

Numerical investigation of natural convection heat transfer enhancement in a tall rectangular enclosure by three rotating cylinders

Hesam Moayedi*

Faculty of Chemical and Industrial Engineering, University of Science and Technology of Mazandaran, Behshahr, Iran

ABSTRACT

This study numerically investigates the effects of different arrangements of three rotating cylinders inside a tall rectangular enclosure on the flow pattern and enhancement of natural convection heat transfer. The two-dimensional, steady, single-phase flow and energy equations were solved using the finite volume method. The impact of parameters such as cylinder configurations (1 to 5), angular velocities (from -5 to +5), and relative rotation directions on the flow pattern, power required to rotate the cylinders, and heat transfer rate enhancement inside the enclosure was evaluated. Results were compared with a cylinder-free enclosure under various conditions. The presence of three cylinders, whether stationary or rotating, altered the natural convection flow pattern by splitting the primary vortex into multiple vortices of varying sizes. Counterclockwise rotation of the cylinders resulted in a greater increase in the Nusselt number compared to clockwise rotation. The greatest Nusselt number enhancement, about 47.6%, occurred in Case 1 at an angular velocity of -5 when all cylinders rotated synchronously. Additionally, independent rotation of cylinders with angular velocities $\omega=+5$, $\omega=+5$, and $\omega=-5$ in Case 1, increased the average Nusselt number by approximately 66%.

KEYWORDS

Heat transfer enhancement, Finite volume method, Natural convection, Cylinder arrangement, Angular velocity.

* Corresponding Author: Email: h.moayedi@mazust.ac.ir

1. Introduction

Natural convection within enclosures plays a critical role in numerous engineering systems, ranging from heat exchangers and power generation facilities to solar thermal collectors and building ventilation. Tall enclosures are particularly noteworthy for their ability to sustain strong convective flows [1]. To improve the thermal performance of such systems, a variety of active and passive enhancement strategies have been developed. The placement of a cylinder inside the enclosure represents one such effective passive technique. Alsabery et al. [2] conducted a numerical study on the effects of a rotating cylinder on entropy generation and heat transfer within an enclosure featuring corrugated walls. Their results demonstrate that, at low Rayleigh numbers, the Nusselt number is enhanced by increasing the cylinder rotation velocity and the nanofluid volume fraction. Farahani et al. [3] numerically investigated the effects of the radius, horizontal position, and vertical position of a rotating and oscillating cylinder on heat transfer enhancement within a tall enclosure. Their results indicate that these geometric parameters influence the thermal performance of the enclosure. Furthermore, they reported that the average Nusselt number increases by approximately 12.5% with increasing rotational velocity. While previous studies have focused on the effect of one or two rotating cylinders on natural convection, the combined influence of three rotating cylinders in tall rectangular enclosures has not been thoroughly investigated. This study addresses this gap by numerically examining the effects of three rotating cylinders on flow patterns and heat transfer enhancement. The effects of cylinder arrangement, angular velocity, and rotational direction are systematically analyzed.

2. Geometry

The computational domain and the associated two-dimensional geometry are shown in Fig. 1, covering both the baseline configuration (an enclosure without any cylinders) and the configurations featuring three cylinders of uniform diameter (D) positioned in various arrangements. The corresponding geometric dimensions and the properties of air are given in Table 1. The fluid is assumed to have constant thermophysical properties, with the exception of density, which is computed using the Boussinesq approximation to account for buoyancy effects. The cylinders are assigned a constant angular velocity (ω) and rotate in either the clockwise or counterclockwise direction.

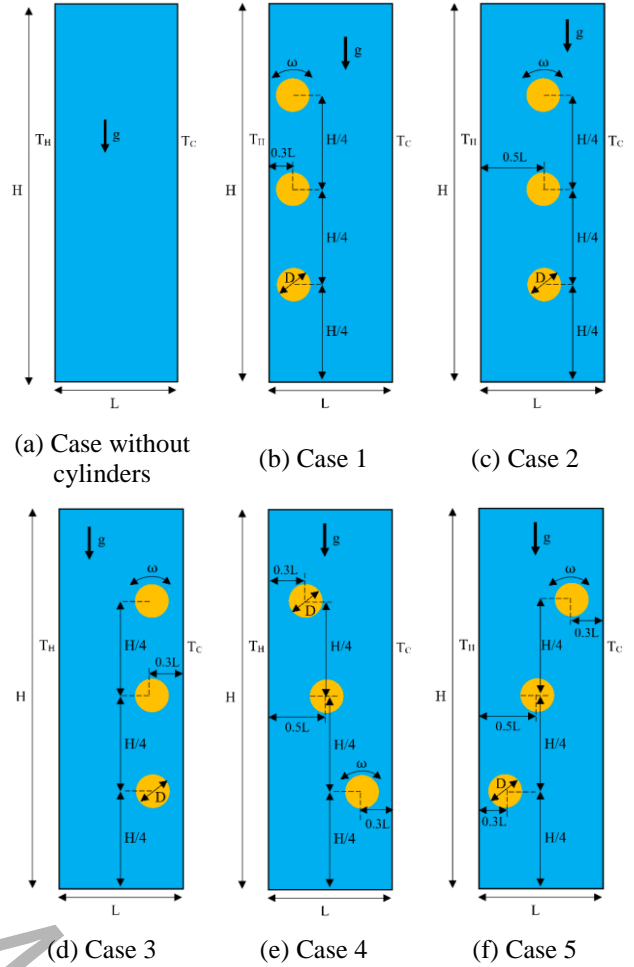


Figure 1. Schematic representation of the computational geometry.

Table 1. Geometric dimensions and thermophysical properties [3]

| Parameter | Value (unit) |
|----------------------------------|-------------------|
| Length (H) | 0.4 (m) |
| Width (L) | 0.05 (m) |
| Diameter (D) | 0.015 (m) |
| Thermal conductivity (K) | 0.0242 (W/m.K) |
| Specific heat capacity (C_p) | 1006.43 (j/kg.K) |
| Dynamic viscosity (μ) | 1.789e-5 (kg/m.s) |

3. Governing Equations

The governing equations for the flow and heat transfer are stated below for steady, two-dimensional flow, with local turbulence due to cylinder rotation modeled using $k-\epsilon$ turbulence model [4]. Notably, this study employs the SIMPLE algorithm in Fluent software. Divergence, gradient, and laplacian terms in Eqs. (1)- (3) are discretized separately by using proper discretization schemes.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + \rho g \beta (T - T_c) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho C_p u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(K + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

4. Results and Discussion

This study evaluates heat transfer enhancement in an enclosure containing three rotating cylinders. The ratio of average Nusselt number (Nu_m/Nu_{m0}) is presented in Fig. 2 for various configurations and rotational speeds at $Ra=5 \times 10^5$. The presence of stationary cylinders increases the Nusselt number by 5.6% (Case 2) and 10.2% (Case 3). Rotation further enhances heat transfer, with Case 5 showing improvements of 8.3% and 33.4% at angular speeds of +5 and -5, respectively. Counterclockwise rotation generally yields higher Nu_m/Nu_{m0} ratios in most configurations. The maximum enhancement (47.6%) occurs for Case 1 at -5 rad/s.

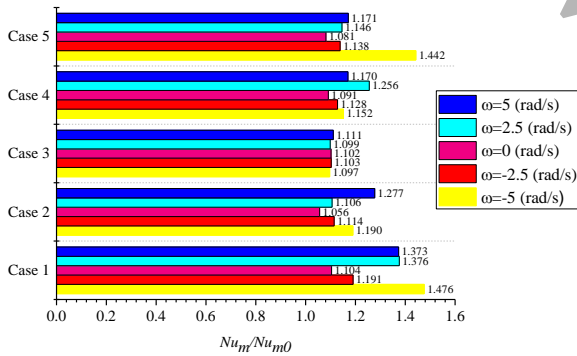


Figure 2. Ratio of average Nusselt number for various cases for different rotational velocity ($Ra=5 \times 10^5$)

Fig. 3 shows the power required to rotate the cylinders as a function of rotational velocity for various cases at $Ra=5 \times 10^5$. The cylinder arrangement affects power consumption by modifying the flow pattern. Changing from Case 5 to 2 reduces power by 95.2% at +5 rad/s. The lowest power consumption occurs for Cases 2 and 1 at +2.5 rad/s. Clockwise rotation requires less power than counterclockwise rotation.

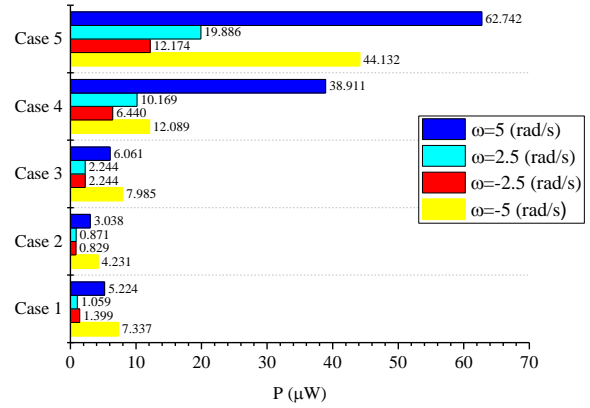


Figure 3. Power required to rotate the cylinders for various cases for different rotational velocity ($Ra=5 \times 10^5$)

5. Conclusions

This study numerically examines the effects of three rotating cylinders on natural convection heat transfer in a rectangular enclosure. The influence of cylinder arrangement, rotational velocity, and direction is analyzed. Results show that the presence of cylinders enhances heat transfer, with configurations near the hot wall yielding higher velocities. Case 5 requires the most power at +5 rad/s, while Cases 2 and 1 require the least at +2.5 rad/s. Counterclockwise rotation yields higher ratio of average Nusselt number. The maximum heat transfer enhancement (47.6%) occurs for Case 1 at -5 rad/s. Varying individual cylinder rotations in Case 1 significantly alters flow pattern, power required, and Nusselt number.

6. References

- [1] A. Chidan, A. Raisi, B. Ghasemi, Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer inside a Triangular Cavity with Flexible Sidewalls Containing a Cylindrical Heat Source, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 53(11) (2022) 5461–5484. (in Persian).
- [2] A.I. Alsabery, M.A. Ismael, A.J. Chamkha, I. Hashim, Numerical investigation of mixed convection and entropy generation in a wavy-walled cavity filled with nanofluid and involving a rotating cylinder, *Entropy*, 20(9) (2018) 664.
- [3] S.D. Farahani, A.D. Farahani, H.F. Öztop, Natural convection in a rectangular tall cavity in the presence of an oscillating and rotating cylinder, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 647 (2022) 12902.
- [4] H. Moayedi, N. Amanifard, Electrohydrodynamic-enhanced natural convection heat transfer in a vertical corrugated duct, *Heat Transfer Engineering*, 43(21) (2022) 1838–1851.

بررسی عددی افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مستطیلی بلند در

حضور سه استوانه چرخان

حسام مویدی*

دانشکده مهندسی شیمی و صنایع، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر، ایران، h.moayedi@mazust.ac.ir

چکیده

در مقاله کنونی، تأثیر چیدمان‌های مختلف سه استوانه چرخان درون یک محفظه بسته مستطیلی بلند بر الگوی جریان و افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی به صورت عددی بررسی شده است. از روش حجم محدود با فرض دوبعدی، دائم و تک فاز برای حل معادلات جریان و انرژی استفاده گردید. تأثیر پارامترهایی همچون چیدمان استوانه‌ها (پیکربندی ۱ الی ۵)، سرعت زاویه‌ای (۵- الی ۵+)، و جهت چرخش استوانه‌ها نسبت به یکدیگر بر الگوی جریان، توان لازم برای چرخش استوانه‌ها و افزایش نرخ انتقال حرارت درون محفظه ارزیابی شده است. نتایج پیکربندی‌های مختلف در شرایط گوناگون نسبت به محفظه بدون استوانه مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که حضور سه استوانه درون محفظه در تمامی حالات (ساکن یا چرخان) موجب تغییر الگوی جریان جابجایی طبیعی درون محفظه شده، به نحوی که گردابه ناشی از جابجایی طبیعی به چندین گردابه با اندازه‌های متفاوت تبدیل می‌شود. نتایج حاکی از آن است که چرخش استوانه‌ها در جهت پادساعتگرد در مقایسه با جهت ساعتگرد موجب افزایش بیشتر عدد ناسلت می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که با چرخش هم‌زمان استوانه‌ها در یک راستا، بیشترین افزایش عدد ناسلت نسبت به محفظه بدون استوانه، برای پیکربندی ۱ به ازای سرعت زاویه‌ای ۵- رخ داده و در حدود ۴۷/۶٪ می‌باشد. همچنین نتایج حاکی از آن است که با تغییر چرخش مستقل هر یک از استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ برای پیکربندی ۱، عدد ناسلت متوسط حدود ۶۶٪ افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی

افزایش انتقال حرارت، روش حجم محدود، جابجایی طبیعی، چیدمان استوانه‌ها، سرعت زاویه‌ای

بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه‌ها به دلیل کاربرد در پدیده‌های طبیعی و صنعتی مختلف همچون مبدل‌های حرارتی^۱، نیروگاه‌ها، انرژی خورشیدی و تهویه مطبوع اهمیت ویژه‌ای دارد. محفظه‌های بلند^۲ به دلیل ویژگی منحصر به فردشان در ایجاد جریان جابجایی طبیعی، مورد توجه و کاربرد قرار گرفته‌اند [۱-۳].

