

# **Influence of Blade Outlet Angle on the Inverse Design Method for Centrifugal Pump Impellers**

**Abdollah Eskandari Sani <sup>1</sup>**

<sup>1</sup> A.eskandari@pnu.ac.ir, Department of mechanical engineering, Payame Noor University, Tehran

## **ABSTRACT**

This study investigates the effect of blade outlet angle on the inverse design of centrifugal pump impellers using CFD simulations. Three outlet angles ( $-45^\circ$ ,  $0^\circ$ , and  $+45^\circ$ ) were evaluated under identical operating conditions. The results indicate that the  $-45^\circ$  configuration provides the highest hydraulic efficiency and pump head by reducing secondary-flow losses. These findings demonstrate the importance of blade outlet angle in improving centrifugal pump performance.

## **KEYWORDS**

**Centrifugal pump; Inverse design; Blade outlet angle; CFD**

## 1. Introduction

Centrifugal pumps are vital for fluid transfer across various industries. Because they consume significant industrial energy, improving their hydraulic efficiency is a priority. The impeller's geometry is crucial to this efficiency, as it dictates energy exchange, energy loss, and stable performance. Since the 1970s, numerical methods like the inverse design approach and Computational Fluid Dynamics (CFD) have become essential for optimization [1]. Unlike traditional design, the inverse method defines desired flow parameters first to extract the optimal geometry. Research, notably by Zangeneh et al., confirms that this method enables better control over flow fields, reduces secondary flow losses, and ensures more uniform pressure and velocity distribution [2]. Ultimately, modifying pressure distribution through inverse design proves to be an effective strategy for increasing overall pump efficiency and extending its operational range.

Beyond pressure distribution control, blade geometry parameters—specifically the number of blades, blade thickness, and the discharge angle—remain crucial to impeller performance. While the inverse design method accounts for these as boundary conditions, the discharge angle holds special importance as it directly influences flow slip, velocity components, and the generated head. Since actual flow deviates from Euler's theory, the relationship between the discharge angle and pump performance cannot be determined by simple geometry alone. Research by Wang and Li, as well as Bellary et al., confirms that the discharge angle significantly dictates the internal hydrodynamic structure, including pressure and velocity distributions. Their findings highlight that optimizing this angle is essential to minimizing vortex formation, reducing hydraulic losses, and maximizing overall pump efficiency [3].

Literature shows that while inverse design, geometric optimization, and flow analysis are well-studied individually, the specific interaction between the discharge angle and the inverse design process remains underexplored. Previous research has not fully clarified how varying this angle influences the resulting blade geometry when using inverse design. Consequently, this study systematically investigates this relationship to determine how the discharge angle affects flow field structures, energy dissipation, and overall hydraulic efficiency in inverse-designed impellers.

## 2. Inverse Design Method

Research identifies vorticity as a primary driver of secondary flows, which cause energy losses and

reduced efficiency in turbomachinery due to pressure gradients and viscous effects. Zangeneh et al. established that managing vorticity and pressure distribution—often through inverse design—can mitigate these secondary flows. Building on this, the current study integrates vorticity control with inviscid flow analysis to optimize blade geometry. By modeling blades as vorticity sheets dependent on circulation functions, this approach aims to design impeller shapes that effectively minimize secondary flows and enhance overall hydraulic performance [4].

This methodology employs a simplified computational approach to determine blade geometry. It begins by accounting for blade blockage in the continuity equation and utilizing one-dimensional estimates (neglecting viscosity and turbulence) to find meridional velocities. The process focuses on radial and axial components, omitting tangential velocity in the meridional plane. By applying the inviscid slip condition and solving first-order hyperbolic partial differential equations for both mean and periodic flows, the complex 3D flow field is mathematically reduced to a manageable 2D form through Fourier expansion in the tangential direction.

## 3. Secondary Flows

The stable operating range of centrifugal impellers is heavily dependent on flow uniformity at the outlet, where the “Jet-Wake” phenomenon—the mixing of high-energy jets with low-energy wakes—induces significant hydraulic losses and potential instabilities [5], [6]. These losses are primarily driven by secondary flows, which displace low-energy fluid from the boundary layers of blades and walls toward regions of lower static pressure [7]. Specifically, the combination of flow curvature and Coriolis acceleration generates secondary flows that move low-energy fluid toward the low-pressure corner of the shroud. Because boundary layer thickness is greater on the suction side, these secondary flows significantly impact the meridional flow field, ultimately creating the low-energy zones characteristic of jet-wake profiles at the impeller exit.

## 4. Case Study

To investigate the impact of outlet trailing edge angles using the inverse design method, three different impeller configurations (with outlet angles of  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $-45^\circ$ ) were designed and analyzed for a centrifugal pump equipped with a volute collector. The impeller's primary dimensions, including outlet diameter and width, eye diameter, and hub/shroud curvatures, were determined using CFTurbo. The blade profiles were

designed via a loading distribution method across three distinct regions: the hub, the shroud, and the mid-span. Blade profiles were calculated by integrating the velocity components in the  $r$  and  $z$  directions—derived from the meridional flow angle.

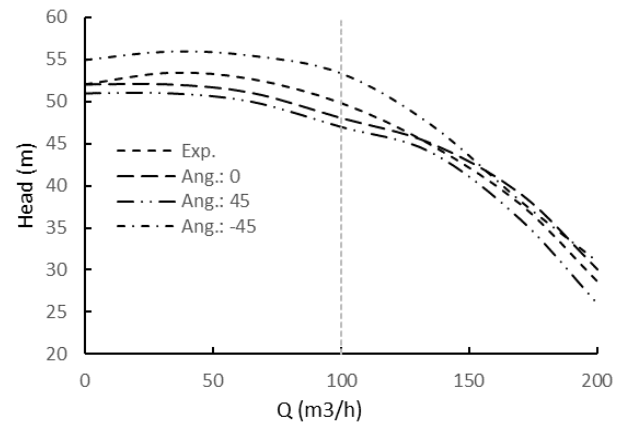
To ensure a valid comparison with experimental data, both the impeller and the volute collector were simulated. The volute geometry was mapped from the original specimen and added as a three-dimensional component following the impeller, with no geometric modifications made to the collector to maintain consistency across all three outlet angles. The impeller mesh was generated using Software TurboGrid with a boundary layer-resolved mesh approach, while the flow field in the volute and the exit nozzle were meshed using ANSYS ICEM and ANSYS CFX, respectively.

## 5. Results Analysis

The CFD results clearly indicate that blade outlet angle has a significant influence on flow characteristics inside the impeller. Among the three investigated configurations, the  $-45^\circ$  outlet angle produces the most uniform velocity distribution at the impeller exit while effectively suppressing secondary vortices and jet-wake flow structures. The reduction in tangential pressure gradients decreases the transport of low-energy fluid toward the suction side of the blade, resulting in lower hydraulic losses and a more homogeneous outlet flow field. Consequently, both pump head and hydraulic efficiency increase noticeably.

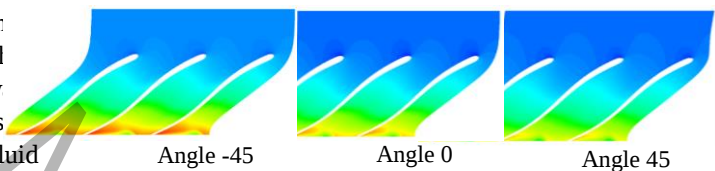
In contrast, the  $+45^\circ$  outlet angle intensifies secondary flows, increases pressure non-uniformity, and strengthens jet-wake structures near the impeller outlet. These phenomena increase hydraulic losses and reduce the overall pump performance. The impeller with  $0^\circ$  outlet angle exhibits intermediate behavior between the two extreme cases. At the design operating condition, the  $-45^\circ$  configuration increases hydraulic efficiency by approximately 8.5% and improves the pump head by about 3.2 m compared with the reference design. Furthermore, numerical predictions agree well with the experimental performance curves, confirming the reliability of the inverse design methodology and CFD model.

Figure 1 compares the head curves obtained for the three outlet-angle configurations together with the experimental measurements. The  $-45^\circ$  impeller consistently demonstrates the highest hydraulic performance.



**Figure 1. Comparison of the pump head at three angles ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $-45^\circ$ ) with experimental results**

Figure 2 illustrates the outlet static pressure contours. Compared with the other configurations, the negative outlet angle generates a considerably more uniform pressure distribution and suppresses secondary-flow structures, thereby reducing hydraulic losses.



**Figure 2. Static pressure contour in the impeller in three angle positions ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $-45^\circ$ )**

## 6. Conclusion

This study demonstrates that blade outlet angle is one of the most influential parameters in the inverse design of centrifugal pump impellers. While inverse design effectively controls blade loading and improves flow characteristics, selecting an appropriate outlet angle is essential for maximizing hydraulic performance.

Among the investigated configurations, the  $-45^\circ$  blade outlet angle provides the best overall performance by reducing tangential pressure gradients, suppressing secondary flows, improving outlet flow uniformity, increasing hydraulic efficiency by approximately 8.5%, and enhancing the pump head by about 3.2 m. The results confirm that combining inverse design with an appropriate outlet-angle selection offers an efficient strategy for developing high-performance centrifugal pumps with improved energy efficiency and operational stability.

## 7. References

- [1] R.W. Westra, Inverse-design and optimization methods for centrifugal pump impellers, Thesis > PhD Thesis - Research UT, graduation UT, (2008).

[2] M. Zangeneh, Inviscid-viscous interaction method for 3D inverse design of centrifugal impellers, in: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, American Society of Mechanical Engineers, 1993, pp. V001T003A044.

[3] J. Zhao, J. Pei, Z. Wang, B. Zhang, W. Wang, X. Gan, G. Pavesi, Energy efficiency optimization of multistage centrifugal pumps based on blade loading control: Insights into flow instability suppression mechanism, *Energy*, 328 (2025) 136586.

[4] M. Zangeneh, A. Goto, H. Harada, On the role of three-dimensional inverse design methods in turbomachinery shape optimization, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(1) (1999) 27-42.

