Integrated Robust Nonlinear Guidance and Control of a Single-Rotor Tail-Sitter UAV for Trajectory Tracking and Hovering

Mohsen Sohrab, Seyed Hossein Sadati*, Mostafa Khazaei

Faculty of Aerospace Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
* Corresponding author: hsadati@aut.ac.ir

ABSTRACT

Controlling single-rotor tail-sitter unmanned aerial vehicles poses significant challenges due to highly nonlinear dynamics, severe aerodynamic couplings, and kinematic singularities at pitch angles near 90 degrees. This paper proposes an integrated, robust guidance and control architecture for hover and 3D trajectory tracking. To address these challenges, a cascaded hybrid control framework based on a 6-DOF model is developed. The outer loop utilizes a quaternion-based vectorial formulation to generate singularity-free reference attitudes, entirely resolving the gimbal lock issue inherent in Euler angles. The inner loop employs an Incremental Nonlinear Dynamic Inversion controller. By feeding back angular accelerations, this algorithm minimizes reliance on complex analytical aerodynamic models and guarantees robustness against uncertainties. Furthermore, a Weighted Least Squares control allocator dynamically distributes commands among aerodynamic surfaces and the propeller's swashplate, utilizing real-time penalties. Command filters are embedded to attenuate sensor noise and strictly enforce actuator saturation limits. Extensive 6-DOF simulations under severe parametric uncertainties (30% modeling error) and continuous Dryden wind turbulence validate the system's performance. Comparative results with the classical Nonlinear Dynamic Inversion demonstrate the proposed strategy's superiority in disturbance rejection, elimination of high-frequency actuator chattering, and ensuring smooth, stable transitions.

Keywords: Single-Rotor Tail-Sitter UAV, Incremental Nonlinear Dynamic Inversion, Weighted Least Squares Allocator, Parametric Uncertainty, Dryden Wind Disturbance.

ACCEPTED MANUSCRIPT

1. Introduction

Single-rotor tail-sitter UAVs represent a highly efficient class of hybrid aircraft, bridging the gap between the vertical agility of rotorcraft and the aerodynamic efficiency of fixed-wing platforms. However, the transition between hovering and forward flight phases introduces severe control challenges. These include highly nonlinear dynamics, massive flow separation, large angle of attack (α) variations, and complex propeller slipstream interactions. Furthermore, attitude control in these platforms relies on an over-actuated hybrid combination of thrust vectoring (via a swashplate mechanism), conventional aerodynamic surfaces, and differential tip thrusters.

Conventional control strategies, utilizing linear approximations (PID/LQR) and Euler angles, are vulnerable to aerodynamic uncertainties and inevitably suffer from gimbal lock singularities near the 90° pitch attitude required for hovering. While standard Nonlinear Dynamic Inversion (NDI) covers larger flight envelopes, its performance degrades rapidly without precise analytical aerodynamic models. To address this critical gap, this paper proposes a unified, robust cascaded control architecture. By integrating a singularity-free quaternion-based vectorial guidance logic with an Incremental Nonlinear Dynamic Inversion (INDI) attitude controller and a dynamic Weighted Least Squares (WLS) allocator, this frame work systematically manages over-actuation, mitigates severe atmospheric disturbances, and analytically guarantees system stability without relying on exact aerodynamic parameters[1].

2. System Modeling and Dynamics

The 6-DOF nonlinear mathematical model of the single-rotor tail-sitter is developed using quaternion formulation $\boldsymbol{q} = [q_0 \,|\, q_1 \,|\, q_2 \,|\, q_3]^T$ to rigorously avoid singularities in vertical postures. The UAV is an over-actuated system comprising seven independent control inputs [2]: $\boldsymbol{U} = \left[\delta_{T_{main}} \,|\, \delta_e \,|\, \delta_{lon} \,|\, \delta_a \,|\, \delta_{lat} \,|\, \delta_r \,|\, \delta_{T_{diff}} \right]^T$.

In hovering and low-speed flight, where the free-stream dynamic pressure is negligible, aerodynamic surfaces derive their effectiveness predominantly from the propeller-induced slipstream. This effect is modeled using momentum theory. Additionally, due to extreme attitude variations during transition phases, linear aerodynamic models are inadequate. Hence, a nonlinear stall model is integrated for angles of attack exceeding 18° ($\alpha > 18^\circ$). The combined control moments acting on the center of mass are mathematically formulated as a coupled function of the aerodynamic surfaces, swashplate mechanism, and differential tip thrusters.

3. Cascaded Guidance and Control Architecture

The proposed control framework features a hierarchical time-scale separated architecture [3]:

3.1. Outer Loop: Vectorial Guidance

The outer loop maps the saturated velocity error to a commanded acceleration (a_{cmd}) via a PI controller. To completely resolve the gimbal lock problem near $\theta \approx 90^\circ$, a vectorial formulation generates a singularity-free reference quaternion (q_{ref}). The desired longitudinal axis (X_d) aligns with the resultant vector of a_{cmd} and gravity (g):

$$X_d = \frac{\left[a_{x_cmd} \,|\, a_{y_cmd} \,|\, -g \right]^T}{\| \left[a_{x_cmd} \,|\, a_{y_cmd} \,|\, -g \right]^T \|} \tag{1}$$

Using the desired heading, the full Direction Cosine Matrix is constructed and mapped to q_{ref}. Raw thrust (T_{raw}) is computed by projecting gravity and acceleration onto X_d, bounded by a threshold to prevent horizon singularities.

3.2. Inner Loop: INDI Attitude Control

A spatial PD controller computes the desired angular acceleration (ν) from the attitude error. To track ν, the INDI controller applies the time-scale separation principle ($\Delta t \to 0$) and a Taylor series expansion, deriving the incremental control law:

$$\Delta U = G_{mat}^{\dagger} \left(\nu - \dot{\Omega}_0 \right) \tag{2}$$

where ΔU represents incremental commands, $G_{mat}^{\dagger}$ is the pseudo-inverse of the effectiveness matrix, and $\dot{\Omega}_0$ is the previous step's angular acceleration, smoothed by a low-pass filter ($\tau_{indi} = 0.015$ s).

3.3. WLS Control Allocation

The tail-sitter utilizes six effectors (elevator, aileron, rudder, tip thrusters, and cyclic swashplate) to control three rotational DOFs. To solve this over-actuation, a WLS optimization with Tikhonov regularization ($\lambda = 0.1$) is used:

$$G_{inv_WLS} = W^{-1} G_{mat}^T \left(G_{mat} W^{-1} G_{mat}^T + \lambda I_3 \right)^{-1} \tag{3}$$

The weight matrix W dynamically schedules actuator authority based on flight phase (e.g., penalizing aerodynamic surfaces in hover and the swashplate in forward flight). Hard constraints, including position

ACCEPTED MANUSCRIPT

limits ($\pm 20^\circ \sim \pm 25^\circ$), rate limits ($80^\circ / s$), and servo delays ($\tau_{act} = 0.04$ s), are strictly enforced.

4. Multi-Loop Stability Analysis

The stability of the proposed cascaded architecture is analytically evaluated based on singular perturbation theory and Lyapunov stability criteria:

• **Inner Loop Stability (UUB):** Defining the angular rate tracking error as e_ω, a quadratic Lyapunov candidate function $V_1 = \frac{1}{2} e_\omega^T e_\omega$ is analyzed. Through the application of the Rayleigh quotient and Cauchy-Schwarz inequality, it is proven that by selecting sufficiently large control gains, the inner loop error remains Uniformly Ultimately Bounded (UUB) despite bounded approximation errors, actuator delays, and sensor noise [4].

• **Outer Loop Stability (GAS):** Assuming the inner loop dynamics are infinitely fast, the kinematic attitude error is analyzed using a radially unbounded Lyapunov function $V_2 = q_v^T q_v + (1 - q_0)^2$. Applying LaSalle's invariance principle confirms that the outer loop is Globally Asymptotically Stable (GAS).

• **Overall Cascaded Stability (ISS):** Based on Input-to-State Stability (ISS) theory, the combination of a GAS outer loop and a UUB inner loop guarantees that the entire hierarchical architecture remains stable under bounded disturbances. Additionally, the WLS allocator actively mitigates the unbounded growth of tracking errors during actuator saturation, thus preventing limit-cycle oscillations.

5. Simulation and Results

Extensive 6-DOF nonlinear simulations were conducted in MATLAB/Simulink to benchmark the proposed architecture against standard NDI. The scenario involved a challenging 3D trajectory tracking maneuver (ascending from 100m to 200 m while displacing 50m spatially) under severe operational conditions: 30% parametric uncertainties in aerodynamic derivatives, 10% thrust uncertainty, 15% loss in actuator effectiveness, and continuous 3D Dryden wind turbulence ($\sigma = 3$, wind fluctuations up to 5 m/s) [5].

• **Tracking Accuracy:** The proposed INDI+WLS strategy successfully bounded the final position error (E_{FP}) to 4.3989 m, whereas the standard NDI suffered catastrophic divergence, resulting in an error of 1051.2141 m. The position Root Mean Square Error ($RMSE_P$) plummeted by $88.2\,\%$, from 379.6941 m (NDI) to 44.8313 m (proposed).

• **Stall Prevention:** Graphical analysis demonstrated that the INDI+WLS controller maintained the pitch angle near the nominal 90° hover state and strictly clamped the angle of attack (α) within the safe aerodynamic envelope ($\pm 10^\circ$). Conversely, standard NDI exhibited divergent pitch oscillations, forcing the UAV into deep stall.

• **Actuator Protection:** The Control Effort Variance (CEV) metric demonstrated a dramatic 97.8% reduction, dropping from 0.16668 (NDI) to 0.00362 (INDI+WLS). The optimal command distribution via WLS completely eliminated high-frequency actuator chattering and prevented the physical control signals from hitting their absolute saturation limits.

6. Conclusion

This study successfully developed and validated an integrated hybrid control architecture for over-actuated single-rotor tail-sitter UAVs. The quaternion-based vectorial guidance fundamentally eliminated singularity issues during hover-to-cruise transitions. Replacing standard inversion schemes with the INDI algorithm decoupled system stability from highly uncertain aerodynamic models. Furthermore, the dynamic WLS allocator seamlessly resolved over-actuation while strictly adhering to servo-mechanical constraints. Mathematical stability proofs (UUB, GAS, and ISS) were thoroughly validated through aggressive numerical simulations. The results verify that the INDI+WLS framework guarantees safe 3D trajectory tracking, mitigates actuator chattering, and robustly prevents aerodynamic stall under massive parametric uncertainties and severe wind disturbances, offering a highly reliable autopilot solution for VTOL operations.

7. References

[1] R.M. Axten, E.N. Johnson, Robust Trajectory Tracking Flight Control of a Tailsitter UAS, in: AIAA SCITECH 2026 Forum, 2026, pp. 2354.

[2] A.R.S. Bramwell, D. Balmford, G. Done, Bramwell's helicopter dynamics, Elsevier, 2001.

[3] E.J. Smeur, Q. Chu, G.C. De Croon, Adaptive incremental nonlinear dynamic inversion for attitude control of micro air vehicles, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 39(3) (2016) 450–461.

[4] D. Milz, M.S. May, S.F. Armanini, G. Looye, Stability and robustness of a tandem tilt-wing VTOL with dynamic inversion control laws, in: AIAA SciTech 2026 Forum, 2026, pp. 2070.

[5] L.F. Fernandez, M. Bronz, T. Lefebvre, N. Bartoli, Simultaneous trajectory and design optimization of small vtol uavs with controllability considerations, Journal of Aircraft, (2026) 1–24.

ACCEPTED MANUSCRIPT

طراحی یکپارچه هدایت و کنترل غیرخطی مقاوم پرنده بال‌ثابت دم‌نشین تک‌روتور جهت ردیابی مسیر و پرواز ایستا

محسن سهراب، سید حسین ساداتی*، مصطفی خزائی

مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران، ایران

چکیده

کنترل پهپادهای دم‌نشین تک‌موتوره به دلیل دینامیک به‌شدت غیرخطی، کوپلینگ آیرودینامیکی محورها و بروز تکینگی در زوایای گام نزدیک به ۹۰ درجه، با چالش‌های اساسی مواجه است. مقاله حاضر، یک استراتژی هدایت و کنترل یکپارچه و مقاوم برای پرواز ایستایی و ردیابی مسیر سه‌بعدی این پرنده‌ها ارائه می‌دهد. جهت غلبه بر این چالش‌ها، یک معماری کنترلی هیبریدی بر پایه مدل‌سازی شش درجه‌آزادی توسعه یافته است. در این معماری، حلقه بیرونی (کنترل موقعیت) از فرمولاسیون برداری مبتنی بر کواترنیون بهره می‌برد تا محدودیت‌های تکینگی زوایای اویلر را به طور کامل مرتفع سازد. برای حلقه درونی (کنترل وضعیت)، کنترل‌کننده وارون دینامیک غیرخطی افزایشی به کار گرفته شده است. این الگوریتم با استفاده از بازخورد شتاب زاویه‌ای، وابستگی به مدل‌های تحلیلی پیچیده را کاهش داده و مقاومت سیستم را در برابر عدم‌قطعیت‌ها تضمین می‌کند. تخصیص فرامین کنترلی بین سطوح آیرودینامیکی و سیستم کنترل پیشران ملخ نیز از طریق الگوریتم حداقل مربعات وزن‌دار با جریمه‌های متغیر بلادرنگ انجام می‌پذیرد. افزون بر این، تکنیک فیلتر دستورات جهت مهار نویزهای سنسوری و جلوگیری از اشباع عملگرها در ساختار کنترلی تعبیه شده است. ارزیابی عملکرد سیستم از طریق شبیه‌سازی عددی در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتریک (۳۰ درصد خطای مدل‌سازی) و اغتشاشات متغیر جوی (باد درایدن) انجام گرفته است. مقایسه نتایج با روش وارون دینامیک کلاسیک، برتری استراتژی پیشنهادی را در دفع اغتشاشات، حذف نوسانات فرکانس‌بالای عملگرها و تضمین انتقال نرم و پایدار پرنده را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی

پهپاد دم‌نشین تک‌موتوره، وارون دینامیک افزایشی، حداقل مربعات وزن‌دار، عدم‌قطعیت پارامتریک، اغتشاش باد درایدن.

