

## محاسبه محدوده مجاز تغییرات پارامترهای دینامیکی یک خودرو مفصلی برای حفظ پایداری

حسینیه بردباری، سید محمد بزرگ\*، محمد مهدی جلیلی

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۲ مرداد ۱۳۹۴  
بازنگری: ۲۶ مهر ۱۳۹۴  
پذیرش: ۱۳ آبان ۱۳۹۴  
ارائه آنلاین: ۱۰ خرداد ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

خودرو مفصلی  
محدوده پایداری مقاوم  
ساختار چندخطی  
روش چندجمله‌ای‌ها  
کنترل مقاوم

**چکیده:** هدف این تحقیق، محاسبه محدوده مجاز تغییرات پارامترهای نامعین مؤثر در گشتاور و نیروهای وارد بر لاستیک یک خودرو مفصلی، برای حفظ پایداری است. در این راستا، مدل هفت درجه آزادی از این خودرو که با سرعت طولی ثابت در مسیر مستقیم حرکت و دچار اغتشاش در صفحه حرکت خود می‌شود، انتخاب شده‌است. برای بهبود رفتار خودرو مفصلی تحت شرایطی که پارامترهای نامعین در مقادیر نامی خود قرار دارند، یک کنترل‌کننده پس‌خورجی که متغیرهای قابل اندازه‌گیری سیستم را بازخورد می‌کند، طراحی شده‌است تا سیستم عملکرد مطلوبی در حضور اغتشاشات داشته‌باشد. سپس، محدوده‌های پایداری مقاوم پارامترهای تایر و جاده، از جمله سختی لغزش طولی، سختی لغزش جانبی و سختی گشتاور هم‌راستا، به منظور حفظ پایداری حرکتی خودرو، محاسبه شده‌اند. با خطی‌سازی معادلات حرکت خودرو معادله مشخصه سیستم به صورت یک چندجمله‌ای با ساختار نامعین چندخطی حاصل می‌شود. در این ساختار، ضرایب چندجمله‌ای خود توابعی چندخطی از پارامترهای نامعین سیستم هستند، به طوری که هر ضریب بر حسب هر یک از پارامترهای نامعین خطی است. به همین دلیل، از نتایج موجود در روش چندجمله‌ای‌ها در زمینه کنترل مقاوم برای محاسبه محدوده پایداری نامعینی‌های پارامتری استفاده شده‌است. رسم مکان هندسی ریشه‌ها، نشان می‌دهد که برای تمامی نقاط داخل و روی مرز محدوده سیستم پایدار است. برای بررسی نتایج در شرایط واقعی‌تر، مدل شبیه‌سازی شده‌ای از این خودرو در نرم‌افزار آدامز ایجاد شده و درستی این محدوده پایداری مقاوم مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج نشان داده‌است در خارج از این محدوده، خودرو ناپایدار است و فقط محدوده محاسبه شده می‌تواند حرکت ایمن خودرو را تضمین کند.

### ۱- مقدمه

در طول چند دهه اخیر، به دلیل توانایی طراحی مفصلی در افزایش مانورپذیری خودرو، استفاده از این طراحی در خودروها و به‌ویژه در خودروهای طویل افزایش یافته‌است. خودرو مفصلی<sup>۱</sup>، خودرویی دو یا چندتکه است که بخش‌های آن توسط مفصل یک، دو یا سه درجه آزادی به هم متصل شده‌اند. به دلیل امکان حرکت یا وا<sup>۲</sup> بین دو بدنه، دو سیلندر هیدرولیک در محل مفصل برای فرماندهی خودرو تعبیه شده‌است. این خودروها ممکن است در سطوح جاده‌ای با سرعت نسبتاً زیادی حرکت کنند که باعث کاهش پایداری حرکت خودرو می‌شود. در این شرایط، هرگونه اغتشاش ناشی از عوامل خارجی یا اشتباه در فرماندهی باعث ناپایداری در حرکت می‌شود. حرکت نامطلوب این خودرو می‌تواند به صورت ارتعاش تریلر، درهم‌پیچش کشنده و تریلر یا بیش‌فرمانی<sup>۳</sup> رخ دهد [۱]. پایداری خودرو به پارامترهای ساختاری آن و همچنین عوامل محیطی که در آن حرکت می‌کند بستگی دارد و لازم است برای اطمینان از حرکت ایمن خودرو، پایداری خودرو تحت این عوامل مورد بررسی قرار گیرد.

مشخصات ساختاری خودرو مانند ابعاد، وزن، اینرسی خودرو و

- 1 Articulated vehicle
- 2 Yaw
- 3 Over turning

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: bozorg@yazd.ac.ir

پارامترهای سیلندر هیدرولیک در پایداری خودرو مؤثر بوده و مورد توجه محققان است. به عنوان مثال، کرولا و هالس نشان دادند که برای پایداری این نوع خودروها در سرعت‌های بالا، باید مرکز جرم و محور چرخ‌های عقب تا حد امکان به سمت جلو قرار گیرند [۲]. رنبرگ و همکارانش نشان دادند زمانی که مکان مرکز جرم خودرو در بدنه عقبی قرار دارد، احتمال حرکت مارپیچ بیشتر از زمانی است که مرکز جرم آن در مرکز خودرو قرار دارد [۳]. شارپ و فرناندز با بررسی تأثیر میرایی سیلندر هیدرولیک بر پایداری خودرو نشان دادند که افزایش این میرایی، باعث کاهش ارتعاشات کم دامنه تریلر می‌شود [۴]. آزادی و همکاران با بررسی یک خودرو مفصلی حمل‌کننده آب، نشان داد که افزایش سطح مایع در مخزن باعث افزایش گشتاور رول در این خودرو و افزایش فرکانس حرکت آب در جهت طولی می‌شود [۵]. همچنین شرایط محیطی مانند سطح جاده‌ای که خودرو در آن حرکت می‌کند در پایداری خودرو مؤثر است و مورد بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال آزاد و همکاران اثر پارامترهای مؤثر در نیروهای لاستیک در حرکت مارپیچ خودرو مفصلی را مورد مطالعه قرار دادند [۶]. آنها نشان دادند که تأثیر سختی لغزش جانبی در چرخ‌های عقب، از دیگر پارامترها بیشتر است و کاهش آن می‌تواند ارتعاش قسمت انتهایی خودرو را کنترل کند. همچنین آن‌ها در تحقیقی دیگر پارامترهای مربوط به نیروهای لغزش جانبی و گشتاور هم‌راستا<sup>۴</sup> وارد بر لاستیک را به عنوان پارامترهای نامعین در نظر گرفتند

صفر و با حل یک مسأله بهینه‌سازی روشی برای محاسبه شعاع پایداری ارائه داد [۱۱]. این روش محدودیت‌های روش‌های مراجع [۹ و ۱۰] را ندارد و برای هر مسأله با ساختار چندخطی قابل استفاده است. محدوده پایداری معرفی شده از این روش در صورت حل صحیح مسأله بهینه‌سازی، کاملاً دقیق است. با توجه به اینکه در مورد سیستم خودرو مفصلی شرایط استفاده از روش‌های مراجع [۹ و ۱۰] برقرار نیست، در این تحقیق از روش ارائه شده در مرجع [۱۱] برای محاسبه شعاع پایداری استفاده شده است. در آخر، مدل شبیه‌سازی شده‌ای از این خودرو در نرم‌افزار آدامز<sup>۷</sup> ایجاد شد تا با بررسی پایداری سیستم تحت شرایط داخل و خارج از محدوده مقاوم، در محیط واقعی‌تر، درستی محدوده پایداری سنجیده شود.

## ۲- معرفی مدل نامعین خودرو مفصلی

برای بررسی محدوده پایداری خودرو مفصلی، مدل خطی یک خودرو حمل الوار که در صفحه حرکت خود دچار اغتشاش شده است و با سرعت ثابت حرکت می‌کند مطابق آنچه در مرجع [۷] آمده انتخاب شده است. در این بخش، پس از مرور این مدل، نامعینی‌های مدل معرفی و محدوده تغییرات آن‌ها معرفی می‌شود.