[5] C. Wu, Q. Li, F. Zheng, P. Wu, S. Yang, H. Ye, B. Huang, D. Wu, Improve of unsteady pressure pulsation based on jet-wake suppression for a low specific centrifugal pump, *Journal of Fluids Engineering*, 143(11) (2021) 111202.

[6] R. Dean, On the unresolved fluid dynamics of the centrifugal compressor, *Advanced centrifugal compressors*, *Journal of Applied Fluid Mechanics* (1971) 1-55.

[7] Z. Gao, W. Zhu, L. Lu, J. Deng, J. Zhang, F. Wuang, Numerical and experimental study of unsteady flow in a large centrifugal pump with stay vanes, *Journal of Fluids Engineering*, 136(7) (2014) 071101.

# تأثیر زاویه خروجی پره در روش طراحی معکوس پروانه پمپ‌های سانتریفیوژ

عبدالله اسکندری ثانی<sup>۱</sup>

۱- استادیار، بخش فنی و مهندسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، a.eskandari@pnu.ac.ir

## چکیده

در این پژوهش، تأثیر زاویه خروجی پره بر عملکرد هیدرولیکی پروانه پمپ‌های سانتریفیوژ در چارچوب روش طراحی معکوس مورد بررسی قرار گرفته است. هدف اصلی از به‌کارگیری این روش، کنترل بارگذاری دینامیکی پره‌ها، کاهش شدت جریان‌های ثانویه، و بهبود یکنواختی توزیع فشار در خروجی پروانه است. در این راستا، با بهره‌گیری از مدل‌سازی مبتنی بر ورتیسیت و اعمال شرط مرزی لغزش غیر لزج، هندسه پره‌ها به‌گونه‌ای طراحی شد که توزیع فشار در خروجی پروانه بهینه گردد. سه مقدار برای زاویه خروجی پره ( $45^\circ$ ،  $0^\circ$  و  $-45^\circ$  درجه) به‌عنوان شرایط مرزی در فرآیند طراحی لحاظ گردید و عملکرد هیدرولیکی حاصل از هر پیکربندی با استفاده از شبیه‌سازی عددی و مقایسه با داده‌های تجربی ارزیابی شد. نتایج نشان دادند که زاویه خروجی منفی ( $-45^\circ$  درجه) موجب کاهش گرادین فشار در راستای مماسی، تضعیف ساختار جریان‌های ثانویه، و افزایش یکنواختی جریان در خروجی پروانه می‌شود. این بهبودهای هیدرولیکی منجر به افزایش راندمان تا  $8/5\%$  درصد و افزایش هد پمپ به میزان  $3/2$  متر در نقطه کاری گردید. یافته‌های این تحقیق نشان می‌دهند که انتخاب زاویه خروجی مناسب در طراحی معکوس، نقش کلیدی در بهینه‌سازی عملکرد توربوماشین‌ها ایفا می‌کند و می‌تواند به‌عنوان راهکاری مؤثر در طراحی پمپ‌های صنعتی مورد استفاده قرار گیرد.

## کلمات کلیدی

طراحی معکوس، پمپ سانتریفیوژ، دینامیک سیالات محاسباتی، جریانهای ثانویه، زاویه خروجی پره

## ۱- مقدمه

پمپ‌های سانتریفیوژ یکی از پرکاربردترین تجهیزات انتقال سیال در صنایع مختلف از جمله نفت، گاز، پتروشیمی، نیروگاه‌ها، صنایع شیمیایی و سامانه‌های آبرسانی محسوب می‌شوند. با توجه به سهم قابل توجه این تجهیزات در مصرف انرژی صنعتی، افزایش راندمان هیدرولیکی آن‌ها همواره یکی از مهم‌ترین اهداف پژوهشگران و طراحان توربوماشین‌ها بوده است. از آنجا که بخش عمده تبادل انرژی میان سیال و ماشین در داخل پروانه صورت می‌گیرد، هندسه پروانه و نحوه توزیع فشار روی پره‌ها نقش تعیین‌کننده‌ای در عملکرد هیدرولیکی، میزان اتلاف انرژی و محدوده عملکرد پایدار پمپ دارند. در نتیجه، توسعه روش‌های نوین طراحی و بهینه‌سازی پروانه در دهه‌های اخیر به یکی از محورهای اصلی تحقیقات در حوزه پمپ‌های سانتریفیوژ تبدیل شده است [۱].

از سال ۱۹۷۰م به بعد که استفاده از روش‌های عددی به کمک کامپیوتر در حل معادلات مکانیک سیالات مورد توجه قرار گرفته است، رویکردهای گوناگونی برای بهینه‌سازی پروانه پمپ‌های سانتریفیوژ ارائه شده است که از جمله می‌توان به روش طراحی معکوس و استفاده از مدل‌های دینامیک سیالات محاسباتی اشاره کرد [۲] و [۳]. در این روش‌ها، برخلاف رویکردهای سنتی که هندسه پره مستقیماً تعریف می‌شود، ابتدا توزیع مطلوب پارامترهای جریان نظیر فشار استاتیکی یا توزیع گردابه مشخص شده و سپس هندسه متناظر با آن استخراج می‌شود. در یکی از اولین پژوهش‌ها، زنگنه و همکارانش [۴] نشان دادند که روش طراحی معکوس امکان کنترل مستقیم ساختار میدان جریان را فراهم کرده و می‌تواند نواحی جدایش و تلفات ناشی از جریان‌های ثانویه را کاهش دهد. این پژوهشگران در ادامه نشان دادند که پروانه‌های طراحی شده به روش معکوس نسبت به نمونه‌های طراحی شده با روش‌های متعارف، توزیع یکنواخت‌تری از سرعت و فشار را در کانال عبور جریان ایجاد می‌کنند [۵]. تحقیقات دیگری که در همین حوزه صورت گرفته است نشان داده است که اصلاح توزیع فشار روی پره در فرآیند طراحی معکوس می‌تواند موجب افزایش راندمان و گسترش محدوده عملکرد مطلوب پمپ شود و آن را به ابزاری مؤثر برای کنترل ساختار جریان داخلی و کاهش مکانیزم‌های اتلاف انرژی تبدیل کرده است [۶]، [۷] و [۸].

با وجود موفقیت‌های اشاره شده در این روش، پژوهش‌های دیگر نشان داده‌اند که عملکرد نهایی پروانه همچنان به شدت تحت تأثیر سایر پارامترهای هندسی پره قرار دارد. تعداد پره‌ها، زاویه پیچش، ضخامت پره، به ویژه زاویه خروجی پره از مهم‌ترین پارامترهایی هستند

که بر میدان جریان و عملکرد هیدرولیکی اثر می‌گذارند. هالین و همکاران نشان دادند که تغییر تعداد پره‌ها موجب تغییر توزیع فشار، ساختار جریان و مشخصات عملکردی پمپ می‌شود [۹]. نتایج تحقیقات فنگ و همکارانش نیز نشان داد که اصلاح هندسه پره در نواحی ورودی و خروجی پروانه می‌تواند موجب بهبود رفتار جریان شود [۱۰] و [۱۱]. این مطالعات بیانگر آن هستند که حتی در طراحی‌های مبتنی بر کنترل نحوه توزیع فشار، پارامترهای هندسی پره همچنان یکی از عوامل اصلی تعیین‌کننده عملکرد محسوب می‌شود.

اما نکته‌ای که باید به آن توجه شود این است که در روش طراحی معکوس نیز عوامل هندسی به شکل شرایط مرزی در تعیین شکل نهایی پره تأثیر گذار هستند. در میان پارامترهای هندسی مختلف، زاویه خروجی پره از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ زیرا این پارامتر مستقیماً بر مؤلفه محیطی سرعت خروجی، میزان لغزش جریان و در نتیجه هد تولیدی تأثیر می‌گذارد. از دیدگاه تئوری اولیه، افزایش زاویه خروجی پره می‌تواند موجب افزایش مؤلفه محیطی سرعت در خروجی و افزایش هد نظری شود، اما رفتار واقعی جریان به دلیل وجود پدیده لغزش از شرایط ایده‌آل فاصله می‌گیرد [۱۲]. به همین دلیل، رابطه میان زاویه خروجی پره و عملکرد پمپ تنها از طریق روابط هندسی قابل تبیین نیست و لازم است اثر آن بر ساختار واقعی میدان جریان مورد بررسی قرار گیرد.

مطالعات تجربی و عددی متعددی اثر زاویه خروجی پره را بر عملکرد پمپ بررسی کرده‌اند. ونگ لی با مطالعه عددی یک پمپ سانتریفیوژ با سرعت مخصوص بالا نشان دادند که افزایش زاویه خروجی پره اگرچه موجب افزایش هد می‌شود، اما تأثیر آن بر راندمان به شدت وابسته به تغییر ساختار جریان داخلی است. بر اساس تحقیقات آنها افزایش بیش از حد زاویه خروجی می‌تواند موجب گسترش نواحی گردابه‌ای و افزایش اتلاف انرژی شود. نتایج این پژوهش نشان داد که زاویه خروجی پره نه تنها یک پارامتر هندسی، بلکه عاملی مؤثر بر ساختار هیدرودینامیکی جریان در ناحیه خروجی پروانه است [۱۳].

بلاری و همکارانش با استفاده از شبیه‌سازی عددی و روش بهینه‌سازی نشان دادند که زاویه خروجی پره در میان متغیرهای طراحی، بیشترین تأثیر را بر راندمان و هد پمپ دارد. نتایج آن‌ها نشان داد که تغییر زاویه خروجی موجب تغییر محسوس در توزیع فشار، توزیع سرعت و ساختار جریان خروجی می‌شود. همچنین مشخص شد که انتخاب مناسب زاویه خروجی می‌تواند موجب کاهش افت‌های هیدرولیکی و بهبود توزیع انرژی در کانال عبور جریان گردد [۱۴].

