی تنها از فرکانس و شکل مود اول تیر استفاده می‌شود. در نتیجه، ماتریس درجات آزادی تیر به صورت زیر فرض می‌شود.

$$\tilde{q}=\varphi_1\eta_1(t) \tag{۱۴}$$

در رابطه بالا φ_1 بردار شکل مود اول تیر و η_1 تابع زمانی مجهول است. با جایگذاری رابطه بالا در معادله دینامیکی (۱۲) و ضرب طرفین در شکل مود، رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}&\varphi_1^T[M]\varphi_1\ddot{\eta}_1+\varphi_1^T[C]\varphi_1\dot{\eta}_1\\&+\varphi_1^T[K]\varphi_1\eta_1=\varphi_1^T(\tilde{f}_a+\tilde{f})\end{aligned} \tag{۱۵}$$

ضرایب رابطه (۱۵) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}&\varphi_1^T[M]\varphi_1=m_1\\&\varphi_1^T[K]\varphi_1=m_1\omega_1^2\\&\varphi_1^T[C]\varphi_1=m_1\left(\alpha+\beta\omega_1^2\right)\end{aligned} \tag{۱۶}$$

در نتیجه رابطه مودال نهایی به صورت زیر خواهد بود.

$$\ddot{\eta}_1+\left(\alpha+\beta\omega_1^2\right)\dot{\eta}_1+\omega_1^2\eta_1=\varphi_1^T\frac{(\tilde{f}_a+\tilde{f})}{m_1} \tag{۱۷}$$

جهت حل معادله بالا روی زمان از بسط مرکزی استفاده می‌شود. در نتیجه رابطه گسسته‌سازی شده به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}&\frac{\eta_1^{n+1}-2\eta_1^{n}+\eta_1^{n-1}}{\Delta t^2}\\&+\left(\alpha+\beta\omega_1^2\right)\frac{\eta_1^{n+1}-\eta_1^{n-1}}{2\Delta t}\\&+\omega_1^2\eta_1^{n}=\varphi_1^T\frac{(\tilde{f}_a+\tilde{f})}{m_1}\end{aligned} \tag{۱۸}$$

در نتیجه پاسخ دینامیکی مسئله با استفاده از رابطه بالا و شرایط اولیه داده شده به آسانی قابل محاسبه است.

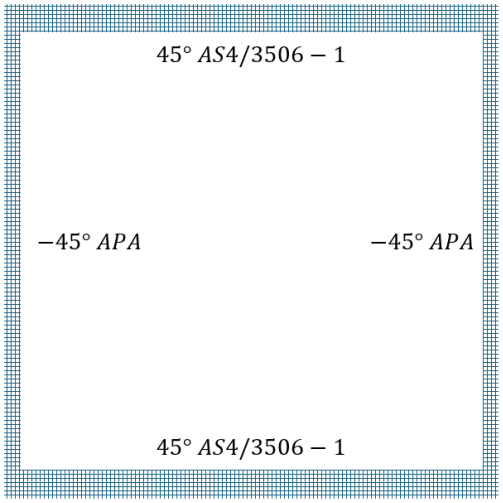
۶- تیر هوشمند کامپوزیتی

در این قسمت برای مدل‌سازی و کنترل تیر هوشمند کامپوزیتی، از تیر–جعبه کامپوزیتی ارائه‌شده در مرجع [۱۵] استفاده شده است. در مرحله نخست، برای شبیه‌سازی اولیه و بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌ها، تیر هوشمند همسانگرد با استفاده از تئوری اویلر–برنولی مدل‌سازی شده است، زیرا در این مرحله هدف اصلی، ارزیابی اولیه پاسخ دینامیکی و عملکرد روش‌های کنترلی بوده و اثرات برش عرضی و کوپلینگ‌های پیچیده سازه‌ای قابل صرف‌نظر کردن هستند. در ادامه، به‌منظور مدل‌سازی دقیق‌تر تیر هوشمند کامپوزیتی، از تئوری تیر تیموشنکو و مدل غیرکلاسیک مبتنی بر تحلیل دوبعدی سطح مقطع استفاده شده است. همانطور که در شکل ۳ مشخص شده، تیر کامپوزیتی مورد استفاده دارای مقطع جعبه‌ای با لایه‌بندی کامپوزیتی است که خواص مکانیکی و ماتریس سفتی مقطع آن با استفاده از روش Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis (VABS) محاسبه شده و در جدول ۱ گزارش شده است. این روش امکان در نظر گرفتن دقیق و کامل تمامی کوپلینگ‌های مادی و هندسی بین شش درجه آزادی تیر را فراهم می‌کند. همچنین، وجود ناهمسانگردی مواد، کوپلینگ‌های کششی–پیچشی و اثرات برش عرضی، استفاده از مدلی دقیق‌تر نسبت به تئوری اویلر–برنولی را ضروری می‌سازد و تئوری تیموشنکو قادر است رفتار واقعی سازه‌های کامپوزیتی را با دقت بیشتری توصیف کند. با محاسبه ماتریس‌های سفتی و جرم تیر کامپوزیتی، روند حل مسئله مشابه بخش‌های قبل دنبال شده است. این ماتریس‌ها با استفاده از روش کاهش ابعاد ارائه‌شده در مرجع[۱۶] قابل استخراج هستند. طبق این مرجع، با استفاده

از ماتریس سفتی مقطع تیر، ماتریس خواص جرم مقطع و انرژی‌های کرنشی و جنبشی یک‌بعدی تیر، می‌توان به ماتریس‌های سفتی و جرم المان تیر دست یافت. انرژی‌های یک‌بعدی المان تیر به‌صورت زیر بیان می‌شوند.

$$U^e = \frac{1}{2}\int_l \{\Gamma^T S \Gamma\} dx_1$$
$$T^e = \frac{1}{2}\int_l \{\chi^T I \ddot{\chi}\} dx_1 \quad (۱۹)$$

در رابطه (۱۹)، بردار شش‌تایی Γ کرنش‌های مقطع تیر و χ بردار شش‌تایی تغییر شکل‌های مقطع شامل کشش، دو تغییر شکل عرضی، پیچش و دو خمش زاویه‌ای مطابق مرجع [۱۶] است. اگر کرنش‌ها و تغییر شکل‌های موجود در رابطه (۱۹) بر حسب درجات آزادی المان تیر بیان شود، ماتریس سفتی و جرم المان تیر به آسانی قابل محاسبه خواهد بود. برای مدل المان‌محدود تیر به فرم تیموشنکو با توجه به وجود سفتی برای درجات آزادی برشی و جلوگیری از اثر نامطلوب قفل برشی، از المان سه‌گره‌ای مطابق شکل ۴ استفاده می‌شود. این المان در هر گره دارای ۶ درجه آزادی شامل سه تغییر شکل جابه‌جایی (u, v, w) و سه تغییر زاویه مقطع $(\varphi_{x1}, \varphi_{x2}, \varphi_{x3})$ به ترتیب در راستای محورهای اصلی می‌باشد. در نتیجه در مجموع ۱۸ درجه



شکل ۳. مدل المان محدود تیر-جعبه کامپوزیتی[۱۵].