### ۲-۱- معرفی مدل خطی خودرو

مدل حرکت در مسیر مستقیم خودرو مفصلی که دچار اندکی اغتشاش شده، در شکل ۱ نشان داده شده است. برای فرمان‌پذیری مفصل خودرو دو سیلندر هیدرولیک در محل مفصل تعبیه شده که با فنر پیچشی به سختی  $K_R$  و دمپر با ضریب میرایی  $C_R$  مدل شده است. خودرو چهارچرخ فرمان‌پذیر است و چرخ‌ها مستقل دوران می‌کنند. اثرات نیروهای آیرودینامیکی و گشتاور ناشی از اصطکاک غلتشی<sup>۸</sup> چرخ‌ها اندک است، بنابراین گشتاور محرک ورودی از طرف موتور، در سرعت طولی ثابت  $u$  در مسیر مستقیم و قبل از اغتشاش صفر است. اگرچه بعد از اغتشاش، حرکت یابنده‌ها باعث ایجاد لغزش طولی در چرخ‌ها و در نتیجه ایجاد نیروی لغزش طولی می‌شود. این نیرو برای لغزش طولی کوچک  $S$  محاسبه می‌شود [۱۲]:

$$F_x = C_s S \quad (1)$$

که در آن  $C_s$  سختی لغزش طولی است. در اثر حرکت جانبی و یابنده‌ها لغزش جانبی نیز در چرخ‌ها اتفاق می‌افتد. نیروی جانبی و گشتاور همراستا ساز ناشی از آن، در مکان میانی محور اتصال دهنده چرخ‌ها در نظر گرفته شده است. این نیرو و گشتاور برای زوایای لغزش جانبی کوچک  $\alpha$  از روابط زیر به دست می‌آیند [۱۲]:

$$F_y = C \quad (2)$$

$$M_z = -C_f \alpha \quad (3)$$

و محدوده تغییرات احتمالی آن‌ها را محاسبه کردند [۷]. این پارامترها به دلیل عبور خودرو از برخی سطوح مختلف جاده‌ای و تفاوت مدل‌های مختلف تخمین زنده آن‌ها به عنوان پارامتر نامعین معرفی شدند. در این تحقیق، به کمک روش نامساوی خطی ماتریسی<sup>۱</sup>، کنترل کننده مقاوم پس‌خور حالت به‌گونه‌ای طراحی شد که خودرو به ازای تمام مقادیر درون بازه تغییرات این پارامترهای نامعین، پایدار باشد. این طراحی الزام به بازخورد کلیه متغیرهای حالت داشت در حالی که اندازه‌گیری برخی از این متغیرها مثل زاویه مفصل و سرعت جانبی دشوار است. در ضمن برای طراحی این کنترل کننده، فقط پایداری خودرو در محدوده تغییرات پارامترهای نامعین مطلوب است و هیچ عملکرد مطلوبی برای رفتار خودرو در حضور اغتشاشات در نظر گرفته نشده است. به عنوان راه‌حل مناسب‌تر، می‌توان برای خودرو کنترل کننده مطلوبی طراحی کرد که لزوماً احتیاج به بازخورد همه متغیرها نداشته باشد و عملکرد مطلوبی نیز در حضور اغتشاشات داشته باشد سپس محدوده کاربری ایمن آن یا همان محدوده پایداری مقاوم<sup>۲</sup> را تعیین نمود. در سیستمی که نامعینی پارامتری وجود دارد، تعیین محدوده پایداری اهمیت دارد. به عنوان مثال، در خودرو مفصلی با مشخص شدن محدوده مقاوم پارامترهای لاستیک، می‌توان ادعا کرد که حرکت خودرو در چه سطوح جاده‌ای قابل اطمینان است. تاکنون هیچ پژوهشی در خصوص محاسبه محدوده پایداری خودرو مفصلی انجام نشده است.

در این تحقیق، مدل هفت درجه آزادی خطی ارائه شده در مطالعه آزاد و همکاران [۷] انتخاب شده است و برای این خودرو، ضریب لغزش جانبی و گشتاور همراستا ساز لاستیک مشابه با مطالعه آزاد و همکاران [۷] و علاوه بر آن، ضریب لغزش طولی که در آن مطالعه [۷] از اثر آن صرف نظر شده بود، به عنوان پارامترهای نامعین فرض شده است و محدوده تغییرات آن‌ها شناسایی شده است. سپس، کنترل کننده‌ای با عملکرد مطلوب در حضور اغتشاش برای شرایطی که سیستم در مقدار نامی خود قرار دارد، طراحی شده است تا تأثیر اغتشاش در زاویه مفصل را کاهش دهد. در ادامه، ساختار نامعینی در معادله مشخصه سیستم از نوع ساختار چندخطی<sup>۳</sup> شناسایی شده است. برای محاسبه شعاع پایداری این ساختار نامعینی، روش‌هایی وجود دارد. به عنوان مثال، هاسوگاو و همکاران با یک روش جبری، بر اساس قضیه عدم شمول صفر<sup>۴</sup> [۸] و شرایطی که چندجمله‌ای با ساختار چندخطی، مجموعه مقدری<sup>۵</sup> مشابه با ساختار خطی دارد، شعاع پایداری این نوع ساختار را معرفی کردند [۹]. باتاچاریا و همکاران با گسترش قضیه خاریتانوف<sup>۶</sup> برای ساختار چندخطی، مسیری برای محاسبه شعاع پایداری ارائه دادند [۱۰]. این روش برای شرایطی مناسب است که چندجمله‌ای با ساختار چندخطی قابل جدایش به تعدادی چندجمله‌ای با ساختار خطی باشد. بزرگ به کمک قضیه عدم شمول

- 1 LMI (linear matrix inequality)
- 2 Robust stability margin
- 3 Multilinear structure
- 4 Zero exclusion theorem
- 5 Value set
- 6 Kharitanov theorem

7 ADAMS software

8 Rolling resistance

$$\phi = \psi - \theta \quad (8)$$

پس از حل معادلات دینامیکی مدل و با در نظر گرفتن فرضیات بیان شده در این بخش، فضای حالت به شکل خطی زیر نوشته خواهد شد:

$$M\dot{x} = -Ex + FU(t) \quad (9)$$

جزئیات این ماتریس در ضمیمه الف موجود است. پارامترهای مدل با توجه به شکل ۱ به شرح زیر تعریف و مقادیر آن در جدول ۱ آورده شده است:

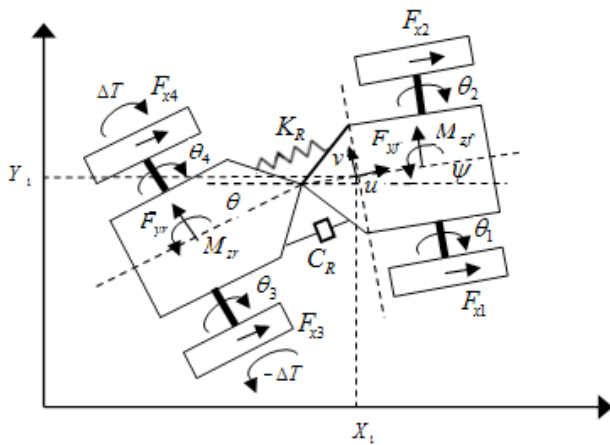


Fig. 1. 7 DOF model of an articulated vehicle

شکل ۱: مدل هفت درجه آزادی خودرو مفصلی [۷]

- a: فاصله بین مرکز جرم بدنه جلو با محور چرخ‌ها جلو
- b: فاصله بین مرکز جرم بدنه جلویی با محل مفصل
- c: فاصله بین مرکز جرم بدنه عقب با محل مفصل
- d: فاصله بین مرکز جرم بدنه عقب با محور چرخ‌های عقب
- $w_1$ : فاصله بین دو چرخ متصل به یک محور
- $m_1$  و  $I_1$ : جرم بدنه جلویی و ممان اینرسی آن
- $m_2$  و  $I_2$ : جرم بدنه عقبی و ممان اینرسی آن
- $m_e$  و  $I_e$ : جرم چرخ و ممان اینرسی آن
- $r_e$ : شعاع چرخ

جدول ۱: مقادیر پارامترهای فیزیکی مدل خودرو مفصلی [۷]

Table 1. Nominal parameters of the sample articulated vehicle [7]

پارامتر	مقادیر [واحد]	پارامتر	مقادیر [واحد]
a	۰/۳ [m]	$m_1$	۶۱۶۶ [kg]
b	۱/۷۲۷ [m]	$m_2$	۶۱۶۶ [kg]
c	۱/۷۰۳ [m]	$I_1$	۵۵۹۳ [kg.m <sup>2</sup> ]
d	-۰/۱۲ [m]	$I_2$	۵۵۷۸ [kg.m <sup>2</sup> ]
$w_1$	۲/۴۶ [m]	$I_e$	۵۷۴ [kg.m <sup>2</sup> ]
$r_e$	۰/۹۴ [m]	$m_e$	۵۵۷ [kg]

که در آن  $C_S$  سختی لغزش طولی و  $C_\alpha$  سختی لغزش جانبی است. کنش بین این نیروها می‌تواند در سرعت‌های بالا (به‌عنوان مثال  $50 \text{ km/h}$ ) باعث حرکت نوسانی دو بدنه نسبت به یکدیگر شود. کنترل حرکت ماریجی خودرو از طریق اعمال گشتاور  $\Delta T$  هم‌اندازه و مختلف‌الجهت به چرخ‌های راست و چپ عقب امکان‌پذیر است [۷]. این گشتاور باعث ایجاد نیروهای طولی مختلف‌الجهت در چرخ‌های چپ و راست محور می‌شود که گشتاور یا حاصل از آن، می‌تواند حرکت ارتعاشی بدنه عقبی را کنترل کند. بنابراین، این گشتاور، ورودی کنترلی  $U(t)$  فرض شده است. براساس مدل نشان داده شده در شکل ۱، هشت مختصات زیر حرکت خودرو را توصیف می‌کنند:

$$X = [X_1, Y_1, \psi, \theta, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4] \quad (4)$$

که در آن:

- $X_1 - Y_1$ : مختصات مرکز جرم بدنه جلویی
- $\psi$ : زاویه یاو بین محور طولی بدنه جلویی با محور افقی
- $\theta$ : زاویه یاو بین محور طولی بدنه عقب با محور افقی
- $\theta_1$ : زاویه دوران چرخ سمت راست جلو
- $\theta_2$ : زاویه دوران چرخ سمت چپ جلو
- $\theta_3$ : زاویه دوران چرخ سمت راست عقب
- $\theta_4$ : زاویه دوران چرخ سمت چپ عقب

اما با توجه به ثابت بودن سرعت طولی خودرو، تعداد درجات آزادی به هفت کاهش می‌یابد. پس از نوشتن معادلات حرکت در راستای مختصات‌های معرفی شده، مشاهده می‌شود زاویه چرخ‌ها و سرعت زاویه‌ای آن‌ها هموار به فرم تفاوت زاویه و سرعت زاویه‌ای دو چرخ سمت راست و چپ قسمت جلو و عقب خودرو وارد معادلات شده است و به همین دلیل، این تفاوت زاویه طبق روابط زیر به ترتیب به عنوان پارامترهای مستقل  $\theta_r$  و  $\theta_f$  تعریف شده است:

$$\theta_f = \theta_2 - \theta_1 \quad (5)$$

$$\theta_r = \theta_4 - \theta_3 \quad (6)$$

بنابراین دو معادله از معادلات لازم برای توصیف حرکت کاهش می‌یابد. در مطالعه آزاد و همکاران [۷] معادلات حرکت سیستم با فرض کوچک بودن زاویه و سرعت زاویه‌ای بدنه جلو و عقب و همچنین کوچک بودن لغزش طولی و زاویه‌ای در چرخ‌های جلو و عقب، حول شرایط تعادل سیستم که تمامی زوایای انحراف بدنه‌ها و لغزش چرخ‌ها صفر است خطی‌سازی شده است. در نهایت معادلات حرکت سیستم بر اساس متغیرهای حالت زیر به دست آمده است:

$$x = [\dot{\psi}, v, \phi, \dot{\phi}, \dot{\theta}_r, \dot{\theta}_f] \quad (7)$$

که در آن  $v$  سرعت جانبی خودرو است. همچنین  $\phi$  تفاوت بین زاویه بدنه قسمت جلویی خودرو با زاویه بخش عقب است که طبق معادله زیر تعریف می‌شود:

## ۲-۲- معرفی نامعینی‌های مدل خودرو

پارامترهای متغیر مدل در حرکت یک خودرو در مسیر مستقیم با سرعت ثابت مربوط به نیروهای تماسی سطح با لاستیک ماشین است. این نیروها در اثر عبور خودرو از سطحی به سطح دیگر تغییر خواهند کرد. علاوه بر این مدلهایی که این نیروها را تخمین می‌زنند، تقریبی هستند و مقادیر متفاوتی را پیشنهاد می‌کنند. بنابراین به دلیل تفاوت این پارامترها در عبور از سطوح مختلف و تفاوت مدل‌های تخمین‌زننده آن‌ها، این پارامترها به عنوان پارامترهای نامعین مدل شناسایی و محدوده تغییرات آن‌ها محاسبه می‌شود. مدل متز<sup>۱</sup> [۱۳] سختی لغزش جانبی برای سطوح مختلف را محاسبه می‌کند. روش محاسبه این سختی به طور خلاصه در ضمیمه ب آورده شده است. این روش، سختی لغزش جانبی را علاوه بر مشخصات سطح، وابسته به بار عمودی وارد بر لاستیک و بار مجاز وارد بر لاستیک می‌داند. بار مجاز لاستیک‌های این خودرو ۷۲۹۷۱ نیوتن است [۱۴] و بار عمودی وارد بر چرخ‌های جلو و عقب به ترتیب ۳۴۳۲۴ و ۳۷۰۲۹ نیوتن است [۷]. در این ضمیمه پارامترهای مربوط به تعدادی از سطوح مختلف مثل شنزار، علفزار، بزرگراه و غیره رای محاسبه ضریب لغزش جانبی آورده شده است. سختی لغزش جانبی چرخ‌های جلو و عقب برای سطوح مطرح شده در ضمیمه ب از رابطه (۳۷) محاسبه شد و با توجه به اعداد به دست آمده برای سطوح مختلف، در بازه‌های معرفی شده زیر تغییر می‌کنند:

$$1.470 \times 10^5 \leq C_{af} \leq 4.313 \times 10^5$$

$$1.519 \times 10^5 \leq C_{ar} \leq 4.458 \times 10^5$$

که  $C_{af}$  سختی لغزش جانبی در چرخ‌های جلو و  $C_{ar}$  سختی لغزش جانبی در چرخ‌های عقب است. همچنین سختی گشتاور همراستا ساز بر اساس برخی از مدل‌های لاستیک، ضریبی از سختی لغزش جانبی است. این ضریب در مدل برآش<sup>۲</sup> ۱۷ درصد طول تماس لاستیک با سطح زمین است و در مدل پاسیکا<sup>۳</sup> ۲۵ درصد این طول است [۱۲]. این طول تماس با زمین بر اساس فنریت لاستیک، بار وارد بر لاستیک و عرض لاستیک قابل محاسبه است [۱۵]. چرخ‌های لاستیک دارای فنریت ۶۸۲۲۰۰ نیوتن بر متر و عرض ۰/۷۷۵ متر هستند. این طول برای چرخ‌های جلو ۵۵ سانتی‌متر و برای چرخ‌های عقب ۵۷ سانتی‌متر است. با توجه به این تفاوت مدل‌ها در تخمین پارامتر سختی گشتاور همراستا ساز و محدوده معرفی شده برای سختی لغزش جانبی، می‌توان محدوده‌ای را برای تغییر این پارامتر در چرخ‌های جلو و عقب معرفی کرد:

$$1.370 \times 10^4 \leq C_{Tf} \leq 5.910 \times 10^4$$

$$1.467 \times 10^4 \leq C_{Tr} \leq 6.330 \times 10^4$$

که در آن  $C_{Tf}$  سختی گشتاور همراستا ساز در چرخ‌های جلو و  $C_{Tr}$  سختی

- 1 Metz model
- 2 Brush model
- 3 Pacejka model

گشتاور همراستا ساز در چرخ‌های عقب است. بر اساس مدل پاسیکا، سختی لغزش طولی بین صفر تا ۵۰ درصد بیشتر از سختی لغزش جانبی در نظر گرفته می‌شود [۱۲]. با توجه به این محدوده تخمین توسط این مدل و محدوده معرفی شده برای سختی لغزش جانبی، می‌توان محدوده‌ای را برای تغییر این پارامتر در چرخ‌های جلو و عقب معرفی کرد:

$$1.519 \times 10^5 \leq C_{Sf} \leq 6.687 \times 10^5$$

$$1.470 \times 10^5 \leq C_{Sr} \leq 6.470 \times 10^5$$

که  $C_{Sf}$  سختی لغزش طولی در چرخ‌های جلو و  $C_{Sr}$  سختی لغزش طولی در چرخ‌های عقب است. بنابراین هر لاستیک دارای سه پارامتر نامعین است ولی این پارامترها برای چرخ‌های سمت چپ و راست هر محور یکسان فرض شده است.

## ۳- طراحی کنترل‌کننده پسخور خروجی برای خودرو در شرایط نامی

همانطور که در بخش یک گفته شد، هر اغتشاش کوچکی در چرخ‌ها، در اثر اشتباه در زاویه فرماندهی و یا عوامل خارجی، به ویژه در سرعت‌های بالا مثل ۵۰ km/h می‌تواند باعث ایجاد حرکت ارتعاشی تریلر نسبت به کشنده شود. این حرکت نامطلوب در زاویه مفصل رخ می‌دهد، بنابراین اگر تأثیر اغتشاش بر زاویه مفصل کاهش یابد، عملکرد خودرو بهتر خواهد شد. در این بخش، نوعی اغتشاش مطابق شکل ۲ توصیف شده است. در این اغتشاش، خودروی مفصلی تحت اثر دو گشتاور هم اندازه و مختلف‌الجهت  $\Delta D$  در بدنه جلو و عقب قرار دارد.

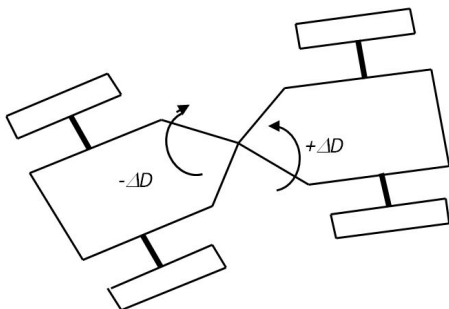


Fig. 2. Planner model of articulated vehicle under disturbance torque  $\Delta D$

شکل ۲: مدل صفحه‌ای خودرو مفصلی، تحت اثر گشتاور اغتشاشی  $\Delta D$

این خودرو، به طور ناگهانی تحت تأثیر این بار اغتشاشی قرار می‌گیرد. بنابراین، این اغتشاش به صورت تابعی پله‌ای در مدت زمان محدود مطابق معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta D(t) = A(U(t) - U(t - t_0)) \quad (10)$$

در این معادله  $A$  اندازه تابع پله و  $t_0$  مدت زمانی است که این تابع اعمال می‌شود. فرض شده این پارامترها می‌توانند به ترتیب تا مقادیر ۳۰۰۰۰ N.m

وابسته است:

$$\phi(t, \bar{K}_i) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{\varepsilon-iT}^{\varepsilon+iT} e^{st} \Delta D(s) G(s) ds \quad (18)$$

اگر سیستم پایدار باشد، پاسخ آن در زاویه مفصل به ورودی اغتشاشی پالسی  $\Delta D$  دارای مقدار بیشینه محدودی است و این مقدار بیشینه به دلیل پایداری سیستم در زمان‌های اولیه پاسخ رخ می‌دهد. نرم بی‌نهایت<sup>۱</sup> یک تابع متغیر با زمان، نشان‌دهنده بیشترین مقدار آن تابع است. بنابراین کاهش نرم بی‌نهایت پاسخ سیستم در زاویه مفصل به اغتشاش (که در رابطه (۱۸) تعریف شده‌است)، می‌تواند اثر اغتشاش بر زاویه مفصل را کاهش دهد.