یکی دیگر از پدیده‌های مهم در پروانه‌های سانتریفیوژ، شکل‌گیری ساختار جت-ویک<sup>۱</sup> در خروجی کانال‌های عبور جریان است. این ساختار ناشی از غیر یکنواختی میدان سرعت در خروجی پره بوده و معمولاً شامل ناحیه‌ای با سرعت بالا (جت) و ناحیه‌ای با سرعت پایین (ویک) است. مطالعات گزارش کرده‌اند که شدت این پدیده ارتباط مستقیمی با توزیع فشار استاتیکی پره، میزان لغزش و هندسه ناحیه خروجی دارد [۱۵]. افزایش شدت این ساختار می‌تواند منجر به افزایش اختلاط جریان، افزایش افت‌های هیدرولیکی و تشدید نوسانات فشار شود. از آنجا که زاویه خروجی پره مستقیماً بر نحوه خروج جریان از کانال پره اثر می‌گذارد، انتظار می‌رود تغییر این پارامتر نقش مهمی در کنترل شدت ساختار جت-ویک و بهبود یکنواختی میدان سرعت ایفا کند [۱۶].

افزون بر این، تحقیقات جدید نشان داده‌اند که رویکردهای طراحی معکوس در ترکیب با بهینه‌سازی عددی می‌توانند نتایج بهتری ارائه دهند. برای مثال، نشان داده شده است که استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و شبکه‌های عصبی مصنوعی در طراحی معکوس می‌تواند به تنظیم مناسب‌تر بارگذاری پره‌ها کمک کند و موجب کاهش تشکیل جریان‌های ثانویه شود [۱۷]. همچنین، مطالعات دیگر تأکید دارند که کنترل نرخ کاهش سرعت جریان از طریق تغییر در هندسه پروانه می‌تواند تأثیر قابل توجهی در کاهش افت‌های انرژی و بهبود راندمان کلی داشته باشد [۱۸].

بررسی ادبیات پژوهش نشان می‌دهد که مطالعات پیشین عمدتاً در یکی از سه محور طراحی معکوس، اثر پارامترهای هندسی بر عملکرد پمپ و یا تحلیل مکانیزم‌های اتلاف انرژی و ساختار جریان انجام شده‌اند. با این حال، اثر زاویه خروجی پره در پروانه‌ای که ابتدا بر اساس روش طراحی معکوس طراحی شده است، به صورت مستقل و نظام‌مند مورد بررسی قرار گرفته است. به عبارت دیگر، اگرچه اهمیت زاویه خروجی پره و همچنین مزایای طراحی معکوس به صورت جداگانه در مطالعات پیشین اثبات شده است، اما ارتباط میان این دو موضوع و تأثیر مستقیم تغییر زاویه خروجی بر شکل‌گیری منحنی پره در روش طراحی معکوس به طور کامل روشن نیست. از

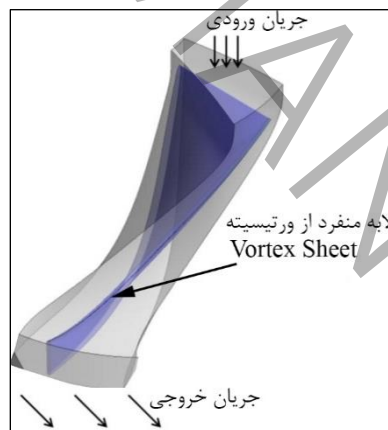
این رو، مطالعه حاضر با تمرکز بر بررسی اثر زاویه خروجی پره در پروانه طراحی شده به روش معکوس، تلاش می‌کند نقش این پارامتر را در تغییر ساختار میدان جریان، کاهش اتلاف انرژی و بهبود راندمان هیدرولیکی تبیین کند.

## ۲- روش طراحی معکوس

تحقیقات در حوزه طراحی توربوماشین‌ها نشان می‌دهند ورتیسسته<sup>۱</sup> به عنوان یک عامل کلیدی در تشکیل جریان‌های ثانویه<sup>۲</sup> در پروانه تجهیزات دوار نقش دارد. جریان‌های ثانویه می‌توانند باعث کاهش راندمان و افزایش تلفات در توربوماشین‌ها شوند. این جریان‌ها ناشی از اثرات لزجت و گرادیان فشار در طول پره هستند [۱۹]. به عبارت دیگر، اگر فشار در جهتی که سیال در حال چرخش است کاهش یابد، جریان‌های ثانویه قوی‌تر خواهند شد. زنگنه و همکاران نشان داده‌اند که با کنترل توزیع ورتیسسته و گرادیان فشار، می‌توان شدت جریان‌های ثانویه را کاهش و عملکرد پروانه را بهبود بخشید. یکی از روش‌های پیشنهاد شده برای این منظور، استفاده از ایده طراحی معکوس است که پیش‌تر توسط طراحان توضیح داده شده است [۸] و [۱۱]. در تحقیق حاضر، به ارائه راهکاری پرداخته شده است که از ترکیب ایده کنترل توزیع ورتیسسته و روش تحلیل جریان غیر لزج در پروانه استفاده می‌کند و هدف نهایی آن است تا شکل پره‌ها به گونه‌ای طراحی شود تا جریان‌های ثانویه به حداقل برسند. بر اساس مطالعات صورت گرفته [۲۰] و [۲۱]، پره‌ها به‌عنوان ورقه‌هایی از ورتیسسته (چرخش) مدل‌سازی می‌شوند که شدت آن مستقیماً به یک تابع محصور و مشخصی از سیرکولاسیون<sup>۳</sup> وابسته است که به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$\Gamma = 2\pi r \bar{V}_\theta = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} r V_\theta d\theta \quad (1)$$

که در این رابطه  $N$  تعداد پره در پروانه،  $V_\theta$  مولفه سرعت در راستای  $\theta$  در مختصات استوانه‌ای و  $r$  مختصات شعاعی است و  $\bar{V}_\theta$  سرعت متوسط در راستای زاویه‌ای است. برای ساده‌سازی، پره‌ها به‌صورت یک ورقه منفرد از ورتیسسته مدل‌سازی شده‌اند که قوس میانگین پره‌ها<sup>۴</sup> را بدست می‌دهد.



شکل ۱: یک ورقه منفرد از ورتیسسته جهت مدل‌سازی پره

Figure 1: A single sheet of vorticity for blade modeling

1 Vorticity  
2 Secondary flows  
3 Specified bound Circulation  
4 Mean camber line

اثرات انسداد پره نیز به کمک پارامتری که بیانگر ضخامت سطح جریان میانگین در معادله پیوستگی است، لحاظ می‌شود. بنابراین، ورتیسسته ایجادشده در پره‌ها می‌تواند به صورت زیر بیان شود [۶]:

$$\Omega = \nabla \times V = (\nabla r \bar{V}_\theta \times \nabla \lambda) \delta_p(\lambda) \quad (2)$$

که در آن

$$\lambda = \theta - f(r, z) = \frac{2\pi}{N} \quad (3)$$

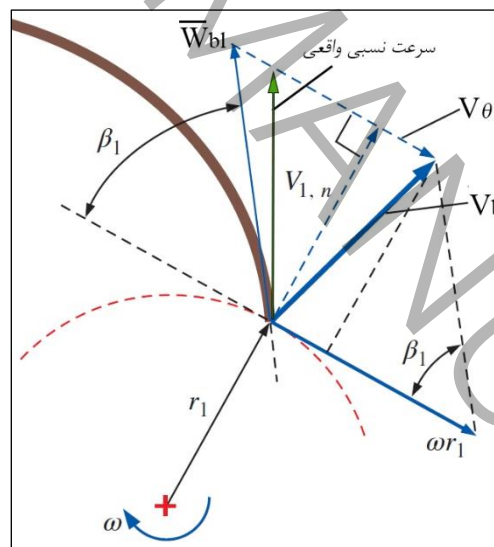
$f(r, z)$  مختصات نقاط روی پره، و  $\lambda$  بیانگر سطح پره (یا زاویه قوس میانگین) است که در واقع رویه پره را بدست می‌دهد و  $\delta_p(\lambda)$  تابع دلتا است که میانگین زاویه‌ای آن برابر با یک می‌باشد. ورتیسسته میانگین مماسی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\bar{\Omega} = \nabla \times \bar{V} = (\nabla r \bar{V}_\theta \times \nabla \lambda) \quad (4)$$

در این روش، ابتدا با استفاده از تخمین‌های یک‌بعدی، معلوم بودن دبی جرمی و هندسه پروانه در صفحه نصف‌النهاری<sup>۱</sup> سرعت‌ها در این صفحه به دست می‌آیند. در تخمین یک بعدی، برای سادگی و تمرکز بر دینامیک اصلی جریان، اثرات ویسکوزیته و توربولانس در صفحه نصف‌النهاری لحاظ نمی‌شود. همچنین، توزیع غیر یکنواخت سرعت و فشار در راستای عمود بر صفحه نصف‌النهار نیز ساده‌سازی شده است. شکل اولیه پره بر اساس این مقادیر و شرط لغزش غیر لزج<sup>۲</sup> محاسبه می‌شود. این شرط بیان می‌کند که سرعت نسبی باید با سطح پره‌ها هم‌راستا باشد که رابطه ریاضی آن به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\bar{W}_{bl} \cdot \nabla \lambda = 0 \quad (5)$$

در رابطه فوق،  $\bar{W}_{bl}$ ، سرعت نسبی جریان در مجاورت پره است (در جریان غیر لزج، شرط عدم لغزش وجود ندارد و جریان در مجاورت پره هم‌راستا با زاویه پره حرکت می‌کند). جهت و راستای سرعتها در لبه ورودی پره در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲: جهت و راستای سرعتهای نسبی و مطلق در لبه ورودی پره

Figure 2: direction of relative and absolute velocities at the blade inlet edge

بردار گرادیان سطح و سرعت نسبی جریان در مجاورت پره به ترتیب در روابط (۶) و (۷) می‌توان به صورت روابط زیر نشان داد [۶]:

