Desired task-space fixed-time tracking by an uncertain robotic manipulator with a tunable convergence time independent of initial conditions

Alireza Zanganeh[a], Ali Abooee[b,*], Mohammad Mahdi Jalili[c]

[a,c] Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran
[b,*] Department of Electrical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran, aliabooee@yazd.ac.ir

ABSTRACT

This paper proposes a novel nonlinear fixed time control structure for robotic manipulators in the presence of modeling and parametric uncertainties and unknown friction torques. The control objective is to ensure accurate tracking of a prescribed task space trajectory. The proposed control framework is constructed by integrating the terminal sliding mode control method with two sets of nonlinear adaptation laws. One set of suggested adaptation laws estimates unknown physical parameters of the robotic manipulator's dynamical model while the second set estimates unknown coefficients associated with joint friction torques. Applying the nonlinear control torques, generated by the proposed control framework, ensure that the end effector tracks the desired trajectory with exact zero steady state error after a predetermined fixed time which it is independent of initial conditions. Using a collection of practical lemmas and well-known inequalities, the paper analytically proves that the introduced control structure guarantees the global fixed time stability in the presence of all aforementioned uncertainties. The stability analysis also yields a nonlinear formula for calculating the convergence fixed time. The nonlinear relation reveals how the convergence fixed time depends on the proposed control structure's arbitrary parameters. Finally, numerical simulations onto a 2-DOF robotic manipulator demonstrate that the end effector precisely reaches the desired trajectory within the fixed time.

KEYWORDS

Manipulator robots, Fixed-time control structure, Adaptation laws, Terminal sliding mode control, Adjustable convergence fixed time

1. Introduction

Over past five decades, robotic manipulators have played a crucial role in facilitating and accelerating repetitive, precise, and hazardous industrial tasks, replacing human labor across manufacturing, assembly, machining, and service sectors. In applications such as automated material handling, precision painting, plasma cutting, and robotic surgery, central technical requirement is enabling end-effector to track prescribed task-space trajectories with high reliability and accuracy. To achieve desired task-space motion, joint actuators must generate appropriate control torques such that joint positions track reference trajectories derived from inverse kinematics. From an automatic control perspective, an n-DOF rigid robotic manipulator is modeled as a highly coupled, multi-input multi-output nonlinear dynamical system. Designing control torques that simultaneously guarantee rapid transient response, robustness against external disturbances, and closed-loop stability represents a formidable challenge. Various control methodologies have been developed for manipulators, including PID control with gravity compensation, feedback linearization, backstepping control, adaptive control, fuzzy control, and neural networks [1-3]. Sliding mode control (SMC) is widely recognized for its invariance to matched disturbances and uncertainties [4]. However, conventional SMC method only guarantees asymptotic tracking, where error convergence to zero requires infinite time [5]. To accelerate convergence, Terminal SMC (TSMC) was introduced [6, 7]. Although this controller ensures that error converges to zero in finite time, $T(x_0)$ depends explicitly on initial state magnitude $\|x_0\|$. This paper introduces a novel robust fixed-time adaptive TSMC framework. Primary contributions include comprehensive dynamics modeling which formulates an n-DOF robot model incorporating unknown parameters, unmodeled disturbances, and unknown joint friction parameters. For online estimating physical parameters and friction constants, integrates two sets of nonlinear adaptive laws. This paper also mathematically proves global fixed-time stability of robotic manipulator using proposed composite Lyapunov functions.

ACCEPTED MANUSCRIPT

2. Methodology

Dynamic model for an *n*-DOF robotic manipulator subject to uncertainties, external disturbances, and joint friction are denoted in (1).