روش‌های مختلف فعال و غیرفعال برای افزایش انتقال حرارت درون این نوع محفظه‌ها استفاده می‌گردند. یکی از این روش‌ها، استفاده از استوانه درون محفظه می‌باشد. مطالعات مختلفی به بررسی تأثیر حضور استوانه‌های ساکن، نوسانی، و چرخان بر افزایش انتقال حرارت درون محفظه بسته پرداخته‌اند. حسین و همکاران [۴] به صورت عددی تأثیر میدان مغناطیسی و چهار چیدمان یک استوانه گرم بر جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه بسته را بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد هارتمن، هنگامی که استوانه در سمت چپ محفظه باشد، عدد ناسلت کاهش می‌یابد، در حالیکه برای استوانه در سمت راست، شاهد روند معکوسی بودند. هیدکی و همکاران [۵] تأثیر هندسه دو سیلندر گرم با مساحت یکسان و اشکال هندسی متفاوت (مربعی، دایره‌ای و بیضوی) بر الگوی جریان و انتقال حرارت هوا درون یک محفظه را در محدوده رژیم جریان آرام به صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که به منظور خنک‌کاری هر دو سیلندر، هندسه مربعی نسبت به هندسه‌های دایره‌ای و بیضوی راندمان بهتری دارد. ال موتاوکیل و همکاران [۶] اثرات برهمکنش تابش سطحی با جابجایی طبیعی یک استوانه دایره‌ای گرم درون یک حفره مربعی که از سیال هوا پر شده، را به صورت عددی ارزیابی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که نقش تابش در تعیین نرخ کل انتقال حرارت بسیار قوی‌تر از جابجایی طبیعی است. دوگونچی و همکاران [۷] جریان نانوسیال هیبریدی و تولید آنتروپی درون یک محفظه متخلخل حاوی سه استوانه دایره‌ای با اثرات میدان مغناطیسی را به صورت عددی بررسی نمودند. آن‌ها تأثیر عدد ریلی، عدد دارسی، عدد هارتمن، موقعیت نسبی استوانه مرکزی و غلظت حجمی نانوسیال را بر الگوی جریان و انتقال حرارت درون محفظه ارزیابی کردند. آن‌ها نشان دادند که موقعیت نسبی استوانه مرکزی تأثیر قابل توجهی بر الگوی جریان نانوسیال، انتقال حرارت جابجایی و تولید آنتروپی دارد. همچنین نتایج آن‌ها حاکی از آن است که با افزایش عدد ریلی و عدد دارسی، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر تأثیر انحنای دیواره‌های جانبی و همچنین موقعیت استوانه بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی در یک حفره تاجی شکل را بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد دارسی و انتقال استوانه به سمت چپ حفره، عدد ناسلت متوسط به ترتیب ۲۳٪ و ۳۱٪ افزایش می‌یابد. همچنین گزارش کردند که با افزایش انحنای حفره، تولید آنتروپی افزایش می‌یابد [۸]. جاود و ساها [۹] جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناشی از یک استوانه گرم درون یک محفظه متخلخل گنبدی شکل را به صورت عددی ارزیابی نمودند. آن‌ها تأثیر عدد ریلی، رسانایی حرارتی استوانه، زوایای شیب مختلف محفظه، موقعیت و قطر استوانه را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که شکل گنبدی محفظه موجب گردش بهتر سیال در داخل محفظه شده و در نتیجه انتقال حرارت جابجایی طبیعی بهبود می‌یابد. همچنین نتایج آن‌ها حاکی از آن است که انتقال حرارت هدایتی استوانه و جابجایی درون محفظه وابسته به عدد ریلی بوده و با افزایش عدد ریلی بهبود می‌یابد. در یک تحلیل عددی به روش شبیه‌سازی عددی مستقیم^۳، جابجایی طبیعی سیال هوا درون یک محفظه ناشی از چهار استوانه گرم، توسط پانندی و همکاران [۱۰] بررسی گردید. آن‌ها نشان دادند که با افزایش فاصله بین استوانه‌ها و عدد ریلی، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. بوکندیل و همکاران [۱۱] انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام و تابش ناشی از دو سیلندر مربعی دما ثابت که نسبت به یکدیگر اختلاف دما دارند و در یک حفره مربعی آدیباتیک قرار دارند را به صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها تأثیر پارامترهای مؤثر همچون عدد ریلی، ضریب نشر دیواره‌ها، نسبت اضلاع، مساحت فعال، موقعیت‌های افقی و عمودی سیلندر را ارزیابی نمودند. آن‌ها نشان دادند که موقعیت سیلندر و نسبت اضلاع بر انتقال حرارت تابشی و جابجایی نقش مؤثری دارد. همچنین نتایج آن‌ها نشان‌دهنده این است که انتقال حرارت تابشی در اعداد ریلی بالا تأثیر قابل توجهی بر الگوی جریان درون محفظه دارد. عبدالصاحب و همکاران [۱۲] تأثیر حضور دو استوانه دایره‌ای ساکن بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون یک محفظه مربعی با زوایای مختلف نسبت به افق را به صورت

¹ Heat exchanger

² Tall cavities

³ Direct Numerical Simulation (DNS)

عددی بررسی نمودند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوسیال، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. همچنین نتایج آن‌ها حاکی از آن است که هنگامی که استوانه‌ها در وسط حفره بوده و حفره نسبت به افق زاویه ۳۰ درجه داشته باشد، بیشترین عدد ناسلت بدست می‌آید. هوله و همکاران [۱۳] با استفاده از روش عددی لتیس بولتزمن^۱ جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناشی از حضور یک استوانه مربعی متخلخل در یک محفظه L شکل را بررسی کردند. آن‌ها تأثیر عدد رایلی، عدد دارسی، چیدمان و اندازه استوانه مربعی را ارزیابی کردند. نتایج مطالعه آن‌ها حاکی از آن است که با سه برابر کردن عرض استوانه، عدد ناسلت متوسط حدود ۱۱۸٪ بهبود می‌یابد. همچنین آن‌ها مشاهده کردند که با افزایش عدد رایلی از 10^3 به 10^5 ، عدد ناسلت متوسط ۴۲٪ بهبود می‌یابد.

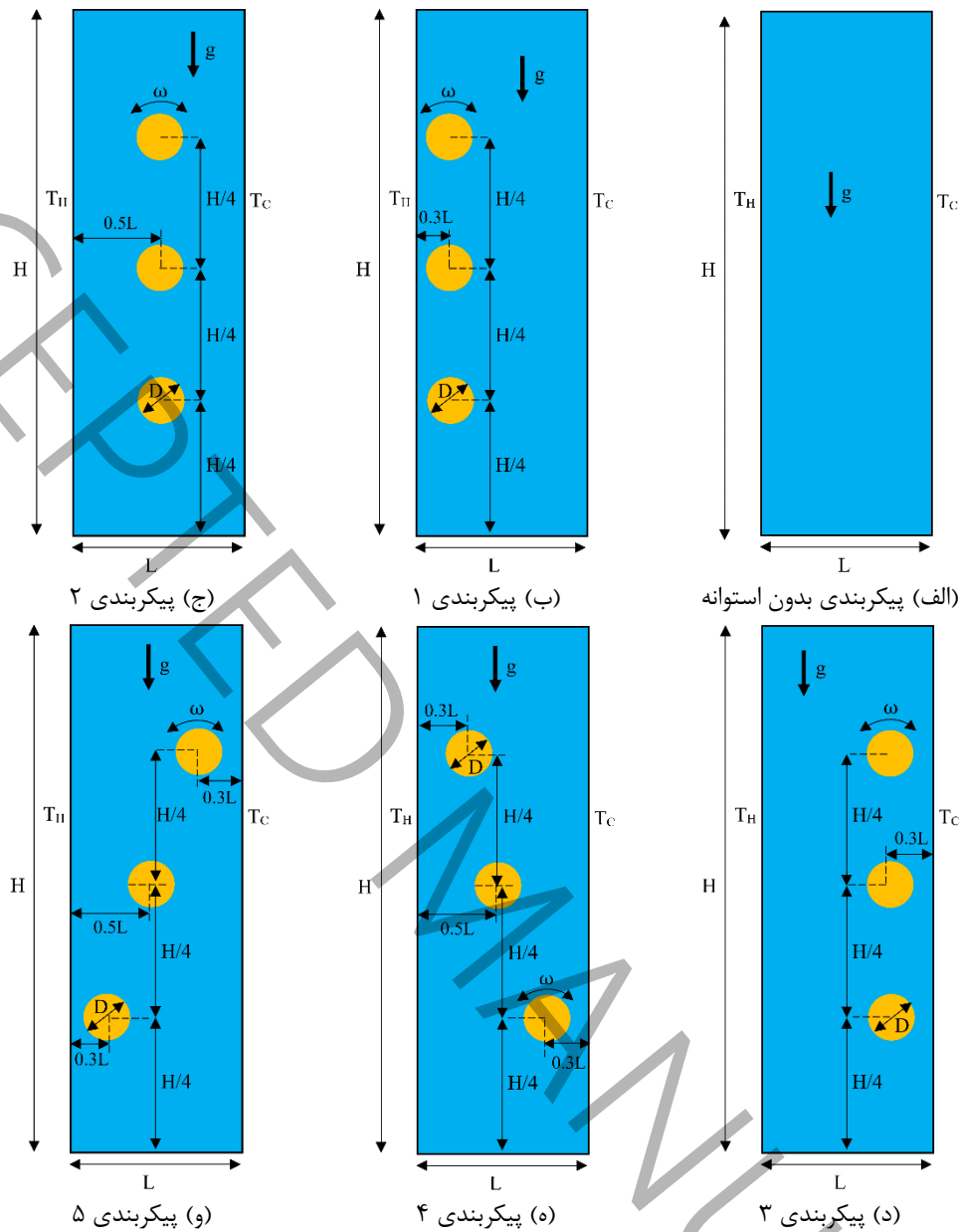
از سوی دیگر، تأثیر استوانه چرخان به عنوان روش برای کنترل جریان و بهبود انتقال حرارت درون محفظه‌ها توجه محققین را به خود جلب نموده است. در یک مطالعه عددی، تأثیر حضور دو استوانه چرخان بر افزایش انتقال حرارت ترکیبی در یک محفظه توسط خانافر و آیدال [۱۴] بررسی گردید. آن‌ها نشان دادند که انتقال حرارت درون محفظه بسته به جهت چرخش استوانه‌ها، می‌تواند افزایش یا کاهش یابد. الصابری و همکاران [۱۵] تأثیر وجود یک استوانه چرخان بر تولید آنتروپی و انتقال حرارت درون یک محفظه با دیواره‌های موج‌دار را به صورت عددی ارزیابی کردند. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که با افزایش سرعت چرخشی استوانه و کسر حجمی نانوسیال در اعداد رایلی کم، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. وجود استوانه چرخان بر انتقال حرارت جابجایی نانوسیال درون یک محفظه مربعی متخلخل توسط سلیمفندیگیل و همکاران [۱۶] شبیه‌سازی شد. آن‌ها گزارش کردند که تغییر عدد دارسی محیط متخلخل تأثیر چندانی بر نرخ انتقال حرارت ندارد. همچنین دریافتند که با افزایش سرعت چرخشی استوانه و کسر حجمی نانو ذرات، نرخ انتقال حرارت بهبود می‌یابد. علاوه بر این، اثر حرکت عمودی نوسانی یک استوانه درون یک محفظه بسته حاوی نانوسیال ترکیبی اکسید آلومینیوم-مس با پایه آب، بر افزایش انتقال حرارت به صورت عددی توسط مهریان و همکاران [۱۷] ارزیابی شد. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که در اعداد رایلی پایین، حرکت نوسانی عمودی استوانه منجر به بهبود عدد ناسلت میانگین می‌گردد. فراهانی و همکاران [۱۸] به بررسی شعاع، موقعیت افقی و عمودی یک استوانه نوسانی چرخشی بر افزایش انتقال حرارت درون یک محفظه بلند به صورت عددی پرداختند. نتایج آن‌ها حاکی از آن است که شعاع، موقعیت افقی و عمودی استوانه بر انتقال حرارت درون محفظه تأثیرگذار است. همچنین آن‌ها نشان دادند که با افزایش سرعت دورانی استوانه، عدد ناسلت متوسط حدود ۱۲۵٪ افزایش می‌یابد.