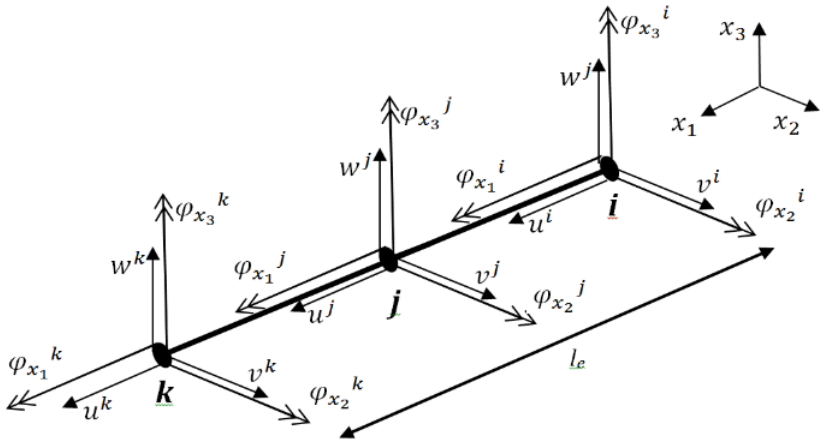
Fig. 3. Finite element model of the composite box beam [15].

آزادی برای المان در نظر گرفته می‌شود توابع چند جمله‌ای جهت تقریب تغییر درجات آزادی در طول المان استفاده می‌شود. ماتریس ستونی درجات آزادی المان تیر به صورت زیر خواهد بود.

جدول ۱. خواص تیر هوشمند کامپوزیتی [۱۵].

Table 1. Properties of the smart composite beam [15].

APA	AS4/3506-1		
۴۲/۲	۱۴۲	(GPA)	E_{11}
۱۷/۵	۹/۸	(GPA)	E_{22}
۵/۵	۶	(GPA)	G_{12}
۴/۴	۴/۸	(GPA)	G_{23}
۰/۳۵۴	۰/۳	-	v_{12}
۰/۴۲	۰/۴۲	-	v_{23}
$۳/۸۱\times۱۰^{-۱۰}$	–	(m/V)	d_{111}
$-۱/۶\times۱۰^{-۱۰}$	–	(m/V)	d_{112}
۰/۱۲۷	۰/۱۲۷	(mm)	ضخامت
۱/۱۴۳	–	(mm)	فاصله الکترودها



شکل ۴. المان سه‌گره‌ای تیر با ۱۸ درجه آزادی [۱۶].

Fig. 4. Three-nodded beam element with 18 degrees of freedom [16].

$$\delta = [u^i \;\; v^i \;\; w^i \;\; \varphi_{x1}{}^i \;\; \varphi_{x2}{}^i \;\; \varphi_{x3}{}^i \;\; u^j \;\; v^j \;\; w^j \;\; \varphi_{x1}{}^j \;\; \varphi_{x2}{}^j \;\; \varphi_{x3}{}^j \;\; u^k \;\; v^k \;\; w^k \;\; \varphi_{x1}{}^k \;\; \varphi_{x2}{}^k \;\; \varphi_{x3}{}^k] \quad (۲۰)$$

در نتیجه، کرنش‌ها و تغییر شکل‌های مقطع بر اساس ماتریس درجات آزادی بیان می‌شوند:

$$\Gamma = R\,\delta \qquad \chi = N\,\delta \quad (۲۱)$$

ماتریس‌های ۱۸×۱۸ سفتی و جرم المان تیر کامپوزیتی، از رابطه (۲۲) بدست می‌آیند.

$$k^c = \int_l R^T S\, R\, dx \quad (۲۲)$$

$$m^c = \int_l N^T I\, N\, dx$$

با محاسبه ماتریس‌های سفتی و جرم المان تیر کامپوزیتی و کوپل این ماتریس‌ها، می‌توان مجدداً از روابط دینامیکی (۱۱) و فرم گسسته‌شده (۱۸) برای استخراج پاسخ دینامیکی سیستم استفاده کرد. ماتریس سفتی مقطع تیر کامپوزیتی حاصل از تحلیل VABS[1] در جدول ۲ ارائه شده است. همچنین، در حل تیر کامپوزیتی نیز همانند بخش قبل، تنها از مود اول جهت تحلیل و کنترل ارتعاشات استفاده شده است.

۷- طراحی کنترلگر تیر هوشمند

هدف اصلی این مقاله بررسی عملکرد کنترل تیر هوشمند با استفاده از منطق فازی می‌باشد.

بدین منظور لازم است قوانین فازی بین ولتاژ حسگر و ولتاژ عملگر به صورت زیر تعیین شود.

۱- “.IF “Vs is N” THEN “Va is P

۲- “.IF “Vs is Z” THEN “Va is Z

۳- “.IF “Vs is P” THEN “Va is N

توابع تعلق ولتاژ حسگر و عملگر در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است.

مدل کنترل‌گر فازی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

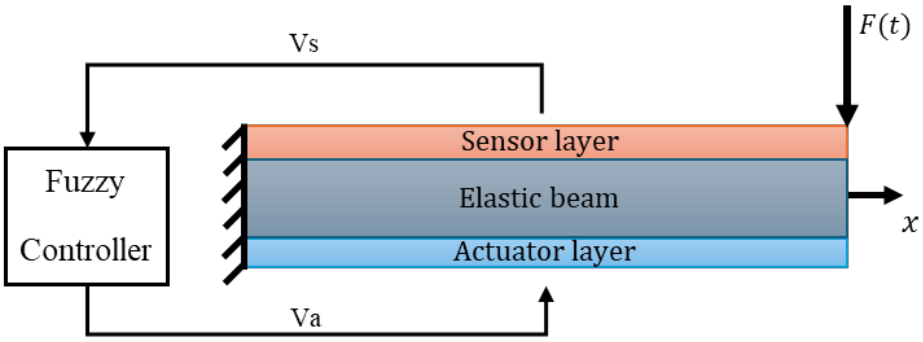
$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^{3} \bar{y}^i \mu_s{}^i(V_s)}{\sum_{i=1}^{3} \mu_s{}^i(V_s)} \quad (۲۳)$$

1. Variational Asymptotic Beam Sectional (Analysis)

جدول ۲. ماتریس سفتی تیر هوشمند کامپوزیتی[۱۳].