$$\mathbf{M}(q)\ddot{q}+\mathbf{C}(q,\dot{q})\dot{q}+\mathbf{G}(q)+\mathbf{F}(\dot{q})=\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\text{dis}} \tag{1}$$

where $q,\dot{q},\ddot{q}\in\mathbb{R}^n$ are vectors of joint positions, velocities, and accelerations. Moreover, $\mathbf{M}(q)\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{C}(q,\dot{q})\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{G}(q)\in\mathbb{R}^n$ are matrices of robotic manipulator model, $\mathbf{F}(\dot{q})\in\mathbb{R}^n$ represents friction torque. Control torques defined by $\tau\in\mathbb{R}^n$ and $\boldsymbol{\tau}_{\text{dis}}\in\mathbb{R}^n$ represents bounded disturbances γ_{dis}. For any arbitrary vector w and matrices of robot manipulator, regressor form in (2) can always be derived where $\mathbf{Y}(\dot{q},q,w,\dot{w})\in\mathbb{R}^{n\times n_\Theta}$ is a regressor matrix and $\Theta\in\mathbb{R}^{n_\Theta}$ is a vector of robotic manipulator's unknown physical constants. Throughout this paper, it is assumed that $\{\|\Theta\|\le\gamma_\Theta\}$ where upper bound γ_Θ is known and given.

$$\mathbf{M}(q)\dot{w}+\mathbf{C}(q,\dot{q})w+\mathbf{G}(q)=\mathbf{Y}(\dot{q},q,w,\dot{w})\Theta \tag{2}$$

Joint friction vector could be expressed in linear regressor form as $\mathbf{F}(\dot{q})=\mathbf{Y}_{\text{f}}(\dot{q}_1,\ldots,\dot{q}_n)\Theta_{\text{f}}$ where $\mathbf{Y}_{\text{f}}(\dot{q}_1,\ldots,\dot{q}_n)\in\mathbb{R}^{n\times n_{\Theta_{\text{f}}}}$ is a friction regressor matrix and $\Theta_{\text{f}}\in\mathbb{R}^{n_{\Theta_{\text{f}}}}$ is a vector of friction's unknown parameters. It is worth mentioning that $\{\|\Theta_{\text{f}}\|\le\gamma_{\Theta_{\text{f}}}\}$ always holds where $\gamma_{\Theta_{\text{f}}}$ is known and given. In this study, reference trajectory vector and its derivatives are defined as $q_{\text{d}}(t)=\left[q_{\text{d}_1},q_{\text{d}_2},\ldots,q_{\text{d}_n}\right]^T$, $\dot{q}_d(t)=\left[\dot{q}_{\text{d}_1},\dot{q}_{\text{d}_2},\ldots,\dot{q}_{\text{d}_n}\right]^T$ and $\ddot{q}_d(t)=\left[\ddot{q}_{d_1},\ddot{q}_{d_2},\ldots,\ddot{q}_{d_n}\right]^T$. It is assumed that these mentioned vectors are given. As an objective control, $\tau\in\mathbb{R}^n$ should be designed such that $q(t)$ precisely reach $q_{\text{d}}(t)$ after a fixed time T_{tot} and the global fixed time stability of the closed-loop robotic manipulator is fulfilled. By defining tracking errors as $e_{\text{odd}}(t)\triangleq q(t)-q_{\text{d}}(t)$ and $e_{\text{even}}(t)\triangleq\dot{q}(t)-\dot{q}_{\text{d}}(t)$, the mentioned fixed-time tracking objective is transformed into the global fixed-time stabilization problem of dynamical system of tracking errors denoted in (3).

$$\begin{cases}\lim\limits_{t\to T_{\text{tot}}}e_{\text{odd}}(t)=0\\ \lim\limits_{t\to T_{\text{tot}}}e_{\text{even}}(t)=0\end{cases}\ \text{and}\ \forall t>T_{\text{tot}}\ \begin{cases}e_{\text{odd}}(t)=0\\ e_{\text{even}}(t)=0\end{cases} \tag{3}$$

The vector of sliding manifolds $s(t)=\left[s_1\ \ s_2\ \ \ldots\ \ s_n\right]^T\in\mathbb{R}^n$ is proposed as (4).

$$\begin{cases}s(t)=\dot{q}(t)-K(t)\\ K(t)=\dot{q}_{\text{d}}(t)-\psi(t)-\phi(t)\end{cases} \tag{4}$$

where elements of two vectors $\psi=\left[\psi_1\ \ \psi_2\ \ \ldots\ \ \psi_n\right]^T$ and $\phi=\left[\phi_1\ \ \phi_2\ \ \ldots\ \ \phi_n\right]^T$ are defined as (5) for $i=1,2,3,\ldots,n$.