با بررسی مطالعات انجام شده، مشخص می‌شود که مطالعات پیشین عمدتاً به بررسی تأثیر وجود یک یا دو استوانه چرخان بر افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌های بسته پرداخته‌اند. با این حال، تأثیر هم‌زمان سه استوانه چرخان، به ویژه در یک محفظه مستطیلی بلند، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. از این رو، نوآوری اصلی مطالعه حاضر در بررسی عددی اثر حضور سه استوانه چرخان بر الگوی جریان و بهبود نرخ انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مستطیلی بلند است. در این تحقیق، تأثیر پارامترهای متعددی از جمله چیدمان استوانه‌ها (در پنج پیکربندی مختلف)، سرعت زاویه‌ای و همچنین جهت چرخش هر یک از استوانه‌ها نسبت به یکدیگر، بر ساختار جریان و توزیع دما درون محفظه ارزیابی شده است. علاوه بر این، نتایج حاصل از پیکربندی‌های مختلف با حالت محفظه بدون استوانه مقایسه شده و افزایش انتقال حرارت به صورت کمی و با استفاده از معیار عدد ناسلت ارائه گردیده است. همچنین، الگوهای جریان و انتقال حرارت در قالب خطوط جریان و توزیع دما تحلیل شده است.

۲- هندسه مسئله

هندسه دوبعدی و دامنه محاسباتی مسئله برای محفظه بدون استوانه و محفظه با چیدمان‌های مختلف سه استوانه به قطر یکسان (D) در شکل ۱ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که نسبت قطر استوانه‌ها به عرض محفظه (D/L) و فاصله آن‌ها از دیواره‌های عمودی بر اساس مرجع [۱۸] انتخاب شده است. همچنین ابعاد مسئله و خواص سیال هوا در جدول ۱ ارائه شده است. خواص سیال، به‌جز چگالی که با تقریب بوزینسک محاسبه می‌گردد، ثابت فرض می‌گردد. استوانه‌ها با سرعت زاویه‌ای (ω) در جهت ساعتگرد و یا پادساعتگرد می‌چرخند.

¹ Lattice Boltzmann



شکل ۱: نمایی شماتیک از هندسه محاسباتی

Fig. 1. Schematic representation of the computational geometry

جدول ۱: ابعاد هندسی و خواص ترموفیزیکی [۱۸-۱۹]

Table 1. Geometric dimensions and thermophysical properties [18-19]

| پارامتر | مقدار (یکا) |
|------------------------------|---------------------------------|
| طول محفظه (H) | ۰٫۴ (m) |
| عرض محفظه (L) | ۰٫۰۵ (m) |
| قطر استوانه (D) | ۰٫۰۱۵ (m) |
| ضریب هدایت حرارتی (K) | ۰٫۰۲۴۲ (w/m.K) |
| ظرفیت گرمای ویژه (C_p) | ۱۰۰۶٫۴۳ (j/kg.K) |
| ویسکوزیته دینامیکی (μ) | $۱٫۷۸۹ \times 10^{-5}$ (kg/m.s) |

۳- معادلات حاکم

۳-۱- معادلات میدان جریان

معادلات حاکم با فرض جریان پایا، دوبعدی و آشفتگی موضعی به دلیل چرخش استوانه‌ها برای جریان و انتقال حرارت به زیر تعیین می‌گردد [۲۱-۱۹]:

پیوستگی:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

مومنتم:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + \rho g \beta (T - T_c) \quad (2)$$

انرژی:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho C_p u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(K + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

شایان ذکر است که در معادله انرژی از اثرات اتلاف ویسکوز چشم‌پوشی شده است. همچنین جریان ثانویه ایجاد شده توسط چرخش استوانه‌ها به صورت موضعی آشفته بوده و نیاز است که جریان سیال به صورت آشفته مدل‌سازی شود. برای شبیه‌سازی جریان آشفته از مدل آشفتگی دو معادله‌ای کی-اپسیلون بر پایه معادلات متوسط‌گیری شده مومنتم استفاده شده است [۲۳-۲۲]. در معادلات بالا، μ_t ویسکوزیته آشفتگی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

در رابطه (۴)، k انرژی جنبشی آشفتگی^۱ و ε نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی^۲ می‌باشند که به ترتیب مطابق روابط (۵) و (۶) محاسبه می‌شود [۲۳-۲۲]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \left[\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \right] \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \rho \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left[\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \right] \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

اعداد ثابت مربوط به مدل آشفتگی دو معادله‌ای کی-اپسیلون به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (7)$$

همچنین عدد رایلی بر اساس عرض محفظه (L) به صورت زیر تعریف می‌گردد [۲۴]:

$$Ra = \frac{g \beta (T_H - T_C) L^3}{\alpha \nu} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، α نفوذ حرارتی و ν ویسکوزیته سینماتیکی هوا می‌باشد. همچنین در این تحقیق، عدد رایلی ثابت و برابر با 5×10^5 می‌باشد.

به منظور ارزیابی تأثیر استوانه‌های چرخان و چیدمان آن‌ها بر افزایش انتقال حرارت درون محفظه، عدد ناسلت موضعی روی دیواره گرم و عدد ناسلت متوسط به ترتیب مطابق روابط (۹) و (۱۰) محاسبه می‌شود [۲۵]:

¹ Turbulent kinetic energy

² Turbulent energy dissipation rate

$$Nu_y = \frac{h_y y}{K} = y \left(\frac{\partial(T_H - T)}{\partial x} \Big|_{x=0} \right) \quad (9)$$

$$Nu_m = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_y dy \quad (10)$$

در این مطالعه، نسبت به عدد ناسلت متوسط محفظه در حضور استوانه‌های چرخان (Nu_m) به عدد ناسلت متوسط محفظه بدون استوانه‌های چرخان (Nu_{m0}) به عنوان فاکتور افزایش انتقال حرارت ارائه می‌گردد. همچنین توان لازم برای گردش استوانه‌ها چرخان به عمق واحد به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۲۶]:

$$P = \frac{1}{2} \pi D^2 \tau \omega \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)، τ تنش برشی روی سطح استوانه می‌باشد.

۳-۲- شرایط مرزی

دیواره‌های محفظه دارای شرط مرزی عدم لغزش می‌باشند. دیواره سمت چپ به عنوان دیوار گرم دارای شرط مرزی دمای ثابت (T_H) بوده و دیواره سمت راست به عنوان دیوار سرد با دمای ثابت (T_C) فرض شده است. همچنین دیواره‌های بالا و پایین صورت عایق حرارتی در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به اهمیت رفتار جریان در نزدیک دیواره‌ها، از روش رفتار دیواره پیشرفته^۱ برای مدل کردن نواحی نزدیک دیواره استفاده شده است. استوانه‌های چرخان با سرعت زاویه‌ای مشخص چرخیده و با دمای ثابت (T_C) در نظر گرفته می‌شوند. در این مطالعه، جهت چرخش پادساعتگرد مثبت و جهت چرخش ساعتگرد، منفی فرض شده است. شرایط مرزی در جدول ۲ خلاصه شده است.

جدول ۲: شرایط مرزی

Table 2. Boundary conditions

| جریان | دما | مرز |
|---|-------------------------|--------------------|
| $u = -\omega(y - y_c), v = \omega(x - x_c)$ | $T_c = 300 \text{ K}$ | استوانه‌ها |
| $u = 0, v = 0$ | $q'' = 0$ | دیواره پایین محفظه |
| $u = 0, v = 0$ | $T_c = 300 \text{ K}$ | دیواره راست محفظه |
| $u = 0, v = 0$ | $T_H = 337.2 \text{ K}$ | دیواره چپ محفظه |
| $u = 0, v = 0$ | $q'' = 0$ | دیواره بالا محفظه |

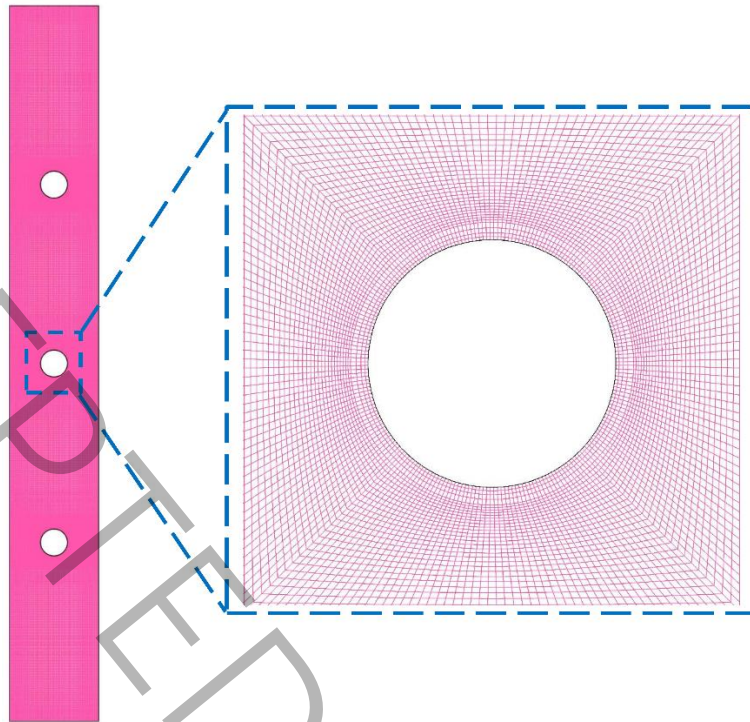
۴- روند حل عددی

شبکه محاسباتی توسط نرم‌افزار تجاری به صورت سازمان‌یافته و غیریکنواخت تولید شده است. در اطراف استوانه‌ها به دلیل وجود شیب^۲ شدید، از شبکه^۳ لایه مرزی استفاده شده است. همچنین، به همین دلیل، از شبکه‌بندی با تراکم بیشتری در نزدیک دیواره‌های محفظه استفاده شده است. به عنوان نمونه، شبکه محاسباتی برای پیکربندی ۲ و شبکه در اطراف استوانه در شکل ۲ نشان داده شده است.

¹ Enhanced wall treatment

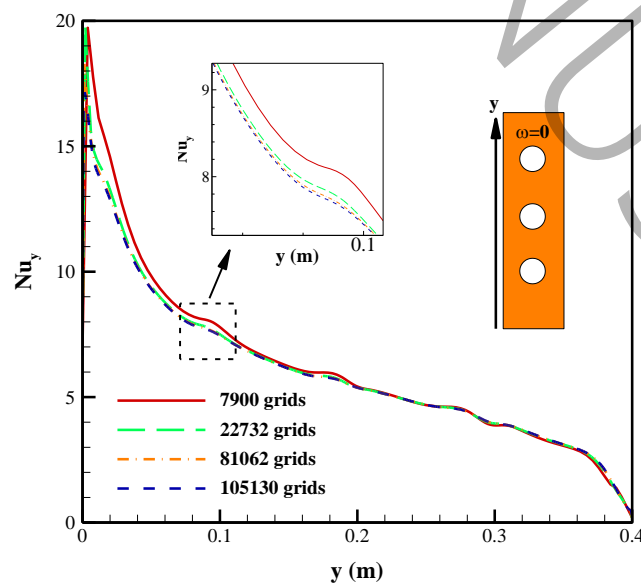
² Gradient

³ Mesh



شکل ۲: نمایی از شبکه محاسباتی برای پیکربندی ۲
Fig. 2. The representation of mesh for Case 2

جهت تعیین شبکه محاسباتی مناسب از نظر دقت، عدم وابستگی نتایج حل عددی به شبکه محاسباتی و کاهش هزینه محاسباتی، استقلال حل عددی از شبکه برای تمام پیکربندی‌ها انجام شده است. به عنوان نمونه، توزیع عدد ناسلت بر روی دیواره گرم محفظه (دیواره سمت چپ) برای پیکربندی ۲ در $\omega=0$ برای چهار شبکه‌بندی متفاوت در شکل ۳ نشان داده شده است. بر اساس این شکل، مشخص است که با افزایش تعداد شبکه از ۸۱۰۶۲ به ۱۰۵۱۳۰ سلول، توزیع عدد ناسلت تغییر محسوسی نکرده، بنابراین شبکه با تعداد از ۸۱۰۶۲ سلول با دقت کافی و هزینه محاسباتی کمتر به عنوان شبکه مناسب انتخاب می‌شود.