ACCEPTED MANUSCRIPT

* نویسنده پاسخگو، پست الکترونیک: hsadati@aut.ac.ir

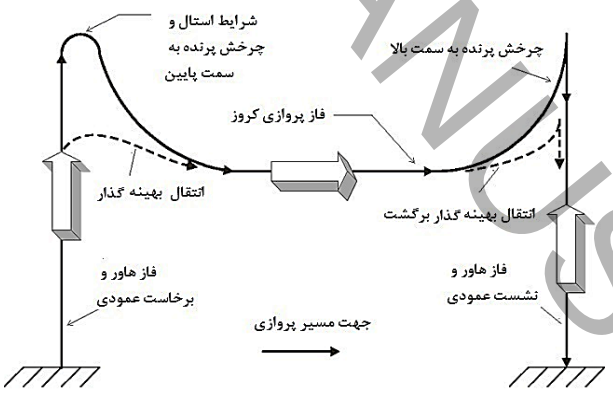
۱- مقدمه

با تنوع یافتن ماموریت‌های پروازی پرنده‌های بدون‌سرنشین، نیاز به توسعه پلتفرم‌هایی با قابلیت‌های پیچیده‌تر و انعطاف‌پذیری بیشتر به شدت احساس شد. یکی از کلیدی‌ترین این قابلیت‌ها، توانایی نشست و برخاست عمودی[1] بود و در پاسخ به نیاز عملیاتی در محیط‌های فاقد باند پروازی، پرنده‌های عمودپرواز نظیر کوادروتورها توسعه یافتند. با این وجود، محدودیت برد و مداومت پروازی این پرنده‌ها در ماموریت‌های طولانی‌مدت، ضرورت ادغام قابلیت‌های عمودپرواز با راندمان بالای پرواز کروز در هواپیماهای بال‌ثابت را مطرح نمود. در نتیجه این نیازسنجی، پهپادهای دم‌نشین[2] توسعه یافتند؛ وسایل پروازی نوآورانه‌ای که نه تنها نشست و برخاست را به صورت کاملاً عمودی انجام می‌دهند، بلکه در فاز کروز از نیروی برآی آیرودینامیکی بال‌ها بهره می‌برند. به طور کلی، از مهمترین مزایای این دسته از وسایل پروازی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- عدم نیاز به باند فرود و قابلیت عملیات در عوارض پیچیده جغرافیایی (پرواز مبتنی بر نیروی رانش یا پرواز ایستا[3]).
- مصرف بهینه انرژی و افزایش راندمان آیرودینامیکی در فاز کروز[4] (پرواز مبتنی بر بال).
- دستیابی به برد و مداومت پروازی بسیار بالاتر در مقایسه با بالگردهای سنتی.
- قابلیت حمل محموله‌های سنگین‌تر نسبت به پرنده‌های صرفاً عمودپرواز (مولتی‌روتورها).
- انعطاف‌پذیری در اجرای ماموریت‌های چندگانه نظیر نقشه‌برداری، حمل‌ونقل و پایش هوایی.

پهپادهای دم‌نشین در طول ماموریت خود سه فاز پروازی متمایز را تجربه می‌کنند (شکل ۱):

- **فاز ایستا:** پرنده رفتاری مشابه بالگرد داشته و نیروی برآ و کنترل وضعیت آن منحصراً توسط سیستم پیشرانش (روتورها) تامین می‌شود.
- **فاز گذار یا انتقال**[5]: حیاتی‌ترین و پیچیده‌ترین فاز پروازی که در آن، پرنده از وضعیت عمودی (ایستا) به وضعیت افقی (کروز) و بالعکس تغییر حالت می‌دهد.
- **فاز کروز:** پرواز در سرعت‌های بالا که سطوح آیرودینامیکی اثربخش شده و نیروی برآی اصلی توسط بال‌های ثابت تامین می‌گردد.



شکل ۱- فازهای پروازی یک پرنده دم‌نشین

Fig. 1. Flight phases of a tail-sitter UAV

[1] VTOL
[2] Tail-Sitter
[3] Hover or Thrust-borne
[4] Cruise or Wing-borne
[5] Transition

ACCEPTED MANUSCRIPT

بر اساس مکانیزم تولید نیرو و گشتاور در فاز گذار، پهپادهای دم‌نشین به سه دسته اصلی طبقه‌بندی می‌شوند: ۱- انتقال یک‌موتوره[1]، ۲ -انتقال چندموتوره تجمیعی[2] و ۳- انتقال چندموتوره تفاضلی[3]. در پیکربندی یک‌موتوره، نیروی پیشران توسط یک موتور اصلی (غالباً در دماغه یا انتهای پرنده) تولید می‌شود. در این حالت، کنترل وضعیت از طریق جهت‌دهی بردار رانش، داکت‌فن یا مکانیزم صفحه رقصان[4] (برای اعمال گام تناوبی[5] و جمعی[6]) و یا سطوح کنترلی قرار گرفته در جریان لغزشی ملخ[7] تامین می‌گردد. در مقابل، پیکربندی‌های چندموتوره تجمیعی و چندموتوره تفاضلی به ترتیب از چندین روتور با گام متغیر[8] و گام ثابت برای کنترل پرنده بهره می‌برند. با توجه به اهداف این پژوهش، تمرکز اصلی مقاله بر روی پهپادهای دم‌نشین تک‌روتور با رویکرد فاز گذار یک موتوره خواهد بود.

مرور ادبیات فنی نشان می‌دهد که در بسیاری از پژوهش‌های پیشین مرتبط با پهپادهای انتقال یک‌موتوره و انتقال چندموتوره تجمیعی، تمرکز صرفاً بر روی فاز پرواز عمودی و پایدارسازی وضعیت ایستا بوده است. به عنوان نمونه، مراجع [۱-۳] به طراحی کنترل‌کننده برای پیکربندی انتقال یک‌موتوره و مراجع به پایدارسازی پرنده‌های دوروتوره با انتقال تجمیعی پرداخته‌اند. در اکثر این پژوهش‌ها، مدل‌سازی بر مبنای زوایای اویلر صورت گرفته و سیستم حول نقطه ایستایی خطی‌سازی شده است. در مراجع [۴, ۵]، از کنترل‌کننده‌های کلاسیک تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتقی و تناسبی-مشتقی برای پایدارسازی کانال‌های غلت، پیچ و یاو استفاده شده است که با توجه به ماهیت به‌شدت غیرخطی این سیستم‌ها، در برابر عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی عملکرد مقاومی ندارند. علاوه بر این، در مرجع [۶] از تاخیر زمانی عملگرها صرف‌نظر شده و در مرجع [۷] نیز استفاده از کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه اول، منجر به بروز پدیده مخرب نوسانات فرکانس‌بالا در سیگنال‌های کنترلی شده که راهکاری برای آن ارائه نگردیده است. مراجع [۷, ۸] استراتژی‌هایی مبتنی بر کواترنیون و اشباع عملگرها برای بهبود پایداری پیشنهاد داده‌اند و در مراجع [۹, ۱۰] رویکردهایی ترکیبی از کنترل کلاسیک و غیرخطی حول نقاط کار مشخص (بدون در نظر گرفتن اغتشاشات جوی) ارائه شده است.

از منظر مدل‌سازی ریاضی، مراجعی نظیر [۱۱-۱۳] (انتقال یک‌موتوره) و [۱۴-۱۷] (انتقال چندموتوره تجمیعی) برای اجتناب از تکینگی در زاویه پیچ، از فرمولاسیون کواترنیون بهره برده‌اند. با این حال، استفاده از مدل‌های ساده‌سازی‌شده برای سیستم پیشرانش در برخی از این مطالعات نقطه ضعف محسوب می‌شود. در مقابل، مرجع [۱۸] با بهره‌گیری از دینامیک سیالات محاسباتی و داده‌های تجربی تست پرواز، دقت مدل‌سازی آیرودینامیکی و دینامیکی خود را ارتقا داده‌اند. همچنین، لحاظ نمودن دینامیک موتور در مراجع [۱۹, ۲۰] نشان‌دهنده اهمیت مدل‌سازی دقیق عملگرها در عملکرد نهایی کنترل‌کننده است. با این وجود، مقایسه داده‌های تجربی و شبیه‌سازی در مرجع [۲۱] اثبات می‌کند که تقریب‌های خطی در تمامی کانال‌ها معتبر نبوده و نیازمند مدل‌سازی دقیق‌تری است.

در حوزه کنترل پیشرفته، مرجع [۲۲] از وارون دینامیک و کنترل‌کننده‌های تطبیقی و جدول‌بندی بهره برای ردیابی مسیر استفاده نموده است. با این وجود، پیاده‌سازی تجربی این روش‌ها در پروازهای خودکار سرتاسری (شامل فاز گذار) همواره با چالش‌هایی همراه بوده است؛ چنانکه معماری ارائه‌شده برای دم‌نشین در [۲۳] نتوانسته است خطای ارتفاع را به حداقل برساند. در مقابل، مرجع [۲۴] با معرفی یک کنترل‌کننده کواترنیون تطبیقی مبتنی بر روش گام‌به‌عقب، موفق به پوشش کل پوش پروازی به صورت تجربی شده است. تخصیص کنترل‌کننده‌های مجزا برای هر مود پروازی (مانند استفاده از تنظیم‌کننده خطی درجه‌دوم در [۲۵] و تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتقی در[۲۶]) نیز یکی از رویکردهای متداول است که به دلیل نیاز به سوئیچینگ بین کنترل‌کننده‌ها، پیچیدگی‌های خاص خود را دارد. روش‌های کنترل بهینه نظیر [۲۷, ۲۸] و همچنین استراتژی‌های جدول‌بندی بهره [۲۹, ۳۰] اگرچه عملکرد قابل قبولی ارائه می‌دهند، اما به‌شدت وابسته به مدل تحلیلی دقیق بوده و بار محاسباتی بالایی در پردازش‌های بلادرنگ تحمیل می‌کنند. همچنین

[1] Mono Thrust Transitioning (MTT)
[2] Collective Thrust Transitioning (CTT)
[3] Differential Thrust Transitioning (DTT)
[4] Swashplate
[5] Cyclic
[6] Collective
[7] Propwash
[8] Variable Pitch Propeller (VPP)

ACCEPTED MANUSCRIPT

کنترل‌کننده‌های تطبیقی در [۱۰, ۱۵]، علیرغم لحاظ نمودن عدم‌قطعیت‌ها، در برابر دینامیک‌های مدل‌نشده دچار مشکلات ناپایداری می‌شوند.

برای غلبه بر وابستگی شدید به مدل تحلیلی، روش‌های غیرخطی پیشرفته‌تری نظیر وارون دینامیک غیرخطی در مراجع [۲۳, ۲۴] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. تکامل‌یافته‌ترین فرم این رویکرد، کنترل‌کننده وارون دینامیک غیرخطی افزایشی[1] است که وابستگی بسیار کمی به مدل آیرودینامیکی سیستم داشته و در اجرای تجربی پروازهای انتقال بهینه پهپادهای دم‌نشین، عملکرد خیره‌کننده‌ای به نمایش گذاشته است. این کنترل‌کننده نیازمند شناسایی رفتار دینامیکی عملگرها برای تخمین دقیق اثربخشی کنترلی آن‌هاست.

در بررسی پهپادهای دم‌نشین نوین، تحقیقات اخیر به سمت بهبود ردیابی مسیر و تحمل‌پذیری در برابر خطا سوق پیدا کرده است. پژوهشگران در مرجع [۲۵] مسیرهای بهینه‌ای را بر مبنای مدل سه‌درجه‌آزادی طراحی نمودند که کارایی آن در محیط‌های شش‌درجه‌آزادی و واقعی با محدودیت مواجه است. در مرجع [۲۶] یک چارچوب فعال تحمل‌پذیر در برابر خطا با بهره‌گیری از کنترل‌کننده $\mathcal{H}_\infty$ و تخصیص بلادرنگ ارائه گردید و مرجع [۲۷] افت شدید حاشیه پایداری در مانورهای گذار را اثبات نمود. همچنین، استفاده از شبکه‌های عصبی تطبیقی در [۲۸] بدون لحاظ نمودن قیود فیزیکی اشباع عملگرها، و تمرکز بر بازدهی انرژی در برابر اغتشاشات در [۲۹] از دیگر دستاوردهای اخیر به شمار می‌روند. مراجع [۲۷, ۳۰] نیز به ترتیب با استفاده از شبکه‌های عصبی پیچشی و استراتژی‌های کنترل تطبیقی زمان-ثابت، گام‌های موثری در جبران خطای عملگرها برداشته‌اند. با این وجود، به‌جرأت می‌توان ادعا کرد که توسعه سیستم‌های کنترلی یکپارچه و مقاوم در برابر اغتشاشات جوی شدید برای پهپادهای تک‌روتور فوق‌عملگر[2] (مانند فلکس‌روتور[3]) همچنان با شکاف علمی جدی مواجه است.

بنابراین، در این مقاله یک استراتژی کنترل غیرخطی مقاوم و یکپارچه برای یک پهپاد دم‌نشین تک‌روتور فوق‌عملگر توسعه یافته است تا پایداری و ردیابی مسیر سه‌بعدی پرنده در شرایط نامساعد جوی به‌طور کامل تضمین گردد. بدین منظور، پس از استخراج دقیق معادلات دینامیکی شش درجه‌آزادی، یک معماری کنترلی آبشاری پیشنهاد شده است. این ساختار در حلقه خارجی از یک منطق برداری جهت تولید مسیر و فرامین وضعیت بدون تکینگی بهره برده و در حلقه داخلی به یک کنترل‌کننده وارون دینامیک غیرخطی افزایشی مجهز شده است که وابستگی سیستم به مدل دقیق آیرودینامیکی را به حداقل می‌رساند. علاوه بر این، به دلیل ماهیت فوق‌عملگر بودن پرنده، جهت مدیریت بهینه ترکیب روتور و سطوح کنترلی و همچنین جلوگیری از اشباع، از الگوریتم تخصیص کنترل مبتنی بر حداقل مربعات وزن‌دار[4] استفاده شده است. در نهایت، عملکرد این معماری کنترلی در یک سناریوی چالش‌برانگیز ردیابی مسیر سه‌بعدی، تحت تأثیر تلاطمات پیوسته جوی (بر اساس مدل باد سه‌بعدی درایدن) و عدم‌قطعیت‌های پارامتریک تا مرز ۳۰ درصد ارزیابی شده و برتری مطلق آن نسبت به روش استاندارد وارون دینامیک غیرخطی به اثبات رسیده است.