$$\begin{cases}\psi_i=\mu_{2i-1}\int_0^t\text{sig}^{\alpha_{2i-1}}\left(e_{2i-1}(\kappa)\right)d\kappa+\mu_{2i}\int_0^t\text{sig}^{\alpha_{2i}}\left(e_{2i}(\kappa)\right)d\kappa\\ \phi_i=l_{2i-1}\int_0^t\text{sig}^{\beta_{2i-1}}\left(e_{2i-1}(\kappa)\right)d\kappa+l_{2i}\int_0^t\text{sig}^{\beta_{2i}}\left(e_{2i}(\kappa)\right)d\kappa\end{cases} \tag{5}$$

where for $j=1,2,3,\ldots,2n$, $\text{sig}^{\alpha_j}(x_j)\triangleq|x_j|^{\alpha_j}\text{sign}(x_j)$ and $\text{sig}^{\beta_j}(x_j)\triangleq|x_j|^{\beta_j}\text{sign}(x_j)$. In (5), μ_{2i}, μ_{2i-1}, l_{2i}, and l_{2i-1} are positive coefficients. For $\{i=1,2,3,\ldots,n\}$, α_{2i} and β_{2i} are arbitrarily chosen from intervals $\{1-\epsilon_i\le\alpha_{2i}<1\}$ and $\{1<\beta_{2i}\le1+\varepsilon_i\}$ where ϵ_i and ε_i are two optional small positive values. For $\{i=1,2,3,\ldots,n\}$, power coefficients α_{2i-1} and β_{2i-1} are determined using two relations $\left\{\alpha_{2i-1}=\alpha_{2i}(2-\alpha_{2i})^{-1}\right\}$ and $\left\{\beta_{2i-1}=\beta_{2i}(2-\beta_{2i})^{-1}\right\}$. The vector of control torques is proposed in (6) where $\eta>0$, $\xi_1>0$, $\xi_2>0$, and $\{1<r<2\}$ are four arbitrary coefficients. In (6), notation $\text{sig}^r(s(t))$ represents $|s(t)|^r\text{sign}(s(t))$.

$$\begin{cases}\boldsymbol{\tau}(t)=-\eta s(t)-(\gamma_{\text{dis}}+\xi_1)\text{sign}(s(t))-\xi_2\text{sig}^r(s(t))+\Xi\\ \Xi\triangleq\mathbf{Y}(q,\dot{q},K,\dot{K})\hat{\Theta}(t)+\mathbf{Y}_{\text{f}}(\dot{q})\hat{\Theta}_{\text{f}}(t)+\sum_{j=1}^{j=4}\Omega_j\\ \Omega_1=-\mathbf{Y}(q,\dot{q},K,\dot{K})\hat{\Theta}(t)\text{sign}(s),\Omega_2=-\mathbf{Y}_{\text{f}}(\dot{q})\hat{\Theta}_{\text{f}}(t)\text{sign}(s)\\ \Omega_3=-\gamma_\Theta\mathbf{Y}(q,\dot{q},K,\dot{K})\text{sign}(s),\Omega_4=-\gamma_{\Theta_{\text{f}}}\mathbf{Y}_{\text{f}}(\dot{q})\text{sign}(s)\end{cases} \tag{6}$$

Notice that $\hat{\Theta}(t)$ and $\hat{\Theta}_{\text{f}}(t)$ are updated using two adaptation laws denoted in (6) where $\boldsymbol{\Gamma}\in\mathbb{R}^{n_\Theta\times n_\Theta}$ and $\boldsymbol{\Lambda}\in\mathbb{R}^{n_{\Theta_{\text{f}}}\times n_{\Theta_{\text{f}}}}$ are arbitrary positive-definite matrices. It is mathematically proven that by utilizing the proposed control structure (introduced by (4), (5) and (6)), the aforementioned fixed-time tracking objective is ensured for robotic manipulator (1) and the convergence fixed time T_{tot} is independent of initial conditions.