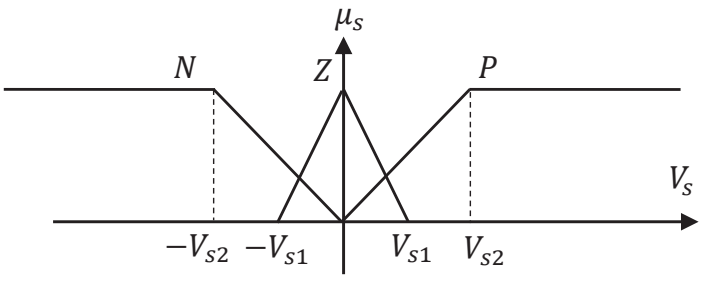
Table 2. Stiffness matrix of the smart composite beam [13].

۷/۹۷۷	(N)	$S_{11} \times 10^{5}$
-۷/۰۳۱	$(N\ m)$	$S_{14} \times 10^{-3}$
۲/۵۴۸	(N)	$S_{22} \times 10^{5}$
۱/۹۶۲	$(N\ m)$	$S_{25} \times 10^{3}$
۲/۲۹۶	(N)	$S_{33} \times 10^{5}$
-۲/۸۰۵	$(N\ m)$	$S_{36} \times 10^{2}$
۸/۶۹۵	$(N\ m^2)$	$S_{44} \times 10^{1}$
۹/۰۳۹	$(N\ m^2)$	$S_{55} \times 10^{1}$
۷/۹۴۴	$(N\ m^2)$	$S_{66} \times 10^{1}$



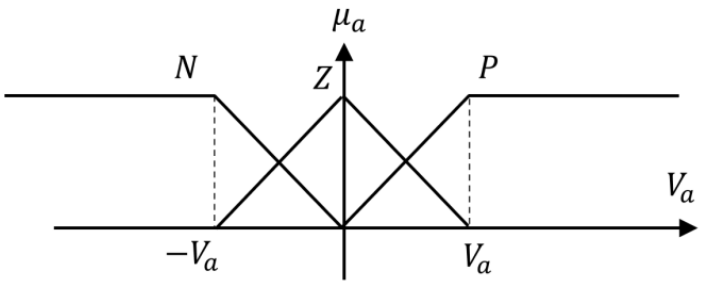
شکل ۵. مدل تیر هوشمند.

Fig. 5. Model of the smart beam.



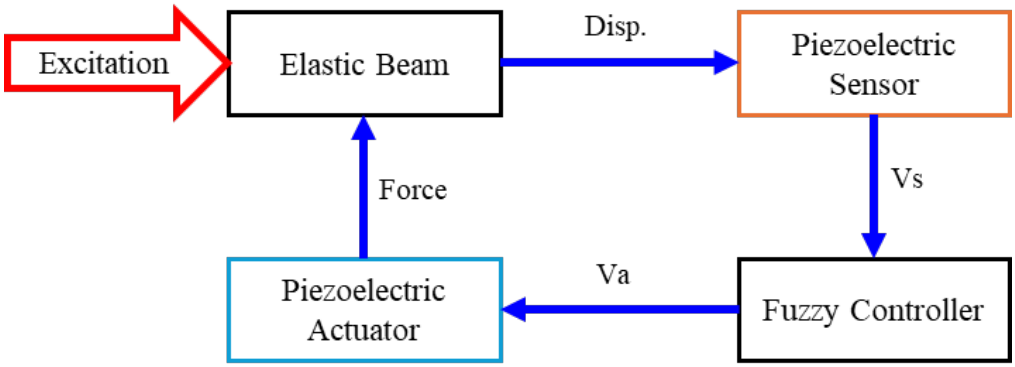
شکل ۶. نمودار تابع تعلق ولتاژ حسگر.

Fig. 6. Membership function plot of sensor voltage.



شکل ۷. نمودار تابع تعلق ولتاژ عملگر.

Fig. 7. Membership function plot of actuator voltage.



شکل ۸. نمودار کنترلگر فازی.

Fig. 8. Structure of the fuzzy controller.

در رابطه بالا $\bar{y}^i$ مقدار تابع تعلق ولتاژ عملگر در نقاط بیشینه است. نمودار کنترلگر فازی نیز در شکل ۸ ارائه شده است.

در صورت استفاده از کنترلگر کلاسیک تناسبی–انتگرالی–مشتقی، ولتاژ عملگر به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$V_a = K_p V_s + K_d \dot{V}_s + K_i \int V_s \, dt \qquad (۲۴)$$

جهت تعیین ضرایب کنترلگر تناسبی–انتگرالی–مشتقی می‌توان از منطق فازی استفاده نمود. بدین منظور لازم است از قوانین فازی مطابق مرجع [۱۷] استفاده گردد.

۸- نتایج و بحث

در این بخش نتایج کنترل برای تیر اویلر–برنولی و کامپوزیتی هوشمند ارائه شده است. تیر اولر دارای طول ۰/۹ متر بوده و سایر ویژگی‌های این تیر در جدول ۳ اشاره شده است.

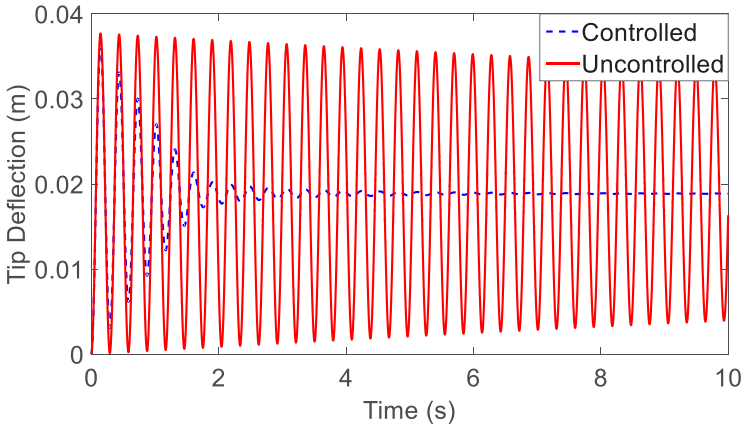
لایه پیزو دارای ضریب $d_{31} = ۲۶۵\times۱۰^{-۱۲}$ و گین برابر ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. همچنین مقادیر V_{s1} و V_{s2} در شکل ۵ به ترتیب ۰/۰۰۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱ در نظر گرفته شده است. در شکل ۹ نمودار کنترل این تحت بار نقطه‌ای ثابت ۱ نیوتون ارائه شده است. مقدار V_a در شکل ۷ برابر ۵ ولت در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۰ ولتاژ عملگر در حین کنترل رسم شده است. شکل ۱۱ نشان دهنده تفاوت پاسخ فرکانسی تیر در حالت کنترل شده و کنترل نشده است.