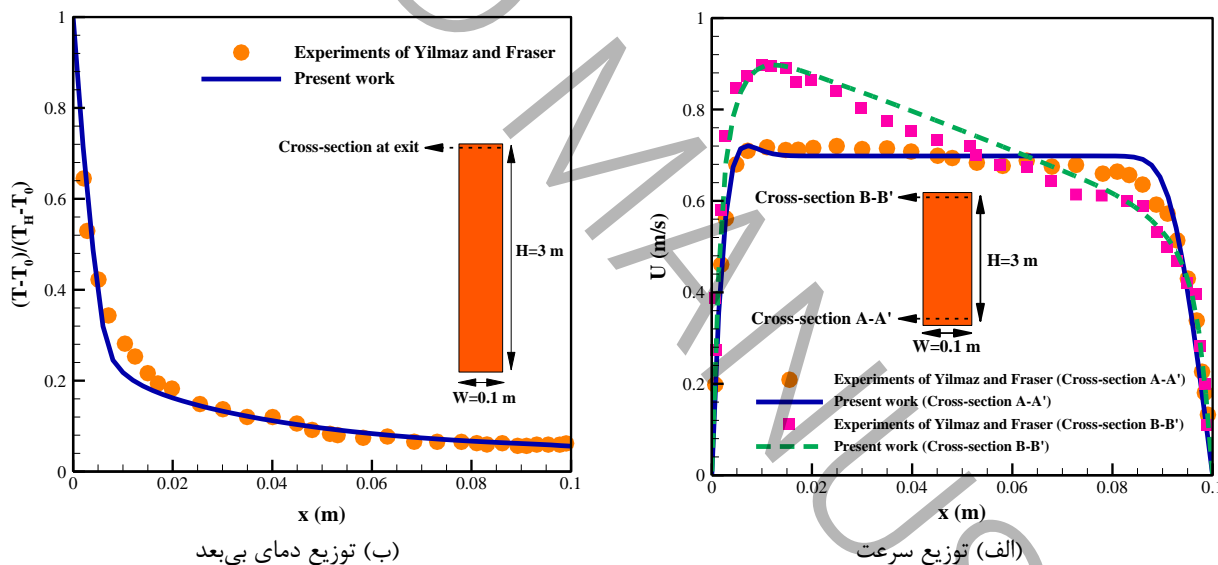


شکل ۳: استقلال از شبکه برای پیکربندی ۲ برای شبکه‌های مختلف ($Ra=5 \times 10^5$, $\omega=0$)
Fig. 3. Grid independence test for Case 2 for various grids ($Ra=5 \times 10^5$, $\omega=0$)

برای حل عددی معادلات حاکم، از یک نرم‌افزار تجاری بر اساس روش حجم محدود بهره گرفته شده است. جمله‌های شیب معادلات به روش شیب حداقل مربعات^۱ و فشار و سایر جمله‌های معادلات با تقریب مرتبه دوم گسسته شده‌اند. حدس و دمای اولیه 300 K و برای مؤلفه‌های سرعت در راستای x و y و فشار 0 در نظر گرفته شد. برای کوپلینگ میدان‌های سرعت و فشار، از الگوریتم سیمپل^۲ استفاده گردید. مقادیر باقیمانده‌های معادله پیوستگی 10^{-6} ، و سایر معادلات 10^{-7} در نظر گرفته شد.

به منظور اعتبارسنجی نتایج، به عنوان یکی از ملزومات حل عددی، مطابق شکل ۴ (الف)، توزیع سرعت ناشی از جابجایی طبیعی درون یک محفظه در دو مقطع $A-A'$ ($y=0.109\text{ m}$) و $B-B'$ ($y=2.94\text{ m}$) با نتایج تجربی ییلماز و فراسر [۲۷] مقایسه شده است. همچنین مقایسه بین نتایج تجربی [۲۷] و عددی تحقیق کنونی برای توزیع دمای بی‌بعد درون محفظه نیز در مقطع خروجی محفظه در شکل ۴ (ب) نشان داده شده است. بر اساس شکل ۴ مشاهده می‌گردد که نتایج عددی تحقیق کنونی نسبت به نتایج تجربی دارای مطابقت با دقت قابل قبولی می‌باشند.

علاوه بر این، به منظور اعتبارسنجی در حضور استوانه چرخان درون یک محفظه، نتایج تحقیق کنونی با نتایج خانافر و آیدال [۱۴] برای توزیع سرعت افقی در خط مرکز در امتداد ارتفاع برای یک محفظه با یک استوانه چرخان در مرکز آن، به ازای عدد رینولدز 100 و سرعت زاویه‌ای استوانه چرخان 0.5 در شکل ۵ مقایسه شده است. لازم به ذکر است که ناحیه محاسباتی شامل یک محفظه مربعی است که استوانه چرخان با قطر $0.4L$ در مرکز آن به صورت ساعتگرد می‌چرخد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج عددی مطالعه حاضر و نتایج آن‌ها با دقت قابل قبولی مطابقت دارند. همچنین اعتبارسنجی‌های بیشتر در پژوهش‌های اخیر توسط نویسندگان مقاله کنونی، برای جریان جابجایی طبیعی درون محفظه‌ها [۲۸] و همچنین جریان پیرامون استوانه‌های چرخان [۲۹ و ۳۰] ارائه شده است.

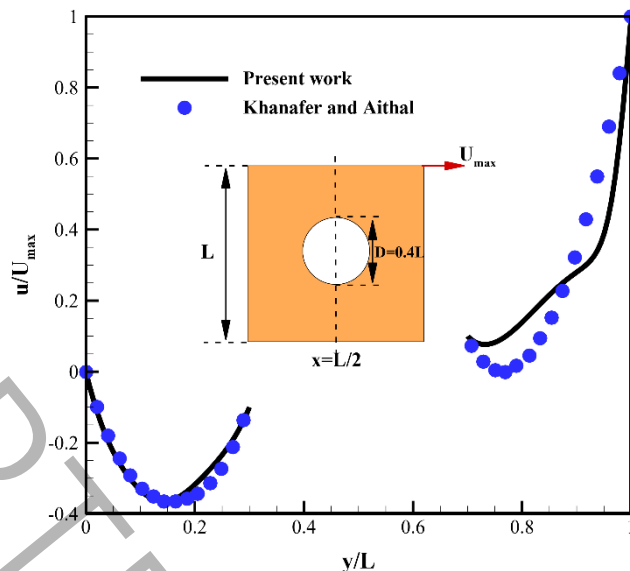


شکل ۴: مقایسه (الف) توزیع سرعت، و (ب) دمای بی‌بعد با نتایج تجربی ییلماز و فراسر [۲۷]

Fig. 4. Comparison of (a) the velocity profiles, and (b) non-dimensional temperature with experimental results of Yilmaz and Fraser [27]

¹ Least-squares gradient

² SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-linked Equations)



شکل ۵: مقایسه توزیع سرعت افقی با نتایج خانافر و آیدال [۱۴] در مقطع $x/L=0.5$ به ازای $Re=100$ و $\omega=-0.5$
Fig. 5. Comparison of the horizontal velocity profiles with results of Khanfer and Aithal [14] at $x/L=0.5$ for $Re=100$ and $\omega=-0.5$

۵- نتایج

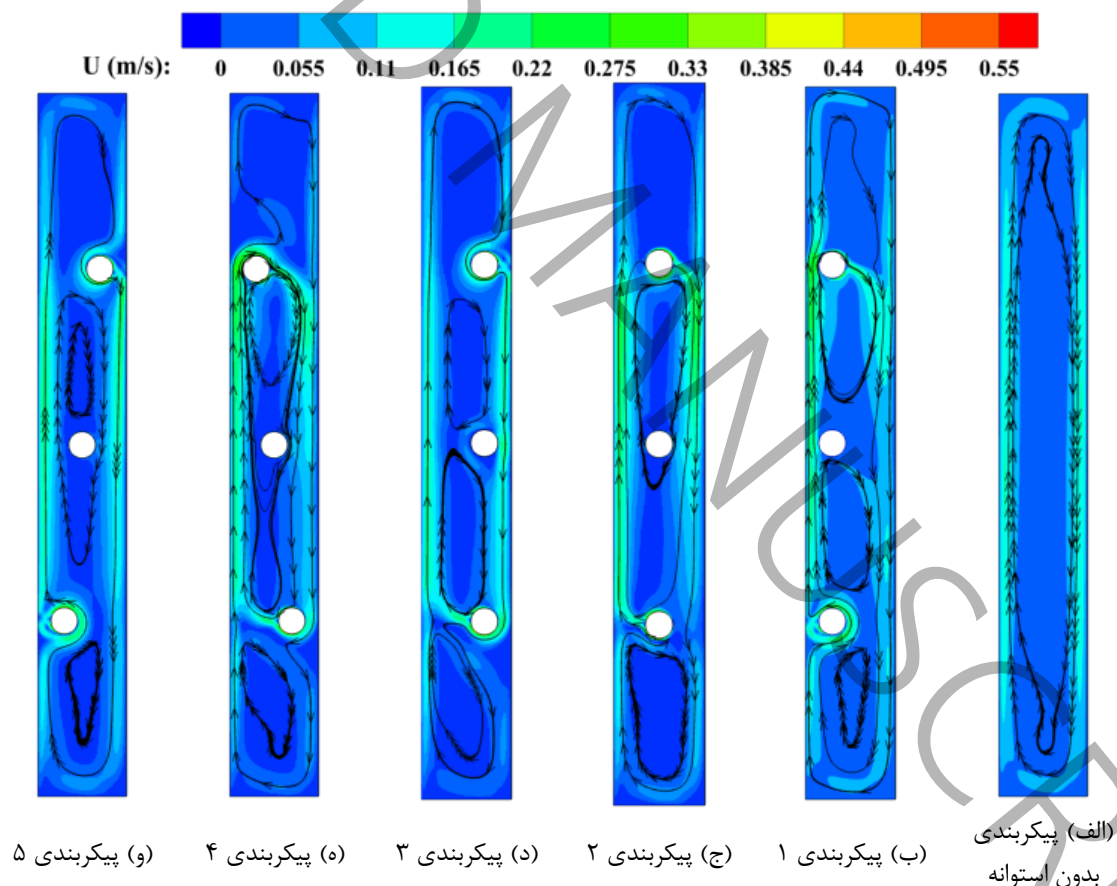
۵-۱- تأثیر پیکربندی استوانه‌های چرخان بر بهبود انتقال حرارت درون محفظه

در این بخش، تأثیر پیکربندی سه استوانه چرخان بر الگوی جریان و افزایش انتقال حرارت درون محفظه مستطیلی بلند بررسی می‌گردد. کانتور سرعت و خطوط جریان درون محفظه در پیکربندی‌های مختلف در عدد رایلی 5×10^5 و به ازای سرعت زاویه‌ای $\omega=0.5$ (ساعتگرد) در شکل ۶ نشان داده شده است. بر اساس نتایج این شکل، حضور استوانه‌های چرخان موجب تغییر چشمگیری در الگوی جریان درون محفظه نسبت به پیکربندی بدون استوانه (شکل ۶ الف)) می‌گردند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با حضور استوانه‌های چرخان، گردابه ناشی از جابجایی طبیعی درون محفظه به چندین گردابه با اندازه‌های متفاوت تبدیل می‌گردد. مشخص است که سرعت جریان در پیکربندی‌هایی که استوانه‌ها نزدیک به دیواره‌ی گرم محفظه قرار دارند (پیکربندی‌های ۱ و ۴)، نسبت به سایر پیکربندی‌ها بیشتر می‌باشد.