$$\begin{cases}\dot{\hat{\Theta}}(t)=-\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{Y}^T(q,\dot{q},K,\dot{K})s(t)\\ \dot{\hat{\Theta}}_{\text{f}}(t)=-\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{Y}_{\text{f}}^T(\dot{q})s(t)\end{cases} \tag{6}$$

ACCEPTED MANUSCRIPT

3. Results and Discussion

In this section, the proposed control structure is numerically simulated onto a 2-DOF robotic manipulator and obtained results are presented. Figure 1(a) shows the time responses of $q_1(t)$ and desired trajectory $q_{d_1}(t) = \sin(t + \pi/5)$, while figure 1(b) presents time responses $q_2(t)$ and desired trajectory $q_{d_2}(t) = \sin(t + 2\pi/5)$. From figure 1, it could be observed that $q_1(t)$ and $q_2(t)$ exactly reach $q_{d_1}(t)$ and $q_{d_2}(t)$ within 3.55 seconds.

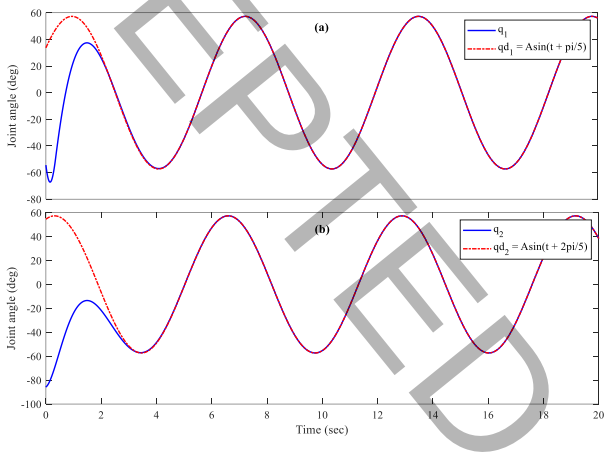


Figure 1 Time responses of angular displacements of two joints related to 2-DOF robotic manipulator

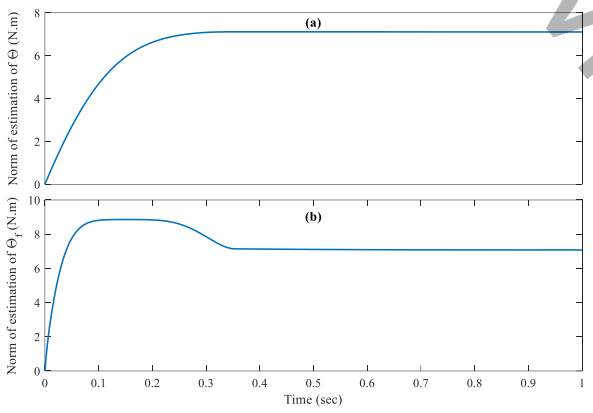


Figure 2 Time responses of $\|\hat{\Theta}(t)\|$ and $\|\hat{\Theta}_f(t)\|$

Figure 2 (a) and (b) shows time responses of $\|\hat{\Theta}(t)\|$ and $\|\hat{\Theta}_f(t)\|$. By focusing on figure 2, it is revealed that $\|\hat{\Theta}(t)\|$ and $\|\hat{\Theta}_f(t)\|$ precisely converge to constant values after 0.4 second.

4. Conclusions

In this paper, a comprehensive dynamic model of robotic manipulators subject to parametric uncertainties, external disturbances, and unknown friction torques was presented. By combining TSMC method and two adaptation laws, a hybrid adaptive fixed-time nonlinear control structure was proposed and introduced for the comprehensive dynamic model of robotic manipulators. By defining two novel Lyapunov candidate functions and mathematical analysis, it was demonstrated that proposed hybrid nonlinear control framework is able to ensure the fixed-time tracking objective for the robotic manipulator within an adjustable fixed time independent of initial conditions. Also, an explicit nonlinear relation between the convergence fixed time and the proposed control structure's optional parameters was derived. Finally, computer-based simulations onto a 2-DOF robotic manipulator illustrated that end-effector exactly reaches desired trajectory within the fixed time.