در شکل ۱۲ کنترل فازی تیر تحت بار ضربه‌ای با دامنه ۱۰ نیوتون وارد

جدول ۳. ویژگی‌های تیر هوشمند اویلر-برنولی.

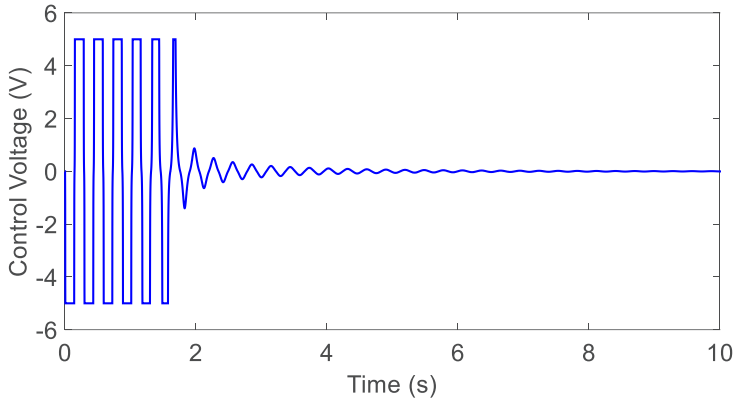
Table 3. Properties of the smart Euler-Bernoulli beam.

	عرض	ارتفاع
لایه میانی	$b_b = ۳۰ mm$	$t_b = ۳ mm$
لایه پیزوالکتریک	$b_p = ۳۰ mm$	$t_p = ۰/۶ mm$
	مدول یانگ	چگالی
لایه میانی	$E_b = ۶۹ Gpa$	$\rho_b = ۲۷۰۰ \frac{kg}{m^۳}$
لایه پیزوالکتریک	$E_p = ۶۶/۶ Gpa$	$\rho_p = ۷۴۰۰ \frac{kg}{m^۳}$



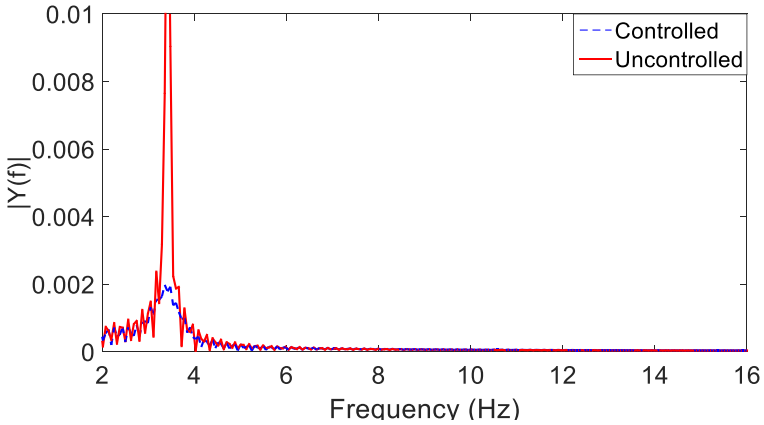
شکل ۹. کنترل فازی تیر هوشمند اولر تحت بار ثابت.

Fig. 9. Fuzzy control response of the smart Euler beam under constant load.



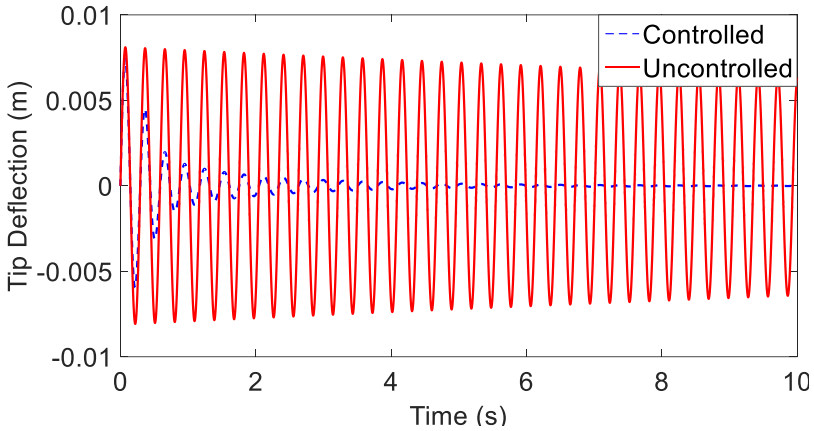
شکل ۱۰. ولتاژ عملگر تیر هوشمند اولر تحت بار ثابت.

Fig. 10. Actuator voltage of the smart Euler beam under constant load.



شکل ۱۱. پاسخ فرکانسی تیر هوشمند اولر تحت بار ثابت.

Fig. 11. Frequency response of the smart Euler beam under constant load.



شکل ۱۲. کنترل فازی تیر هوشمند اولر تحت بار ضربه.

Fig. 12. Fuzzy control response of the smart Euler beam under impulsive loading.

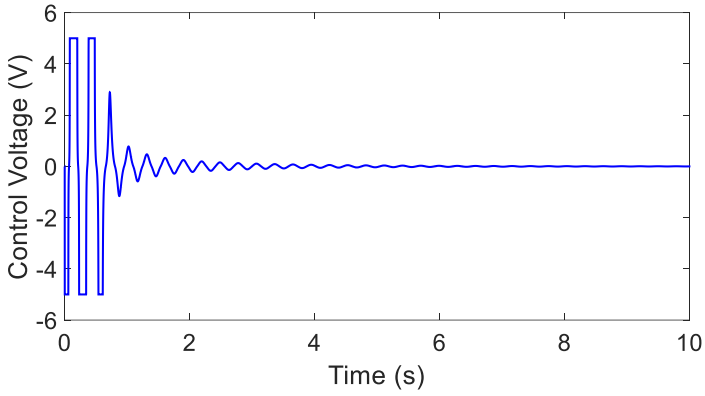
شده در زمان ۰/۰۰۱ ثانیه است. مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده فازی به سرعت ارتعاشات را مهار کرده و پاسخ سیستم را به حالت تعادل بازمی‌گرداند. این رفتار نشان‌دهنده توانایی کنترل فازی در مدیریت بارهای ناگهانی و ضربه‌ای است که در سازه‌های واقعی هوایی و توربین‌های بادی بسیار رایج می‌باشد.