۲- مدلسازی و معادلات پروازی

در این بخش از مقاله به مدل ریاضی دینامیک پرنده عمودپرواز اشاره می‌شود. پرنده مورد مطالعه، در کلاس پرنده‌های هیبریدی مشابه فلکسروتور (شکل۲) شرکت ایروول است. این پرنده نیروی پیشران اصلی خود را از طریق یک روتور یا گام ملخ متغیر تولید می کند و ممان‌های کنترلی غلت و پیچ از طریق تغییر گام تناوبی عرضی و طولی تیغه‌های ملخ (توسط مکانیزم صفحه رقصان ایجاد می‌شوند. برای کنترل سمت نیز دو روتور کوچک روی نوک بال‌ها نصب شده که دارای جهت چرخش متفاوت بوده تا با گشتاور سمت تولید شده توسط روتور اصلی مقابله کند.

در ادامه مدل غیرخطی ۶ درجه آزادی این پرنده دم‌نشین تک‌روتور توسعه داده شده است. با توجه به ماهیت پروازی این پرنده و تغییرات شدید زوایای وضعیت در فازهای مختلف، از فرمولاسیون چهارگان کواترنیون‌ها برای جلوگیری از تکینگی[5] استفاده شده است. بردار حالت سیستم به صورت $X = [P^T, V^T, q^T, \Omega^T]^T \in \mathbb{R}^{۱۳}$ تعریف می‌گردد.

[1] Incremental Non-linear Dynamic Inversion (INDI)
[2] Over-actuated
[3] Flexrotor
[4] Weighted least squares (WLS)
[5] Gimbal Lock

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل ۲- نمایی از پرنده فلکسروتور
Fig. 2. A view of the Flexrotor UAV

ACCEPTED MANUSCRIPT

۲-۱ سینماتیک پرواز

موقعیت پرنده در دستگاه اینرسی $P=[x,y,z]^T$ از طریق ماتریس انتقال از دستگاه بدنی به اینرسی (R_b^e) با سرعت‌های خطی بدنی $V=[u,v,w]^T$ مرتبط می‌شود:

$$\dot{P}=R_b^e V \quad (۱)$$

ماتریس کسینوس هادی R_b^e بر اساس چهارگان وضعیت $q=[q_0,q_1,q_2,q_3]^T$ به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$R_b^e=\begin{bmatrix} q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1q_2-q_0q_3) & 2(q_1q_3+q_0q_2) \\ 2(q_1q_2+q_0q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2 & 2(q_2q_3-q_0q_1) \\ 2(q_1q_3-q_0q_2) & 2(q_2q_3+q_0q_1) & q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

معادلات سینماتیک دورانی نیز بر حسب نرخ‌های زاویه‌ای بدنی $\Omega=[p,q,r]^T$ (به ترتیب نرخ‌های غلت، پیچ و یاو) به صورت (۳) بیان می‌شود:

$$\dot{q}=\frac{1}{2}\Omega_{skew}q=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۲-۲ دینامیک انتقالی و دورانی

با اعمال قوانین نیوتن-اویلر در دستگاه مختصات متصل به بدنه، معادلات دینامیکی انتقالی و دورانی پرنده به دست می‌آیند:

$$\dot{V}=\frac{1}{m}F_{body}+g_{body}-\Omega\times V \quad (۴)$$

$$\dot{\Omega}=I^{-1}\left(M_{body}-\Omega\times(I\,\Omega)\right) \quad (۵)$$

که در آن m جرم پرنده، $g_{body}=R_e^b\,[0,0,g]^T$ بردار شتاب جاذبه در دستگاه بدنی، و I ماتریس ممان اینرسی پرنده است. با توجه به تقارن پرنده نسبت به صفحه XZ، ماتریس اینرسی شامل جملات قطری و ترم ضربدری I_{xz} به فرم (۶) است:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (۶)$$

۲-۳ مدل‌سازی نیروها و گشتاورها

نیروها ($F_{body} = [F_x, F_y, F_z]^T$) و گشتاورهای برآیند وارد بر پرنده ($M_{body} = [M_x, M_y, M_z]^T$) شامل ترکیبی از اثرات آیرودینامیکی بال، سطوح کنترلی، روتور اصلی و مکانیزم صفحه رقصان می‌باشند. این پرنده از نوع فوق‌عملگر بوده و بردار ورودی‌های کنترلی آن دارای ۷ عملگر مستقل به شرح زیر است[۳۱]:

$$U = [T, \delta_e, \delta_{sw_pitch}, \delta_a, \delta_{sw_lat}, \delta_r, \delta_{thrust}]^T \quad (۷)$$

که در آن T نیروی پیشران تولیدی توسط روتور اصلی، δ_e زاویه انحراف سطح کنترلی الواتور، δ_{sw_pitch} گام تناوبی طولی صفحه رقصان[۱] برای کنترل ممان پیچ، δ_a زاویه انحراف سطوح کنترلی ایلرون، δ_{sw_lat} گام تناوبی عرضی صفحه رقصان[۲] برای کنترل ممان غلت، δ_r زاویه انحراف سطح کنترلی رادر، δ_{thrust} تراست تفاضلی حاصل از روتورهای کوچک نوک بال جهت کنترل ممان سمت است.

۱-۳-۲ اثرات جریان لغزشی ملخ[۳]

در پرواز ایستا و سرعت‌های پایین، فشار دینامیکی حاصل از جریان آزاد (Q_{dyn}) ناچیز است. لذا سطوح کنترلی دم (الویتور و رادار) اثربخشی خود را از جریان هوای القایی پشت ملخ (V_{tail}) می‌گیرند که بر اساس تئوری ممنتوم دیسک به صورت زیر تقریب زده شده است:

$$V_{tail} = \sqrt{\max\left(0, V_a^2 + \frac{2T}{\rho A_{prop}}\right)} \quad (۸)$$

که در آن V_a سرعت هوایی، ρ چگالی هوا، T نیروی پیشران و A_{prop} مساحت دیسک روتور اصلی است. فشار دینامیکی در ناحیه دم به صورت $Q_{tail} = \frac{۱}{۲}\rho V_{tail}^{۲}$ محاسبه می‌شود.

۲-۳-۲ نیروهای آیرودینامیکی و پدیده واماندگی غیرخطی

با توجه به تغییرات شدید زاویه حمله (α) طی فازهای گذار از پرواز ایستا به افقی و بالعکس، استفاده از مدل خطی آیرودینامیک پاسخگو نیست. لذا مدل واماندگی در زوایای فراتر از ۱۸ درجه ($|\alpha| > ۱۸^\circ$) به صورت غیرخطی لحاظ شده است:

$$C_L = \begin{cases} C_{L0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_\delta}\delta_e, & |\alpha| \le 18^\circ \\ 1.2\sin(2\alpha), & |\alpha| > 18^\circ \end{cases} \quad (۹)$$

$$C_D = \begin{cases} C_{D0} + K_{drag} C_L^2, & |\alpha| \le 18^\circ \\ 1.5\sin^2(\alpha), & |\alpha| > 18^\circ \end{cases} \quad (۱۰)$$

[1] Longitudinal Cyclic
[2] Lateral Cyclic
[3] Propwash

ACCEPTED MANUSCRIPT

در روابط فوق، C_L و C_D به ترتیب ضرایب بی‌بعد برآ و پسا، C_{L0} و C_{D0} مقادیر این ضرایب در زاویه حمله صفر، C_{L_α} مشتق پایداری برآ نسبت به زاویه حمله، C_{L_δ} مشتق کنترلی، و K_{drag} ضریب پسای القایی هستند.

نیروهای آیرودینامیکی برآ (L) و پسا (D) با استفاده از فشار دینامیکی جریان آزاد ($Q_{dyn} = \frac{1}{2}\rho V_a^2$) و مساحت بال ($S_w$) محاسبه شده و در محورهای X و Z دستگاه بدنی به شکل زیر تصویر می‌شوند:

$$F_{X_aero} = L\sin(\alpha) - D\cos(\alpha) \quad (11)$$

$$F_{Z_aero} = -L\cos(\alpha) - D\sin(\alpha) \quad (12)$$

۳-۳-۲ گشتاورهای کنترلی ترکیبی

مجموع گشتاورهای وارد بر مرکز جرم پرنده شامل برآیند اثرات سطوح کنترلی آیرودینامیکی، گشتاورهای تولیدی توسط صفحه رقصان (M_{swash}) و نیروی تراست تفاضلی (δ_{thrust}) است. معادلات گشتاور در هر سه محور به صورت زیر فرمول‌بندی شده‌اند:

۱-۳-۳-۲ گشتاور غلت (M_x):

$$M_x = Q_{dyn} S_w b_w \left(C_{l_\beta}\beta \left| C_{l_p}\frac{pb_w}{2V_a} \right| C_{l_r}\frac{rb_w}{2V_a} \left| C_{l_{\delta_a}}\delta_a \right| C_{l_{\delta_r}}\delta_r \right) - K_{sw}\delta_{sw_lat} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، b_w طول بال، β زاویه لغزش جانبی، $C_{l_{(.)}}$ مشتقات پایداری و کنترلی حول محور غلت، و K_{sw} ضریب تبدیل گام صفحه رقصان به گشتاور مکانیکی روتور است .

۲-۳-۳-۲ گشتاور پیچ (M_y):

گشتاور حول محور Y شامل بخش بال (تحت تأثیر جریان آزاد) و بخش دم (تحت تأثیر جریان لغزشی) و ممان روتور است:

$$M_{wing} = Q_{dyn} S_w c_w \left(C_{m0} + C_{m_\alpha}\alpha \right) \quad (14)$$

$$M_{tail} = Q_{tail} S_w c_w (C_{m_\delta}\delta_e \,|\, C_{m_q}\frac{qc_w}{2V_{tail}}) \quad (15)$$

$$M_{rotor} = M_0 + M_{a_rot}\, a_{flap} + M_{teta}\,\theta_{col} \quad (16)$$

$$M_y = M_{wing} + M_{tail} + M_{rotor} - K_{sw}\delta_{sw_pitch} \quad (17)$$

که در آن‌ها c_w وتر متوسط آیرودینامیکی بال، a_{flap} زاویه فلپینگ روتور، θ_{col} گام جمعی[1] و M_{teta}, M_{a_rot}, M_0 ضرایب ثابت توصیف‌کننده دینامیک ملخ هستند $C_{m_{(.)}}$ نیز مشتقات پایداری حول محور پیچ می‌باشند.

۳-۳-۳-۲ گشتاور یاو (M_z):

گشتاور حول محور Z از طریق رادر و همچنین تراست تفاضلی با بازوی گشتاور $y_{thruster}$ تولید می‌شود:

[1] Collective Pitch

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$M_z = Q_{dyn} S_w b_w \left(C_{n_\beta} \beta \left| C_{n_p} \frac{p b_w}{2V_a} \right| C_{n_r} \frac{r b_w}{2V_a} \left| C_{n_{\delta_a}} \delta_a \right| C_{n_{\delta_r}} \delta_r \right) + \delta_{thrust}\, y_{thruster} \qquad (۱۸)$$

نمادهای $C_{n_{(.)}}$ نشان‌دهنده مشتقات پایداری و کنترلی حول محور سمت هستند.

۲-۴ مدل‌سازی اغتشاشات جوی (Dryden Wind Model)

جهت ارزیابی عملکرد و میزان مقاومت[1] کنترلر در شرایط نامساعد محیطی[2]، اغتشاشات جوی سه‌بعدی متغیر با زمان با استفاده از مدل استاندارد باد درایدن[3] شبیه‌سازی شده است. سرعت باد در دستگاه اینرسی ($V_{wind_earth} = [u_g, v_g, w_g]^T$) از طریق فیلتر کردن نویز سفید گاوسی با ثابت زمانی τ_{wind} تولید شده و مقادیر آن توسط محدودکننده‌ها روی باند ۵ $\pm$ متر بر ثانیه اشباع می‌گردد. سرعت هوایی پرنده (V_a) با کسر بردار سرعت باد در دستگاه بدنی ($V_{wind_body} = R_e^b V_{wind_earth}$) از سرعت بدنی ($V_{body}$) به‌روزرسانی می‌شود.

۳- استراتژی هدایت و کنترل

ساختار کنترلی پرنده‌های عمودپرواز دم‌نشین به دلیل تغییرات شدید دینامیکی، درجات آزادی کوپل‌شده و تغییرات وسیع فشار دینامیکی در فازهای پروازی (هاور، انتقال و کروز)، نیازمند معماری مقیاس‌پذیر و مقاوم است. این پژوهش از یک ساختار کنترلی سلسله‌مراتب‌پذیر[4] بهره می‌برد که شامل دو حلقه اصلی است: حلقه بیرونی (هدایت سینماتیکی) به منظور ردیابی مسیر/سرعت و تولید مرجع وضعیت بدون تکینگی و حلقه درونی (کنترل دینامیکی) مبتنی بر وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی به همراه تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار جهت ردیابی دقیق وضعیت در حضور عدم قطعیت‌های آیرودینامیکی و افزونگی عملگرها.

۳-۱ حلقه بیرونی: هدایت مسیر و تولید مرجع وضعیت برداری

هدف حلقه بیرونی، نگاشت خطای موقعیت سه‌بعدی به فرامین شتاب و متعاقباً استخراج کواترنیون مرجع و فرمان تراست است. استفاده از فرمولاسیون برداری در این بخش، مشکل قفل گیمبال که در روش‌های مبتنی بر زوایای اویلر (به ویژه در زاویه گام $\theta \approx ۹۰^\circ$ هنگام انتقال) رخ می‌دهد را به طور کامل برطرف می‌سازد.