شرایط نامی، شرایطی فرض شده‌است که پارامترهای نیروهای لاستیک دارای مقدار متوسط بازه خود باشند. سیستم خطی‌سازی شده در غیاب کنترل‌کننده در شرایط نامی پایدار است و دارای ریشه‌هایی با بخش حقیقی منفی است. نرم بی‌نهایت زاویه مفصل از محاسبه اندازه بیشینه معادله (۱۸) در محدوده‌ای پنج ثانیه‌ای در ابتدای بازه زمانی پاسخ، محاسبه و مقدار  $0.3 \text{ rad}$  به دست آمد. به‌عنوان یک خواسته از طراحی کنترل‌کننده پسخور خروجی، این کنترل‌کننده باید این اندازه را حداقل تا  $0.1 \text{ rad}$  که پاسخ نسبتاً کوچکتری است کاهش دهد و در ضمن سیستم پایدار بماند. یک مسأله بهینه‌سازی مانند آنچه در ادامه آمده است، می‌تواند درایه‌های بردار کنترل‌کننده را مشخص کند:

$$\text{Minimize } \|\phi(t, \bar{K}_i)\|_{\infty} \quad (19)$$

تحت قیدهای:

$$\|\phi(t, \bar{K}_i)\|_{\infty} \leq 0.1 \quad (20)$$

$$\text{real}(\text{roots}(\det(sI - A))) \leq 0 \quad (21)$$

رابطه (۲۰) نرم بی‌نهایت زاویه مفصل را مقید می‌کند که بیشینه پاسخ در زاویه مفصل را تا اندازه  $0.1$  رادیان کاهش دهد و رابطه (۲۱) تضمین می‌کند که سیستم در حضور کنترل‌کننده پایدار بماند. مسأله بهینه‌سازی معادله (۱۹)، در حضور قیده‌های غیرخطی معادلات (۲۰) و (۲۱) با جعبه ابزار بهینه‌سازی نرم افزار متلب و با استفاده از تابع  $fmincon$  و الگوریتم active-set حل شد. به دلیل قید غیر خطی مسأله، نقطه شروع مناسب در حل این بهینه‌سازی اهمیت دارد. ضمن اینکه استفاده از نقطه شروعی که سیستم در آن ناپایدار است، محاسبه نرم بی‌نهایت را با مشکل مواجه می‌کند. در نهایت با حل این مسأله در تعدادی نقطه شروع مناسب که سیستم در آن نقاط پایدار بود، بردار متغیرهای بهینه‌سازی یا همان بردار ضرایب کنترل‌کننده به صورت زیر به دست آمد:

$$\bar{K} = 10^5 \times [0, -1.169, +0.130, 0, -0.016, 0.185] \quad (22)$$

در صورت اعمال این کنترل‌کننده، نرم بی‌نهایت زاویه مفصل از رابطه

و  $0.25$  افزایش یابد که در ادامه نشان داده خواهد شد پاسخ سیستم در زاویه مفصل، در حضور این اغتشاش به نسبت بزرگ است.

در نوشتن معادلات حرکت در فرم معادله ماتریسی (۹)، سطر دوم و سوم ماتریس، به ترتیب معادلات حرکت در راستای مختصات حرکت زاویه‌ای بدنه جلو و عقب است. بنابراین اگر معادلات حرکت این سیستم در حضور این اغتشاش بازنویسی شود، معادله (۹) به فرم زیر تغییر می‌کند:

$$[M] \dot{X}(t) + [E]X(t) = [F]U(t) + [0, +1, -1, 0, 0, 0]^T \Delta D(t) \quad (11)$$

مانند آنچه در شکل ۳ نشان داده شده‌است، یک کنترل‌کننده پسخور خروجی برای کاهش اثر این اغتشاش در زاویه مفصل طراحی می‌شود.

این کنترل‌کننده متغیرهای قابل‌اندازه‌گیری سیستم را بازخورد می‌کند و نیازی به بازخورد متغیرهای سرعت جانبی و زاویه مفصل که اندازه‌گیری آن‌ها دشوار است، ندارد. بنابراین ورودی سیستم مطابق معادله زیر تعریف می‌شود:

$$U(t) = [\bar{K}]X(t) = [0, \bar{k}_1, \bar{k}_2, 0, \bar{k}_3, \bar{k}_4]X(t) \quad (12)$$

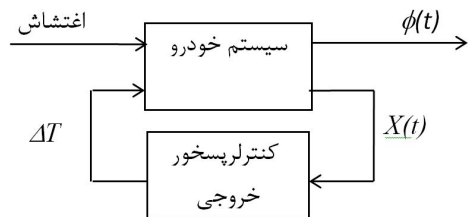


Fig. 3. The vehicle block diagram in presence of controller and disturbance

شکل ۳: دیگرام جعبه‌ای خودرو در حضور کنترل‌کننده و اغتشاش

معادله (۱۱) می‌تواند به فرم زیر بازنویسی شود:

$$X(t) = [A]X(t) + [B]\Delta D(t) \quad (13)$$

که در آن:

$$[A] = [M]^{-1}(-[E] + [F][\bar{K}]) \quad (14)$$

$$[B] = [M]^{-1}[0 + I - I \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (15)$$

تابع انتقال برای این سیستم از معادله زیر تعریف می‌شود:

$$G(s) = \frac{\phi(s)}{\Delta D(s)} = C(sI - A)^{-1}B \quad (16)$$

که در آن  $C$  ماتریس خروجی است:

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (17)$$

طبق تعریف لاپلاس معکوس [۱۶]، زاویه مفصل در پاسخ به این اغتشاش را می‌توان به صورت تابعی از زمان نوشت. این تابع در رابطه زیر آورده شده است و علاوه بر زمان به درایه‌های ماتریس کنترل‌کننده نیز

1 Infinit norm

منفی یک تا یک است:

$$q_i = \frac{2q_i - q_i^+ - q_i^-}{q_i^+ - q_i^-} \quad (28)$$

در این روش، برای محاسبه بزرگترین فضای که در آن تمامی نقاط پایدار است از قضیه عدم شمول صفر استفاده می‌شود. مطابق با قضیه عدم شمول صفر خانواده چندجمله‌ای  $p(s, Q)$  پایدار هرگز است اگر و تنها اگر [۸]:

$$1 - \text{یک عضو خانواده } p(s, Q) \in p(s, q) \text{ پایدار باشد.}$$

$$2 - \forall \omega > 0 \rightarrow 0 \notin p(j\omega, Q)$$

$$3 - \forall q \in Q \rightarrow a_n(q) \neq 0$$

معادله مشخصه خودرو مفصلی، در شرایط نامی پایدار است و ضریب بزرگترین توان  $s$  برابر یک است. بنابراین شرط اول و سوم قضیه برقرار است و فقط شرط دوم برای فرکانس‌های مختلف باید بررسی شود تا پایداری ناحیه سنجیده شود. بردار نامعینی که سیستم را ناپایدار می‌کند و در کوچکترین فضای پارامتری پیرامون مقدار نامی پارامترها قرار دارد، شعاع فضای پایداری را تعیین می‌کند. این مسأله را می‌توان به فرم یک مسأله بهینه‌سازی مدل و حل کرد:

$$\text{Minimize } f = \left( \sum_{i=1}^l ((q_i - \bar{q}_i)/w_i)^p \right)^{1/p} \quad (29)$$

تحت قیدهای زیر:

$$\text{Re}[P(q, j\omega)] = 0 \quad (30)$$

$$\text{Im}[P(q, j\omega)] = 0 \quad (31)$$

مسأله بهینه‌سازی فوق باید برای فرکانس‌های مختلف حل شود. کمترین مقدار تابع  $f$  به‌دست‌آمده از این مسأله بهینه‌سازی، معرف شعاع پایداری است. برای انجام این محاسبه، فضای پارامترهای نامعین به کمک معادله (۲۵) تبدیل به فضای جعبه واحد شده و نرم بی‌نهایت برای محاسبه شعاع پایداری استفاده شده‌است. وزن تغییرات پارامترها نیز یک فرض شده‌است. مسأله بهینه‌سازی (۲۹) به کمک تابع  $fmincon$  از جعبه ابزار بهینه‌سازی در نرم‌افزار متلب و با کمک الگوریتم active-set حل شده‌است. بردار متغیرهای بهینه‌سازی، بردار پارامترهای نامعین سیستم است و همانطور که در ابتدای این بخش اشاره شد، ضرایب معادله مشخصه سیستم، ترکیب چندخطی از پارامترهای نامعین است. بنابراین، قیدهای این مسأله بهینه‌سازی غیرخطی هستند. به دلیل این قیدهای غیرخطی در مسأله بهینه‌سازی، این حل برای تعداد زیادی نقاط شروع اولیه انجام شد تا مقدار کمینه واقعی به‌دست آید. نتایج این حل برای فرکانس‌های مختلف در شکل ۴ رسم شده است. این نتایج نشان می‌دهد شعاع پایداری برابر با  $0.627$  است و مربوط به حل مسأله بهینه‌سازی در فرکانس  $8/74$  است و مربوط به بردار نامعینی معرفی شده در ادامه است:

(۱۸) مقدار  $0.09$  rad به‌دست می‌آید که این کنترل‌کننده اندازه پاسخ در مواجهه با اغتشاش را به میزان  $70$  درصد کاهش داده است.