همچنین جهت ارزیابی تأثیر پیکربندی سه استوانه چرخان بر انتقال حرارت، توزیع دما برای پیکربندی‌های مختلف در عدد رایلی 5×10^5 و به ازای سرعت زاویه‌ای $\omega=0.5$ (ساعتگرد)، معادل عدد رینولدز چرخشی 38.5 ، در شکل ۷ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که حضور سه استوانه چرخان موجب تغییرات واضحی در توزیع دما درون محفظه به ویژه در اطراف استوانه‌ها، می‌گردد. بر اساس نتایج شکل ۷ الف)، در پیکربندی بدون استوانه، لایه مرزی حرارتی نزدیک به دیواره گرم محفظه (دیواره سمت چپ) از پایین به بالا رشد کرده، در حالیکه در پیکربندی‌هایی که شامل استوانه‌های چرخان هستند، به دلیل وجود استوانه و اختلاف دمای استوانه با سیال گرم اطراف دیواره گرم، تغییر در لایه مرزی هیدرولیکی و حرارتی رخ می‌دهد. بر اساس این شکل، می‌توان پیش‌بینی نمود که پیکربندی ۱ به دلیل نزدیک بودن هر سه استوانه چرخان به دیواره گرم، موجب تغییرات بیشتر در لایه مرزی حرارتی می‌گردد. به منظور مقایسه پیکربندی‌ها بر افزایش انتقال حرارت درون محفظه، نسبت عدد ناسلت متوسط محفظه (Nu_m/Nu_{m0}) برای پیکربندی‌های مختلف بر حسب سرعت چرخشی متفاوت استوانه‌های چرخان در عدد رایلی 5×10^5 در شکل ۸ نشان داده شده است. نتایج حاکی از آن است که حضور سه استوانه درون محفظه در تمامی حالات (ساکن یا چرخان) موجب بهبود عدد ناسلت و انتقال حرارت می‌گردد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، حضور استوانه‌های ساکن ($\omega=0$) موجب افزایش عدد ناسلت در حدود $5/6$ ٪ برای پیکربندی ۲ و حدود $10/2$ ٪ برای پیکربندی ۳ می‌گردد. همچنین همان‌گونه که از نتایج این شکل مشاهده می‌شود، چرخش استوانه‌ها موجب بهبود انتقال حرارت نسبت به استوانه ساکن می‌گردد. به عنوان نمونه، در پیکربندی ۵، به ازای چرخش استوانه‌ها با سرعت زاویه‌ای $\omega=5$ و $\omega=-5$ ، نسبت عدد ناسلت متوسط محفظه

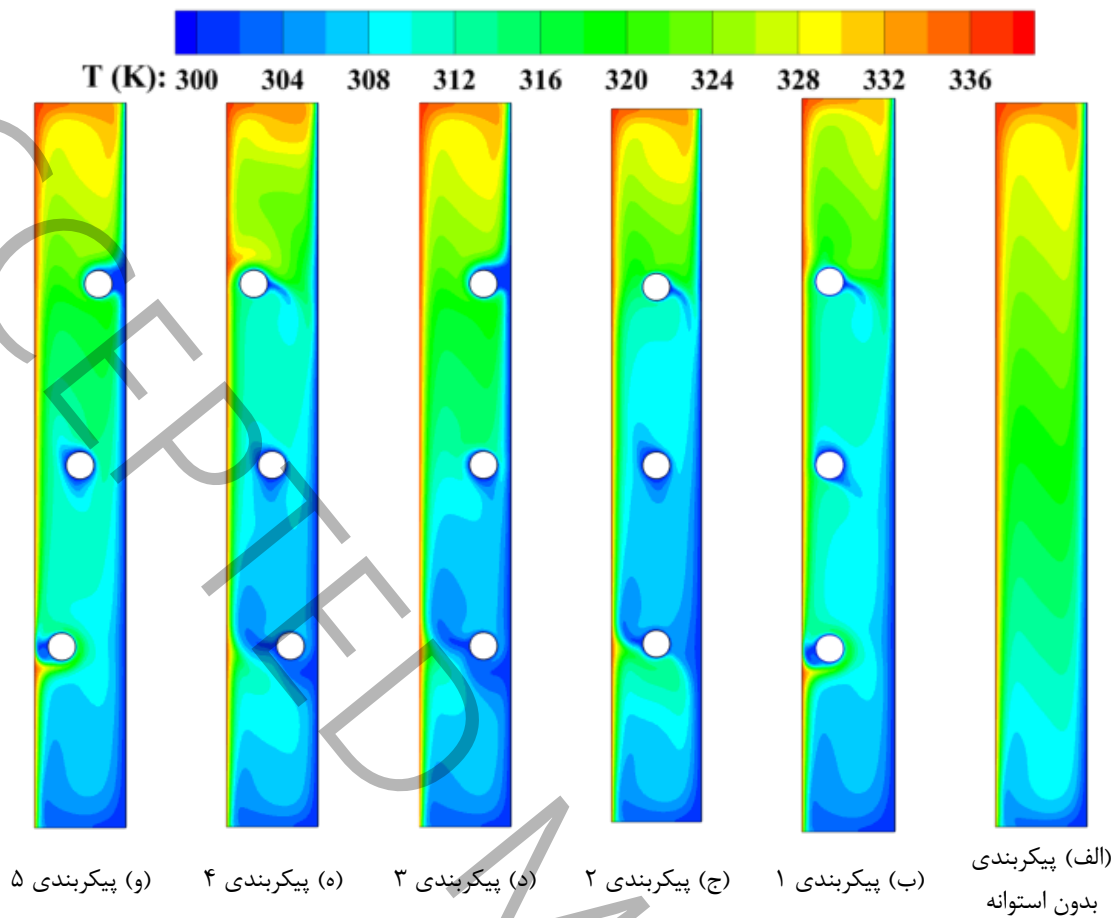
نسبت به حضور استوانه‌های ساکن حدود $3/8$ و $4/33$ افزایش می‌یابد. دلیل این امر را می‌توان این‌گونه توجیه نمود که با افزایش سرعت زاویه‌ای استوانه‌ها، سرعت جریان درون محفظه و به طبع آن جابجایی افزایش یافته و می‌توان پیش‌بینی نمود که عدد ناسلت بهبود می‌یابد. بر اساس شکل ۸، مشاهده می‌شود که در اکثر پیکربندی‌ها، چرخش استوانه‌ها در جهت پادساعتگرد موجب افزایش بیشتر Nu_m/Nu_{m0} می‌گردد. نتایج حاکی از آن است که بیشترین افزایش Nu_m/Nu_{m0} برای پیکربندی ۱ به ازای سرعت زاویه‌ای -5 رخ داده و در حدود $6/47$ می‌باشد.

علاوه بر این، به منظور ارزیابی الگوی جریان و تنش برشی بر روی استوانه‌های چرخان، توان لازم برای چرخش استوانه‌های چرخان برای پیکربندی‌های مختلف بر حسب سرعت چرخشی متفاوت استوانه‌های چرخان در عدد رایلی 5×10^5 در شکل ۹ نشان داده شده است. نتایج نشان‌دهنده این است که پیکربندی‌های مختلف استوانه‌های چرخان به دلیل تغییر در الگوی جریان درون محفظه و اطراف استوانه‌ها، منجر به تغییر توان مصرفی می‌گردد. به عنوان نمونه، با تغییر پیکربندی استوانه‌های چرخان از پیکربندی ۵ به ۲، به ازای چرخش استوانه‌ها با سرعت زاویه‌ای $+5$ ، توان لازم برای چرخش استوانه‌ها حدود $2/95$ کاهش می‌یابد. نتایج حاکی از آن است که کمترین توان لازم برای چرخش استوانه به ترتیب برای پیکربندی‌های ۲ و ۱ به ازای سرعت زاویه‌ای $+2/5$ می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، توان لازم برای چرخش استوانه‌ها در جهت ساعتگرد از جهت پادساعتگرد کمتر می‌باشد. لازم به ذکر است که با توجه به اینکه پیکربندی ۱ به ازای سرعت زاویه‌ای -5 نسبت به سایر پیکربندی‌ها، افزایش انتقال حرارت بیشتری دارد، در بخش‌های بعدی به عنوان پیکربندی بهینه برای ارزیابی سایر پارامترهای تأثیرگذار مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

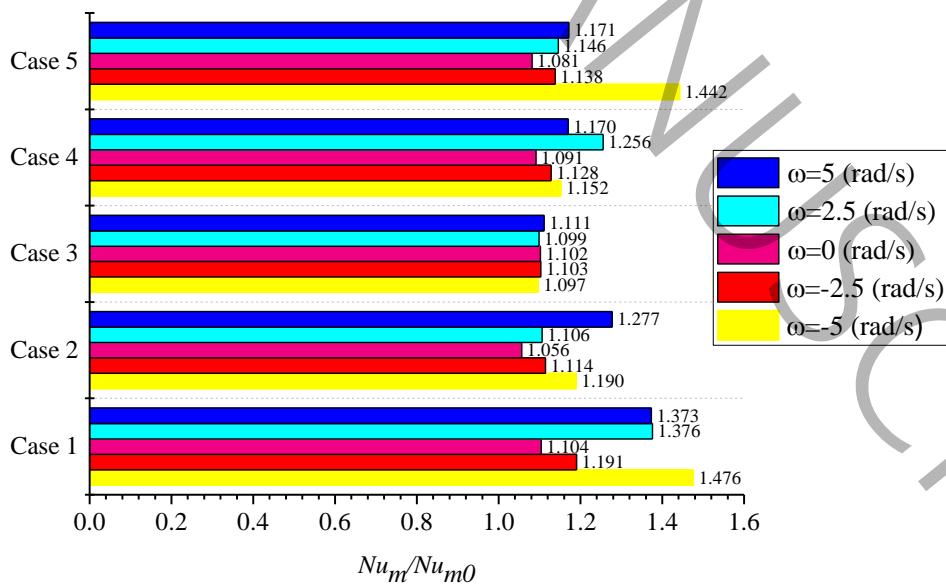


شکل ۶: کانتور سرعت و خطوط جریان برای پیکربندی‌های مختلف ($Ra=5 \times 10^5$, $\omega=-5$)

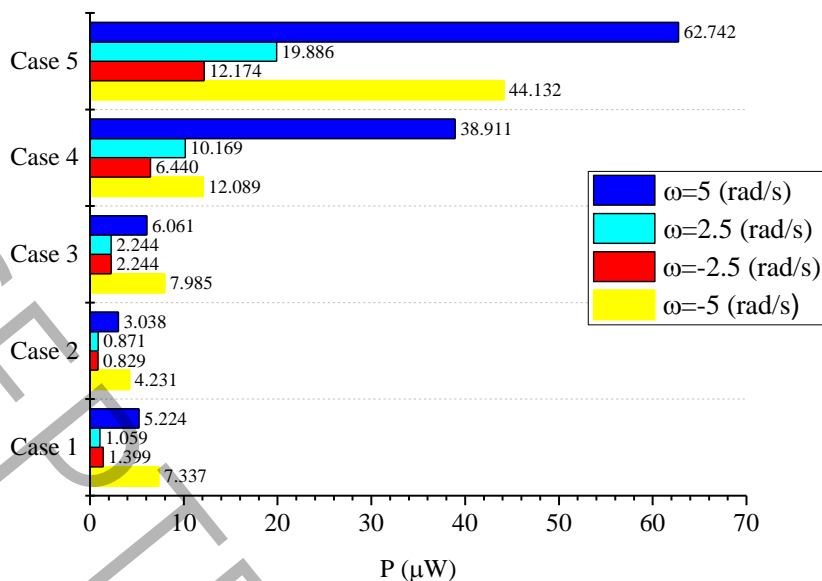
Fig. 6. Contours of velocity magnitude and streamlines for various cases ($Ra=5 \times 10^5$, $\omega=-5$)



شکل ۷: توزیع دما برای پیکربندی‌های مختلف ($Ra=5 \times 10^5$, $\omega=-5$)
 Fig. 7. Temperature distribution for various cases ($Ra=5 \times 10^5$, $\omega=-5$)



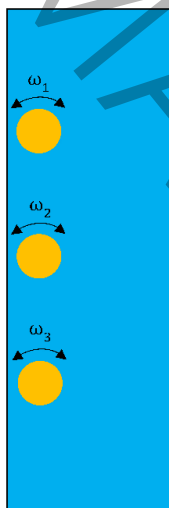
شکل ۸: نسبت عدد ناسلت متوسط محفظه برای پیکربندی‌های مختلف بر حسب سرعت چرخشی متفاوت استوانه‌های چرخان ($Ra=5 \times 10^5$)
 Fig. 8. Ratio of average Nusselt number for various cases for different rotational velocity ($Ra=5 \times 10^5$)



شکل ۹: توان لازم برای چرخش استوانه‌های چرخان برای پیکربندی‌های مختلف بر حسب سرعت چرخشی متفاوت استوانه‌های چرخان ($Ra=5 \times 10^5$)

Fig. 9. Power required to rotate the cylinders for various cases for different rotational velocity ($Ra=5 \times 10^5$)

۵-۲- تأثیر جهت چرخش هر یک از سه استوانه بر بهبود انتقال حرارت درون محفظه در این بخش، تأثیر جهت چرخش هر استوانه بر الگوی جریان و افزایش انتقال حرارت مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این منظور، مطابق شکل ۱۰، نمای شماتیکی از چرخش مستقل هر استوانه در پیکربندی ۱ نشان داده شده است.