۳-۱-۱ کنترل‌کننده موقعیت و سرعت

ابتدا مسیر مرجع (P_{target}) و زاویه سمت مطلوب (ψ_{path_target}) با گذر از فیلترهای پایین‌گذر مرتبه اول نرم می‌شوند تا از اشباع زودهنگام عملگرها در اثر فرامین پله‌ای جلوگیری گردد. خطای موقعیت سه‌بعدی $e_{pos} = P_{ref} - P_{curr}$ از طریق یک کنترل‌کننده تناسبی به فرمان سرعت خام تبدیل می‌شود. پس از اعمال محدودکننده سرعت با کران ماکزیمم ($V_{max} = ۸/۰ \,\mathrm{m/s}$)، خطای سرعت به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$e_{vel} = V_{cmd} - V_{inertial} \qquad (۱۹)$$

که در آن، V_{cmd} بردار سرعت فرمان‌داده‌شده (پس از اشباع) و $V_{inertial}$ بردار سرعت فعلی پرنده در دستگاه اینرسی است. شتاب مطلوب (a_{cmd}) توسط یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی (PI) استخراج می‌گردد [۳۲]:

---

[1] Robustness
[2] Harsh Environments
[3] Dryden Wind Model
[4] Cascade Control

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$a_{cmd} = K_{v,vel} \cdot e_{vel} + K_{i,vel} \cdot \int e_{vel} dt \qquad (۲۰)$$

که در آن ماتریس‌های بهره به صورت $K_{v,vel} = \text{diag}(۰/۵,۰/۵,۱/۰)$ و $K_{i,vel} = \text{diag}(۰/۰۱,۰/۰۱,۰/۰۵)$ تنظیم شده‌اند.

۲-۱-۳ تولید وضعیت برداری[1]

جهت‌گیری مطلوب پرنده در فضا مستقیماً از بردار شتاب مورد نیاز و شتاب گرانش استنتاج می‌شود. محور طولی مطلوب پرنده (X_d) در راستای بردار برآیند شتاب و جاذبه تعریف می‌گردد:

$$X_d = \frac{\left[a_{x_cmd}, a_{y_cmd}, -g\right]^T}{\| [a_{x_cmd}, a_{y_cmd}, -g]^T \|} \qquad (۲۱)$$

که در آن a_{x_cmd} و a_{y_cmd} مولفه‌های افقی شتاب مطلوب و g شتاب گرانش زمین می‌باشند. برای تکمیل دستگاه مختصات متعامد مرجع، از زاویه سمت مرجع (ψ_{path}) برای تشکیل یک بردار موقت عرضی $Y_{temp} = [-sin(\psi_{path}), cos(\psi_{path}), 0]^T$ استفاده می‌شود. سایر محورهای دستگاه مختصات بدنه مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$Z_d = \frac{X_d \times Y_{temp}}{\| X_d \times Y_{temp} \|} \quad \& \quad Y_d = Z_d \times X_d \qquad (۲۲)$$

ماتریس کسینوس هادی مرجع به فرم $R_{ref} = \left[X_d, Y_d, Z_d\right]$ تشکیل شده و با استفاده از تبدیل‌های استاندارد به کواترنیون مرجع (q_{ref}) نگاشت می‌شود. همچنین، فرمان تراست خام (T_{raw}) با تصویر کردن وزن و شتاب عمودی روی محور طولی بدنه استخراج می‌گردد تا کاهش ارتفاع در مانورهای افقی جبران شود:

$$T_{raw} = \frac{m\left(g + a_{cmd,z}\right)}{max\left(0.4, -R_{b_e}(3,1)\right)} \qquad (۲۳)$$

که در آن m جرم پرنده، $a_{cmd,z}$ شتاب مطلوب در محور عمودی و $R_{b_e}(۳,۱)$ درایه سطر سوم و ستون اول ماتریس چرخش از دستگاه بدنه به اینرسی است که نمایانگر تصویر محور طولی پرنده در راستای قائم می‌باشد. مخرج کسر توسط مقدار ۰/۴ محدود شده است تا از تکینگی در زوایای نزدیک به افق جلوگیری شود.

۲-۳ حلقه درونی: کنترل‌کننده وضعیت و شبه‌کنترل‌کننده[2]

کنترل‌کننده درونی وظیفه دارد خطای زاویه‌ای را به شتاب‌های زاویه‌ای مطلوب تبدیل کند. خطای وضعیت در فضای کواترنیون با استفاده از ضرب مزدوج محاسبه می‌شود:

$$q_{err} = q^{-1} \otimes q_{ref} \qquad (۲۴)$$

که در آن q کواترنیون وضعیت فعلی و $\otimes$ عملگر ضرب کواترنیونی است. بخش برداری کواترنیون خطا به عنوان بردار خطای زاویه‌ای $e_R = ۲[q_{err۱}, q_{err۲}, q_{err۳}]^T$ استخراج می‌گردد. یک کنترل‌کننده تناسبی-مشتقی (PD) فضایی، شبه‌فرمان کنترلی ν (شتاب زاویه‌ای مطلوب) را تولید می‌کند:

[1] Vectorial Attitude Generation
[2] Pseudo-Control

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\nu = K_p e_R - K_d \Omega_{body} \quad (۲۵)$$

که در آن Ω_{body} بردار سرعت زاویه‌ای پرنده در دستگاه بدنه است. ماتریس بهره‌های تنظیم‌شده معادل $K_p = \text{diag}(۳/۰,۳/۰,۲/۵)$ و $K_d = \text{diag}(۲/۵,۲/۵,۲/۰)$ می‌باشند.

۳-۲-۱ استراتژی کنترل مقاوم: وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی

برخلاف روش‌های متداول که نیازمند مدل‌سازی دقیق و تحلیلی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی (شامل ضرایب مشتقات پایداری، تخمین زاویه حمله α و لغزش جانبی β) هستند، روش وارون دینامیک غیرخطی افزایشی با تکیه بر اصل تفکیک مقیاس زمانی[1]، مدل پیچیده آیرودینامیکی را با اندازه‌گیری‌های بلادرنگ جایگزین می‌کند. این ویژگی، وارون دینامیک غیرخطی افزایشی را به گزینه‌ای ایده‌آل برای کنترل پرنده‌های دم‌نشین که در آن جریان هوای روی سطوح به شدت غیرخطی و دارای جدایش است (علی‌الخصوص در فاز انتقال)، تبدیل می‌کند. معادله دینامیک دورانی جسم صلب به صورت کلی عبارت است از:

$$\dot{\Omega} = f(x,U) = I^{-1}\left(M_{aero}(x) + M_{prop}(U) + M_{gyr}(\Omega)\right) \quad (۲۶)$$

که در آن I ماتریس اینرسی پرنده، و M_{aero}، M_{prop} و M_{gyr} به ترتیب بردارهای گشتاور آیرودینامیکی، پیشرانه و ژیروسکوپی هستند؛ x بردار حالت و U بردار فرامین کنترلی است. با بسط سری تیلور تابع $f(x,U)$ حول وضعیت گام زمانی قبل ($t_0 = t - \Delta t$) و صرف‌نظر کردن از جملات مرتبه بالاتر، داریم:

$$\dot{\Omega} \approx f(x_0,U_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x_0} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial U}\Big|_{U_0} \Delta U \quad (۲۷)$$

با فرض فرکانس نمونه‌برداری بالا ($\Delta t \to ۰$)، تغییرات حالت سیستم (Δx) نسبت به تغییرات فرامین عملگرها (ΔU) بسیار ناچیز است؛ بنابراین جمله $\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x \approx ۰$ در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که $f(x_0,U_0)$ معادل شتاب زاویه‌ای در گام قبل ($\dot{\Omega}_0$) است، فرمول‌بندی افزایشی به رابطه خطی زیر تقلیل می‌یابد:

$$\dot{\Omega} \approx \dot{\Omega}_0 + G_{mat}\Delta U \quad (۲۸)$$

که در آن $G_{mat} = I^{-۱}M_{u_۶}$ ماتریس اثربخشی کنترلی است. با جایگذاری شتاب زاویه‌ای مطلوب (ν) به جای $\dot{\Omega}$، قانون کنترل افزایشی به دست می‌آید:

$$\Delta U = G_{mat}^{\dagger}\left(\nu - \dot{\Omega}_0\right) \quad (۲۹)$$

که در آن $G_{mat}^{\dagger}$ شبه‌معکوس[2] ماتریس اثربخشی است.

[1] Time-Scale Separation
[2] Pseudo-inverse

ACCEPTED MANUSCRIPT

۳-۲-۲ چالش فیلترسازی و همگام‌سازی زمانی

از آنجا که $\dot{\Omega}_0$ از طریق مشتق‌گیری عددی از داده‌های جایرو (Ω_{body}) به دست می‌آید، به شدت مستعد نویز است. لذا از یک فیلتر پایین‌گذر[1] با ثابت زمانی $\tau_{indi} = ۰/۰۱۵s$ استفاده شده است. برای جبران تاخیر فاز ناشی از این فیلتر و دینامیک عملگرها، فرمان کنترلی نهایی به صورت نرم‌شده[2] به‌روزرسانی می‌شود:

$$u_{indi} = \alpha_{cmd}\left(u_{indi_last} + K_{relax}\,\Delta U\right) + \left(1-\alpha_{cmd}\right)u_{indi_last} \qquad (۳۰)$$

که در آن u_{indi_last} فرمان کنترلی در گام پیشین، K_{relax} ضریب جبران‌ساز (آرام‌سازی) و α_{cmd} ضریب هموارساز فیلتر است.

۳-۳ تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار

پرنده دم‌نشین مورد مطالعه، یک سیستم فوق‌عملگر است که برای کنترل ۳ درجه آزادی دورانی، از ۶ عملگر (الویتور δ_e، سایکلیک طولی δ_{sw_pitch}، ایلرون δ_a، سایکلیک عرضی δ_{sw_lat}، رادر δ_r، و تراستر نوک بال δ_{thrust}) بهره می‌برد. لذا ماتریس G_{mat} یک ماتریس ۳ در ۶ بوده و وارون‌پذیر مستقیم نیست.

برای حل بهینه معادله افزایشی (۲۹)، از بهینه‌سازی حداقل مربعات وزن‌دار با تابع هزینه $J = \Delta U^T W \Delta U$ استفاده شده است. راه حل تحلیلی این مسئله با افزودن عبارت تنظیم تیخونوف[3] جهت تضمین خوش‌حالت بودن[4] ماتریس، به صورت (۳۱) استخراج می‌گردد:

$$G_{inv_WLS} = W^{-1}G_{mat}^T\left(G_{mat}W^{-1}G_{mat}^T \mid \lambda I_3\right)^{-1} \qquad (۳۱)$$

که در آن I_3 ماتریس همانی ۳ در ۳ است. ضریب $\lambda = ۰.۱$ از تکینگی ماتریس در شرایط افت اثربخشی عملگرها جلوگیری می‌کند. ماتریس قطری وزن W نقش کلیدی در زمان‌بندی عملگرها[5] ایفا می‌کند. با استفاده از پارامتر انتقال که تابعی از سرعت و زاویه گام پرنده است، وزن عملگرها به صورت دینامیکی تغییر می‌کند:

- **در فاز ایستا:** به دلیل پایین بودن فشار دینامیکی (Q_{dyn})، سطوح کنترل آیرودینامیکی (ایلرون، رادر، الویتور) جریمه شده و وزن بالایی در ماتریس W دریافت می‌کنند. در این فاز، کنترل‌کننده به طور خودکار به مکانیزم صفحه رقصان متکی می‌شود.
- **در فاز تعقیب مسیر:** استفاده از مکانیزم صفحه رقصان جریمه می‌شود تا از پسا اضافی و خستگی مکانیکی[6] روتور جلوگیری شود و کنترل به طور کامل (و یا بخشی) به سطوح آیرودینامیکی منتقل می‌گردد.

۳-۴ مدل‌سازی عملگرها و قیود سخت‌افزاری

برای ارزیابی پایداری سیستم در شرایط واقع‌بینانه، محدودیت‌های فیزیکی عملگرها به صورت قیود سخت[7] در شبیه‌سازی لحاظ شده‌اند:

---

[1] Low-pass Filter
[2] Relaxed
[3] Tikhonov Regularization
[4] Well-conditioned
[5] Control Scheduling
[6] Mechanical Fatigue
[7] Hard Constraints

ACCEPTED MANUSCRIPT

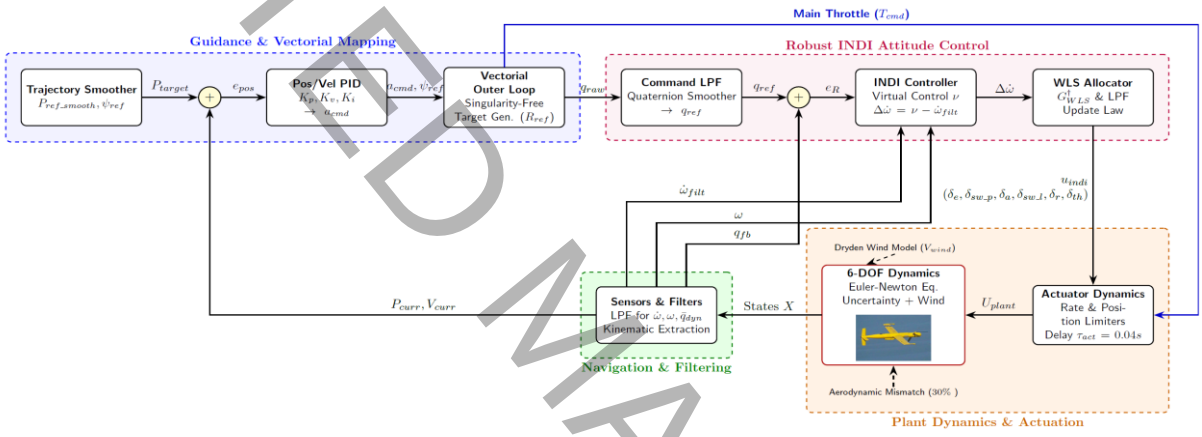
۱. **اشباع موقعیت**[1]: زوایای انحراف سطوح آیرودینامیکی در بازه $\left[\pm 25^{\circ} \sim \pm 20^{\circ}\right]$ و مکانیزم صفحه رقصان در دامنه $\pm 15^{\circ}$ محدود شده‌اند.