1 Meridional Velocity

2 Inviscid slip condition

$$\nabla\lambda = -\frac{\partial f}{\partial r}e_r + \frac{1}{r}e_\theta - \frac{\partial f}{\partial z}e_z \quad (6)$$

$$\bar{W}_{bl} = \bar{V}_{bl\_ns} - \bar{\omega} \times \bar{r} \quad (7)$$

در این روابط  $e_r$ ،  $e_\theta$  و  $e_z$  بردارهای یک‌ه در مختصات قطبی و  $Z$  راستای محور پروانه است. در معادله (۶)،  $\bar{V}_{bl\_ns}$  سرعت متوسط ایده‌آل جریان غیر لزج در مجاورت پره و  $\bar{\omega}$  بردار سرعت زاویه‌ای پروانه است و تفاضل برداری آنها سرعت نسبی جریان ایده‌آل نسبت به سطح پره را نشان می‌دهد. اما در واقعیت، به دلیل تشکیل لایه مرزی و پدید جدایش جریان، سرعت روی سطح پره منحرف می‌شود [۲۲]. این انحراف در مؤلفه‌ی مماسی جریان تأثیر گذار است و باعث می‌شود با پره‌ای که با فرض جریان ایده‌آل (غیر لزج) به‌دست آمده است هم راستا نباشد. تفاوت سرعت واقعی و سرعت ایده‌آل در مجاورت پره طبق معاله زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{V}_{bl\_ns} - \bar{V}_{bl} = v_{bl} \quad (8)$$

با جایگزینی روابط (۶) و (۷) در رابطه (۵)، رابطه (۹) بدست می‌آید:

$$\bar{V}_z \frac{\partial f}{\partial z} + \bar{V}_r \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\bar{V}_\theta}{r} - \bar{\omega} + v_{bl} \cdot \nabla\lambda \quad (9)$$

در روابط فوق  $\bar{V}_r$ ،  $\bar{V}_z$  و  $\bar{V}_\theta$  مؤلفه‌های سرعت متوسط در سه راستای محورهای مختصات استوانه‌ای هستند. نکته مهم در این روابط استفاده از سرعت‌های متوسط است. دلیل استفاده از سرعت متوسط آن است که مبنای محاسبات برای بدست آوردن تخمین اولیه از شکل پره، مقادیر سرعت در صفحه نصف‌النهاری است. در این صفحه مؤلفه زاویه‌ای سرعت در نظر گرفته نمی‌شود و تنها دو مؤلفه شعاعی و محوری در محاسبات وارد می‌شوند. برای لحاظ کردن اثر زاویه پره، مقادیر متوسط زاویه‌ای سرعت‌ها در نظر گرفته شده است که بر اساس معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{V}_i = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_i d\theta, i = r, z, \theta \quad (10)$$

معادله (۸) یک معادله دیفرانسیل جزئی از نوع هایپربولیک مرتبه اول است که می‌تواند به‌صورت عددی حل شود. این حل نیازمند شرایط اولیه‌ای برای  $f$  است که شرط انباشتگی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. این شرایط معمولاً بر اساس زاویه پیچش پره در لبه هادی یا لبه انتهایی آن تعیین می‌شود.

پس از محاسبه شکل پره اولیه، میدان ورتیسیت در ناحیه پره از معادله (۲) محاسبه می‌شود و سپس میدان سرعت در ناحیه جریان تعیین می‌شود. میدان جریان متشکل از مؤلفه میانگین مماسی و مؤلفه تناوبی جریان است. معادلات حاکم بر جریان میانگین با استفاده از تابع استوکس به همراه مؤلفه مماسی معادله (۵) محاسبه می‌شوند [۲۳]. برای جریان تناوبی، معادله حاکم از معادله پیوستگی استخراج می‌شود. محاسبه میدان جریان با حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکم بر جریان میانگین (دوبعدی) و جریان تناوبی انجام می‌شود. حل معادله سه‌بعدی با استفاده از بسط فوریه در راستای مماسی انجام می‌شود. با این روش، معادله سه بعدی به معادله‌ای دوبعدی و ساده‌تر تقلیل می‌یابد.

### ۳- جریان‌های ثانویه در پروانه

بسیاری از یافته‌های نظری و مشاهدات تجربی نشان می‌دهند که محدوده عملکرد پایدار در پروانه‌های گریز از مرکز تحت تأثیر یکنواختی جریان در خروجی پروانه قرار دارد؛ پدیده‌ای که به‌عنوان جریان «جت -ویک» شناخته می‌شود. اختلاط سیال کم‌انرژی (ویک) با سیال پرانرژی (جت) در مقطع خروجی پروانه منجر به تلفات قابل‌توجهی می‌شود [۱۵] و [۱۶]. به‌علاوه، غیر یکنواختی جریان در خروجی پروانه منجر به جدایش جریان در دیفیوزرهای پره‌دار یا برگشت جریان در دیفیوزرهای بدون پره می‌شود. در مواردی که عملکرد پمپ خارج از نقطه طراحی باشد، نواحی کم‌انرژی می‌توانند منجر به ناپایداری کارکرد پمپ شوند [۲۴].

1 Stacking condition

اندازه‌گیری‌های تجربی به روش سرعت‌سنجی لیزری بر پایه اثر داپلر<sup>۱</sup>، نشان می‌دهد که منشأ اصلی جریان جت - ویک در خروجی پروانه، حرکت جریان‌های ثانویه است که سیال کم‌انرژی موجود در لایه مرزی سطح پره و دیواره‌ها را جابجا می‌کند [۲۵] و [۲۶]. این نتایج توسط تحلیل‌های عددی مختلف تأیید شده‌اند. بنابراین، مهار جریان‌های ثانویه در پروانه می‌تواند هم موجب افزایش راندمان هیدرولیکی و هم گسترش محدوده عملکرد پایدار شود.

برای درک بهتر تأثیر جریان‌های ثانویه بر میدان جریان در پروانه، معادله‌ی میدان جریان برای سیال تراکم‌ناپذیر که در رابطه (۹) آمده است را در نظر می‌گیریم. طبق این معادله، شتاب ناشی از انحنای جریان و شتاب کوریولیس در جهت ورتیسیته موجود در سطح پره و دیواره‌ها می‌تواند منجر به تولید جریان‌های ثانویه شوند. در پروانه، این پدیده باعث ایجاد جریان‌های ثانویه عمود بر جهت پره در نزدیکی دیواره‌ها و جریان‌های ثانویه محوری (در مسیر جریان) در سطح پره می‌شود. همچنین نشان داده شده است که جریان‌های ثانویه تمایل دارند سیال کم‌انرژی را به سوی نواحی با فشار استاتیکی کمتر جابجا کنند.

از آنجاکه ضخامت لایه مرزی روی سطح کم فشار پره بیشتر است، جریان‌های ثانویه در صفحه نصف النهاری در این ناحیه تأثیر بیشتری بر میدان جریان می‌گذارند. این جریان‌ها سیال کم‌انرژی را به گوشه کم فشار سطح شراذ<sup>۲</sup> (پشت بند جلویی پروانه) حرکت می‌دهند که منجر به تشکیل ناحیه‌ای با انرژی پایین در خروجی پروانه می‌شود.

می‌توان جریان‌های ثانویه را با پارامترهای طراحی مثل فشار مرتبط کرد. این ارتباط از طریق تعریف معادله مومنتوم در جریان غیرلزج در دستگاه مختصات دوار قابل انجام است که در رابطه (۱۱) تعریف شده است [۴]:

$$(W \cdot \nabla)W + 2(\omega \times W) = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \omega \times (\omega \times r) \quad (11)$$

در این رابطه  $\omega$  سرعت دورانی،  $W$  سرعت نسبی و  $\rho$  چگالی سیال است. از این معادله می‌توان دریافت که در یک مختصات دوار، گرادیان فشار نتیجه مستقیم انحنای خطوط جریان و شتاب‌های کوریولیس هستند. به عبارت دیگر جریان‌های ثانویه زمانی ایجاد می‌شوند که گرادیانی از فشار در راستای ورتیسیته موجود باشد. در نتیجه با کنترل گرادیان‌های فشار استاتیکی در موقعیت‌های معینی درون پروانه می‌توان جریان‌های ثانویه را کاهش و غیر یکنواختی جریان در خروجی را به حداقل رساند. این معادله را می‌توان برای جریان درون پروانه پمپ به صورت معادله (۱۲) قابل بازنویسی کرد که مستقیماً بارگذاری روی پره را به تغییرات سرعت محیطی مرتبط می‌کند.

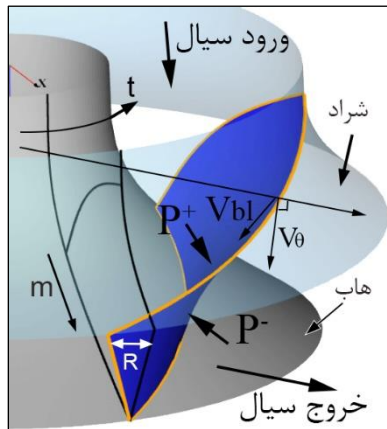
$$P^+ - P^- = \frac{2\pi}{zN} \rho W_{bl} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial m} \quad (12)$$

در این رابطه، عبارت سمت چپ اختلاف فشار استاتیکی یا همان میزان بارگذاری روی پره ناشی از جریان است.  $m$  مختصات مکانی در راستای صفحه نصف النهاری است (شکل ۱). همانگونه که از رابطه (۱۱) می‌توان فهمید عبارت  $\frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial m}$  در سمت راست معادله، مقدار بارگذاری روی پره را تعیین می‌کند که مستقیماً بر میزان جریان ثانویه و اتلاف مؤثر است. در روش طراحی معکوس، توزیع بارگذاری روی پره مفروض در نظر گرفته می‌شود و با معلوم بودن مقدار سرعت مماسی در ابتدا و انتهای پره (به عنوان شرط مرزی)، معادله (۸) را میتوان حل کرد که در نتیجه آن شکل پره (تابع  $f$ ) بدست می‌آید. در این مقاله به جای شرط مرزی سرعت مماسی، از شرط زاویه لبه خروجی پره با راستای نصف النهاری<sup>۳</sup> (زاویه  $R$ ) استفاده شده است که در شکل ۳ نشان داده شده است.