در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ به ترتیب ولتاژ اعمال‌شده به عملگر پیزوالکتریک و پاسخ فرکانسی انتهای تیر را نمایش می‌دهند. ولتاژ مورد نیاز عملگر تنها ۵ ولت است که این مقدار از نظر عملی مطلوب بوده و نشان‌دهنده امکان پیاده‌سازی روش پیشنهادی برای سازه‌های عملی است.

در شکل ۱۵ کنترل تیر با ولتاژ حداکثر ۵۰ ولت نشان داده شده است که بیان‌گر توانایی سیستم کنترلی در کنترل ارتعاشات سازه در زمان دلخواه است.

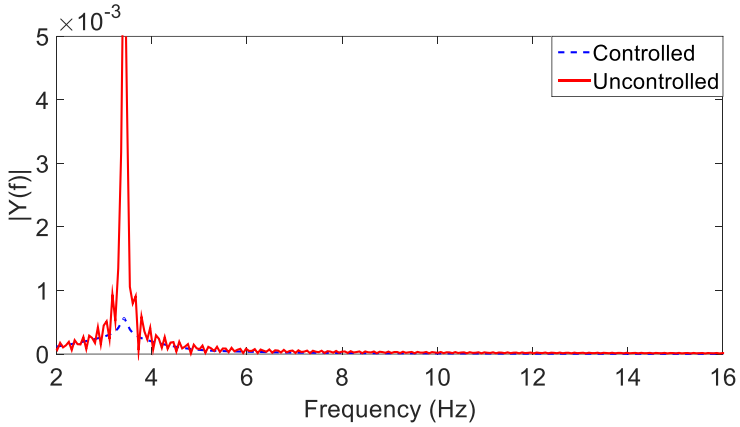
در شکل ۱۶ کنترل برای قرار گرفتن انتهای تیر در موقعیت مشخص ۰/۰۱ متر انجام شده است. در این شکل کنترل با ولتاژهای حداکثری ۱۰۰، ۲۵ و ۱۰ ولت ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که در ولتاژ حداکثر ۱۰۰ ولت، بیش‌جهش بسیار ناچیز بوده و تیر به سرعت و با دقت بالا به موقعیت مورد نظر می‌رسد.

در شکل ۱۷ کنترل تناسبی–انتگرالی–مشتقی تیر با ضرایب تناسبی،



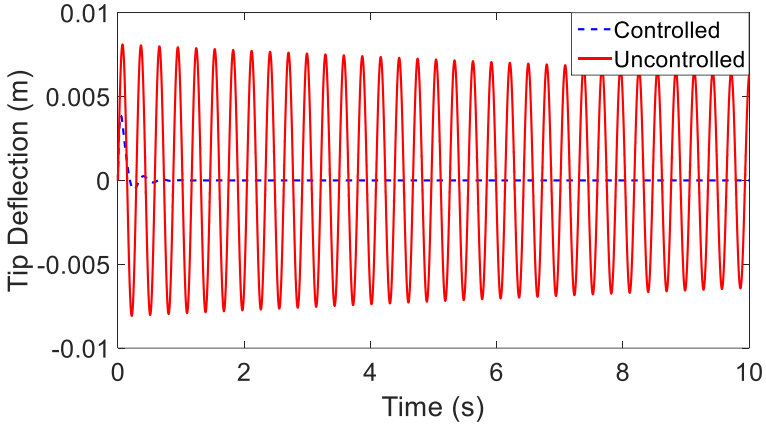
شکل ۱۳. ولتاژ عملگر تیر هوشمند اولر تحت بار ضربه.

Fig. 13. Actuator voltage of the smart Euler beam under impulsive loading.



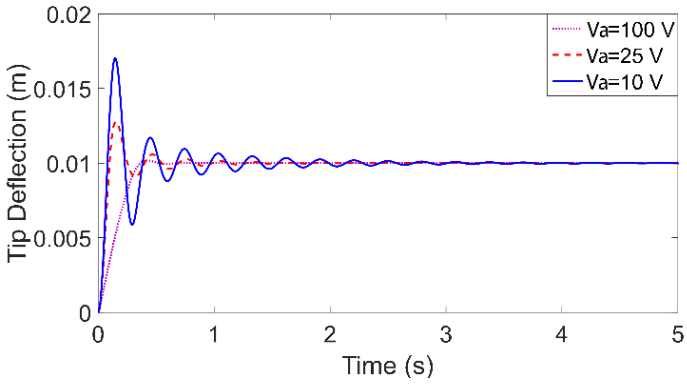
شکل ۱۴. پاسخ فرکانسی تیر هوشمند اولر تحت بار ضربه.

Fig. 14. Frequency response of the smart Euler beam under impulsive loading.



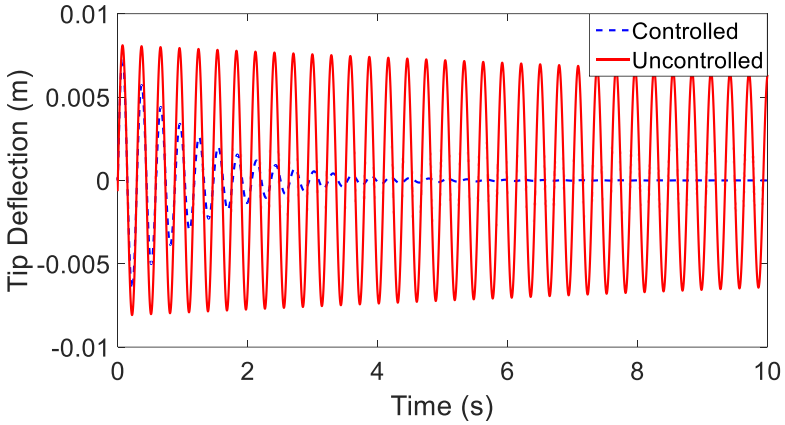
شکل ۱۵. کنترل فازی تیر هوشمند اولر تحت بار ضربه.

Fig. 15. Fuzzy control response of the smart Euler beam under impulsive loading.



شکل ۱۶. کنترل فازی تیر هوشمند اولر در موقعیت ۰/۰۱ متر.

Fig. 16. Fuzzy control response of the smart Euler beam at the position of 0.01 m.



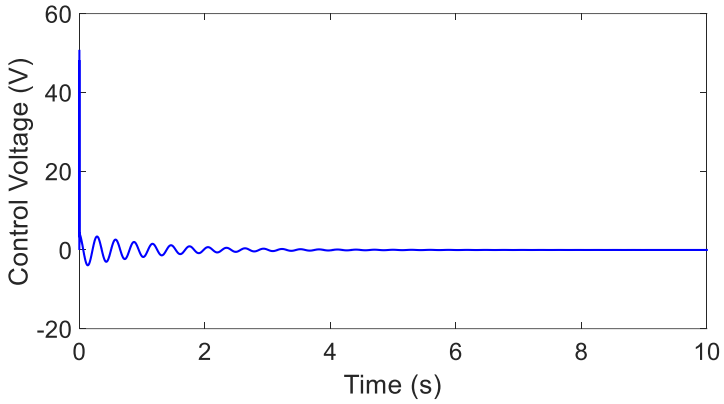
شکل ۱۷. کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی تیر هوشمند اولر تحت بار ضربه.