۲. **اشباع نرخ**[2]: حداکثر نرخ تغییرات تمامی سروموتورها معادل $80^{\circ}/s$ در نظر گرفته شده است که محدودیت‌های پهنای باند کنترلی را به سیستم تحمیل می‌کند.

۳. **دینامیک تاخیر سروو**[3]: رفتار گذار سروها با یک سیستم مرتبه اول با ثابت زمانی $\tau_{act} = 0.04$ s مدل‌سازی شده است:

$$U_{actual} = (1-\alpha_{act})U_{actual_prev} + \alpha_{act}U_{cmd} \quad (۳۲)$$

که در آن U_{cmd} فرمان کنترلی مطلوب، U_{actual_prev} موقعیت فیزیکی عملگر در گام قبل و α_{act} ضریب انتقال وابسته به فرکانس نمونه‌برداری و τ_{act} می‌باشد. طراحی مقاوم وارون دینامیک غیرخطی افزایشی نشان می‌دهد که با تنظیم صحیح پارامتر τ_{indi} در تطابق با τ_{act}، اثرات مخرب ناشی از دینامیک‌های مدل‌نشده عملگرها بدون نیاز به رویت‌گرهای پیچیده، به طور موثری خنثی می‌گردد. در شکل۳ نمای شماتیک کنترل‌کننده نشان داده شده است:



شکل ۳- بلوک دیاگرام کنترل‌کننده طراحی شده برای فاز ایستا و تعقیب مسیر

Fig. 3. Block diagram of the designed controller for the hover phase and path tracking

۴- تحلیل پایداری چندحلقه‌ای کنترل‌کننده

در این بخش، پایداری سیستم کنترل آبشاری[4] پیشنهادی برای پهپاد دم‌نشین تک‌روتور به صورت تحلیلی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. با توجه به معماری سلسله مراتبی سیستم (شامل یک حلقه خارجی برداری/کواترنیونی برای کنترل وضعیت و یک حلقه داخلی مبتنی بر وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی برای کنترل نرخ‌های زاویه‌ای) تحلیل پایداری بر مبنای قضیه جداسازی مقیاس زمانی[5] مبتنی بر تئوری اغتشاشات منفرد[6] و قضایای پایداری لیاپانوف[7] استوار است. همچنین برای اثبات پایداری کل سیستم یکپارچه از قضیه پایداری ورودی به حالت[8] بهره گرفته می‌شود.

[1] Position Saturation
[2] Rate Limit
[3] Servo Dynamics
[4] Cascade Control System
[5] Time-Scale Separation Principle
[6] Singular Perturbation Theory
[7] Lyapunov Stability Theorems
[8] Input-to-State Stability (ISS)

ACCEPTED MANUSCRIPT

۴-۱ پایداری حلقه داخلی (کنترل‌کننده INDI)

هدف حلقه داخلی، ردیابی دقیق و سریع نرخ‌های زاویه‌ای مطلوب (ω_d) است. با فرض اینکه دینامیک عملگرها بسیار سریع‌تر از دینامیک بدنه صلب است، معادله حرکت دورانی غیرخطی سیستم به صورت (۳۳) بیان می‌شود:

$$\dot{\omega} = f\left(\omega, V_a\right) + G\left(\omega, V_a\right)u \tag{۳۳}$$

که در آن $f\left(\omega, V_a\right)$ بردار دینامیک‌های غیرخطی پروازی (شامل اثرات ژیروسکوپی و آیرودینامیکی وابسته به سرعت هوایی V_a)، $G\left(\omega, V_a\right)$ ماتریس کارایی کنترل[1] و u بردار ورودی کنترلی فیزیکی است. در روش بر وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی، با استفاده از بسط سری تیلور مرتبه اول حول وضعیت لحظه‌ای در گام زمانی پیشین ($t-\Delta t$) و با فرض فرکانس نمونه‌برداری بالا ($\Delta t \to 0$)، دینامیک سیستم به فرم افزایشی (۳۴) تقریب زده می‌شود:

$$\dot{\omega} \approx \dot{\omega}_0 + G_0 \Delta u \tag{۳۴}$$

قانون کنترل وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی برای تولید تغییرات ورودی Δu جهت دستیابی به شتاب زاویه‌ای مجازی مطلوب (ν_d)، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\Delta u = G_0^{-1}\left(\nu_d - \dot{\omega}_{filt}\right) \tag{۳۵}$$

که در آن شتاب زاویه‌ای مطلوب ν_d بر اساس قانون کنترل تناسبی به شکل (۳۶) شکل‌دهی می‌شود:

$$\nu_d = \dot{\omega}_d + K_\omega\left(\omega_d - \omega\right) \tag{۳۶}$$

در این رابطه، $K_\omega > 0$ ماتریس بهره قطری مثبت معین است و $\dot{\omega}_{filt}$ شتاب زاویه‌ای فیلتر شده (تخمین‌زده شده از سنسورها) می‌باشد. خطای ردیابی نرخ زاویه‌ای را به صورت $e_\omega = \omega_d - \omega$ تعریف می‌کنیم. با جایگذاری قانون کنترل (۳۵) و (۳۶) در دینامیک واقعی سیستم (۳۳)، معادله دیفرانسیل خطای حلقه بسته به دست می‌آید:

$$\dot{e}_\omega + K_\omega e_\omega = \epsilon_{indi} \tag{۳۷}$$

عبارت ϵ_{indi} مجموع خطاهای تقریب است که شامل خطای ناشی از تأخیر فیلتر، عدم قطعیت در تخمین ماتریس کارایی ($G_0 - G$)، خطای قطع تیلور و نویز سنسورها می‌شود.

لم ۱ (پایداری نهایی یکنواخت – UUB): برای تحلیل پایداری سیستم در حضور اغتشاشات کران‌دار ($||\epsilon_{indi}|| \leq \epsilon_{max}$)، از قضیه پایداری نهایی یکنواخت[2] استفاده می‌شود. تابع کاندیدای لیاپانوف به فرم درجه دوم زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} e_\omega^T e_\omega \tag{۳۸}$$

مشتق زمانی V_1 در طول مسیرهای سیستم (۳۷) برابر است با:

$$\dot{V}_1 = e_\omega^T \dot{e}_\omega = e_\omega^T\left(-K_\omega e_\omega + \epsilon_{indi}\right) = -e_\omega^T K_\omega e_\omega + e_\omega^T \epsilon_{indi} \tag{۳۹}$$

[1] Control Effectiveness Matrix
[2] Uniformly Ultimate Boundedness

ACCEPTED MANUSCRIPT

با استفاده از نامساوی ریلی[1] و نامساوی کوشی-شوارتز، کران بالای $\dot{V}_1$ به صورت (۴۰) بسط می‌یابد:

$$\dot{V}_1 \le -\lambda_{min}\left(K_\omega\right)\| e_\omega \|^2 + \| e_\omega \|\| \epsilon_{indi} \| \qquad (۴۰)$$

برای تضمین کاهش اکید تابع لیاپانوف ($\dot{V}_1 < 0$)، باید شرط (۴۱) برقرار باشد:

$$\| e_\omega \| > \frac{\| \epsilon_{indi} \|}{\lambda_{min}\left(K_\omega\right)} \qquad (۴۱)$$

بنابراین، بر اساس تئوری لیاپانوف برای سیستم‌های اغتشاشی، با انتخاب ماتریس بهره K_ω به اندازه کافی بزرگ (با در نظر گرفتن قیود پهنای باند و نویز عملگرها)، خطای ردیابی حلقه داخلی در یک گوی کوچک به شعاع $\frac{\epsilon_{max}}{\lambda_{min}\left(K_\omega\right)}$ حول مبدأ به طور مجانبی محدود[2] می‌ماند و سیستم دارای پایداری مقاوم[3] خواهد بود.

۴-۲ پایداری حلقه خارجی (کنترل‌کننده برداری/کواترنیونی)

حلقه خارجی وظیفه تولید وضعیت مطلوب (کواترنیون q_d) و فرمان رانش را بر عهده دارد. بر اساس قضیه جداسازی مقیاس زمانی[4]، فرض می‌شود که دینامیک حلقه داخلی بی‌نهایت سریع است و خطای e_ω به سرعت به کران UUB خود همگرا می‌شود، لذا می‌توان فرض نمود $\omega \approx \omega_d$. در ادامه سینماتیک خطای وضعیت بر حسب کواترنیون خطا $q_e = [q_{e0} \mid q_{ev}^T]^T$ (که در آن q_{e0} بخش اسکالر و q_{ev} بخش برداری است) به صورت (۴۲) توصیف می‌شود:

$$\dot{q}_{ev} = \frac{1}{2}\left(q_{e0} I + q_{ev}^{\times}\right)\omega_d \qquad (۴۲)$$

برای اثبات پایداری این حلقه، تابع کاندیدای لیاپانوف معین مثبت و شعاعی بی‌کران[5] (۴۳) تعریف می‌گردد:

$$V_2 = \left(1-q_{e0}\right)^2 + q_{ev}^T q_{ev} = 2\left(1-q_{e0}\right) \qquad (۴۳)$$

با مشتق‌گیری زمانی از V_2 و بهره‌گیری از روابط سینماتیک کواترنیون ($\dot{q}_{e0} = -\frac{1}{2} q_{ev}^T \omega_d$)، داریم $\dot{V}_2 = q_{ev}^T \omega_d$. در صورتی که قانون کنترل حلقه خارجی به صورت:

$$\omega_d = -K_q \ \mathrm{sgn}\left(q_{e0}\right) q_{ev} \qquad (۴۴)$$

انتخاب شود (که در آن $K_q > 0$ ماتریس بهره قطری مثبت معین است)، مشتق لیاپانوف به فرم زیر در می‌آید:

$$\dot{V}_2 = -q_{ev}^T K_q \mathrm{sgn}\left(q_{e0}\right) q_{ev} \le -\lambda_{min}\left(K_q\right)\| q_{ev} \|^2 \le 0 \qquad (۴۵)$$

---

[1] Rayleigh Quotient
[2] Bounded
[3] Robust Stability
[4] Time-Scale Separation
[5] Radially Unbounded

ACCEPTED MANUSCRIPT

قضیه ۲ (پایداری مجانبی سراسری – GAS): از آنجا که $\dot{V}_2$ منفی نیمه‌معین است، با استناد به اصل ناوردایی لاسال[1]، اثبات می‌شود که حالت‌های سیستم تنها در نقطه تعادل مطلوب ($q_{ev}=0,\ q_{e.}=\pm 1$) متوقف می‌شوند. این امر تضمین‌کننده پایداری مجانبی سراسری برای حلقه وضعیت است.

قضیه ۳ (پایداری ورودی به حالت – ISS): با توجه به اینکه پایداری حلقه خارجی به صورت GAS اثبات شد و حلقه داخلی نیز دارای رفتار UUB است، بر اساس تئوری پایداری ورودی به حالت (ISS)، سیستم آبشاری متشکل از این دو حلقه به ازای هر خطای محدوده‌دار کران‌دار در حلقه داخلی (به عنوان ورودی به حلقه وضعیت)، به صورت یکپارچه[2] پایدار باقی می‌ماند.

۳-۴ تأثیر تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار و اشباع عملگرها بر پایداری

در پهپادهای دم‌نشین در فاز ایستا، خطر اشباع عملگرها به دلیل کاهش اثربخشی سطوح کنترلی در سرعت‌های پایین و وابستگی شدید به جریان هوای ملخ از عوامل اصلی نقض فرضیات پایداری است. تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار این چالش را با فرموله‌بندی مساله به صورت یک بهینه‌سازی مقید حل می‌کند:

$$\min_{\Delta\delta} J = \| W_u \left(\Delta\delta - \Delta\delta_d \right) \|^2 + \gamma \| W_v \left(G_0 \Delta\delta - \nu_d \right) \|^2 \qquad (۴۶)$$

با اعمال محدودیت‌های سخت فیزیکی شامل محدودیت موقعیت و نرخ انحراف عملگرها:

$$\delta_{min} \le \delta \le \delta_{max}, \quad \dot{\delta}_{min} \le \dot{\delta} \le \dot{\delta}_{max} \qquad (۴۷)$$

تحلیل پایداری تحت قیود[3]: بر مبنای شرایط بهینگی کاروش-کان-تاکر، الگوریتم حداقل مربعات وزن‌دار به گونه‌ای عمل می‌کند که در صورت عدم امکان تولید دقیق گشتاور مطلوب (وقوع اشباع)، بردار گشتاور تولیدی را با کمترین خطای راستا[4] نسبت به ν_d تولید نماید.

از منظر تئوری پایداری حلقه داخلی، اشباع کنترلر معمولاً منجر به رشد نامحدود ϵ_{indi} در رابطه (۳۷) می‌شود. تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار با انتخاب بهینه $\Delta\delta$، کران بالایِ $\| \epsilon_{indi} \|$ را در کمینه ممکن نگه می‌دارد تا شرط پایداری (رابطه (۴۱)) نقض نگردد. افزون بر این، پیاده‌سازی مکانیزم‌های محافظت از پوشش پروازی[5] و روش‌های جبران‌ساز ضد-انباشت[6] در حلقه خارجی وضعیت، تضمین می‌کند که انتگرال‌گیرها طی زمان اشباع عملگرها خطایی ذخیره نکنند. این تدابیر به طور مؤثر از بروز پدیده‌های ناپایدار مخرب نظیر نوسانات چرخه‌ای محدود[7] در فاز هاور و مانورهای شدید جلوگیری می‌نماید.

۵- شبیه‌سازی پرواز و صحت‌سنجی نتایج

جهت ارزیابی عملکرد و بررسی پایداری مقاوم الگوریتم کنترلی پیشنهادی، شبیه‌سازی‌های ۶ درجه آزادی غیرخطی در محیط نرم‌افزار متلب/سیمولینک پیاده‌سازی شده است. هدف از این بخش، مقایسه عملکرد سیستم کنترل پیشنهادی شامل حلقه خارجی برداری و حلقه داخلی مبتنی بر وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی و تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار با کنترل‌کننده کلاسیک شامل حلقه خارجی مبتنی بر زوایای اویلر و حلقه داخلی وارون‌سازی دینامیکی استاندارد می‌باشد.