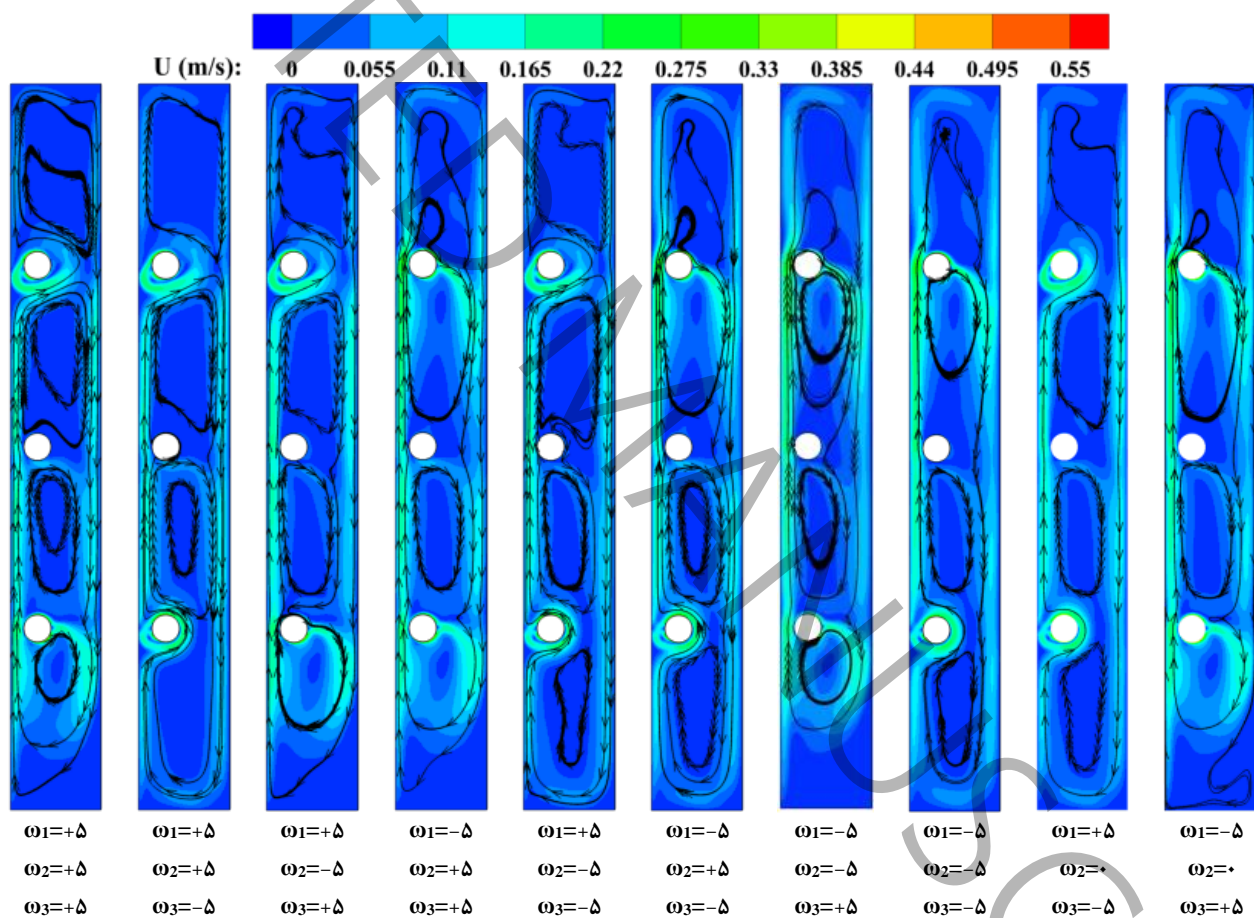


شکل ۱۰: نمای شماتیکی از پیکربندی ۱ با چرخش مستقل هر استوانه

Fig. 10. Schematic representation of the Case 1 with each cylinder rotating independently

کانتور سرعت و خطوط جریان درون محفظه در پیکربندی‌های مختلف در عدد رایلی 5×10^5 و به ازای چرخش‌های مستقل و متفاوت هر یک از سه استوانه با سرعت زاویه‌ای ± 5 (ساعتگرد یا پادساعتگرد) در شکل ۱۱ نشان داده شده است. نتایج بیانگر این است که با تغییر جهت چرخش هر یک از سه استوانه به صورت منحصر به فرد، ده الگوی جریان متفاوت درون محفظه ایجاد می‌گردد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هنگامی که استوانه اول (بالاترین استوانه درون محفظه) به صورت پادساعتگرد (+۵) می‌چرخد، یک گردابه در بالای محفظه تشکیل می‌گردد و یک گردابه بزرگ در زیر استوانه ایجاد می‌شود. اما زمانی که استوانه اول به صورت ساعتگرد (-۵) می‌چرخد،

درون محفظه یک گردابه بزرگ تشکیل می‌شود. بر اساس شکل ۱۱، مشاهده می‌شود که با چرخش استوانه سوم (پایین‌ترین استوانه درون محفظه) به صورت پادساعتگرد (+۵)، در بخش پایینی درون محفظه، یک گردابه با سرعت بالاتری نسبت به حالتی که استوانه سوم به صورت ساعتگرد می‌چرخد، ایجاد می‌گردد. بنابراین می‌توان پیش‌بینی نمود که تغییر الگوی گردابی درون محفظه به واسطه تغییر جهت چرخش هر استوانه، موجب تغییر در توزیع دما و لایه مرزی حرارتی نزدیک دیواره گرم (دیواره سمت چپ محفظه) می‌گردد. به منظور ارزیابی تأثیر جهت چرخش هر یک از سه استوانه‌ها بر انتقال حرارت درون محفظه، کانتور دما در پیکربندی‌های مختلف در عدد رایلی 5×10^5 و به ازای چرخش‌های مستقل و متفاوت هر یک از سه استوانه با سرعت زاویه‌ای ± 5 (ساعتگرد یا پادساعتگرد) در شکل ۱۲ نشان داده شده است. مشخص است که با تغییر جهت چرخش هر استوانه درون محفظه، توزیع دما به‌ویژه در اطراف دیواره گرم تغییر می‌کند. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، لایه مرزی حرارتی نزدیک دیواره گرم در ناحیه حضور استوانه‌های بالا و پایین نازک شده است و می‌توان پیش‌بینی نمود که با نازک شدن لایه مرزی حرارتی، ضریب انتقال حرارت جابجایی و عدد ناسلت موضعی در این نواحی افزایش می‌یابد.

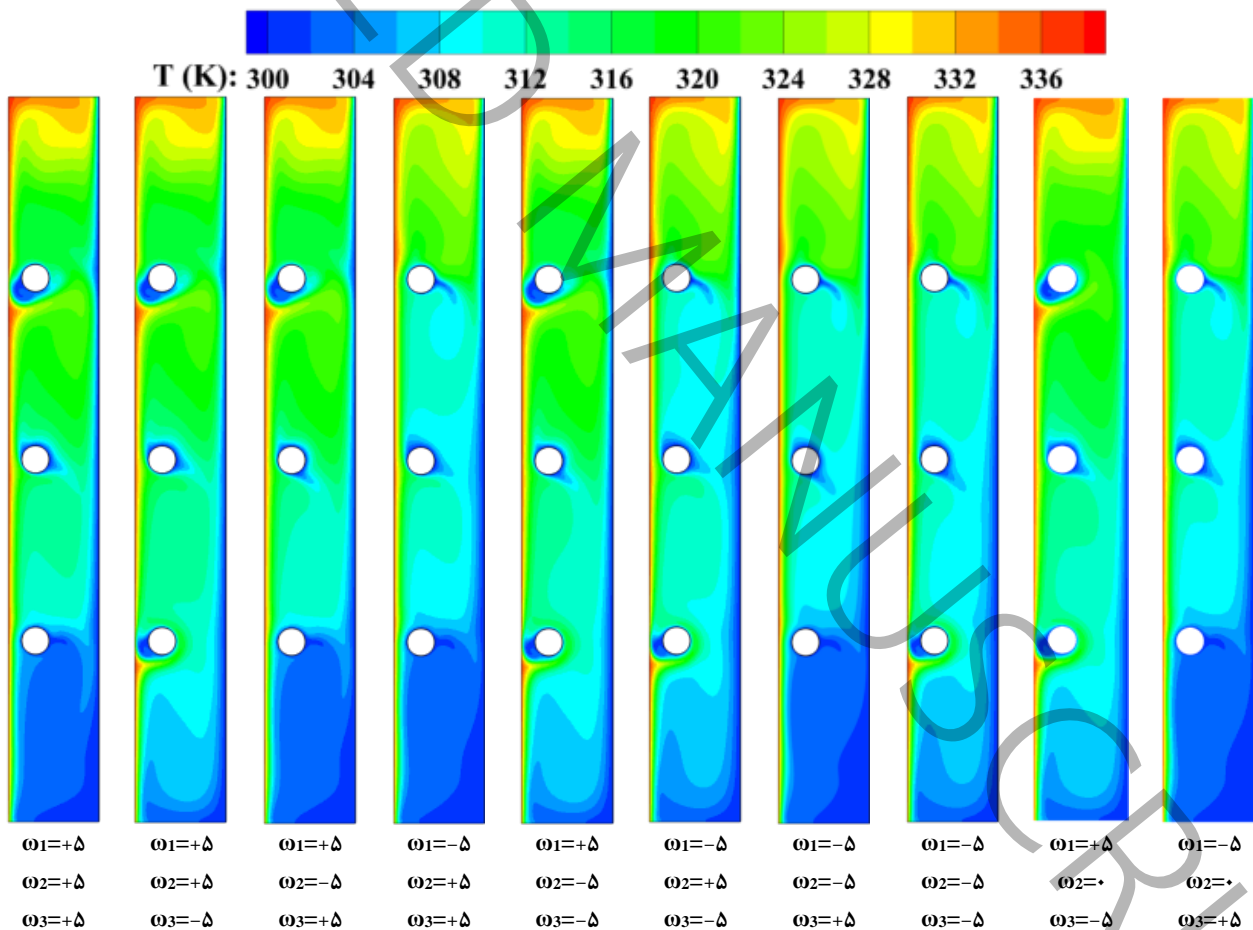


شکل ۱۱: کانتور سرعت و خطوط جریان برای پیکربندی ۱ به ازای چرخش متفاوت هر استوانه ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)

Fig. 11. Contours of velocity magnitude and streamlines for Case 1 for different rotations of each cylinder ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)