#### ۴- محاسبه محدوده پایداری

همانطور که در قسمت ۲-۱ گفته شد، شش پارامتر نامعین در مدل وجود دارند که می‌توانند در بازه‌های معرفی شده تغییر کنند. در بخش ۳ مقدار نامی حد واسطه بازه تغییرات نامعینی‌ها تعریف شد و کنترل‌کننده‌ای طراحی شد که باعث شود سیستم در شرایط نامی پایدار و دارای عملکردی مطلوب باشد، اما هیچ تضمینی وجود ندارد که خودرو در تمامی بازه نامعینی‌های خود پایدار باشد. در این بخش، محدوده پارامترهای نامعین برای حفظ پایداری خودرو تعیین می‌شوند. بردار نامعینی مطابق با معادله زیر تعریف شده‌است:

$$q = [C_{af}, C_{ar}, C_{Tf}, C_{Tr}, C_{Sf}, C_{Sr}] \quad (23)$$

معادله مشخصه سیستم با توجه به ماتریس فضای حالت سیستم که در ضمیمه الف آورده شده است، محاسبه شد. این معادله به فرم معادله (۲۴) و دارای ساختار چندخطی است:

$$p(q, s) = a_n(q) s^n + \dots + a_1(q) s + a_0 \quad (24)$$

یعنی اگر تمامی پارامترهای نامعین جز یکی، معین فرض شود ضرایب معادله مشخصه سیستم تابعی خطی از متغیر نامعین باقی‌مانده است. برای محاسبه شعاع پایداری این ساختار از روش مرجع [۱۱] استفاده می‌شود. این روش به طور خلاصه در این بخش معرفی می‌شود. در این روش، فضای پارامتری  $l$  بعدی حول مقدار نامی این پارامترها که کلیه نقاط این فضا پایداری سیستم را حفظ می‌کند، محاسبه می‌شود. این فضای پارامتری طبق معادله زیر تعریف می‌شود:

$$Q = \left\{ q \mid \left( \sum_{i=1}^l (q_i - \bar{q}_i / w_i)^p \right)^{1/p} \leq \varepsilon \right\} \quad (25)$$

که در آن  $w_i$  وزن تغییرات پارامترها و  $\varepsilon$  شعاع فضای  $l$  بعدی است و  $p$  نرم این فضا است و  $\bar{q}_i$  مقدار نامی پارامترهای نامعین است. بردار نامعینی تعریف می‌شود:

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_m], q \in R^m \quad (26)$$

شعاع پایداری، بزرگترین فضای است که تمام نقاط داخل آن پایداری سیستم را حفظ می‌کند. در محاسبه محدوده پایداری انتخاب نرم فضا اهمیت دارد و باید با فضای تغییرات پارامترها همخوانی داشته باشد. به عنوان مثال، نرم بی‌نهایت برای فضای پارامتری جعبه  $l$  بعدی:

$$q_i \in [q_i^-; q_i^+], \quad i=1, 2, \dots, l \quad (27)$$

مناسب است. همچنین این فضا را می‌توان با تغییر متغیر زیر تبدیل به فضای جعبه نرمال واحد کرد که مرکز آن صفر و محدوده تغییرات آن بین

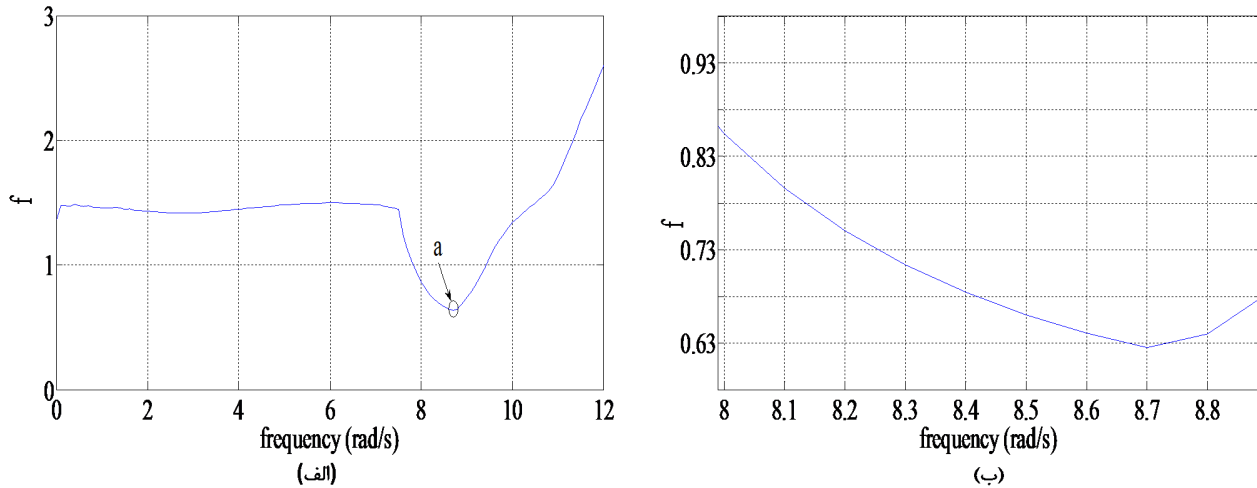


Fig. 4. (a) Function  $f$  for the vehicle model in different frequencies, (b) The magnified diagram of region “a”

شکل ۴: (الف) تابع  $f$  برای معادله مشخصه مدل خودرو در فرکانس های مختلف، (ب) بزرگ نمایی نمودار قسمت الف در ناحیه  $a$

ادامز ایجاد و نتایج راستی آزمایی شده است.

$$q=[0.627, 0.604, -0.627, -0.627, 0.627, -0.627] \quad (32)$$

گفتنی است که در فرکانس های بالاتر از ۱۲ رادیان بر ثانیه، همچنان مقدار  $f$  رو به افزایش است. این فرکانس به عنوان فرکانس قطع سیستم در نظر گرفته می شود [۱۷]. اکنون با توجه به شعاع پایداری محاسبه شده، محدوده مجاز تغییرات پارامترها در ادامه ارائه شده است:

$$2.000 \times 10^5 \leq C_{cf} \leq 3.783 \times 10^5$$

$$2.067 \times 10^5 \leq C_{wr} \leq 3.910 \times 10^5$$

$$2.217 \times 10^4 \leq C_{\eta} \leq 5.063 \times 10^4$$

$$2.374 \times 10^4 \leq C_{T_r} \leq 5.423 \times 10^4$$

$$2.541 \times 10^5 \leq C_{S_f} \leq 5.736 \times 10^5$$

$$2.403 \times 10^5 \leq C_{S_r} \leq 5.538 \times 10^5$$

همانطور که در این بخش اشاره شد، به دلیل قیدهای غیرخطی مسأله بهینه سازی مطرح شده در این روش، این حل باید با نقاط شروع متفاوتی انجام شود. در غیر این صورت، ممکن است مینیمم محلی به جای مینیمم مطلق به عنوان پاسخ بهینه سازی معرفی شود. به همین دلیل، برای تشخیص درستی محدوده پایداری به دست آمده برای این مدل، مکان هندسی ریشه های نقاط در محدوده فضای پارامتری با شعاع  $0.627$  در شکل ۵ رسم شده است (نقاط آبی). همانطور که شکل نشان می دهد، مکان هندسی ریشه های نقاط درون محدوده مقاوم شناسایی شده همگی دارای ریشه های پایدار هستند. اما در نقاط خارج از این ناحیه سیستم دارای ریشه های ناپایداری نیز خواهد بود (نقاط قرمز). این نتایج درستی محدوده پایداری محاسبه شده در مدل خطی سازی شده با دقت  $0.001$  را نشان می دهد. اما به منظور بررسی بهتر نتایج در شرایط واقعی تر، مدل شبیه سازی شده ای از این خودرو در نرم افزار