5. References

[1] A. Abooee, M.M. Arefi, F. Sedghi, V. Abootalebi, Robust nonlinear control schemes for finite-time tracking objective of a 5-DOF robotic exoskeleton, International Journal of Control, 92(9) (2019) 2178–2193.

[2] X. Yin, L. Pan, S. Cai, Robust adaptive fuzzy sliding mode trajectory tracking control for serial robotic manipulators, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 72(1) (2021) 101884.

[3] T.N. Truong, A.T. Vo, H.J. Kang, A backstepping global fast terminal sliding mode control for trajectory tracking control of industrial robotic manipulators, IEEE Access, 9(1) (2021) 31921–31931.

[4] Y. Zhang, L. Kong, S. Zhang, X. Yu, Y. Liu, Improved sliding mode control for a robotic manipulator with input dead-zone and deferred constraint, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 53(12) (2023) 7814–7826.

[5] A. Abooee, M.M. Arefi, Robust finite-time stabilizers for a connected chain of nonlinear double-integrator systems, IEEE Systems Journal, 13(1) (2019) 833–841.

[6] J. Zhai, G. Xu, A novel non-singular terminal sliding mode trajectory tracking control for robotic manipulators, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 68(1) (2021) 391–395.

[7] E.C. Zavala, T. Sanchez, E. Nuño, J.A. Moreno, Lyapunov-based finite-time control of robot manipulators, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 31(8) (2021) 3090–3114.

ACCEPTED MANUSCRIPT

ردیابی زمان-ثابت مسیر کاری موردنظر توسط ربات بازویی دارای نامعینی با زمان همگرایی قابل تنظیم و مستقل از شرایط اولیه

علیرضا زنگنه[1]، علی ابوئی[2و*]، محمدمهدی جلیلی[3]

۱و۳-دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲و*-دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، یزد، ایران، aliabooee@yazd.ac.ir

چکیده

در این مقاله، ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت تلفیقی برای ربات بازویی با وجود نامعینی پارامتری، عدم‌قطعیت مدل‌سازی و گشتاورهای اصطکاکی نامعلوم پیشنهاد شده تا هدف ردیابی مسیر کاری برآورده گردد. ساختار کنترلی پیشنهادی با تلفیق راهکار کنترل مد لغزشی پایان‌دار و تعریف دو دسته قوانین به‌روزرسانی تطبیقی غیرخطی ساخته و پیشنهاد شده است. یک دسته از قوانین به‌روزرسانی تطبیقی برای تخمین ثابت‌های فیزیکی نامعلوم ربات و دسته‌ی دوم برای تخمین ثابت‌های نامعلوم گشتاورهای اصطکاکی مفصل‌ها معرفی شده‌اند. اعمال گشتاورهای غیرخطی حاصل از ساختار کنترلی به ربات باعث می‌گردد تا مجری نهایی بعد از گذشت مدت زمان ثابت، قابل تنظیم و مستقل از شرایط اولیه با خطای صفر مطلق، مسیر کاری را ردیابی کند. با استفاده از لم‌های ریاضیاتی کاربردی به صورت تحلیلی اثبات می‌گردد که چهارچوب کنترلی پیشنهادی قادر است تا برای ربات باوجود نامعینی‌های ذکرشده، پایداری زمان-ثابت سراسری را تضمین کند. در حین اثبات پایداری، رابطه‌ای غیرخطی، برای تعیین زمان ثابت همگرایی مجری نهایی ربات به مسیر کاری، استخراج می‌گردد که نشان می‌دهد این زمان همگرایی مستقل از شرایط اولیه است. با استفاده از این رابطه که ارتباط غیرخطی زمان ثابت همگرایی و پارامترهای اختیاری ساختار کنترلی را آشکار می‌سازد، می‌توان زمان همگرایی را تنظیم نمود. در انتها، ساختار کنترلی پیشنهادی بر روی ربات بازویی دو درجه آزادی مورد شبیه‌سازی عددی قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی

ربات بازویی، ساختار کنترلی زمان-ثابت، قوانین به‌روزرسانی تطبیقی، کنترل مد لغزشی پایان‌دار، زمان ثابت همگرایی قابل‌تنظیم

ACCEPTED MANUSCRIPT

۱- مقدمه

در پنج دهه‌ی اخیر ربات‌های بازویی نقش مهم و بسزائی برای انجام، تسهیل و سرعت‌بخشی به فرآیندهای تکراری (و گاهی پرخطر و مخاطره آمیز) در کارخانه‌ها، شرکت‌های خدماتی و صنایع تولیدی بزرگ داشته و در بسیاری از موقعیت‌های شغلی، جایگزین نیروی کار انسانی شده‌اند [۱-۳]. با استناد به کاربردهای متنوع و فراوانی که برای ربات‌های بازویی از جمله جابجائی اجسام و کالاها، رنگ‌آمیزی محصولات تولیدی، برش قطعات و غیره وجود دارند، مسئله و چالش اصلی در ارتباط با این نوع ربات‌ها، ردیابی مسیر کاری توسط مجری نهایی[1] (سر انتهایی آخرین بازوی ربات) می‌باشد[۴, ۵]. برای برآورده شدن هدف ردیابی مسیرکاری، بایستی مفصل‌های ربات بازویی (لولایی یا کشویی) جابجایی‌های مشخص و مطلوبی را داشته باشند که این جابجایی‌های موردنظر توسط سینماتیک معکوس تعیین می‌گردند [۶-۹]. بنابراین محرک‌های موجود در مفصل‌ها (موتورهای الکتریکی، هیدرولیکی یا پنوماتیکی) باید گشتاورهای کنترلی مناسبی را چنان فراهم سازند تا جابجایی‌های مفصل‌ها در گذر زمان با خطای ماندگار حداقلی به جابجایی‌های موردنظر (حاصله از سینماتیک معکوس) همگرا گردند [۱۰-۱۲].

از نگاه مهندسین کنترل، هر ربات بازویی ایستا به عنوان یک سیستم غیرخطی چندورودی-چندخروجی لحاظ می‌گردد که گشتاورهای تولیدی محرک‌های موجود در مفصل‌ها، نقش ورودی‌های کنترلی و جابجایی‌های مفصل‌ها، خروجی‌ها هستند [۱۳-۱۶]. بنابراین هدف اصلی کنترلی برای هر ربات بازویی، طراحی گشتاورهای اعمالی به ربات می‌باشد تا اولاً جابجایی‌های مفصل‌ها با گذشت زمان حداقلی به جابجایی‌های مطلوب همگرا شده و ثانیاً پایداری ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی تضمین شود [۱۷-۱۹]. در راستای فراهم ساختن هدف کنترلی مذکور، از گذشته تاکنون مطالعات پژوهشی متعددی در حوزه مهندسی کنترل انجام پذیرفته و ساختارهای حلقه‌بسته‌ی متنوعی بر اساس راهکارهای کنترلی مرسوم پیشنهاد و پیاده‌سازی عملی شده‌اند [۱-۱۰, ۱۲-۱۵, ۲۰-۳۷] برخی از راهکارهای کنترلی مورد استفاده در طراحی ساختارهای حلقه‌بسته‌ی ربات‌های بازویی عبارتند از: کنترل‌کننده‌های کلاسیک خطی PD و PID [۱]، روش خطی‌سازی فیدبک [۲]، تکنیک کنترلی پسگام [۲۷, ۳۳]، کنترل مد لغزشی [۴-۷, ۱۱, ۱۳, ۳۸]، روش‌های کنترل بهینه LQR و LQG، رویکرد کنترل تطبیقی مدل مرجع [۸, ۹]، راهکار کنترل پیش‌بین خطی و غیرخطی، روش کنترل فازی [۱۰, ۱۵]، رویکردهای کنترلی مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی [۲۰, ۲۵, ۲۶]. شایان ذکر است که برخی مراجع پژوهشی [۴, ۱۲, ۱۶, ۲۶] از تلفیق راهکارهای فوق‌الذکر، برای ساختارهای کنترلی حلقه‌بسته ربات بازویی استفاده کرده‌اند [۳۱]. تمرکز بر روی پژوهش‌ها و کارهای تحقیقاتی مرتبط با مسئله کنترل ربات‌های بازویی نشان می‌دهد که برخی از نکات مهم و اساسی مورد توجه قرار نگرفته و تعدادی از ساختارهای کنترلی پیشنهادی دارای نقاط ضعف مشترکی هستند که در پیشینه‌ی تحقیقاتی زیر به آن پرداخته می‌شود [۳۲].