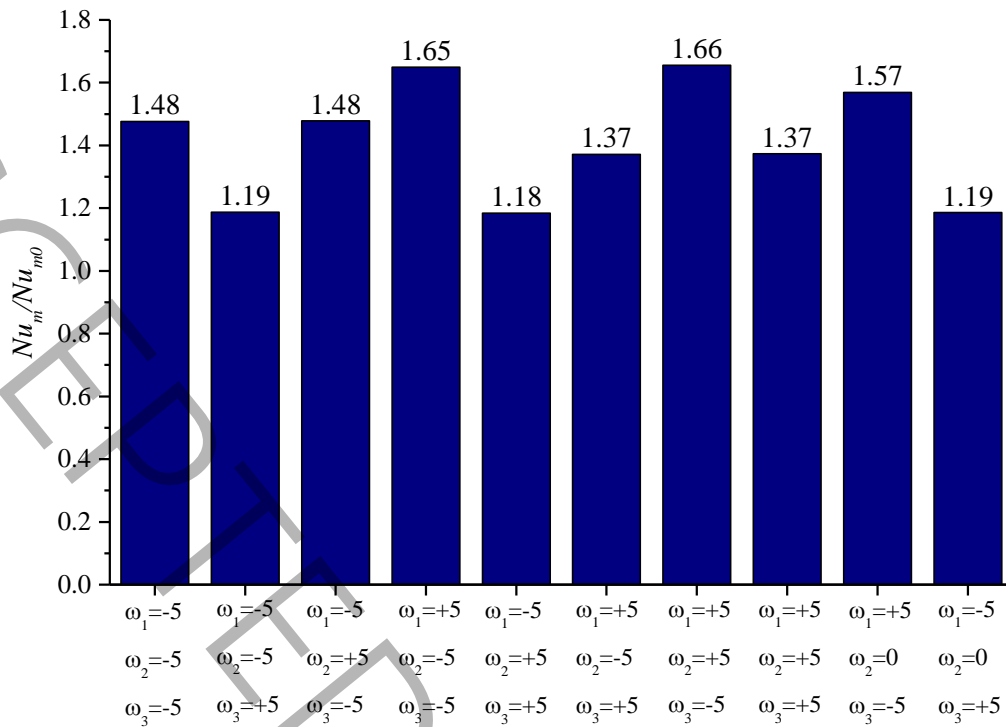
با توجه به اینکه چرخش هر یک از استوانه‌ها جز پارامترهای تأثیرگذار بر جریان و انتقال حرارت درون محفظه می‌باشد، تأثیر آن بر افزایش انتقال حرارت متوسط بررسی شده است. به عنوان معیار مناسبی از افزایش انتقال حرارت، نسبت Nu_m/Nu_{m0} برای ده حالت مختلف که در نتیجه چرخش مستقل هر یک از سه استوانه رخ می‌دهد، در عدد رایلی 5×10^5 در شکل ۱۳ ارائه شده است. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، در تمامی حالت‌ها مقدار نسبت Nu_m/Nu_{m0} در حضور استوانه‌های چرخان از ۱ بزرگ‌تر بوده که بیانگر این است که حضور استوانه‌های چرخان بر افزایش انتقال حرارت درون محفظه مؤثر می‌باشد. نتایج حاکی از آن است که با تغییر چرخش هر

یک از استوانه‌ها، عدد ناسلت متوسط از ۱۸٪ به ۶۶٪ افزایش می‌یابد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، پیکربندی ۱ در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، دارای بیشترین مقدار نسبت Nu_m/Nu_{m0} می‌باشد. دلیل این امر را می‌توان این‌گونه توجیه نمود که در این نوع چرخش استوانه‌ها، در بخش پایین محفظه، که جریان به دلیل جابجایی طبیعی به سمت بالا حرکت می‌کند، حرکت ساعتگرد استوانه سوم (پایین‌ترین استوانه درون محفظه) موجب هم‌افزایی و افزایش مومنتم جریان در راستای حرکت جریان جابجایی طبیعی می‌باشد. در حالیکه حرکت پادساعتگرد استوانه اول (بالا‌ترین استوانه درون محفظه)، موجب بهم ریختن لایه مرزی حرارتی، در بالای محفظه که حالت دمای لایه‌ای رخ می‌دهد، می‌گردد. از سوی دیگر، واضح است که جهت چرخش استوانه میانی تأثیر محسوسی بر افزایش انتقال حرارت ندارد. بر اساس نتایج مشخص است که هنگامی که استوانه میانی ثابت بوده ($\omega_2=0$) و استوانه‌های بالا و پایین به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=-5$ و $\omega_3=+5$ می‌چرخند، عدد ناسلت متوسط نسبت به محفظه بدون استوانه حدود ۱۹٪ افزایش می‌یابد. در حالیکه برای پیکربندی ۱ در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=0$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، عدد ناسلت حدود ۵۷٪ افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، جهت حرکت استوانه‌های بالایی و پایینی نقش بسزایی بر انتقال حرارت درون محفظه دارد. نتایج حاکی از آن است که استفاده از پیکربندی ۱ در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، در مقایسه با حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=0$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، منجر به بهبود مقدار نسبت Nu_m/Nu_{m0} حدود ۹٪ افزایش می‌یابد.



شکل ۱۲: کانتور دما برای پیکربندی ۱ به ازای چرخش متفاوت هر استوانه ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)

Fig. 12. Contours of temperature for Case 1 for different rotations of each cylinder ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)



Case 1

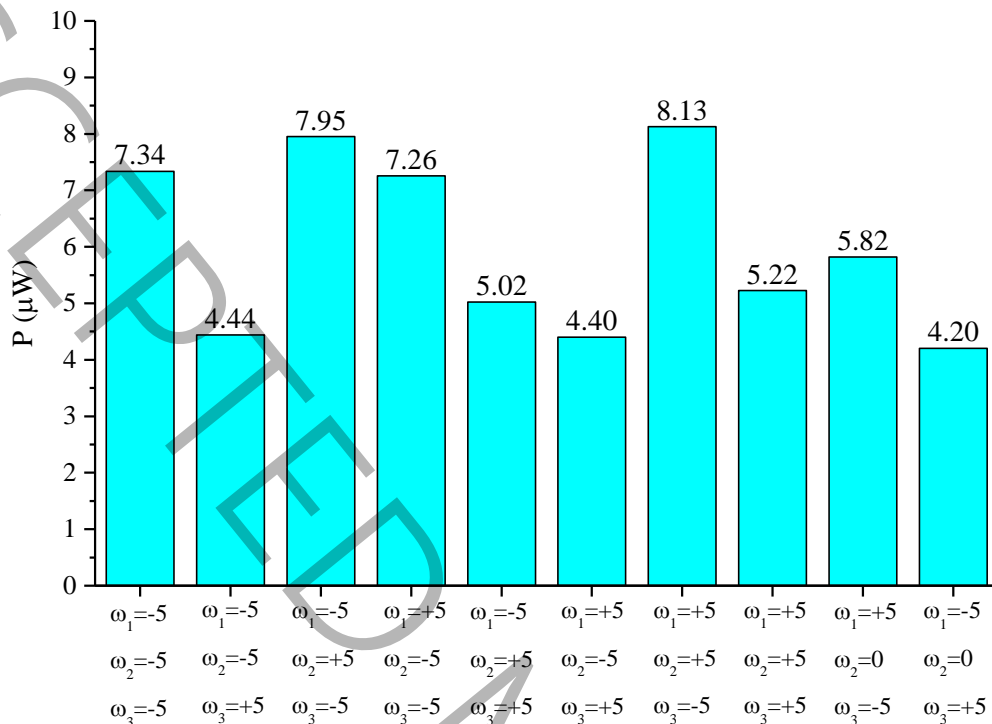
شکل ۱۳: نسبت عدد ناسلت متوسط محفظه برای پیکربندی ۱ به ازای چرخش متفاوت هر استوانه ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)

Fig. 13. Ratio of average Nusselt number for Case 1 for different rotations of each cylinder ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)

همچنین توان لازم برای چرخش استوانه‌های چرخان برای ده حالت مختلف که در نتیجه چرخش مستقل هر یک از سه استوانه رخ می‌دهد، در عدد رایلی 5×10^5 در شکل ۱۴ ارائه شده است. مشخص است که در پیکربندی‌هایی که استوانه میانی ثابت است ($\omega_2=0$)، به دلیل عدم چرخش یک استوانه، توان لازم برای چرخش استوانه‌ها نسبت به سایر پیکربندی‌ها کمتر می‌باشد. به عنوان نمونه، استفاده از پیکربندی ۱ در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، در مقایسه با حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=-5$ ، $\omega_2=0$ و $\omega_3=+5$ می‌چرخند، منجر به کاهش توان در حدود ۴۸٫۳٪ می‌گردد. با این حال، با توجه به هدف این تحقیق که بهبود انتقال حرارت درون محفظه مستطیلی بلند می‌باشد، پیکربندی ۱ در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، می‌تواند به عنوان پیکربندی بهینه از نظر بهبود انتقال حرارت انتخاب گردد. به منظور بررسی اثر توأمان نیروی شناوری و جهت چرخش استوانه به ویژه در نزدیکی دیواره‌ها، پروفیل سرعت در مقطع $y=0.25$ m برای چهار حالت مختلف در پیکربندی ۱ که در نتیجه چرخش مستقل هر یک از سه استوانه رخ می‌دهد، در عدد رایلی 5×10^5 در شکل ۱۵ نشان داده شده است. چهار حالتی که انتخاب شده‌اند مربوط به چرخش استوانه پادساعتگرد و ساعتگرد با سرعت زاویه‌ای سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ و $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=+5$ است. همچنین حالت دارای بیشترین و کمترین مقدار نسبت Nu_m/Nu_{m0} ، به ترتیب استوانه‌ها با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ ، $\omega_3=-5$ و $\omega_1=-5$ ، $\omega_2=+5$ ، $\omega_3=+5$ می‌چرخند. لازم به ذکر است که به منظور بررسی حضور استوانه‌های چرخان، نتایج با توزیع سرعت برای پیکربندی بدون استوانه مقایسه شده است. بر اساس نتایج مشخص است که حضور استوانه‌های چرخان درون محفظه منجر به تغییر چشمگیر توزیع سرعت درون محفظه می‌گردد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، توزیع سرعت در نزدیک دیواره‌های محفظه، شبیه به توزیع سرعت جت دیواره‌ای^۱ می‌باشد. نتایج نشان‌دهنده این است که در پیکربندی ۱ به ازای چرخش استوانه بالا با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=-5$ ، مقدار سرعت نزدیک دیواره گرم در مقایسه با حالت بدون استوانه افزایش می‌یابد. همچنین واضح است که به در پیکربندی ۱ به ازای چرخش استوانه بالا با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، مقدار بیشینه سرعت در نزدیک دیواره کاهش یافته اما ضخامت جت سرعت نزدیک به دیواره در مقایسه با پیکربندی بدون استوانه چرخان، کاهش می‌یابد. بر اساس نتایج شکل

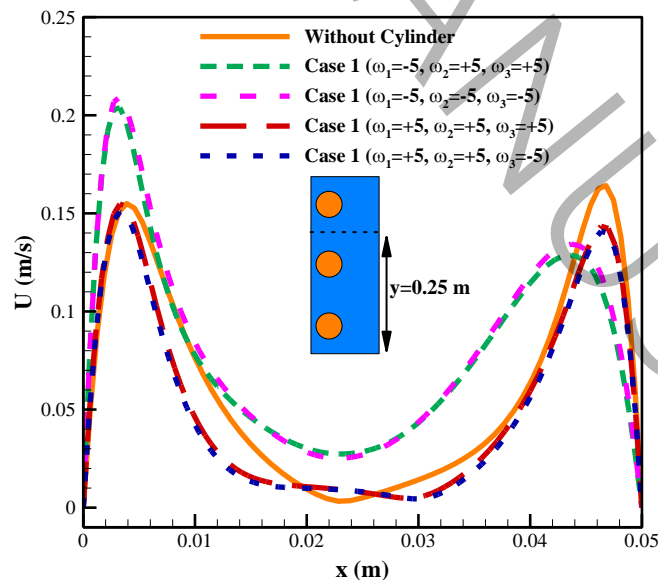
¹ Wall jet

۱۵، مشخص می‌شود که جهت چرخش استوانه‌ها بر الگوی جریان جابجایی طبیعی و نیروی شناوری درون محفظه تأثیرگذار می‌باشد و با توجه به جهت چرخش استوانه‌ها می‌تواند منجر به افزایش سرعت جت دیواره و یا کاهش ضخامت جت دیواره گردد.