۵-۱ شرایط شبیه‌سازی، عدم‌قطعیت‌ها و اغتشاشات محیطی

[1] LaSalle's Invariance Principle
[2] Cascade-Connected System
[3] Constrained Stability Analysis
[4] Directional Error
[5] Envelope Protection
[6] Anti-windup
[7] Limit Cycle Oscillation

ACCEPTED MANUSCRIPT

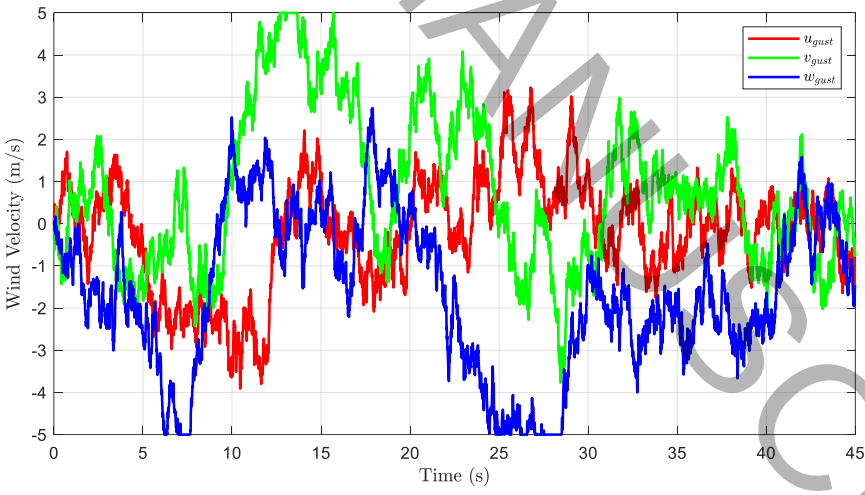
برای ایجاد یک سناریوی واقع‌گرایانه، مجموعه‌ای از عدم‌قطعیت‌های پارامتریک و اغتشاشات به شرح زیر به مدل ریاضی پرنده (مشخصات پرنده در جدول ۱ نشان داده شده است) تزریق شده است:

- **عدم‌قطعیت‌های آیرودینامیکی و پیشران:** ۳۰ درصد خطا در مشتقات آیرودینامیکی (مانند C_{L_α} و C_{m_q} و غیره) و ۱۰ درصد عدم‌قطعیت در تولید نیروی رانش.
- **محدودیت‌ها و خطای عملگرها:** ۱۵ درصد افت کارایی در سطوح کنترلی و صفحه رقصان، اعمال بایاس ثابت ۱ درجه، تابع تبدیل مرتبه اول با ثابت زمانی ۰/۰۴ ثانیه و محدودیت نرخ تغییرات ۸۰ درجه بر ثانیه.
- **اغتشاشات جوی (شکل ۴):** مدل باد درایدن با شدت بالا (τ_{wind} برابر با ۳ و σ_{wind} برابر با ۱۵) اعمال شده است. همان‌طور که در **نمودار پروفایل باد درایدن** مشاهده می‌شود، سرعت باد سه‌بعدی (u_g, v_g, w_g) با نوسانات شدید و دامنه‌ای تا مرز ۵ متر بر ثانیه سیستم را به صورت مداوم تحریک می‌کند.

جدول ۱- مشخصات هندسی بال، دم افقی و دم عمودی

Table 1. Geometric specifications of the wing, horizontal tail, and vertical tail

مشخصات	دم عمودی	دم افقی	بال
طول دهنه (متر)	۰/۴۶	۰/۳۲	۳
مساحت (متر مربع)	۳/۴۷	۱/۴۶	۱۲/۸۵
زاویه سوییپ (درجه)	۳/۱	۳/۵۷	۰/۵
وتر ریشه (متر)	۰/۱۴۵	۰/۱۲	۰/۲۶
وتر نوک (متر)	۰/۱۲	۰/۱	۰/۲۱
وتر میانه (متر)	۰/۱۳۳	۰/۱۱	۰/۲۳۶



شکل ۴- نمودار اغتشاش باد درایدن اعمال شده بر پرنده

Fig. 4. Dryden wind turbulence disturbance applied to the UAV

۲-۵ سناریوی پروازی و ارزیابی کمی شاخص‌ها

پرنده در ثانیه $t = ۰$ در وضعیت هاور خالص ($\theta = ۹۰^\circ$) در ارتفاع ۱۰۰ متری قرار دارد. در $t = ۱۰$ s فرمان انتقال به نقطه هدف با جابجایی ۵۰ متری در محورهای X و Y و افزایش ارتفاع تا ۲۰۰ متر (مختصات $Z = -۲۰۰$) صادر می‌شود. برای ارزیابی عملکرد

ACCEPTED MANUSCRIPT

دو روش تحت این سناریو، نتایج کمی بر اساس معیارهای خطای ردیابی[1]، خطای ماندگار زمان‌وزن‌دار[2]، واریانس تلاش کنترلی[3] و خطای نقطه نهایی (e_f) در جدول ۲ استخراج شده است.

جدول ۲- مقایسه کمی شاخص‌های عملکردی تحت عدم‌قطعیت و اغتشاش

Table 2. Quantitative comparison of the performance indices under uncertainties and disturbances

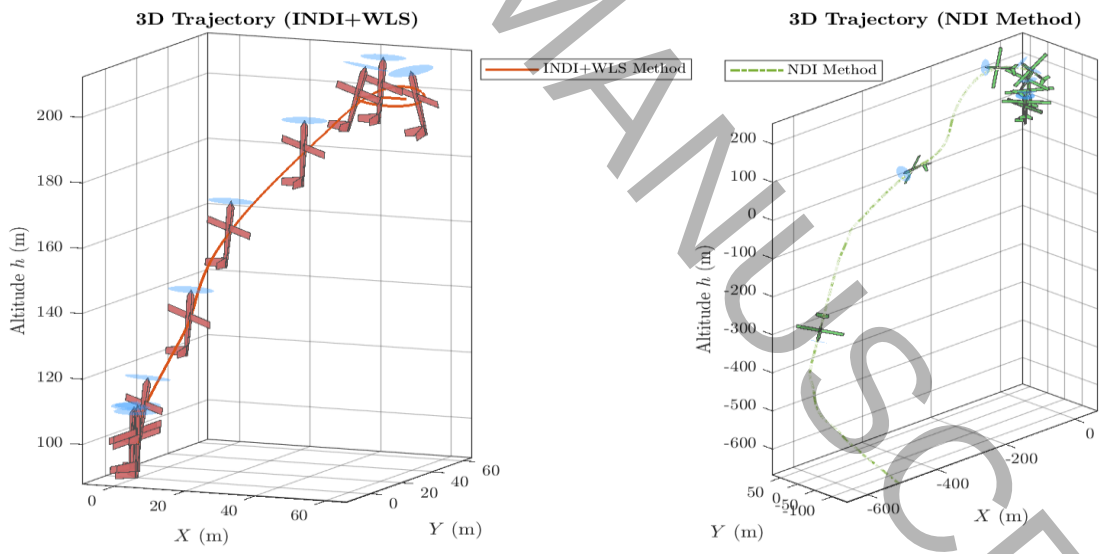
شاخص عملکردی	روش پیشنهادی (INDI+WLS)	روش پایه (Standard NDI)
$RMSE_P\,(m)$	۴۴/۸۳۱۳	۳۷۹/۶۹۴۱
$RMSE_V\ (\mathrm{m/s})$	۲/۵۴۲۸	۵۷/۷۹۵۳
$ITAE_P(\ \mathrm{m}.s^2)$	۲۵۹۰۷/۸۱	۳۵۲۰۱۵/۴۵
$ITAE_V\ (\mathrm{m/s}\cdot s^2)$	۲۵۹۳/۲۹	۵۷۱۷۲/۶۴
$CE_{var}\,(Normalized)$	۰/۰۰۳۶۲	۰/۱۶۶۶۸
$e_{P,f}\,(m)$	۴/۳۹۸۹	۱۰۵۱/۲۱۴۱

۵-۳ تحلیل گرافیکی و نتایج شبیه‌سازی

برتری مطلق روش پیشنهادی بر اساس داده‌های جدول ۲ و رفتار دینامیکی پرنده در نمودارها به شرح زیر قابل اثبات است:

۵-۳-۱ تحلیل مسیر سه‌بعدی، ارتفاع و سرعت

با بررسی نمودارهای شکل ۵ و شکل ۶ یعنی تغییرات سرعت و ارتفاع پرنده، تفاوت فاحش دو الگوریتم آشکار می‌شود:



شکل ۵- نمای گرافیکی پرواز سه بعدی پرنده

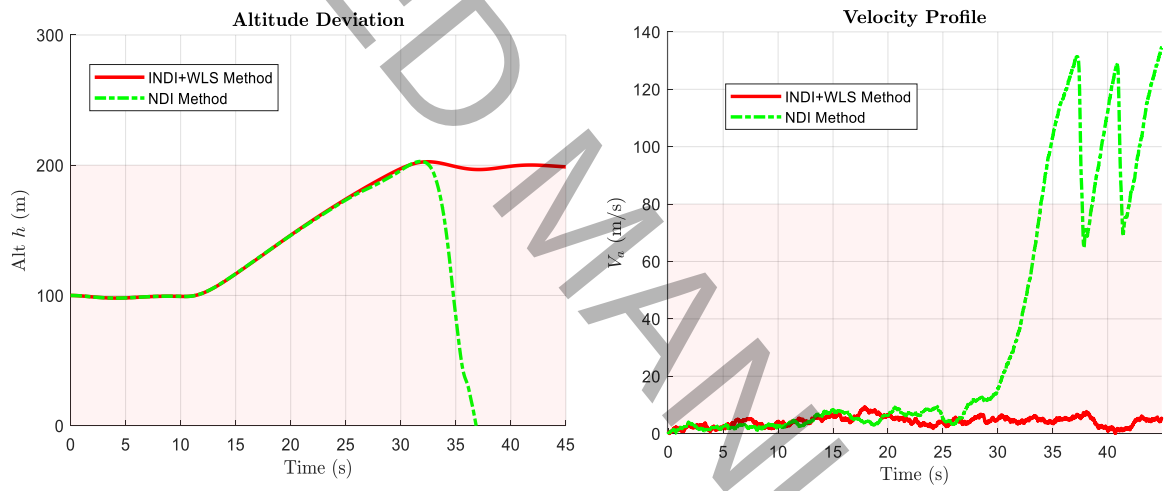
Fig. 5. Graphical representation of the 3D flight of the UAV

[1] Root Mean Square Error (RMSE)
[2] Integral of Time-multiplied Absolute Error (ITAE)
[3] Control Effort Variance (CE_{var})

ACCEPTED MANUSCRIPT

روش پیشنهادی یا (INDI+WLS): پرنده با حفظ پایداری وضعیتی خود در پیکربندی دم‌نشین، به نرمی مسیر مرجع را دنبال کرده (شکل ۵) و ارتفاع خود را با موفقیت از ۱۰۰ متر به ۲۰۰ متر می‌رساند (شکل ۶). سرعت خطی پرنده نیز به خوبی کنترل شده و در محدوده امن زیر ۱۰ متربرثانیه مهار شده است. این رفتار هموار منجر به ثبت $RMSE_P$ حدود ۴۴/۸۳ متر و خطای موقعیت نهایی $e_{P,f}$ در حدود ۴/۳۹ در نقطه هدف گردیده است. اگرچه این مقادیر نشان‌دهنده خطای ماندگار صفر نیستند، اما با توجه به شرایط بحرانی شبیه‌سازی (از جمله اغتشاشات پیوسته باد درایدن با دامنه نوسانات ۵ متربرثانیه، افت ۱۵ درصدی کارایی عملگرها و ۳۰ درصد عدم‌قطعیت آیرودینامیکی) این میزان خطا کاملاً قابل قبول و منطقی ارزیابی می‌شود. در واقع، کنترل‌کننده وارون دینامیک غیرخطی افزایشی در تعامل با الگوریتم تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار، به صورت هوشمندانه از تولید فرامین کنترلی تهاجمی خودداری کرده و بخشی از دقت ردیابی موقعیت را فدای حفظ زاویه حمله در محدوده امن آیرودینامیکی و جلوگیری از اشباع عملگرها نموده است. این مصالحه میان دقت و پایداری باعث شده تا برخلاف روش‌های کلاسیک، پهپاد دچار ناپایداری و واماندگی نشود و پرواز ایمن خود را تا انتهای مسیر تضمین کند.

روش پایه (NDI): به محض شروع مانور و اعمال باد تند، کنترل‌کننده توانایی ردیابی را از دست می‌دهد. در شکل ۵، پرنده از مسیر منحرف شده و دچار واژگونی می‌شود. نمودار ارتفاع (شکل ۶) نشان می‌دهد که پرنده به جای صعود، سقوطی آزاد را تجربه می‌کند و سرعت آن به شکل غیرقابل کنترلی تا مرز ۱۳۵ متربرثانیه افزایش می‌یابد. خطای موقعیت نهایی ۱۰۵۱ متری نمایانگر شکست کامل این روش در این شرایط پروازی است.