Fig. 17. PID control response of the smart Euler beam under impulsive loading.

انتگرالی و مشتقی ۱۰۵، ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰ تحت بار ضربهای بیان شده نشان داده شده است. در شکل ۱۸ نیز ولتاژ عملگر در این مدل کنترلی نشان داده شده است. در شکل ۱۹ با استفاده از قوانین فازی و روش ارائه شده در مرجع [۱۵] ضرایب کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی با استفاده از منطق فازی محاسبه شده و با کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی با ضرایب ثابت بیان شده مقایسه شده است. در این مدل مؤلفههای مربوط به ضریب تناسبی کمینه و بیشینه به صورت $K_{p,\min}=10^{3}$ و $K_{p,\max}=10^{5}$ و ضریب مشتقی کمینه و بیشینه $K_{d,\min}=5\times10^{2}$ و $K_{d,\max}=5\times10^{3}$ در نظر گرفته شده است.

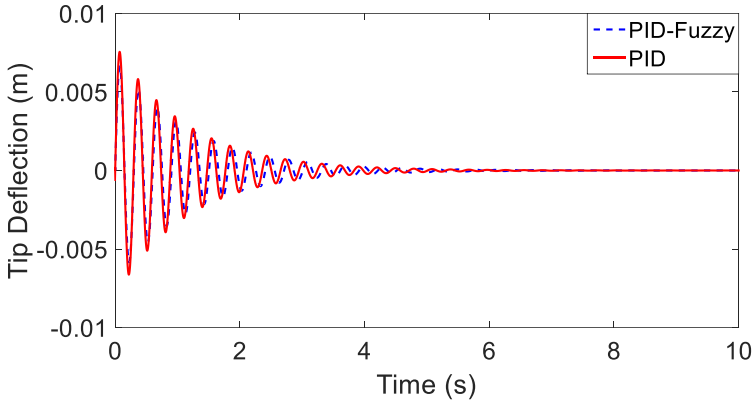
در شکل ۲۰، کنترل فازی تیر هوشمند کامپوزیتی تحت بار ضربهای به صورت ۱۰۰ نیوتون نیروی برشی و ۱۰ نیوتون-متر گشتاور خمشی در انتها اعمال شده است. طبق مرجع [۱۵]، با اعمال ولتاژ ۲۰۰۰ ولت بر دیوارههای تیر قوطی، بار برشی معادل ۲۲۷ نیوتون بر متر تولید میشود. در مطالعه حاضر نیز با استفاده از همین ولتاژ و بارهای ضربهای، کنترل فعال ارتعاشات تیر کامپوزیتی انجام شده است. نتایج به وضوح نشان میدهد که کنترلکننده فازی نسبت به حالت بدون کنترل، دامنه نوسان را بهطور قابل توجهی کاهش داده و با بیشجهش بسیار کمتر، ارتعاشات را مهار میکند. این رفتار، قابلیت روش فازی را در کنترل سازههای کامپوزیتی با کوپلینگهای پیچیده به خوبی نمایان میسازد.

همچنین، سرعت خطی لبه تیر هوشمند کامپوزیتی و مقدار ولتاژ عملگر بهترتیب در شکلهای ۲۱ و ۲۲ نشان داده شدهاند. نتایج شکل ۲۱ بیانگر آن است که با استفاده از کنترلکننده فازی، دامنه نوسانات



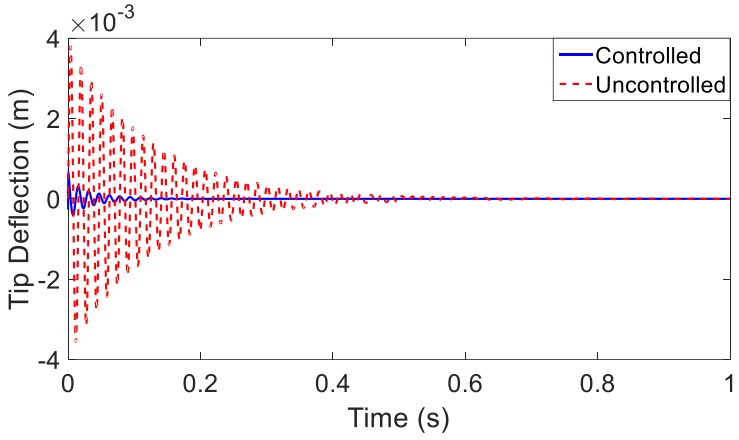
شکل ۱۸. ولتاژ عملگر تیر هوشمند اولر تحت بار ضربه.

Fig. 18. Actuator voltage of the smart Euler beam under impulsive loading.



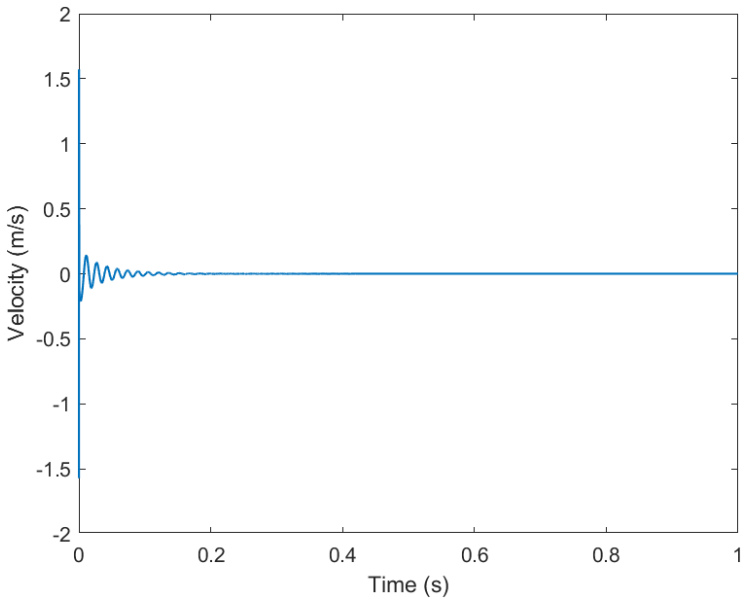
شکل ۱۹. مقایسه کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی با کنترل فازی در تیر هوشمند اولر.