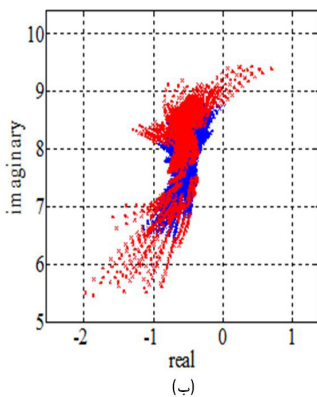
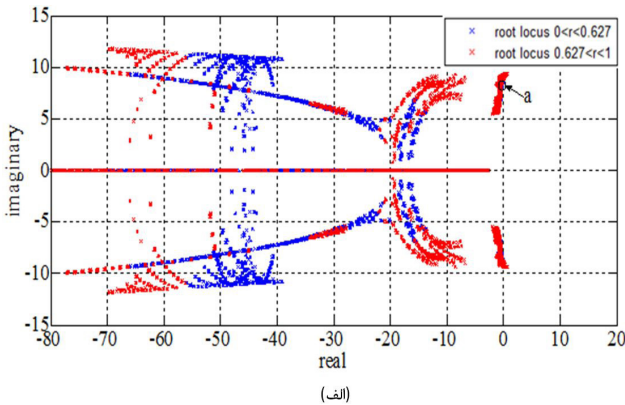


Fig. 5. (a) The root locus of vehicle characteristic polynomial under parameter perturbations when controlled by the nominal controller, (b) The magnified diagram of region “a”

شکل ۵: (الف) مکان هندسی ریشه های معادله مشخصه خودرو مفصلی تحت تأثیر تغییرات پارامترهای نامعین، (ب) بزرگ نمایی نمودار قسمت الف در ناحیه  $a$

شعاع پایداری محاسبه شده برای سیستم خودرو مفصلی، برای سیستم خطی سازی شده و با در نظر گرفتن فرضیاتی انجام شده است که ممکن است اندکی با واقعیت متفاوت باشد. به عنوان مثال، لغزش طولی و زاویه ای از

1 Cut-off frequency

کردن سیستم‌های چندجسمی<sup>۱</sup> در شرایط واقعی ابزاری قدرتمند است. در این مدل، سرعت حرکت خودرو در بدنه جلویی ثابت و برابر با ۵۰ km/h است. این حرکت در مختصات محلی متصل به خودرو تعریف شده است. بدنه جلو و عقب خودرو به وسیله یک اتصال مفصلی به یکدیگر متصل شده‌اند. در این اتصال امکان حرکت یاو دو بدنه نسبت به هم وجود دارد.

مانند مدل خطی‌سازی شده، سیلندر هیدرولیک در محل مفصل با فنر پیچشی  $K_R$  (برای نشان دادن قابلیت انعطاف‌پذیری) و میراگر  $C_R$  (برای نشان دادن میزان میرایی در سیلندر هیدرولیک) مدل‌سازی شده است. همچنین چرخ‌های سمت چپ و راست به طور مستقل دوران می‌کنند. نیروهای لاستیک به کمک پوشه محتوی اطلاعات از پیش نوشته مدل  $U_A^2$  در نرم‌افزار ادامه محاسبه می‌شوند. این مدل می‌تواند با داشتن لغزش طولی و زاویه‌ای نیروهای لغزش طولی و جانبی و گشتاور همراستا ساز را محاسبه کند. همچنین زمانی که لغزش طولی و زاویه‌ای کوچک است، روابط این مدل مشابه با مدل خطی است. در این بخش از این مدل برای راستی‌آزمایی نتایج مقاله استفاده می‌شود.

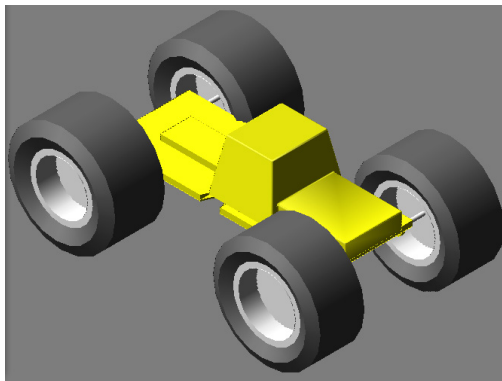


Fig. 8. A virtual prototype of the vehicle in ADAMS software

شکل ۸: مدل شبیه‌سازی شده خودرو مفصلی در نرم‌افزار آدامز

#### ۵-۱- عملکرد کنترل کننده نامی

در بخش سوم این مقاله، کنترل کننده پسخور خروجی برای سیستم در شرایط نامی طراحی شد تا تأثیر اغتشاش تعریف شده در شکل ۲ را بر زاویه مفصل کاهش دهد. در این بخش، مدل شبیه‌سازی شده خودرو برای سنجش عملکرد خودرو مورد بررسی قرار داده می‌شود. به این منظور، مقدار نامی پارامترهای لاستیک به مدل اعمال می‌شود و مشابه با مدل اغتشاشی معرفی شده در بخش سوم دو گشتاور غیرهم‌جهت به بدنه جلو و عقب وارد می‌شود که اندازه آن همان تابع معرفی شده در معادله (۱۰) است. پاسخ سیستم در زاویه مفصل در شکل ۹ رسم شده است. همانطور که در این شکل مشخص است پاسخ سیستم پایدار نیست و میزان دامنه پاسخ در اولین ارتعاش ۱۶ درجه است. در مدل خطی‌سازی شده سرعت بحرانی ۵۲/۸ km/h

روابط تقریبی محاسبه شده که ممکن است مقدار واقعی با این مقادیر متفاوت باشد و همین مسأله ممکن است در محدوده پایداری محاسبه شده تأثیر بگذارد. به همین منظور، برای این لغزش طولی یا زاویه‌ای در معادلات سیستم ضریبی لحاظ شده و با افزایش این ضریب شعاع پایداری محاسبه شده است. شکل ۶ تغییرات شعاع پایداری در اثر افزایش اثر لغزش جانبی و لغزش طولی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۶ مشخص است، افزایش اثر این لغزش‌ها باعث کاهش محدوده پایداری می‌شود.

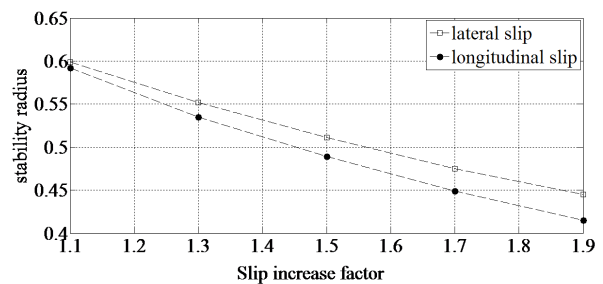


Fig. 6. The stability margin radius versus longitudinal and lateral slip increase factor

شکل ۶: نمودار تغییر شعاع پایداری در اثر افزایش لغزش طولی و زاویه لغزش جانبی

از دیگر پارامترهای مؤثر در محدوده پایداری، سرعت طولی خودرو است. برای سرعت ۵۰ km/h شعاع پایداری ۰/۶۲۳ به دست آمد برای سرعت‌های طولی دیگر نیز این شعاع پایداری محاسبه شده و در شکل ۷ رسم شده است. این نمودار نشان می‌دهد با کاهش سرعت طولی خودرو شعاع پایداری کاهش می‌یابد. به کمک این نمودار می‌توان تخمین زد برای هر سرعتی خودرو در کدام سطوح جاده‌ای حرکت ایمنی دارد. به عنوان مثال اگر خودرو دارای سرعت ۴۱/۷ km/h باشد، شعاع پایداری یک است و خودرو برای حرکت در کلیه سطوح جاده‌ای و براساس تخمین تمام مدل‌های معرف نیروهای لاستیک پایدار است.

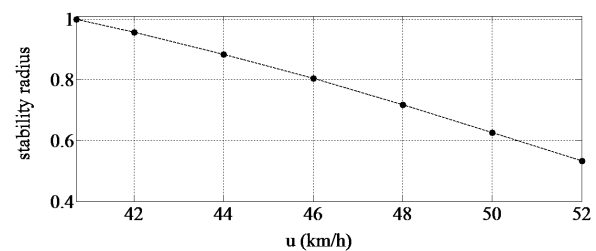


Fig. 7. The stability margin radius versus longitudinal velocity

شکل ۷: نمودار تغییر شعاع پایداری در اثر افزایش سرعت طولی

#### ۵- شبیه‌سازی نتایج

برای راستی‌آزمایی نتایج به دست آمده از مدل خطی یک مدل شبیه‌سازی شده از خودرو با توجه به ابعاد و مشخصات ساختاری خودرو در مازول View نرم‌افزار آدامز مانند شکل ۸ ایجاد شد. این نرم‌افزار برای مدل