1 Laser Doppler velocimetry (LDV)

2 Shroud

3 Rake angle



شکل ۳: مختصات مماسی و نصف النهاری در پروانه پمپ سانتریفیوژ و زاویه R

Figure 3: Meridional and tangential coordinate in centrifugal pump impeller

در واقع همانطور که در بخش ۲ اشاره شده است برای حل معادله رویه پره، علاوه بر توزیع نحوه بارگذاری، یک شرط اولیه نیز باید مشخص شود که زاویه شیب لبه خروجی در این مقاله مفروض در نظر گرفته شده است.

#### ۴- مسأله مورد مطالعه

برای بررسی تأثیر زاویه لبه خروجی پره در روش طراحی معکوس، طراحی و تحلیل جریان در پروانه یک پمپ سانتریفیوژ با جمع کننده از نوع حلزونی و سیال آب و مشخصات نقطه کاری مطابق جدول ۱، با سه زاویه متفاوت انجام شده است.

جدول ۱: مشخصات نقطه کاری پمپ سانتریفیوژ

Table1: Centrifugal pump performance values

| واحد                | مقدار | ابعاد هندسی (mm)         |
|---------------------|-------|--------------------------|
| (m <sup>3</sup> /h) | ۱۰۰   | دبی نقطه کاری (Q)        |
| (m)                 | ۵۰    | هد در نقطه کاری (H)      |
| (rpm)               | ۱۷/۵  | سرعت دورانی ( $\omega$ ) |

برای بدست آوردن ابعاد کلی پروانه شامل قطر و عرض خروجی، قطر چشم چرخ و منحنیهای هاب<sup>۱</sup> و شراذ، از نرم افزار CFTurbo استفاده شده است. برای طراحی پره از روش توزیع بارگذاری روی پره در سه ناحیه هاب، شراذ، و پروفیل میانی پره استفاده شده است که در شکل ۴ نشان داده شده است. برای نرمال کردن بارگذاری از ضریب B استفاده شده است که با معادله (۱۳) تعریف شده است:

$$B(m) = \frac{\partial(r\bar{V}_\theta)}{\partial(\frac{m}{m_{\max}})} \quad (13)$$

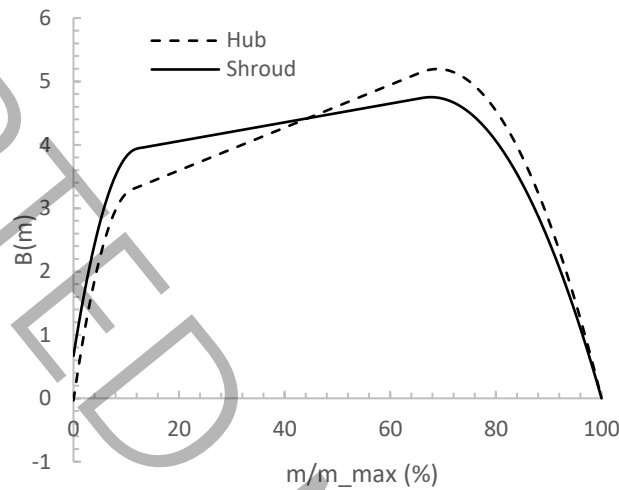
که در آن  $m$  مختصات نصف النهاری در هر شعاع و  $m_{\max}$  بیشترین مقدار طول مسیر در این صفحه است. در برخی از مراجع شکل کلی این توزیع پیشنهاد شده است به طوری که در ابتدا با شیب مثبت، سپس به صورت یکنواخت و در انتها با شیب منفی به حداقل مقدار خود می رسد [۶] و [۲]. برای بدست آوردن حداکثر مقدار B از معادله اوپلر برای گشتاور و توان ورودی شافت استفاده شده است. با انتگرال گیری از معادله (۱۲) میتوان توزیع سرعت مماسی متوسط ( $\bar{V}_\theta$ ) را میتوان در هر شعاع مشخص نمود. سرعت نصف النهاری ( $\bar{V}(m)$ ) نیز با معلوم بودن دبی  $Q$ ، در هر مقطع و رابطه (۱۴) بدست می آید:

<sup>1</sup> Hub

$$\bar{V}(m) = \frac{Q}{b(m)}$$

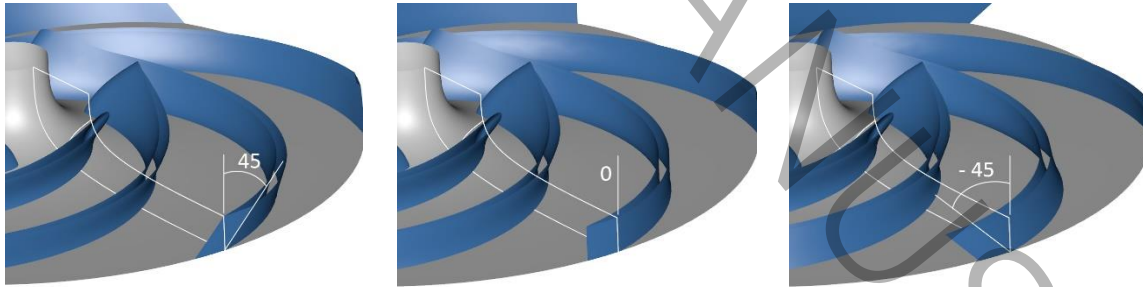
(۱۴)

که در آن  $b(m)$  عرض کانال پره در هر شعاع است که با مشخص بودن منحنی هاب و شراد مقدار آن معلوم است و با توجه به زاویه مسیر نصف النهاری نسبت به راستاهای  $r$  و  $z$ ، مولفه سرعت در این دو راستا نیز بدست می‌آید که می‌توان آن را در معادله (۷) جایگزین و پروفیل پره را بدست آورد. در این پژوهش، از سه زاویه شیب لبه خروجی ۰، ۴۵ و -۴۵ درجه به عنوان شرط مرزی استفاده شده است (شکل ۵).



شکل ۴: توزیع بارگذاری روی پره در دو سطح هاب و شراد

Figure 4: Blade loading distribution



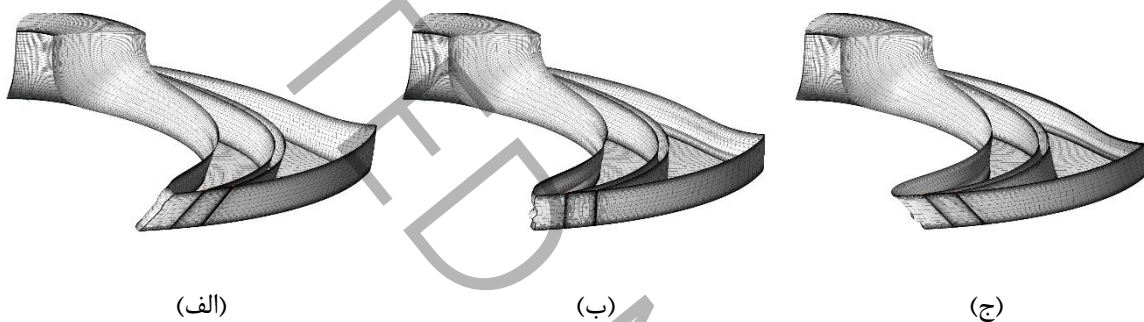
شکل ۵: طراحی پره با سه زاویه لبه خروجی ۰، ۴۵ و -۴۵ درجه نسبت به راستای نصف النهاری

Figure 5: Blade design with three trailing edge rake angles of 0, 45, and -45 degrees

برای مقایسه با نتایج تجربی، هم پروانه و هم جمع کننده پمپ شبیه سازی شده است. بنابراین المان هیدرولیکی بعدی از روی نمونه اصلی موجود نقشه برداری و به صورت مدل سه بعدی به عنوان جمع کننده بعد از پروانه اضافه گردید. به منظور مقایسه، تغییری در ابعاد هندسی جمع کننده ایجاد نشده است و در هر سه زاویه تحلیل میدان جریان یکسان در نظر گرفته شده است.

## ۵- شبکه بندی و شرایط مرزی

با مشخص شدن پروفیل پره با استفاده از روش طراحی معکوس و اعمال بارگذاری و شرط زاویه خروجی، هندسه کانال پره در سه حالت بدست آمده است. برای شبکه بندی پروانه از نرم افزار توربوگرید<sup>۱</sup> و روش اندازه مش متناسب با المان درون لایه مرزی استفاده شده است. برای شبکه بندی میدان جریان در جمع کننده از نرم افزار انسیس آی سی ام<sup>۲</sup> و برای نازل خروجی از انسیس سی اف ایکس<sup>۳</sup> استفاده شده است. به منظور حل بهتر جریان در مقطع خروجی رانش، یک نازل استوانه ای به طول ۳۰ سانتیمتر اضافه شده است تا شرایط همگرایی در خروجی میدان جریان آسانتر فراهم گردد. در شکل ۶ شبکه بندی میدان جریان در این سه المان هیدرولیکی (پروانه، جمع کننده و نازل خروجی) نشان داده شده است. شرایط مرزی، مقادیر هیدرولیکی، مدل حل توربولانسی، شرط همگرایی و نحوه مدل کردن المان دوار مرز خروجی پروانه با مرز ثابت جمع کننده در جدول ۲ آمده است.