شکل ۶- مقایسه دو روش مذکور براساس تغییرات ارتفاع و سرعت پرنده با زمان

Fig. 6. Comparison of the two aforementioned methods based on altitude and velocity variations over time

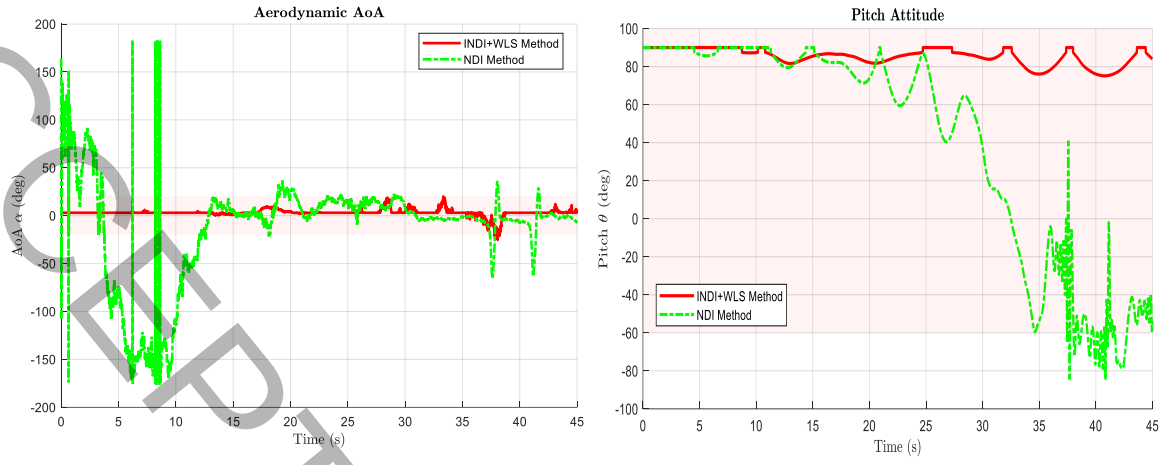
۵-۳-۲ تحلیل پایداری وضعیت و جلوگیری از واماندگی

دلیل اصلی فروپاشی کنترل‌کننده پایه و عملکرد موفق روش پیشنهادی، در رفتار دینامیک وضعیت و متغیرهای آیرودینامیکی پرنده (شکل ۷) نهفته است:

عملکرد روش پیشنهادی (INDI+WLS): همان‌طور که در نمودار سمت راست مشاهده می‌شود، زاویه گام (θ) به صورت پایداری در مجاورت نقطه کار ۹۰ درجه (وضعیت ایستا) تنظیم شده است. کاهش‌های متناوب و محدود این زاویه در طول مانور، کاملاً کنترل‌شده بوده و صرفاً به منظور تأمین مؤلفه افقی نیروی پیشران جهت ردیابی مسیر اِعمال می‌شوند. افزون بر این، نمودار سمت چپ نشان می‌دهد که سیستم کنترلی توانسته است زاویه حمله (α) را اکیداً در محدوده امن آیرودینامیکی (نوار سایه‌خورده در بازه ۱۰ $\pm$ درجه) مقید نگاه دارد. این امر نشان‌دهنده کارایی و پایداری مقاوم روش پیشنهادی در حفظ پوشش پروازی و جلوگیری از ورود پرنده به ناحیه واماندگی در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتریک و اغتشاشات شدید باد است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

روش پایه (NDI): نوسانات شدید و واگرای زاویه گام و خروج مکرر زاویه حمله از مرزهای امن در روش وارون دینامیک غیرخطی، عامل اصلی واماندگی عمیق و از دست رفتن پایداری پرواز در این روش محسوب می‌شود.



شکل ۷- مقایسه دو روش مذکور براساس تغییرات زوایای حمله و پیچ با زمان

Fig. 7. Comparison of the two aforementioned methods based on angle of attack and pitch angle variations over time

۵-۳-۳ تحلیل سیگنال‌های کنترلی عرضی-سمتی و رفتار عملگرها

بررسی نمودارهای فرامین عرضی-سمتی (شکل ۸) دلیل اصلی اختلاف قابل‌توجه در شاخص واریانس تلاش کنترلی (CE_{var}) مندرج در جدول ۲ را روشن می‌سازد. مقدار CE_{var} برای روش پایه برابر با ۰/۱۶۶۶۸ است که به‌طور تقریبی ۴۶ برابر بزرگتر از مقدار متناظر در روش پیشنهادی یعنی ۰/۰۰۳۶۲ می‌باشد.

روش پیشنهادی (INDI+WLS): با وجود اعمال پروفیل یکسان از اغتشاشات باد درایدن، الگوریتم تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار فرامین کنترلی را به‌طور بهینه‌ای توزیع کرده است. نوسانات در سطوح آیرودینامیکی تقریباً به صفر میل کرده و صفحه رقصان جانبی با دامنه‌ای محدود (زیر ۱۵ درجه در فاز گذرا و نزدیک به صفر در فاز ماندگار) بدون برخورد به مرزهای اشباع، اثر اغتشاشات را خنثی می‌کند. ثبت مقدار بسیار ناچیز CE_{var} تأییدکننده تولید سیگنال‌های کنترلی هموار، محافظت از عملگرها و قابلیت پیاده‌سازی بالای روش پیشنهادی در شرایط واقعی است.

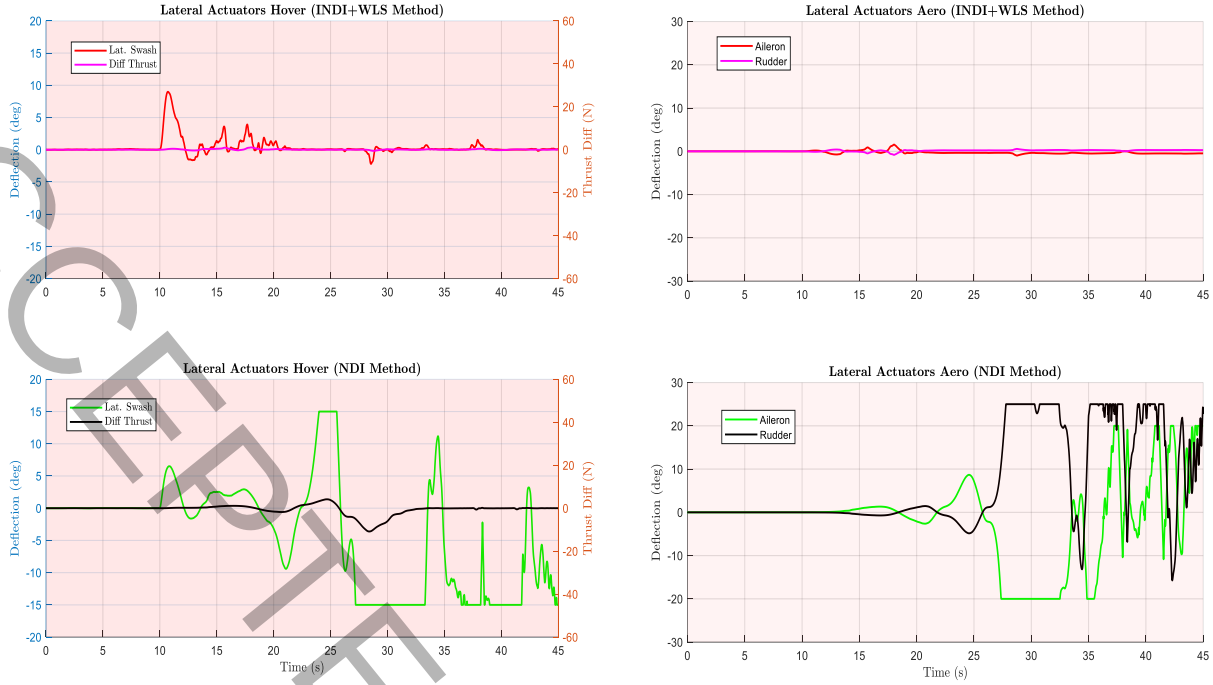
روش پایه (Standard NDI): سیگنال‌های کنترلی از حدود ثانیه ۲۰ به بعد دچار نوسانات شدید با فرکانس بالا[1] می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، فرامین سطوح آیرودینامیکی (الرون و رادر) مکرراً به کران‌های اشباع سخت‌افزاری خود (حدود ۲۵ ± درجه) برخورد می‌کنند. این رفتار نوسانی شدید در حضور محدودیت نرخ عملگرها (۸۰ ± درجه برثانیه)، در پیاده‌سازی عملی منجر به اشباع نرخ[2]، افت شدید عملکرد و استهلاک زودهنگام عملگرها می‌گردد.

۵-۳-۴ تحلیل سیگنال‌های کنترلی طولی و پایداری نرخ‌های زاویه‌ای

بررسی نمودارهای فرامین طولی و پاسخ نرخ‌های زاویه‌ای (شکل ۹) به‌طور مستقیم علت واگرایی شدید خطای موقعیت در روش پایه ($RMSE_P \approx$ ۳۷۲ m و $e_{P,f} \approx$ ۱۰۵۱ m) را در مقایسه با عملکرد پایدار روش پیشنهادی تبیین می‌کند.

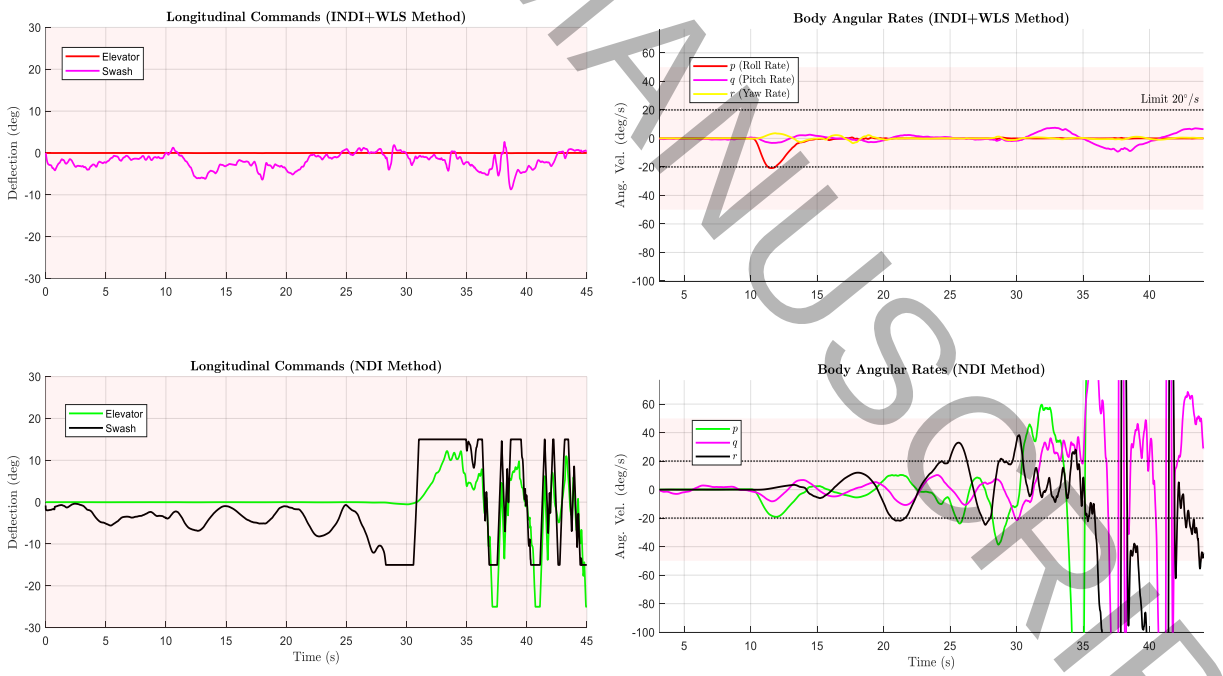
[1] chattering
[2] Rate Saturation

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل ۸- مقایسه عملکرد دو روش بر اساس فرامین کنترلی عرضی-سمتیِ اعمال‌شده به سطوح آیرودینامیکی، صفحه رقصان و تراستر تفاضلی در طول مانور

Fig. 8. Performance comparison of the two methods based on lateral-directional control commands applied to the aerodynamic surfaces, swashplate, and differential thrusters during the maneuver



شکل ۹- مقایسه عملکرد دو روش بر اساس پاسخ نرخ‌های زاویه‌ای پرنده (p, q, r) و فرامین کنترلی طولی اعمال‌شده به سطوح آیرودینامیکی و صفحه رقصان

Fig. 9. Performance comparison of the two methods based on the UAV's angular rate responses (p, q, r) and longitudinal control commands applied to the aerodynamic surfaces and swashplate

ACCEPTED MANUSCRIPT

روش پیشنهادی (INDI+WLS): در این روش، نرخ‌های زاویه‌ای در تمام طول شبیه‌سازی اکیداً در محدوده ایمن و مطلوب (بسیار کمتر از کران ۲۰ ± درجه برثانیه) تنظیم شده‌اند. فرمان اعمالی به الویتور نزدیک به صفر باقی مانده و صفحه رقصان طولی با حرکاتی هموار در بازه تقریبی ۱۰- تا ۵+ درجه، کنترل طولی را بدون ورود به ناحیه اشباع تأمین می‌کند. پایداری مقاوم حلقه داخلی (نرخ) در روش وارون دینامیک غیرخطی افزایشی، زمینه‌ساز عملکرد مطلوب حلقه خارجی و دستیابی به خطای نهایی موقعیت معقول ($e_{P,f} = ۴٫۳۹\text{m}$) با وجود عدم‌قطعیت‌های شدید پارامتریک و اغتشاشات جوی شده است.

روش پایه (NDI): از حدود ثانیه ۱۵، نوسانات در نرخ‌های زاویه‌ای آغاز شده و پس از ثانیه ۲۵، پایداری حلقه داخلی به طور کامل از دست می‌رود؛ به‌طوری‌که نرخ‌های چرخش (p, q, r) به شدت از مرزهای مجاز (۲۰ درجه بر ثانیه) عبور کرده و به مقادیری فراتر از ۱۰۰ درجه برثانیه می‌رسند. همزمان با این ناپایداری، عملگرهای طولی (الویتور و صفحه رقصان) وارد فاز نوسانات شدید شده و در کران‌های اشباع (به ترتیب حدود ۲۵ ± و ۱۵ ± درجه) قفل می‌شوند. این فروپاشی در حلقه کنترل وضعیت، دلیل اصلی انحراف مسیر پرنده و ثبت مقادیر به شدت بالای خطای تجمیعی ($ITAE_P \approx ۳۵۲۰۱۵$) در جدول ۲ است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک معماری کنترلی هیبریدی، مقاوم و یکپارچه به منظور هدایت، پرواز ایستایی و ردیابی مسیر سه‌بعدی پهپادهای دم‌نشین تک‌موتوره طراحی و ارزیابی شد. با توجه به دینامیک به‌شدت غیرخطی، کوپلینگ آیرودینامیکی و ماهیت فوق‌عملگر این کلاس از پرنده‌ها، استراتژی پیشنهادی با بهره‌گیری از ساختار آبشاری توسعه یافت. در حلقه خارجی، استفاده از منطق برداری مبتنی بر کواترنیون‌ها، چالش تکینگی در زوایای گام نزدیک به ۹۰ درجه را به طور کامل برطرف نمود. در حلقه داخلی نیز، جایگزینی روش‌های کلاسیک با کنترل‌کننده وارون دینامیک غیرخطی افزایشی وارون دینامیک غیرخطی افزایشی، وابستگی سیستم به مدل‌های دقیق آیرودینامیکی را کاهش داده و پایداری مقاوم سیستم را ارتقا بخشید. همچنین، به منظور مدیریت بهینه فرامین میان سطوح آیرودینامیکی و روتور، الگوریتم تخصیص کنترل حداقل مربعات وزن‌دار پیاده‌سازی گردید.