Fig. 19. Comparison between PID and fuzzy controllers for the smart Euler beam.



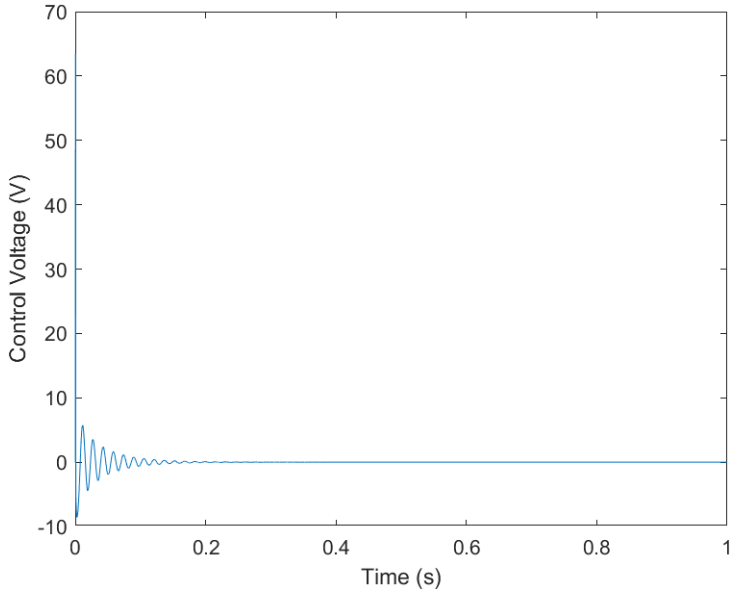
شکل ۲۰. مقایسه پاسخ تیر هوشمند کامپوزیتی تحت بار ضربه تحت کنترل فازی.

Fig. 20. Dynamic response of the smart composite beam under impulsive loading using fuzzy control.



شکل ۲۱. سرعت خطی انتهای تیر هوشمند کامپوزیتی.

Fig. 21. Linear velocity at the free end of the smart composite beam.

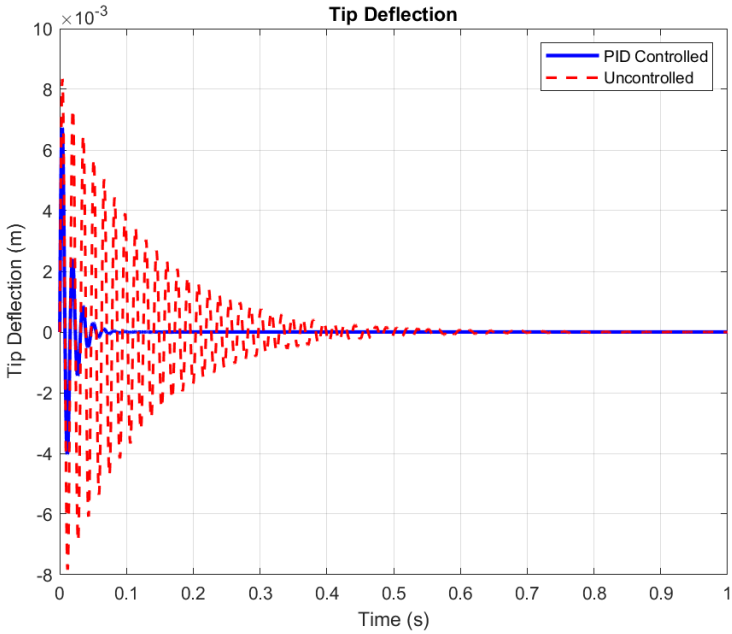


شکل ۲۲. ولتاژ عملگر تیر هوشمند کامپوزیتی.

Fig. 22. Actuator voltage of the smart composite beam.

سرعت در مدت زمان کوتاه‌تری مستهلک شده و پاسخ دینامیکی سیستم به سمت حالت پایدار هدایت می‌شود. کاهش سریع دامنه سرعت نشان‌دهنده توانایی مناسب کنترل‌کننده در جذب انرژی ارتعاشی و جلوگیری از تداوم نوسانات در سازه کامپوزیتی است. همچنین، عدم وجود نوسانات شدید و رفتار نرم‌تر پاسخ سرعت، بیانگر پایداری مناسب سیستم کنترلی در حضور کوپلینگ‌های پیچیده مادی و هندسی تیر کامپوزیتی می‌باشد.

علاوه بر این، شکل ۲۲ تغییرات ولتاژ اعمالی توسط عملگر پیزوالکتریک



شکل ۲۳. مقایسه پاسخ تیر هوشمند کامپوزیتی تحت بار ضربه تحت کنترل تناسبی–انتگرالی–مشتقی.

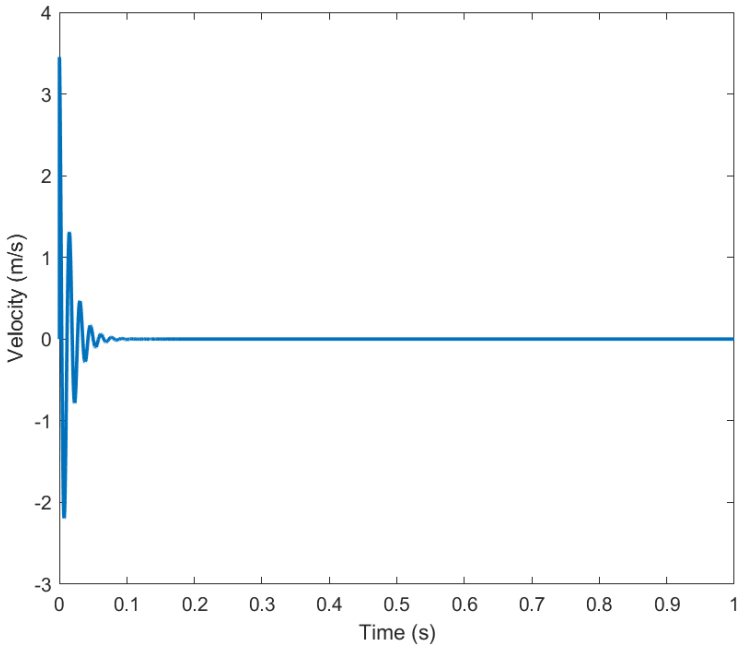
Fig. 23. Dynamic response of the smart composite beam under impulsive loading using PID control.