Case 1

شکل ۱۴: توان لازم برای چرخش استوانه‌های چرخان برای پیکربندی ۱ به ازای چرخش متفاوت هر استوانه ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)
Fig. 14. Power required to rotate the cylinders for Case 1 for different rotations of each cylinder ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)



شکل ۱۵: توزیع سرعت برای پیکربندی ۱ در مقطع $y=0.25$ m به ازای چرخش متفاوت هر استوانه ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)
Fig. 15. Velocity profiles for Case 1 at $y=0.25$ m for different rotations of each cylinder ($Ra=5 \times 10^5$, $|\omega|=5$)

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، تأثیر چیدمان‌های مختلف سه استوانه چرخان درون یک محفظه بسته مستطیلی بلند بر الگوی جریان و افزایش انتقال حرارت جابجایی طبیعی به صورت عددی ارزیابی شده است. همچنین تأثیر پارامترهایی همچون چیدمان استوانه‌ها، سرعت و جهت چرخش استوانه‌ها نسبت به یکدیگر بر الگوی جریان و افزایش نرخ انتقال حرارت درون محفظه ارزیابی شده است. به منظور ارزیابی حضور استوانه‌های چرخان، نتایج نسبت به محفظه بدون استوانه مقایسه شده و در قالب خطوط جریان، توزیع دما و نسبت عدد ناسلت ارائه شده است. خلاصه‌ای از دستاوردهای این تحقیق عبارتند از:

- نتایج نشان می‌دهد که حضور سه استوانه درون محفظه در تمامی حالات (ساکن یا چرخان) موجب تغییر الگوی جریان جابجایی طبیعی درون محفظه و بهبود عدد ناسلت می‌گردد. گردابه ناشی از جابجایی طبیعی درون محفظه، به دلیل حضور استوانه‌های چرخان، به چندین گردابه با اندازه‌های متفاوت تبدیل می‌گردد.
 - سرعت جریان سیال در پیکربندی‌هایی که استوانه‌ها نزدیک به دیواره‌ی گرم محفظه قرار دارند (پیکربندی‌های ۱ و ۴)، نسبت به سایر پیکربندی‌ها بیشتر می‌باشد.
 - بیشترین توان لازم برای چرخش استوانه‌ها مربوط به پیکربندی ۵ با سرعت زاویه‌ای ۵+ می‌باشد. همچنین کمترین توان لازم برای چرخش استوانه به ترتیب برای پیکربندی‌های ۲ و ۱ به ازای سرعت زاویه‌ای ۲/۵+ می‌باشد.
 - نتایج حاکی از آن است که چرخش استوانه‌ها در جهت پادساعتگرد در مقایسه با جهت ساعتگرد، موجب افزایش بیشتر Nu_m/Nu_{m0} می‌گردد.
 - هنگام چرخش هم‌زمان استوانه‌ها در یک راستا، بیشترین افزایش Nu_m/Nu_{m0} برای پیکربندی ۱ به ازای سرعت زاویه‌ای ۵- رخ داده و در حدود ۴۷/۶٪ می‌باشد.
 - نتایج نشان می‌دهد که با تغییر چرخش هر یک از استوانه‌ها برای پیکربندی ۱، الگوی جریان، توان لازم برای چرخش استوانه‌ها و مقدار Nu_m/Nu_{m0} تغییر چشمگیری می‌یابد. به نحوی که پیکربندی ۱ در حالتی که استوانه‌ها به ترتیب با سرعت زاویه‌ای $\omega_1=+5$ ، $\omega_2=+5$ و $\omega_3=-5$ می‌چرخند، عدد ناسلت متوسط حدود ۶۶٪ افزایش می‌یابد.
- پژوهش‌های آینده می‌توانند بر رفع محدودیت‌های مطالعه حاضر، همچون بررسی اثر عدد رایلی با تغییر هندسه محفظه و یا انتخاب سیال عامل متفاوت نسبت به هوا متمرکز شوند. همچنین در اختلاف دماهای بالا، به‌جای تقریب بوزینسک می‌توان از مدل گاز ایده‌آل استفاده کرد تا تأثیر تغییرات خواص ترموفیزیکی هوا با دما بررسی شود. همچنین پژوهش‌های آتی می‌توانند به بررسی و مقایسه جامع پیکربندی‌های دو استوانه با پیکربندی سه استوانه جهت تعیین تعداد بهینه استوانه در شرایط مختلف عملیاتی بپردازند. از سوی دیگر، بررسی تأثیر شکل استوانه‌ها (مانند استوانه‌هایی با سطح مقطع بیضوی) و نیز تغییر در چیدمان آن‌ها بر الگوی جریان و انتقال حرارت، می‌تواند چشم‌انداز جدیدی برای طراحی بهینه فراهم آورد.

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

| | |
|-------|---|
| C_p | ظرفیت گرمایی ویژه (J/kg K) |
| D | قطر استوانه‌های چرخان (m) |
| g | شتاب گرانش (m/s^2) |
| h | ضریب انتقال حرارت جابجایی ($W/m^2 K$) |
| H | طول محفظه (m) |
| K | ضریب هدایت حرارتی ($W/m K$) |
| L | عرض محفظه (m) |
| Nu | عدد ناسلت |
| P | فشار (N/m^2) / توان (W) |

| | |
|------------------------------------|----------|
| پرانتل آشفته‌گی | Pr_t |
| عدد رایلی | Ra |
| دما (K) | T |
| مؤلفه افقی سرعت (m/s) | u |
| سرعت متوسط (m/s) | U |
| علائم یونانی | |
| نفوذ حرارتی (m ² /s) | α |
| انبساط حرارتی (1/K) | β |
| لزجت سینماتیکی (m ² /s) | ν |
| لزجت دینامیکی (kg/m s) | μ |
| لزجت دینامیکی آشفته‌گی (kg/m s) | μ_t |
| چگالی (kg/m ³) | ρ |
| سرعت زاویه‌ای (1/s) | ω |
| زیرنویس | |
| سرد | C |
| گرم | H |
| متوسط | m |

۸- منابع و مراجع

- [1] A. Chidan, A. Raisi, B. Ghasemi, Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer inside a Triangular Cavity with Flexible Sidewalls Containing a Cylindrical Heat Source, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 53(11) (2022) 5461–5484. (in Persian).
- [2] M. Ghalambaz, E. Jamesahar, M. Sabour, Natural Convection Heat Transfer Inside a Square Enclosure with a Flexible Fin, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 50(2) (2018) 233–254. (in Persian).
- [3] F. Mobadersani, F. Tavakkol, Numerical analysis of flow and natural convection heat transfer in a circular enclosure heated from bottom utilizing porous layer, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 53(3 (Special Issue)) (2021) 1937–1962. (in Persian).
- [4] M.S. Hossain, M. Fayz-Al-Asad, M.S.I. Mallik, M. Yavuz, M.A. Alim, K.M. Khairul Basher, Numerical study of the effect of a heated cylinder on natural convection in a square cavity in the presence of a magnetic field, *Mathematical and Computational Applications*, 27(4) (2022) 58.
- [5] R. Hidki, L. El Moutaouakil, Z. Charqui, M. Boukendil, Z. Zrikem, Natural convection in a square cavity containing two heat-generating cylinders with different geometries, *Materials Today: Proceedings*, 45 (2021) 7415–7423.
- [6] L. El Moutaouakil, M. Boukendil, Z. Zrikem, A. Abdelbaki, Natural convection and radiation in a cavity with a partially heated cylinder, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 35(2) (2021) 312–322.
- [7] A.S. Dogonchi, T. Tayebi, N. Karimi, A.J. Chamkha, H. Alhumade, Thermal-natural convection and entropy production behavior of hybrid nanoliquid flow under the effects of magnetic field through a porous wavy cavity embodies three circular cylinders, *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, 124 (2021) 162–173.
- [8] A.S. Dogonchi, M. Sadeghi, M. Ghodrati, A.J. Chamkha, Y. Elmasry, R. Alsulami, Natural convection and entropy generation of a nanoliquid in a crown wavy cavity: effect of thermo-physical parameters and cavity shape, *Case Studies in Thermal Engineering*, 27 (2021) 101208.

- [9] S. Javed, S. Saha, Estimation of comprehensive thermal performance for conjugate natural convection inside a dome-shaped porous chamber holding a solid cylinder, *Results in Engineering*, 17 (2023) 100896.
- [10] S. Pandey, P.S. Jakkareddy, Y.M. Seo, M.Y. Ha, Direct numerical simulation of natural convection between an enclosure and multiple circular cylinders: An influence of horizontal arrangement of cylinders, *Case Studies in Thermal Engineering*, 36 (2022) 102205.
- [11] M. Boukendil, L. El Moutaouakil, Z. Zrikem, A. Abdelbaki, Natural convection and surface radiation in an insulated square cavity with inner hot and cold square bodies, *Materials Today: Proceedings*, 45 (2021) 7282–7289.
- [12] A.D. Abdulsahib, A.S. Hashim, K. Al-Farhany, A. Abdulkadhim, F. Mebarek-Oudina, Natural convection investigation under influence of internal bodies within a nanofluid-filled square cavity, *The European Physical Journal Special Topics*, 231(13) (2022) 2605–2621.
- [13] T.B. Hulle, R. Krishnaraj, M.V. Ramanan, N. Nagaprasad, Darcy number effects on natural convection around a porous cylinder in L-shaped enclosure using Lattice Boltzmann method, *Scientific Reports*, 15(1) (2025) 8448.
- [14] K. Khanafer, S. Aithal, Mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity with a rotating circular cylinder, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 86 (2017) 131-142.
- [15] A.I. Alsabery, M.A. Ismael, A.J. Chamkha, I. Hashim, Numerical investigation of mixed convection and entropy generation in a wavy-walled cavity filled with nanofluid and involving a rotating cylinder, *Entropy*, 20(9) (2018) 664.
- [16] F. Selimefendigil, M.A. Ismael, A.J. Chamkha, Mixed convection in superposed nanofluid and porous layers in square enclosure with inner rotating cylinder, *International Journal of Mechanical Sciences*, 124 (2017) 95-108.
- [17] S. Mehryan, E. Izadpanahi, M. Ghalambaz, A. Chamkha, Mixed convection flow caused by an oscillating cylinder in a square cavity filled with Cu–Al₂O₃/water hybrid nanofluid, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 137(3) (2019) 965-982.
- [18] S.D. Farahani, A.D. Farahani, H.F. Öztop, Natural convection in a rectangular tall cavity in the presence of an oscillating and rotating cylinder, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 647 (2022) 129027.
- [19] H. Moayedi, N. Amanifard, Electrohydrodynamic-enhanced natural convection heat transfer in a vertical corrugated duct, *Heat Transfer Engineering*, 43(21) (2022) 1838–1851.
- [20] J.-W. Luo, K. Yaji, L. Chen, W.-Q. Tao, Data-driven multifidelity topology design for enhancing turbulent natural convection cooling, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 240 (2025) 126659.
- [21] J. De Medeiros, M. Alves, P. Zdanski, M. Vaz Jr, Turbulent natural convection inside inclined enclosures: Effects of adiabatic and heat-conducting inserts, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 86(18) (2025) 6402–6417.
- [22] W.-M. Yan, J.-J. Chou, C.-H. Li, H.-T. Chen, S. Rashidi, Experimental and numerical studies on effects of fin geometry and arrangement on natural convection heat transfer, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 150(18) (2025) 14135–14157.
- [23] L. Samaei, H.M. Deylami, N. Amanifard, H. Moayedi, Numerical evaluation of using micropolar fluid model for EHD-induced natural convection heat transfer through a rectangular enclosure, *Journal of Electrostatics*, 101 (2019) 103372.
- [24] P. Fernández-Yáñez, A.J. Fernández-López, J.A. Soriano, O. Armas, A computational method to study heat transfer in a helicopter turboshaft engine compartment for waste energy recovery purposes, *Applied Thermal Engineering*, 242 (2024) 122529.
- [25] A. Ghennai, R. Bessaïh, Heat transfer enhancement in a cubical cavity filled with a hybrid nanofluid, *Heat Transfer*, 50(2) (2021) 1658-1678.

- [26] C.R. Mirza, A.B. Ali, M. Sedaghat, M.M. Helal, I. Mahariq, N.B. Khedher, Integrated techno-economic and environmental evaluation of leveraging rotating hot cylinders for industrial-scale thermal management in enclosed systems: A dairy factory case study, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 172 (2026) 110326.
- [27] T. Yilmaz, S.M. Fraser, Turbulent natural convection in a vertical parallel-plate channel with asymmetric heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(13-14) (2007) 2612–2623.
- [28] H. Moayedi, N. Amanifard, H.M. Deylami, A comparative study of the effect of fin shape on mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 44(8) (2022) 322.
- [29] H. Moayedi, Investigation of heat transfer enhancement of Cu-water nanofluid by different configurations of double rotating cylinders in a vented cavity with different inlet and outlet ports, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 126 (2021) 105432.
- [30] H. Moayedi, Numerical analysis of the effect of configurations of double rotating cylinders on heat transfer enhancement hybrid nanofluid flow in a vented cavity, *Amirkabir journal of mechanical engineering*, 54(1) (2022) 145–168. (in Persian).

ACCEPTED MANUSCRIPT