1 Multibody

2 University of Arizona



شعاع ۰/۶ در شکل ۱۰ رسم شده است. با توجه به نتایج رسم شده در شکل، پاسخ سیستم در کلیه گوشه‌ها پایدار است. پاسخ سیستم برای همین گوشه‌ها در فضای پارامتری با شعاع ۰/۷ نیز در شکل ۱۱ رسم شده است. پاسخ رسم شده در این شکل نشان می‌دهد خودرو در کلیه گوشه‌ها به جز گوشه‌ای که در معادله (۳۳) تعریف شده است پایدار است. بنابراین، شعاع پایداری بین این دو مقدار است. پس از بررسی شعاع‌های بین این دو مقدار فضای پایداری با شعاع ۰/۶۹ به عنوان محدوده پایداری مقاوم شناسایی شد. زمانی که پارامترهای نامعین خودرو در گوشه تعریف شده در معادله (۳۳) از فضای پارامتری با شعاع ۰/۶۹ قرار دارند، بدنه‌ها پس از اعمال شرایط اولیه با دامنه ثابتی به طور نامیرا نسبت به هم حرکت نوسانی دارند (شکل ۱۲). بنابراین نتایج حاصل از مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار آدامز ۰/۰۶ با مقداری که روش چندجمله‌ای‌ها برای شعاع پایداری ارائه داد متفاوت است و می‌توان نتیجه گرفت روش چندجمله‌ای‌ها شعاع پایداری را با تقریب خوبی محاسبه کرده است.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، پایداری حرکت یک خودرو مفصلی مورد بررسی قرار گرفت. یک مدل خودرو مفصلی خطی از مرجع [۷] انتخاب و ضرایب سختی نیروهای لاستیک به عنوان پارامترهای نامعین مدل معرفی و محدوده

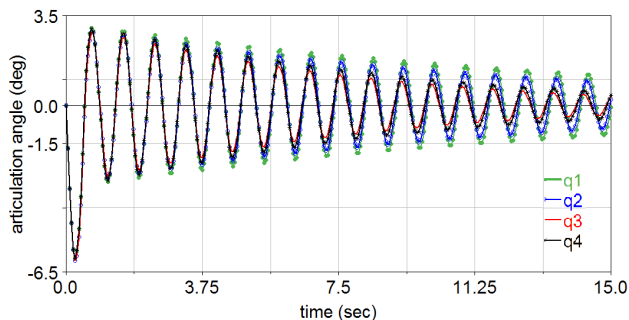


Fig. 10. System response in articulation angle to initial condition  $\dot{\phi}_0=0.6$  rad/s at the corners  $q_1, q_2, q_3, q_4$  of the parameter space with the radius 0.6

شکل ۱۰: پاسخ سیستم در زاویه مفصل برای شرایط اولیه  $\dot{\phi}_0=0.6$  rad/s در گوشه‌های  $q_1, q_2, q_3, q_4$  از فضای پارامتری با شعاع ۰/۶

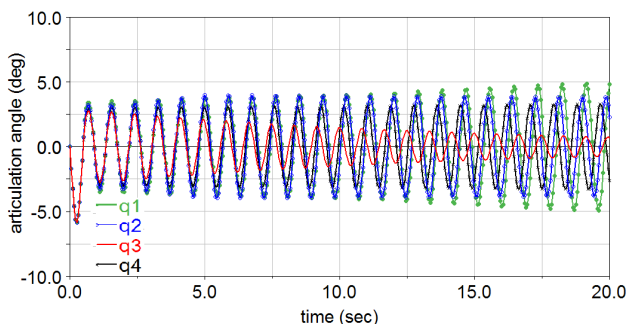


Fig. 11. System response in articulation angle to initial condition  $\dot{\phi}_0=0.6$  rad/s at the corners  $q_1, q_2, q_3, q_4$  of the parameter space with the radius 0.7

شکل ۱۱: پاسخ سیستم در زاویه مفصل برای شرایط اولیه  $\dot{\phi}_0=0.6$  rad/s در گوشه‌های  $q_1, q_2, q_3, q_4$  از فضای پارامتری با شعاع ۰/۷

است و به طور تقریبی خودرو در سرعت  $50 \text{ km/h}$  در مرز ناپایداری قرار دارد. این مدل حول شرایط تعادلی خود خطی‌سازی شده است که در این شرایط زاویه مفصل صفر است و ممکن است بزرگی پاسخ سیستم به اغتشاش باعث تبدیل شرایط مدل به شرایط غیرخطی و رخ دادن ناپایداری در سرعت کمتر باشد. در حضور کنترل‌کننده پسخور خروجی، بیشترین دامنه پاسخ در حضور کنترل‌کننده  $5/4$  درجه محاسبه شد (بخش سوم). پاسخ مدل شبیه‌سازی شده در حضور کنترل‌کننده در شکل ۹ رسم شده است. همانطور که از شکل مشخص است، پاسخ سیستم پایدار است و بیشترین اندازه پاسخ شش درجه است. نتایج شبیه‌سازی نشان داد، این کنترل‌کننده توانایی پایداری سیستم در شرایط نامی و کاهش اندازه پاسخ سیستم به اندازه  $63$  درصد در حضور اغتشاش را داشته است که این درصد در حل عددی  $70$  درصد بود و نتایج با تقریب خوبی مشابه یکدیگرند.

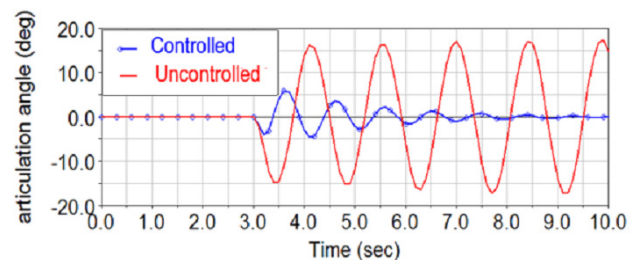


Fig. 9. The system response with and without controller in nominal conditions in presence of disturbance

شکل ۹: پاسخ کنترل شده و کنترل نشده سیستم در شرایط نامی و در حضور اغتشاش

## ۵-۲- محدوده مقاوم

در این بخش، شعاع محدوده پایداری که در بخش چهارم محاسبه شد توسط مدل شبیه‌سازی شده خودرو مفصلی در نرم‌افزار آدامز راستی‌آزمایی می‌شود. شرایط اولیه در نرخ تغییر زاویه مفصل برابر با  $0.6 \text{ rad/s}$  در نظر گرفته شده است تا پایداری سیستم بررسی شود. این شرایط اولیه به مقدار کافی کوچک است که شرایط خطی‌سازی سیستم را حفظ می‌کند. در محاسبات روش چندجمله‌ای‌ها، بردار پارامترهای نامعین که دارای کمترین فاصله با مقدار نامی است و سیستم را ناپایدار می‌کند در معادله (۳۲) معرفی شد. این بردار شبیه به بردار نامعینی یکی از گوشه‌های فضای نامعینی است. پاسخ سیستم برای این گوشه و سه گوشه دیگر از این فضا بررسی شده است. این گوشه‌ها در روابط زیر معرفی شده‌اند:

$$q_1 = [q_1^+, q_2^+, q_3^-, q_4^-, q_5^+, q_6^-] \quad (33)$$

$$q_2 = [q_1^+, q_2^+, q_3^-, q_4^-, q_5^-, q_6^-] \quad (34)$$

$$q_3 = [q_1^+, q_2^+, q_3^+, q_4^-, q_5^+, q_6^-] \quad (35)$$

$$q_4 = [q_1^+, q_2^+, q_3^+, q_4^-, q_5^-, q_6^-] \quad (36)$$

پاسخ خودرو در زاویه مفصل برای این گوشه‌ها در فضای پارامتری با

$$\begin{aligned}
 &+(m_2 + 2m_e)(c^2 + bc) \\
 M(3,1) &= -(m_2 + 2m_e)bc \\
 M(3,2) &= -(m_2 + 2m_e)c \\
 M(3,3) &= -I_2 - 2m_e \left( \frac{w_t^2}{4} + d^2 \right) + \\
 &-(m_2 + 2m_e)c^2 \\
 M(4,4) &= 1 \\
 M(5,5) &= I_e \\
 M(6,6) &= I_e \\
 E(i,j) &= 0, i, j = 1, \dots, 6 \text{ except for} \\
 E(1,1) &= \frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{u} \\
 E(1,2) &= \frac{2aC_{af} - 2(b+c+d)C_{ar}}{u} \\
 &+(m_1 + m_2 + 4m_e)u \\
 E(1,3) &= \frac{2C_{ar}(c+d)}{2} \\
 E(1,4) &= 2C_{ar} \\
 E(2,1) &= \frac{2aC_{af} - 2bC_{ar} - 2C_{Tf}}{2} \\
 E(2,2) &= -(m_2 + 2m_e)bu + \frac{2a^2C_{af} + 2b^2C_{ar}}{u} \\
 &\frac{2b(c+d)C_{ar} - 2aC_{Tf} + \frac{w_t^2C_{Sf}}{2u}}{u} \\
 E(2,3) &= C_R - \frac{2C_{ar}(d+c)b}{u} \\
 E(2,4) &= K_R - 2C_{ar}(d+c) - 2C_{Tr} \\
 E(2,5) &= \frac{C_{Sf}r_e w_t}{2u} \\
 E(3,1) &= \frac{-2C_{ar}(c+d) - 2C_{Tr}}{u} \\
 E(3,2) &= -(m_2 + 2m_e)cu + \frac{2C_{Tr}(b+c+d)}{u} \\
 &\frac{2C_{ar}(b(c+d) + (c+d)^2) + \frac{w_t^2C_{Sr}}{2u}}{u} \\
 E(3,3) &= -\frac{2(c+d)^2C_{ar} + 2(c+d)C_{Tr}}{u} - C_R \\
 &-\frac{w_t^2C_{Sf}}{2u} \\
 E(3,4) &= K_R - 2bC_{ar} \\
 E(3,6) &= \frac{w_t r_e C_{Sr}}{2u} \\
 E(4,3) &= -1 \\
 E(5,2) &= \frac{w_t r_e C_{Sf}}{2u} \\
 E(5,5) &= \frac{r_e^2 C_{Sf}}{2u} \\
 E(6,2) &= \frac{w_t r_e C_{Sr}}{u} \\
 E(6,3) &= -\frac{w_t r_e C_{Sr}}{u} \\
 E(6,6) &= \frac{r_e^2 C_{Sr}}{u} \\
 F(i,1) &= 0, j = 1, \dots, 6 \text{ except for} \\
 F(6,1) &= 2
 \end{aligned}$$