را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده فازی با تولید ولتاژ کنترلی مناسب و بدون تغییرات ناگهانی شدید پس از اولین نوسان، قادر به تأمین نیروی لازم برای کاهش ارتعاشات سیستم بوده است. رفتار ولتاژ کنترلی نشان می‌دهد که سیستم کنترل، ضمن حفظ پایداری، از اعمال سیگنال‌های کنترلی غیرواقعی و بسیار بزرگ جلوگیری کرده و در نتیجه قابلیت پیاده‌سازی عملی آن در سامانه‌های هوشمند واقعی افزایش می‌یابد. این نتایج نشان می‌دهد که کنترل‌کننده فازی علاوه بر کاهش مؤثر ارتعاشات، از نظر میزان انرژی کنترلی موردنیاز نیز عملکرد مناسبی دارد.

در شکل ۲۳ کنترل تناسبی–انتگرالی–مشتقی تیر با ضرایب تناسبی و مشتقی ۱۰ و ۰/۲، تحت بار ضربه‌ای نشان داده شده است. در مقایسه با کنترل‌کننده فازی ، کنترل‌کننده تناسبی–انتگرالی–مشتقی در شرایط آزمایش حاضر و با ضرایب اعمال‌شده، نوسانات بیشتری نشان داده است. در مدت زمان مشابه، پاسخ سیستم با کنترل فازی دارای بیش‌جهش کمتری بوده است. همچنین، شکل ۲۴ سرعت خطی انتهای تیر را نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنه نوسانات سرعت در کنترل‌کننده تناسبی–انتگرالی–مشتقی با ضرایب حاضر تقریباً دو برابر دامنه نوسانات سرعت در زمان متناظر با کنترل فازی است.

۹- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، کنترل فعال ارتعاشات تیرهای هوشمند همسانگرد و تیر–جعبه کامپوزیتی غیرکلاسیک مجهز به لایه‌های پیزوالکتریک با استفاده از کنترل‌کننده‌های فازی، کنترل‌کننده تناسبی–انتگرالی–مشتقی کلاسیک و کنترل‌کننده تناسبی–انتگرالی–مشتقی تنظیم‌شده توسط منطق فازی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان داد که کنترل‌کننده‌های هوشمند، به‌ویژه کنترل‌کننده فازی، عملکرد بهتری نسبت به کنترل‌کننده کلاسیک در کاهش دامنه ارتعاشات، کاهش بیش‌جهش و کوتاه‌تر شدن زمان نشست دارند و قادرند رفتار گذرای سیستم را بهبود دهند. همچنین، استفاده از مدل غیرکلاسیک مبتنی بر تحلیل دوبعدی سطح مقطع، ضمن در نظر گرفتن کامل شش درجه آزادی، کوپلینگ‌های مادی و هندسی و اثرات برش عرضی، امکان تحلیل دقیق تیرهای کامپوزیتی با هندسه و خواص پیچیده را با هزینه محاسباتی کمتر نسبت به مدل‌سازی کامل سه‌بعدی فراهم کرده است. در مجموع، نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تلفیق مدل‌های کاهش‌یافته غیرکلاسیک با روش‌های کنترل هوشمند، رویکردی کارآمد و دقیق برای کنترل ارتعاشات سازه‌های کامپوزیتی پیشرفته محسوب می‌شود و می‌تواند بستر مناسبی برای توسعه کاربردهای مهندسی و مطالعات آینده در زمینه کنترل سازه‌های سبک و انعطاف‌پذیر فراهم سازد.



شکل ۲۴. سرعت خطی انتهای تیر هوشمند کامپوزیتی.

Fig. 24. Linear velocity at the free end of the smart composite beam.

منابع

[1] S. Kumar, R. Srivastava, R. Srivastava, Active vibration control of smart piezo cantilever beam using pid controller, International Journal of Research in Engineering and Technology, 3(1) (2014) 392–399.

[2] A. Karami-Mohammadi, A. Sadr, An active vibration control of beam by piezo electric with Fuzzy approach, International Journal of Signal System Control and Engineering Application, 2 (2009) 1–7.

[3] S. Kapuria, M.Y. Yasin, Active vibration control of piezoelectric laminated beams with electroded actuators and sensors using an efficient finite element involving an electric node, Smart Materials and Structures, 19(4) (2010).

[4] C. Vasques, J.D. Rodrigues, Active vibration control of smart piezoelectric beams: comparison of classical and optimal feedback control strategies, Computers & Structures, 84(22-23) (2006) 1402–1414.

[5] M.N. Alam, Active vibration control of a piezoelectric beam using PID controller: Experimental study, Latin American Journal of Solids and Structures, 9 (2012) 657–673.

[6] K. Singh, S. Sharma, R. Kumar, M. Talha, Vibration control of cantilever beam using poling tuned piezoelectric actuator, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 51(4) (2023) 2217–2240.

[7] M. Cui, H. Liu, H. Jiang, Y. Zheng, X. Wang, W. Liu, Active vibration optimal control of piezoelectric cantilever beam with uncertainties, Measurement and Control, 55(5-6) (2022) 359–369.

[8] A. Hashemi, J. Jang, S. Hosseini-Hashemi, Smart active vibration control system of a rotary structure using piezoelectric materials, Sensors, 22(15) (2022).

[9] S.N. Jung, V. Nagaraj, I. Chopra, Assessment of composite rotor blade modeling techniques, Journal of the American Helicopter Society, 44(3) (1999) 188–205.

[10] S. Sina, H. Haddadpour, Axial–torsional vibrations of rotating pretwisted thin walled composite beams, International Journal of Mechanical Sciences, 80 (2014) 93–101.

[11] V. Giavotto, M. Borri, P. Mantegazza, G. Ghiringhelli, V. Carmaschi, G.C. Maffioli, F. Mussi, Anisotropic beam theory and applications, Computers & Structures, 16(1-4) (1983) 403–413.

[12] W. Yu, D.H. Hodges, J.C. Ho, Variational asymptotic beam sectional analysis–an updated version, International Journal of Engineering Science, 59 (2012) 40–64.

[13] M. Ghorashi, Dynamics of Elastic Nonlinear Rotating Composite Beams with Embedded Actuators, PhD Thesis, Carleton University, 2009.

[14] Z.-F.F.J. He, Modal Analysis, 1st Edition ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, United Kingdom, 2001.

[15] C. Cesnik, R. Palacios, Modeling piezocomposite actuators embedded in slender structures, in: 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2003, pp. 1803.

[16] E. Ghafari, Analysis of 3D Composite Beams Using Dimensional Reduction Method, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, 2014.

[17] L.-X. Wang, A course in fuzzy systems, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1997.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

E. Ghafari, H. Moeenfard, M. A. Bagheri , Active Vibration Control of Isotropic and Composite Smart Beams with Piezoelectric Layers and Fuzzy Logic, Amirkabir J. Mech Eng., 57(11) (2026) 1389-1410.

DOI: 110.22060/mej.2026.25546.7952

این صفحه عمداً خالی است