شکل ۶: شبکه بندی کانال بین دو پره برای سه حالت طراحی پره (الف) زاویه ۴۵°، (ب) ۰° و (ج) ۴۵°- درجه)

Figure 6: Meshing the channel between two blades for three blade design configurations (45°, +0°, and -45° angles)

جدول ۲: شرایط مرزی و تنظیمات حل عددی

Table 2: Boundary conditions and numerical solution settings

| پارامترهای تحلیل جریان   | مقادیر یا مفروضات                                                                                          |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| شرایط تحلیل عددی         | جریان غیر قابل تراکم، حالت دائم و هم دما                                                                   |
| سیال                     | آب، چگالی: ۹۹۸ کیلوگرم بر متر مکعب ویسکوزیته: ۰/۰۰۱ (N.s/m <sup>2</sup> )                                  |
| مدل توربولانسی           | انتقال تنش برشی (SST)                                                                                      |
| دامنه حل و روش شبیه سازی | میدان حل دوار، محاسبه نیروی کوریولیس، استفاده از تخمین صفحه میانی برای میانیابی مقادیر بین بخش ثابت و دوار |
| زبری سطح                 | دیواره های پروانه: ۵۰ میکرون، دیواره های ولوت ۷۰ میکرون                                                    |
| شرایط مرزی ورودی         | مقدار دبی جرمی مشخص                                                                                        |
| شرایط مرزی خروجی         | فشار استاتیکی مشخص                                                                                         |

1 Turbogrid  
2 ANSYS ICEM  
3 ANSYS CFX

## ۶- نتایج تحلیل

برای اعتبار سنجی نتایج، ابتدا مقادیر بدست آمده از میدان جریان با نتایج منحنی عملکرد یک پمپ موجود (پمپ گریز از مرکز ۴۰۰-ETA پمپ ایران) مقایسه شده است. زاویه خروجی پروانه پمپ مذکور صفر درجه بوده است که داده‌های عملکردی آن با نتایج بدست آمده از حل عددی پروانه با زاویه لبه خروجی صفر درجه که هندسه آن به روش طراحی معکوس بدست آمده است، مقایسه شده است. برای بدست آوردن هد کل از متوسط سطحی فشار کل در دو مقطع خروجی جمع کننده و مقطع ورودی پروانه استفاده شده است. توان ورودی از حاصلضرب گشتاور مورد نیاز برای چرخش پروانه و سرعت دورانی طبق رابطه (۱۵) محاسبه شده است:

$$P_{shaft} = T \cdot \omega \quad (15)$$

که در آن  $P_{shaft}$  توان مصرفی برای چرخش پروانه (معادل توان مصرفی پمپ) و  $T$  گشتاور پیچشی شافت است. برای بدست آوردن گشتاور مورد نیاز شافت از رابطه (۱۶) استفاده شده است [۱۲]:

$$T = \rho Q (V_{2u} U_2 - V_{1u} U_1) \quad (16)$$

که در آن  $V_{1u}$  و  $V_{2u}$  مولفه مماسی سرعت مطلق و اندیسه‌های ۱ و ۲ بیانگر مقاطع ورودی و خروجی پروانه است. البته در تحلیل عددی مقدار توان مورد نیاز پروانه مستقیماً با استفاده از محاسبه تنش برشی و نرمان در دو مقطع ورودی و خروجی پروانه و تبدیل آن به نیرو و در نتیجه محاسبه گشتاور در این دو مقطع بدست می‌آید.

برای مقایسه با نتایج تجربی، دبی ورودی از ۲۰ تا ۱۲۰ متر مکعب بر ساعت تغییر داده شده است و در هر دبی مقدار هد، توان و راندمان با مقادیر متناظر خود که از حل عددی میدان جریان بدست آمده اند مقایسه شده اند. لازم به ذکر است برای محاسبه راندمان هیدرولیکی از رابطه (۱۷) استفاده شده است.

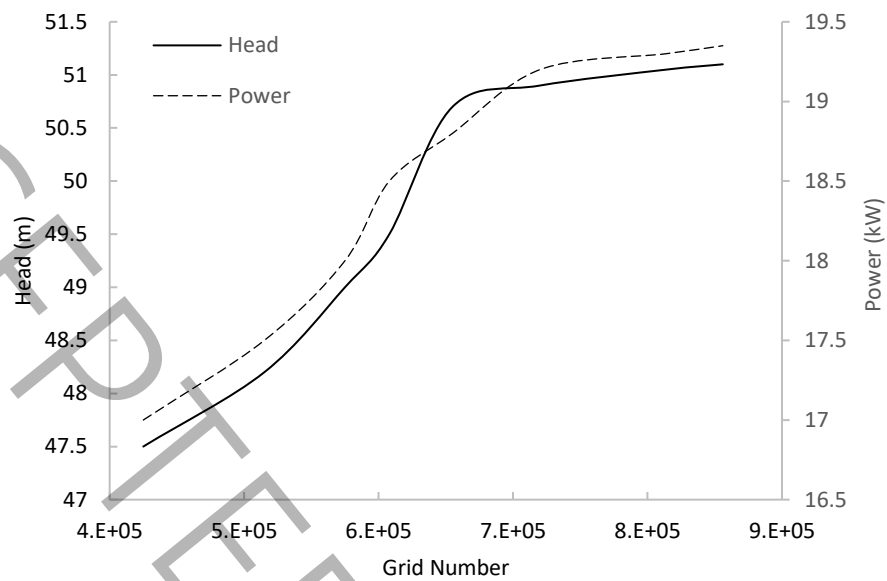
$$\eta_{hyd} = \frac{\rho Q H}{P_{shaft}} \quad (17)$$

در این رابطه  $\eta_{hyd}$  راندمان هیدرولیکی و  $H$  هد کل است که از رابطه (۱۸) بدست می‌آید [12]:

$$H = \frac{1}{\rho g} \left[ \left( \bar{P}_{st} + \frac{\bar{V}^2}{2} + z \right)_o - \left( \bar{P}_{st} + \frac{\bar{V}^2}{2} + z \right)_i \right] \quad (18)$$

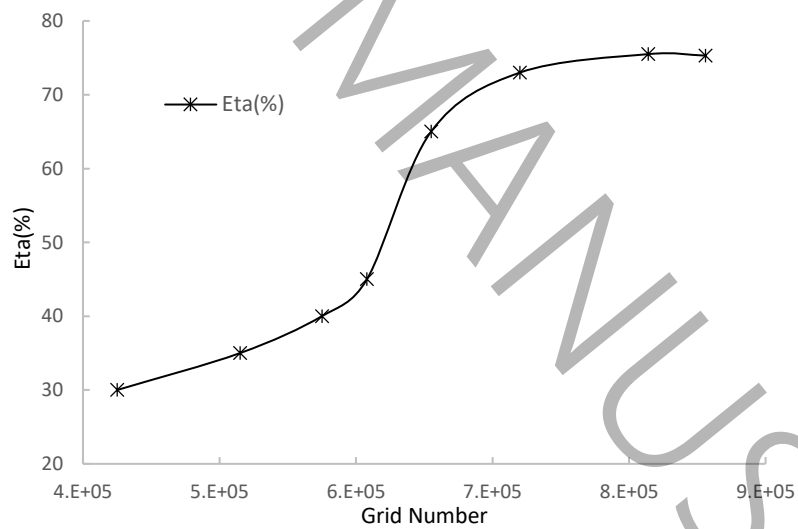
مقادیر  $\bar{P}_{st}$  فشار استاتیکی متوسط،  $\bar{V}$  سرعت مطلق متوسط و  $Z$  ارتفاع مقطع تا محور پروانه است. زیرنویسهای  $i$  و  $o$  به ترتیب بیانگر مقطع خروجی جمع کننده و مقطع ورودی پروانه است.

برای افزایش دقت نتایج شبیه سازی، استقلال آنها از نوع و تعداد شبکه بندی بررسی شده است. برای این منظور از دو حالت شبکه بندی سازمان یافته (با استفاده از نرم افزار توربوگرید) و بدون سازمان (ماژول شبکه بندی انسیس سی اف ایکس) برای میدان جریان در پروانه استفاده شده است. تعداد شبکه در کانال بین دو پروه (شکل ۳) از ۴۲۵/۰۰۰ تا ۸۵۶/۰۰۰ تغییر داده شده است. شاخص ارزیابی برای همگرایی نتایج هد کل و توان مصرفی (شکل ۷) و راندمان هیدرولیکی (شکل ۸) در نظر گرفته شده است که در شکل‌های مربوطه نحوه تغییرات این سه شاخص تا رسیدن به وضعیت همگرایی نشان داده شده است.



شکل ۷: استقلال نتایج هد و توان از شبکه بندی

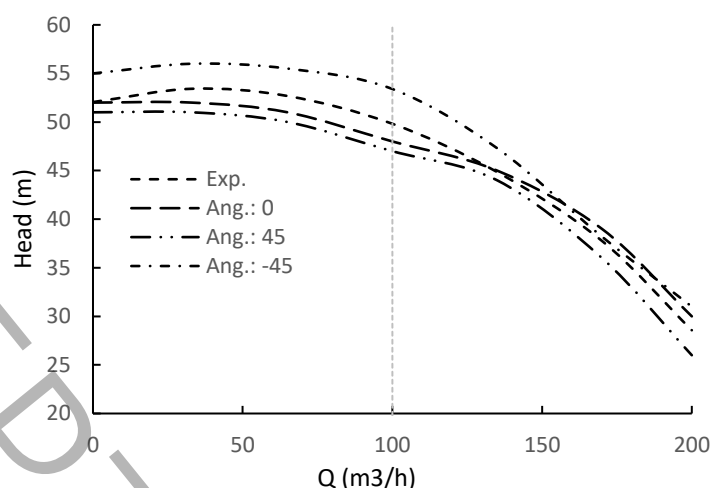
Figure 7: Head and Power Grid independence of results



شکل ۸: استقلال نتایج مربوط به راندمان از شبکه بندی

Figure 8: Efficiency Grid independence of results

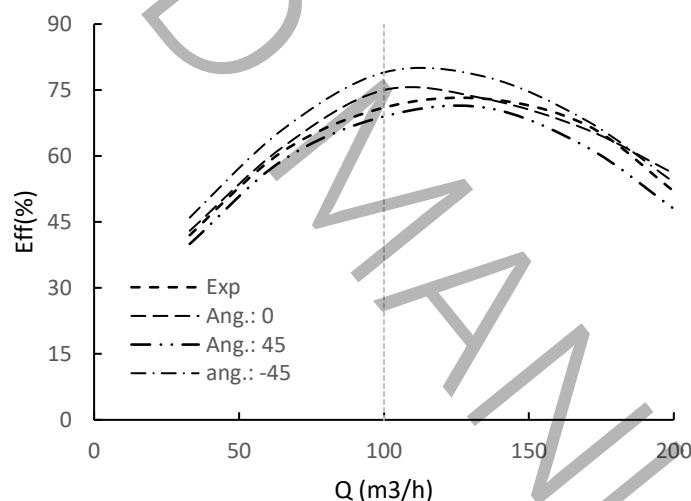
در شکل ۹ هد پمپ در دبی ۱۰۰ متر مکعب بر ساعت، در سه حالت زاویه خروجی با مقادیر تجربی پمپ Eta100-400 مقایسه شده است.