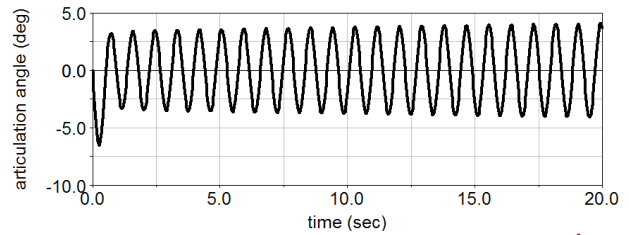


Fig. 12. System response in articulation angle to initial condition  $\dot{\phi}_0=0.6$  rad/s at the corner  $q_1$  of the parameter space with the radius 0.69

شکل ۱۲: پاسخ سیستم در زاویه مفصل برای شرایط اولیه  $\dot{\phi}_0=0.6$  rad/s در گوشه  $q_1$  از فضای پارامتری با شعاع ۰/۶۹

تغییرات آن‌ها محاسبه شد. برای مقدار نامی این پارامترها، کنترل‌کننده پسخور خروجی که متغیرهای قابل‌اندازه‌گیری سیستم را بازخورد می‌کند برای کاهش اثرگذاری ورودی اغتشاشی بر زاویه مفصل طراحی شد این کنترل‌کننده توانست پاسخ سیستم به اغتشاش را تا ۷۰ درصد کاهش دهد. سپس با توجه به اینکه خودرو دارای نامعینی است، برای مشخص کردن محدوده قابل‌اطمینان حرکت، محدوده مقاوم تغییرات پارامترهای نامعین از روش چندجمله‌ای‌ها شناسایی شد. برای بررسی نتایج به‌دست‌آمده در این مقاله، مدل شبیه‌سازی‌شده‌ای از این خودرو در نرم‌افزار آدامز ایجاد شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد، کنترل‌کننده عملکرد خوبی در شرایط نامی و در حضور اغتشاشات دارد و این خودرو با توجه به شعاع پایداری به‌دست‌آمده برای حرکت با سرعت حداکثر ۵۰ km/h در شرایطی که ضرایب نیروهای لاستیک در محدوده مقاوم محاسبه‌شده قرار می‌گیرد، مناسب است.

با توجه به محدوده‌های به‌دست‌آمده می‌توان ادعا کرد خودرو در سطوح جاده‌ای که سختی لغزش جانبی خودرو، برای چرخ‌های جلو و عقب در بازه‌های  $2.483 \times 10^5 \leq C_{ar} \leq 3.806 \times 10^5$  و  $2.402 \times 10^5 \leq C_{af} \leq 3.682 \times 10^5$  قرار گیرد، براساس کلیه مدل‌ها پایدار است. در انتهای بخش پنجم، تحلیلی در خصوص اثر سرعت طولی بر شعاع پایداری انجام شد که نشان داد کاهش سرعت طولی خودرو، شعاع پایداری را افزایش می‌دهد. به کمک این نمودار، برای هر سرعتی می‌توان محدوده حرکت پایدار خودرو را تخمین زد. از روش استفاده‌شده در این مقاله برای محاسبه محدوده پایداری هر خودرو مفصلی دیگری نیز می‌توان استفاده نمود تا محدوده کاربری ایمن آن مشخص شود.

## ۷- ضمیمه‌ها

### ۷-۱- ضمیمه الف

المان‌های ماتریس فضای حالت خودرو مفصلی:

$$\begin{aligned}
 M(i,j) &= 0, i, j = 1, \dots, 6 \text{ except for} \\
 M(1,1) &= m_1 + m_2 + 4m_e \\
 M(1,2) &= -(m_2 + 2m_e)(b+c) \\
 M(1,3) &= (m_2 + 2m_e)c \\
 M(2,1) &= -b(m_2 + 2m_e) \\
 M(2,2) &= I_1 + 2m_e \left( \frac{w_t^2}{4} + a^2 \right) +
 \end{aligned}$$

- [4] R. Sharp, M. Fernandez, *Car-caravan snaking: Part 1. The influence of pintle pin friction*, Cranfield University, 2002
- [5] S. Azadi, A. Jafari, M. Samadian, Effect of parameters on roll dynamic response of an articulated vehicle carrying liquids, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 28(3) (2014) 837.
- [6] N. Azad, J. McPhee, A. Khajepour, The effects of front and rear tires characteristics on the snaking behavior of articulated steer vehicles, in: *Vehicle Power and Propulsion*, 2005 IEEE Conference, IEEE, 2005, pp. 274-279.
- [7] N. Lashgarian Azad, A. Khajepour, J. McPhee, Robust state feedback stabilization of articulated steer vehicles, *Vehicle System Dynamics*, 45(3) (2007) 249-275.
- [8] J. Ackerman, *The parameter Space Approach*, 2 ed., Springer-Verlag, London, 2002.
- [9] K. Hasegawa, M. Kanno, S. Hara, Algebraic computation of the stability radius of a multi linear polynomial, in: *ICCAS-SICE*, 2009, IEEE, 2009, pp. 3531-3536.
- [10] L.H. Keel, S.P. Bhattacharyya, Parametric stability margin for multi linear interval control systems, in: *American Control Conference*, 1993, IEEE, 1993, pp. 262-266.
- [11] M. Bozorg, Linear systems with a polynomial uncertainty structure: Stability margins and control, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: *Journal of Systems and Control Engineering*, 220(1) (2006) 53-62.
- [12] H. Pacejka, *Tire and Vehicle Dynamics*, 2 ed., Society of Automotive Engineers, 2002.
- [13] L.D. Metz, Dynamics of four-wheel-steer off-highway vehicles, 0148-7191, *SAE Technical Paper*, 1993.
- [14] N. Azad, *Dynamic Modeling and Stability Controller Development for Articulated Steer Vehicles*, University of Waterloo, Canada, 2006.
- [15] M. Lyasko, The determination of deflection and contact characteristics of a pneumatic tire on a rigid surface, *Journal of Terramechanics*, 31(4) (1994) 239-246.
- [16] C. Wylie, L. Barrett, *Advanced Engineering Mathematics*, McGraw-Hill, 1995.
- [17] R. Barmish, *New Tools for Robustness of Linear Systems*, Macmillan, New York, 1994.

## ۷-۲- ضمیمه ب

بر اساس مدل لاستیک متز، سختی لغزش جانبی  $C_\alpha$  را می‌توان از معادله زیر محاسبه کرد:

$$C_\alpha = ABF_Z \quad (37)$$

که در آن  $F_Z$  بار نرمال وارد بر لاستیک است.  $A$  پارامتر بدون بعدی است که مقدار آن برای سطوح مختلف در جدول ۲ آورده شده است.  $B$  پارامتری با واحد (1/deg) است که مقدار آن برای سطوح مختلف و با توجه به مشخصات لاستیک از معادله زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{C}{A} \left( \frac{F_{ZT}}{F_Z} \right)^m + \left( \frac{D}{A} \right) \quad (38)$$

که در آن  $F_{ZT}$  باری است که لاستیک برای تحمل آن طراحی شده است و مقدار  $m$  برابر با ۰/۱۴ است. ضرایب  $C$  و  $D$  پارامترهایی با واحد (1/deg) هستند که در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲: ضرایب مدل متز برای سطوح مختلف [۱۳]

Table 2. Metz's coefficient for different surfaces [13]

نوع سطح	D	C	A
بزرگراه	-۰/۵۶۳	۰/۶۷۷	۰/۶۷
زمین شخم زده	-۰/۲۲۲	۰/۲۶۷	۰/۶۵
شنزار	-۰/۴۸۹	۰/۵۸۸	۰/۵۲
مزرعه ذرت	-۰/۳۶۵	۰/۴۴	۰/۵۳
علفزار	-۰/۶۵۲	۰/۷۸۴	۰/۸۸

## منابع

- [1] D. Crolla, The steering behavior of articulated body steer vehicles, in: *Road Vehicle Handling, I Mec E Conference Publications* 1983-5.
- [2] D. Crolla, F. Hales, The lateral stability of tractor and trailer combinations, *Journal of Terramechanics*, 16(1) (1979) 1-22.
- [3] A. Rehnberg, J. Edrén, M. Eriksson, L. Drugge, A. Stensson Trigell, Scale model investigation of the snaking and folding stability of an articulated frame steer vehicle, *International Journal of Vehicle Systems Modeling and Testing*, 6(2) (2011) 126-144.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

H. Bordbari, M. Bozorg, M. M. Jalili, "Computation of Permissible Perturbations in Dynamic Parameters of an Articulated Vehicle to Maintain Stability" *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(2) (2017) 351-362.

DOI: 10.22060/mej.2016.623