ارزیابی عملکرد معماری پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی عددی در یک سناریوی چالش‌برانگیز ردیابی مسیر، تحت تأثیر تلاطمات جوی (مدل باد درایدن) و ۳۰ درصد عدم‌قطعیت پارامتریک انجام شد. مقایسه نتایج کمی با روش استاندارد وارون دینامیک غیرخطی، دستاوردهای زیر را به وضوح نشان می‌دهد:

- **ارتقای پایداری و دقت ردیابی:** روش پیشنهادی موفق شد خطای نهایی موقعیت ($e_{P,f}$) را در محدوده قابل‌قبول ۴/۳۹ متر حفظ کند؛ در حالی که روش پایه به دلیل واگرایی در حلقه کنترل وضعیت، خطای فراتر از ۱۰۵۱ متر را ثبت کرد. کاهش شاخص $RMSE_P$ از ۳۷۲/۶۹ متر در روش پایه به ۴۴/۸۳ متر در روش پیشنهادی، نشان‌دهنده مقاومت بالای حلقه خارجی در برابر اغتشاشات است.
- **حذف نوسانات و محافظت از عملگرها:** تحلیل شاخص واریانس تلاش کنترلی (CE_{var}) نشان می‌دهد که الگوریتم تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار با توزیع بهینه فرامین و ممانعت از برخورد سیگنال‌ها به کران‌های اشباع، این شاخص را از ۰/۱۶۶۶۸ در روش پایه به ۰/۰۰۳۶۲ کاهش داده است. این امر به معنای حذف کامل نوسانات فرکانس‌بالا (چترینگ) و جلوگیری از استهلاک عملگرها در شرایط نامساعد پروازی است.
- **همگرایی سریع و کاهش خطای تجمیعی:** افت شدید شاخص‌های انتگرالی خطای موقعیت ($ITAE_P$) و سرعت ($ITAE_V$) در روش پیشنهادی نسبت به وارون دینامیک غیرخطی، گواه روشنی بر پاسخ‌دهی سریع‌تر سیستم، میرایی مناسب و خطای حالت ماندگار بسیار ناچیز است.

در مجموع، نتایج این پژوهش ثابت می‌کند که تلفیق کنترل‌کننده افزایشی با الگوریتم تخصیص‌گر بهینه (INDI+WLS)، یک راهکار جامع، پیاده‌سازی‌پذیر و ایمن برای هدایت و کنترل پهپادهای دم‌نشین در حضور عدم‌قطعیت‌های شدید مدل‌سازی و محیطی فراهم می‌آورد. این معماری می‌تواند به عنوان یک بستر قابل‌اتکا برای توسعه سیستم‌های خلبان خودکار در پرنده‌های عمودپرواز مورد استفاده قرار گیرد.

ACCEPTED MANUSCRIPT

۷- فهرست علائم و نشانه‌ها

۷-۱ متغیرهای سینماتیک و دینامیک

$P = [x, y, z]^T$: بردار موقعیت پرنده در دستگاه مختصات ناوبری (اینرسی)

$V = [u, v, w]^T$: بردار سرعت خطی در دستگاه متصل به بدنه

$\Omega = [p, q, r]^T$: بردار سرعت زاویه‌ای (نرخ‌های غلت، فراز و سمت) در دستگاه بدنه

$\dot{\Omega} = [\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]^T$: بردار شتاب زاویه‌ای پرنده

ϕ, θ, ψ: زوایای اویلر (غلت، فراز، سمت)

$q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$: بردار کواترنیون وضعیت جهت جلوگیری از تکینگی سینماتیکی

R_b^e : ماتریس کسینوس هادی (دوران) از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی

m, I: جرم پرنده و ماتریس ممان اینرسی سیستم

g : شتاب گرانش زمین

۷-۲ متغیرهای آیرودینامیک و محیطی

V_a: سرعت هوایی جریان آزاد

V_{tail}: سرعت جریان هوای القایی پشت ملخ

Q_{dyn}, Q_{tail}: فشار دینامیکی جریان آزاد و فشار دینامیکی در ناحیه دم

α, β: زاویه حمله و زاویه لغزش جانبی

C_L, C_D: ضرایب بی‌بعد برآ (*Lift*) و پسا (*Drag*)

$C_{l_{(.)}}, C_{m_{(.)}}, C_{n_{(.)}}$: مشتقات پایداری و کنترلی حول محورهای غلت، پیچ و سمت

۷-۳ نیروها، گشتاورها و سطوح کنترلی (عملگرها)

$F_{body} = \left[F_x \middle| F_y \middle| F_z \right]^T$: بردار نیروهای برآیند وارد بر پرنده در دستگاه بدنی

$M_{body} = \left[M_x \middle| M_y \middle| M_z \right]^T$: بردار گشتاورهای برآیند وارد بر پرنده در دستگاه بدنی

U: بردار ورودی‌های کنترلی فیزیکی سیستم (عملگرهای ۷گانه)

T: نیروی پیشران تولیدی توسط روتور اصلی (*Thrust*)

$\delta_e, \delta_a, \delta_r$: زاویه انحراف سطوح کنترلی آیرودینامیکی (الواتور، ایلرون، رادر)

$\delta_{sw_pitch}, \delta_{sw_lat}$: گام تناوبی طولی و عرضی مکانیزم صفحه رقصان (*Swashplate*)

δ_{thrust}: تراست تفاضلی روتورهای کوچک نوک بال جهت کنترل سمت

۷-۴ متغیرهای کنترل، INDI و تخصیص‌گر WLS

ν: بردار شتاب زاویه‌ای مجازی/مطلوب (خروجی کنترل‌کننده وضعیت)

ΔU: بردار افزایشی فرامین کنترلی در روش INDI

G_{mat}: ماتریس اثربخشی کنترلی (*Control Effectiveness Matrix*)

W: ماتریس وزن‌دهی قطری در الگوریتم تخصیص‌گر حداقل مربعات وزن‌دار

λ: پارامتر تنظیم تیخونوف جهت تضمین خوش‌حالت بودن ماتریس در تخصیص‌گر

ACCEPTED MANUSCRIPT

K_p, K_d, K_ω: ماتریس بهره‌های کنترلی در حلقه‌های وضعیت و نرخ زاویه‌ای

τ_{indi}, τ_{act}: ثابت زمانی فیلتر سنسور جایرو و ثابت زمانی دینامیک عملگرها

$e_{pos}, e_{vel}, e_R, e_\omega$: بردارهای خطای موقعیت، سرعت، وضعیت (کواترنیون) و نرخ زاویه‌ای

۷-۵ مخفف‌ها و دستگاه‌های مختصات

NED: دستگاه مختصات ناوبری محلی (شمال-شرق-پایین)

INDI: وارون‌سازی دینامیکی غیرخطی افزایشی

WLS: حداقل مربعات وزن‌دار

GAS: پایداری مجانبی سراسری

UUB: پایداری نهایی یکنواخت

۷-۶ زیرنویس‌ها

ref یا d: سیگنال مرجع یا مطلوب

cmd: سیگنال دستوری محاسبه‌شده پس از اعمال قیود و اشباع

۸- مراجع

[1] A. Manouchehri, H. Hajkarami, M.S. Ahmadi, Hovering control of a ducted fan VTOL Unmanned Aerial Vehicle (UAV) based on PID control, in: 2011 International Conference on Electrical and Control Engineering, IEEE, 2011, pp. 5962–5965.

[2] T. Matsumoto, K. Kita, R. Suzuki, A. Oosedo, K. Go, Y. Hoshino, A. Konno, M. Uchiyama, A hovering control strategy for a tail-sitter VTOL UAV that increases stability against large disturbance, in: 2010 IEEE international conference on robotics and automation, IEEE, 2010, pp. 54–59.

[3] J. Escareno, S. Salazar-Cruz, R. Lozano, Attitude stabilization of a convertible mini birotor, in: 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control, IEEE, 2006, pp. 2202–2206.

[4] K. Wong, J.A. Guerrero, D. Lara, R. Lozano, Attitude stabilization in hover flight of a mini tail-sitter UAV with variable pitch propeller, in: 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, 2007, pp. 2642–2647.

[5] J. Escareño, S. Salazar, R. Lozano, Modelling and control of a convertible VTOL aircraft, in: Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2006, pp. 69–74.

[6] A. Sanchez, J. Escareno, O. Garcia, R. Lozano, Autonomous hovering of a noncyclic tiltrotor UAV: Modeling, control and implementation, IFAC Proceedings Volumes, 41(2) (2008) 803–808.

[7] P.-R. Bilodeau, F. Wong, Modeling and control of a hovering mini tail-sitter, International Journal of Micro Air Vehicles, 2(4) (2010) 211–220.

[8] W. Wang, J. Zhu, M. Kuang, Design, modelling and hovering control of a tail-sitter with single thrust-vectored propeller, in: 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2017, pp. 5971–5976.

[9] X. Lyu, H. Gu, Y. Wang, Z. Li, S. Shen, F. Zhang, Design and implementation of a quadrotor tail-sitter VTOL UAV, in: 2017 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA), IEEE, 2017, pp. 3924–3930.

[10] E.N. Johnson, A. Wu, J.C. Neidhoefer, S.K. Kannan, M.A. Turbe, Flight-test results of autonomous airplane transitions between steady-level and hovering flight, Journal of guidance, control, and dynamics, 31(2) (2008) 358–370.

[11] A. Frank, J. McGrew, M. Valenti, D. Levine, J. How, Hover, transition, and level flight control design for a single-propeller indoor airplane, in: AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2007, pp. 6318.

ACCEPTED MANUSCRIPT

[12] S. Kohno, K. Uchiyama, Design of robust controller of fixed-wing UAV for transition flight, in: 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), IEEE, 2014, pp. 1111–1116.
[13] N.B. Knoebel, T.W. McLain, Adaptive quaternion control of a miniature tailsitter UAV, in: 2008 American Control Conference, IEEE, 2008, pp. 2340–2345.
[14] S.R. Osborne, Transitions between hover and level flight for a tailsitter UAV, Brigham Young University, 2007.
[15] E.J. Smeur, Q. Chu, G.C. De Croon, Adaptive incremental nonlinear dynamic inversion for attitude control of micro air vehicles, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 39(3) (2016) 450–461.
[16] P. Casau, D. Cabecinhas, C. Silvestre, Hybrid control strategy for the autonomous transition flight of a fixed-wing aircraft, IEEE Transactions on control systems technology, 21(6) (2012) 2194–2211.
[17] J.T. VanderMey, A tilt rotor UAV for long endurance operations in remote environments, Massachusetts Institute of Technology, 2011.
[18] S. Park, J. Bae, Y. Kim, S. Kim, Fault tolerant flight control system for the tilt-rotor UAV, Journal of the Franklin Institute, 350(9) (2013) 2535–2559.
[19] R. Ritz, R. D'Andrea, A global controller for flying wing tailsitter vehicles, in: 2017 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA), IEEE, 2017, pp. 2731–2738.
[20] L.R. Lustosa, F. Defay, J.-M. Moschetta, Longitudinal study of a tilt-body vehicle: modeling, control and stability analysis, in: 2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), IEEE, 2015, pp. 816–824.
[21] A. Hajiloo, L. Rodrigues, Modeling and backstepping control of under-actuated spherical UAV, in: 2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA), IEEE, 2017, pp. 2069–2074.
[22] K. Kita, A. Konno, M. Uchiyama, Transition between level flight and hovering of a tail-sitter vertical takeoff and landing aerial robot, Advanced Robotics, 24(5-6) (2010) 763–781.
[23] W. Wang, J. Zhu, M. Kuang, X. Zhu, Adaptive attitude control for a tail-sitter UAV with single thrust-vectored propeller, in: 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2018, pp. 6581–6586.
[24] A. Flores, A.M. De Oca, G. Flores, A simple controller for the transition maneuver of a tail-sitter drone, in: 2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC), IEEE, 2018, pp. 4277–4281.
[25] S. Gupta, S. Doranala, M. Kothari, A. Abhishek, Model Based Transition Control for Biplane Tailsitter, in: AIAA SCITECH 2025 Forum, 2025, pp. 2128.
[26] J. Cai, M. Lovera, An Active Fault-Tolerant Online Control Allocation Scheme for a Dual-System UAV in Transition Flight, arXiv preprint arXiv:2510.04853, (2025).
[27] D. Milz, M.S. May, S.F. Armanini, G. Looye, Stability and robustness of a tandem tilt-wing VTOL with dynamic inversion control laws, in: AIAA SciTech 2026 Forum, 2026, pp. 2070.
[28] R.M. Axten, E.N. Johnson, Robust Trajectory Tracking Flight Control of a Tailsitter UAS, in: AIAA SCITECH 2026 Forum, 2026, pp. 2354.
[29] L.F. Fernandez, M. Bronz, T. Lefebvre, N. Bartoli, Simultaneous trajectory and design optimization of small vtol uavs with controllability considerations, Journal of Aircraft, (2026) 1–24.
[30] H. Zhao, B. Wang, Y. Fu, N. Li, Z. Gao, Fixed-time adaptive fault-tolerant control of a multi-mode VTOL UAV with variable prescribed performance boundaries under random disturbances, ISA transactions, (2026).
[31] A.R.S. Bramwell, D. Balmford, G. Done, Bramwell's helicopter dynamics, Elsevier, 2001.
[32] I.A. Raptis, K.P. Valavanis, Linear and nonlinear control of small-scale unmanned helicopters, Springer, 2011.

ACCEPTED MANUSCRIPT