شکل ۹: مقایسه هد پمپ بدست آمده با سه زاویه ۰، ۴۵ و -۴۵ با نتایج تجربی

**Figure 9: Comparison of the pump head at three angles (0°, 45°, and -45°) with experimental results**

برای مقایسه کامل‌تر، راندمان هیدرولیکی پمپ برای سه پروانه طراحی شده با نتایج تجربی در شکل ۱۰ مقایسه شده‌اند.



شکل ۱۰: مقایسه راندمان پمپ بدست آمده با سه زاویه ۰، ۴۵ و -۴۵ با نتایج تجربی

**Figure 10: Comparison of the pump efficiency at three angles (0°, 45°, and -45°) with experimental results**

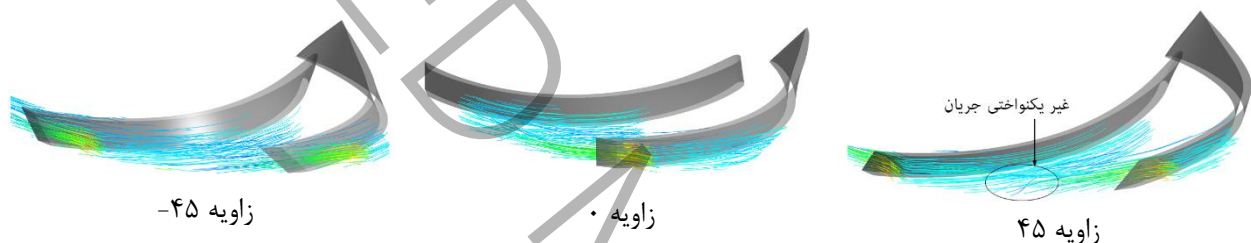
همانطور که از هر دو منحنی هد-دبی و راندمان دبی مشخص شده است، طراحی پروانه به روش طراحی معکوس و زاویه لبه خروجی ۴۵- درجه بیشترین هد و راندمان را در دبی نقطه کاری بدست می‌دهد. این نتایج نشان می‌دهد شکل پره در مقطع خروجی تا حد زیادی در راندمان پروانه مؤثر است. اما نکته دیگری که باید به آن توجه داشت این است که راندمان پمپ در زاویه ۴۵ درجه از زاویه صفر درجه هم پایین‌تر است که نشان می‌دهد اگر زاویه خروجی (نسبت به محور پروانه) از صفر کمتر شود توزیع جریان در مقطع خروجی پروانه یکنواخت‌تر است. در جدول ۳ هد و راندمان در دبی کاری برای چهار حالت نشان داده شده است.

جدول ۳: هد و راندمان در نقطه دبی کار در زوایای مختلف خروجی پره

Table 3: Head and Efficiency at Design Flow Rate for Different Blade Exit Angles

| راندمان (%) | هد کل (متر) | زاویه خروجی پره (درجه)    |
|-------------|-------------|---------------------------|
| ۷۱          | ۴۹/۵        | نتایج تجربی (ETA-100-400) |
| ۷۵          | ۴۸/۸        | صفر درجه                  |
| ۶۹          | ۴۷/۳        | ۴۵                        |
| ۷۹          | ۵۳/۴        | -۴۵                       |

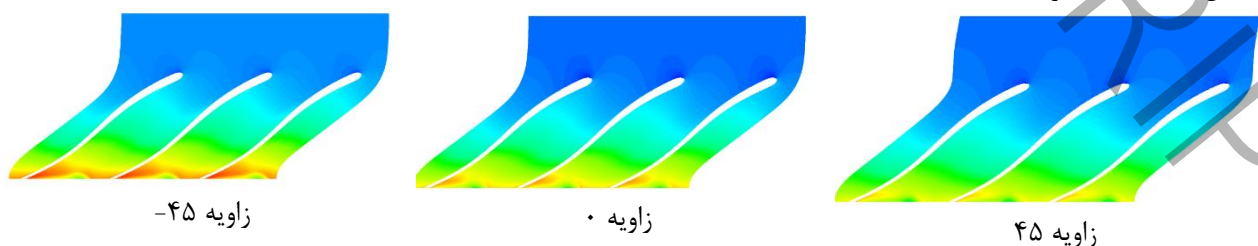
این نکته را می‌توان در کانتورهای سرعت در مقطع خروجی برای سه زاویه طراحی شده در شکل ۱۱ ملاحظه کرد. با توجه به شکل خطوط جریان در حالتی که زاویه خروجی ۴۵- است یکنواخت تر از دو حالت دیگر است و در زاویه ۴۵ خطوط جریان در ناحیه میانی مقطع خروجی انحراف به سمت هاب پروانه دارد که نشان دهنده غیر یکنواختی جریان است.



شکل ۱۱: خطوط جریان در مقطع خروجی پروانه در سه حالت زاویه ۰، ۴۵- و ۴۵

Figure 11: Streamlines in the impeller outlet section at three angles positions (0°, 45°, and -45°)

همان‌طور که مشاهده شد، زاویه خروجی منفی (۴۵- درجه) در طراحی معکوس پره موجب افزایش یکنواختی جریان در خروجی پروانه و کاهش تلفات هیدرولیکی شد. این یافته با نتایج مطالعه لی و همکارانش [۱۵] هم‌راستا است؛ آن‌ها نشان دادند که جریان جت-ویک در خروجی پروانه، که ناشی از اختلاف فشار بین سطح فشار و مکش پره‌هاست، در شرایط بار جزئی به واسطه تشکیل جریان گردابه‌ای تشدید می‌شود و موجب افزایش غیر یکنواختی میدان جریان و افت راندمان می‌گردد. همان‌طور که در شکل ۱۲ می‌توان دریافت زاویه خروجی منفی موجب کاهش گرادیان فشار در راستای مماسی (رابطه (۱۰)) و در نتیجه کاهش شدت جریان‌های ثانویه و جت-ویک شده است. در مقابل، زاویه خروجی مثبت (۴۵+ درجه) به دلیل افزایش گرادیان فشار و تمرکز سیال کم‌انرژی در ناحیه مکش، موجب تشدید جریان‌های ثانویه و کاهش راندمان گردید. بنابراین، انتخاب زاویه خروجی مناسب در طراحی معکوس نه تنها بر شکل پره بلکه بر توزیع انرژی در خروجی پروانه و پایداری عملکرد پمپ تأثیر مستقیم دارد. نتیجه عدم یکنواختی یا یکنواخت بودن جریان در خروجی پروانه در مقدار فشار استاتیکی تولید شده تأثیر مستقیم دارد. این نتیجه را می‌توان در کانتور فشار استاتیکی در سه زاویه خروجی در شکل ۱۲ ملاحظه کرد.



شکل ۱۲: کانتور فشار استاتیکی در پروانه در سه حالت زاویه ۰، ۴۵- و ۴۵

Figure 12: Static pressure contour in the impeller in three angle positions (0°, 45°, and -45°)

این نتیجه با معادلات میدان جریان در پروانه نیز همخوانی دارد. بر اساس رابطه (۱۰)، گرادیان فشار در دستگاه مختصات دوار تابعی از شتاب‌های کوریولیس و گریز از مرکز و همچنین تغییرات سرعت نسبی جریان است. در این معادله، مؤلفه‌های مماسی سرعت نقش کلیدی در تعیین توزیع فشار ایفا می‌کنند. از سوی دیگر، رابطه (۱۱) نشان می‌دهد که بارگذاری روی پره مستقیماً به گرادیان سرعت مماسی در راستای نصف‌النهار وابسته است.

ارتباط بین زاویه خروجی پره و کاهش مؤلفه سرعت مماسی در خروجی پروانه را می‌توان به صورت ریاضی از معادله (۸) استخراج کرد. این معادله نشان می‌دهد که مؤلفه مماسی سرعت  $V_\theta$  تابعی از مشتق تابع هندسه پره  $f(r, z)$  است. هنگامی که زاویه خروجی پره منفی در نظر گرفته می‌شود، سطح پره در ناحیه خروجی به سمت عقب خم می‌شود و در نتیجه مشتق تابع  $f$  نسبت به محور  $z$  کاهش می‌یابد. این کاهش باعث کم شدن مقادیر سمت چپ معادله (۷) می‌شود و برای حفظ تساوی، مؤلفه مماسی سرعت  $V_\theta$  نیز باید کاهش یابد. بنابراین، زاویه خروجی منفی به صورت مستقیم موجب کاهش سرعت مماسی در خروجی پروانه می‌شود. این کاهش باعث می‌شود اختلاف سرعت مماسی بین ورودی و خروجی پره کمتر شود که خود موجب کاهش بارگذاری دینامیکی روی پره و کاهش گرادیان فشار در راستای مماسی می‌گردد. کاهش گرادیان فشار نیز به طور مستقیم منجر به تضعیف جریان‌های ثانویه و کاهش شدت پدیده جت-ویک در خروجی پروانه می‌شود. بنابراین، انتخاب زاویه خروجی منفی به یکنواختی بیشتر جریان در مقطع خروجی پروانه منجر می‌شود.

## ۷- جمع بندی نتایج

در این پژوهش با بهره‌گیری از روش طراحی معکوس، تأثیر زاویه لبه خروجی پره بر عملکرد هیدرولیکی پروانه پمپ سانتریفیوژ بررسی شد. نتایج شبیه‌سازی عددی و اعتبارسنجی تجربی نشان داد که اعمال زاویه خروجی منفی (-۴۵ درجه) به عنوان شرط مرزی در طراحی معکوس، توزیع بارگذاری پره را بهینه کرده و با کاهش گرادیان فشار مماسی، شدت جریان‌های ثانویه و پدیده جت-ویک را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهد.

این تغییر منجر به یکنواخت‌تر شدن میدان جریان در خروجی پروانه، افزایش راندمان هیدرولیکی تا ۸/۵ درصد و ارتقای هد پمپ به میزان ۳/۲ متر در نقطه طراحی گردید. در مقابل، زاویه خروجی مثبت (+۴۵ درجه) با تشدید جریان‌های ثانویه، عملکرد ضعیف‌تری نشان داد.

یافته‌های پژوهش تأیید می‌کند اگر چه روش طراحی معکوس در بهینه کردن جریان در پروانه می‌تواند مؤثر باشد اما انتخاب شرط مرزی مناسب بسیار اثر گذار است، زیرا در این روش، زاویه لبه خروجی پره به عنوان یک پارامتر مستقل و کلیدی، می‌تواند کنترل مؤثر جریان‌های ثانویه و بهبود چشمگیر عملکرد هیدرولیکی پمپ‌های سانتریفیوژ را فراهم آورد و در صورت انتخاب نامناسب می‌تواند تأثیر معکوس داشته باشد.

## ۷-۱- فهرست علائم

علائم انگلیسی

|           |   |                              |
|-----------|---|------------------------------|
| $m^2 / s$ | B | ضریب بارگذاری روی پره        |
| -         | f | تابع شکل پره                 |
| $m / s^2$ | g | شتاب گرانش                   |
| $m$       | H | هد کل                        |
| $m$       | m | مختصات در راستای نصف‌النهاری |
| -         | N | تعداد پره                    |
| $N / m^2$ | P | فشار استاتیکی                |
| $m^3 / s$ | Q | دبی                          |
| $m$       | r | شعاع پروانه                  |

|       |                  |   |
|-------|------------------|---|
| $N.m$ | گشتاور           | T |
| $m/s$ | سرعت محیطی جریان | U |
| $m/s$ | سرعت مطلق جریان  | V |
| $m/s$ | سرعت نسبی جریان  | W |
| $m$   | ارتفاع           | z |

#### علائم یونانی

|          |                 |           |
|----------|-----------------|-----------|
| $kg/m^3$ | چگالی سیال      | $\rho$    |
| $m^2/s$  | سیرکولاسیون     | $\Gamma$  |
| -        | تابع سطح پره    | $\lambda$ |
| $1/s$    | ورتنسسته        | $\Omega$  |
| -        | مختصات زوایه ای | $\theta$  |
| -        | تابع شکل پره    | $\delta$  |
| $1/s$    | سرعت زوایه ای   | $\omega$  |
| -        | راندمان         | $\eta$    |

#### زیرنویس

|                       |           |
|-----------------------|-----------|
| ورودی                 | $i$       |
| خروجی                 | $o$       |
| مقطع ۱                | 1         |
| مقطع ۲                | 2         |
| پره                   | $bl$      |
| جریان ایده آل غیر لزج | $bl_{ns}$ |

#### بالانویس

|                 |   |
|-----------------|---|
| ناحیه فشار مثبت | + |
| ناحیه فشار منفی | - |
| مقدار متوسط     | — |

#### ۸- منابع و مراجع

- [1] Q. Zhang, L. Cao, Z. Yan, W. Zhang, Hydraulics and blading of centrifugal pump impellers: a systematic review and application, Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 43(Suppl 1) (2019) 1-12.
- [2] R.W. Westra, Inverse-design and optimization methods for centrifugal pump impellers, (2008).
- [3] B.P.M. Van Esch, Simulation of three-dimensional unsteady flow in hydraulic pumps, (1997).
- [4] M. Zangeneh-Kazemi, W. Dawes, W. Hawthorne, Three dimensional flow in radial-inflow turbines, in: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, American Society of Mechanical Engineers, 1988, pp. V001T001A046.
- [5] M. Zangeneh, Inviscid-viscous interaction method for 3D inverse design of centrifugal impellers, , ASME 1993 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition (1993).
- [6] M. Zangeneh, A. Goto, H. Harada, On the role of three-dimensional inverse design methods in turbomachinery shape optimization, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 213(1) (1999) 27-42.
- [7] J. Zhao, J. Pei, Z. Wang, B. Zhang, W. Wang, X. Gan, G. Pavesi, Energy efficiency optimization of multistage centrifugal pumps based on blade loading control: Insights into flow instability suppression mechanism, Energy, 328 (2025) 136586.

- [8] D. Bonaiuti, M. Zangeneh, On the coupling of inverse design and optimization techniques for the multiobjective, multipoint design of turbomachinery blades, *Journal of Turbomachinery*, Apr 2009, 131(2): 021014.
- [9] H.K. Sakran, M.S. Abdul Aziz, M. Abdullah, C. Khor, Effects of blade number on the centrifugal pump performance: a review, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 47(7) (2022) 7945-7961.
- [10] J. Feng, F.-K. Benra, H.J. Dohmen, Numerical investigation on pressure fluctuations for different configurations of vaned diffuser pumps, *International Journal of Rotating Machinery*, 2007(1) (2007) 034752.
- [11] C. Wu, K. Pu, C. Li, P. Wu, B. Huang, D. Wu, Blade redesign based on secondary flow suppression to improve energy efficiency of a centrifugal pump, *Energy*, 246 (2022) 123394.
- [12] J.F. Gülich, Operation of centrifugal pumps, in: *Centrifugal pumps*, Springer, 2010, pp. 665-714.
- [13] W. Li, Effect of exit blade angle, viscosity and roughness in centrifugal pumps investigated by CFD computation, *TASK Quarterly. Scientific Bulletin of Academic Computer Centre in Gdansk*, 15(1) (2011) 21-41.
- [14] S.A.I. Bellary, A. Samad, Centrifugal impeller blade shape optimization through numerical modeling, *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, 9(4) (2016) 313-324.
- [15] B. Liu, W. Yang, L. Cheng, X. Huang, W. Jiao, Numerical study on jet-wake flow and its evolution in a centrifugal pump with alternating stall, *Physics of Fluids* 35, 115105 (2023).
- [16] C. Wu, Q. Li, F. Zheng, P. Wu, S. Yang, H. Ye, B. Huang, D. Wu, Improve of unsteady pressure pulsation based on jet-wake suppression for a low specific centrifugal pump, *Journal of Fluids Engineering*, 143(11) (2021) 111202.
- [17] X. Han, Y. Kang, J. Sheng, Y. Hu, W. Zhao, Centrifugal pump impeller and volute shape optimization via combined NUMECA, genetic algorithm, and back propagation neural network, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 61(1) (2020) 381-409.
- [18] H.-x. Chen, J.-w. He, C. Liu, Design and experiment of the centrifugal pump impellers with twisted inlet vice blades, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 29(6) (2017) 1085-1088.
- [19] S. Mittag, M. Gabi, Experimental and numerical investigation of centrifugal pumps with asymmetric inflow conditions, *Journal of Thermal Science*, 24(6) (2015) 516-525.
- [20] W.-G. Li, Effects of viscosity of fluids on centrifugal pump performance and flow pattern in the impeller, *International journal of heat and fluid flow*, 21(2) (2000) 207-212.
- [21] N. Zhang, J. Jiang, B. Gao, X. Liu, D. Ni, Numerical analysis of the vortical structure and its unsteady evolution of a centrifugal pump, *Renewable Energy*, 155 (2020) 748-760.
- [22] C. Morrill-Winter, J. Klewicki, Influences of boundary layer scale separation on the vorticity transport contribution to turbulent inertia, *Physics of Fluids* 25, 015108 (2013).
- [23] G. Brenn, The Equation for the Stokesian Stream Function and Its Solutions, *Physics of Fluids*, 25(1) (2013).
- [24] R. Dean, On the unresolved fluid dynamics of the centrifugal compressor, *Advanced centrifugal compressors*, (1971) 1-55.
- [25] N. Pedersen, P.S. Larsen, C.B. Jacobsen, Flow in a centrifugal pump impeller at design and off-design conditions—part I: particle image velocimetry (PIV) and laser Doppler velocimetry (LDV) measurements, *J. Fluids Eng.*, 125(1) (2003) 61-72.
- [26] Z. Gao, W. Zhu, L. Lu, J. Deng, J. Zhang, F. Wuang, Numerical and experimental study of unsteady flow in a large centrifugal pump with stay vanes, *Journal of Fluids Engineering*, 136(7) (2014) 071101.

# Influence of Blade Outlet Angle on the Inverse Design Method for Centrifugal Pump Impellers

Abdollah Eskandari Sani<sup>1</sup>

<sup>1</sup> [A.eskandari@pnu.ac.ir](mailto:A.eskandari@pnu.ac.ir), Department of mechanical engineering, Payame Noor University, Tehran

## ABSTRACT

This research explores the impact of blade outlet angle on the inverse design methodology of centrifugal pump impellers, aiming to enhance hydraulic performance through improved flow control and reduced secondary losses. The inverse design approach is employed to regulate blade loading and achieve a more uniform pressure distribution at the impeller outlet, thereby optimizing efficiency and head generation. Blade geometries were generated using vorticity-based modeling combined with inviscid slip boundary conditions to minimize tangential pressure gradients and suppress secondary flow structures. Three outlet angles— $0^\circ$ ,  $+45^\circ$ , and  $-45^\circ$ —were imposed as boundary conditions. The resulting impeller configurations were evaluated using computational fluid dynamics (CFD) simulations and validated against experimental data. The results demonstrate that a negative outlet angle ( $-45^\circ$ ) significantly improves flow uniformity, reduces tangential pressure gradients, and weakens secondary vortices, leading to a hydraulic efficiency increase of up to 8.5% and a head rise of approximately 3.2 meters. These findings highlight the critical role of outlet angle selection in inverse blade design and its potential to improve turbomachinery performance, offering practical insights for engineers seeking to enhance energy efficiency and operational reliability in fluid transport systems.

**Keywords:** Inverse Design, Centrifugal Pump, Computational Fluid Dynamics (CFD), Secondary Flows, Blade Outlet Angle