در مراجع [۳, ۵-۷, ۹] با استفاده از روش کنترل مدلغزشی، کنترل‌کننده‌های غیرخطی برای ربات‌های بازویی طراحی شده‌اند. در این مراجع پایداری مجانبی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات‌ها تضمین شده و راهکار کنترلی پیشنهادی در مقابل اغتشاش و عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی مقاوم می‌باشد. نویسندگان مراجع [۳, ۵-۷, ۹] توجهی به چالش‌های اساسی از جمله نامعینی‌های پارامتری، اصطکاک مفصل ها، غیرخطی‌گری‌های ورودی و تضمین پایداری زمان-متناهی یا زمان-ثابت کلّی نداشته‌اند.

در پژوهش‌های [۱۹, ۲۰, ۲۳, ۲۷, ۳۳] برای حل مسئله کنترل ربات‌های بازویی در حضور اغتشاش و عدم‌قطعیت مدل‌سازی از راهکار ابتکاری کنترل مدلغزشی پایان‌دار[2] استفاده شده و پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات‌ها فراهم گردیده است. لازم به ذکر است در این پژوهش‌ها حین فرآیند طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی مسائلی همچون نیروهای اصطکاکی مفصل‌ها، نامعینی‌های پارامتری، غیرخطی‌گری‌های ورودی و تضمین پایداری زمان-ثابت کلّی در نظر گرفته نشده‌اند.

نویسندگان مراجع [۶, ۳۰, ۳۱] با تلفیق کنترل مدلغزشی پایان‌دار و کنترل تطبیقی، راهکار کنترلی ترکیبی را پیشنهاد داده‌اند که مسئله‌ی کنترل ربات‌های بازویی را با وجود اغتشاش، عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی و نامعینی‌های پارامتری حل می‌کند. مطالعه برروی روابط تحلیلی این مراجع نشان می‌دهد که با اعمال راهکار کنترلی ترکیبی به ربات بازویی ضمن برآورده شدن هدف ردیابی مسیر، پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته تضمین می‌گردد. در این مراجع بحثی بر روی تضمین پایداری زمان-ثابت کلّی و مقابله با

[1] End effector
[2] Terminal sliding mode control

ACCEPTED MANUSCRIPT

نیروهای اصطکاکی مفصل‌ها، غیرخطی‌گری‌های ورودی نشده است.

در مقالات [۱۸, ۲۲, ۲۴, ۲۸] با تغییر هوشمندانه‌ای در راهکار کنترل مدلغزشی پایان‌دار، ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت برای ربات‌های بازویی با وجود اغتشاش و عدم‌قطعیت مدل‌سازی ارائه گردیده است که می‌تواند پایداری زمان-ثابت کلّی سیستم حلقه‌بسته را تضمین دهد. در ساختار کنترلی زمان-ثابت این مقالات چاره‌ای برای مواجهه با نیروهای اصطکاکی مفصل‌ها، نامعینی‌های پارامتری و غیرخطی‌گری‌های ورودی اندیشیده نشده است.

مؤلفین دو مرجع [۳۵, ۳۷] با تلفیق کنترل مدلغزشی پایان‌دار تعمیم‌یافته و کنترل تطبیقی، چارچوب کنترلی زمان-ثابت جدیدی را ارائه داده‌اند که می‌تواند پایداری زمان-ثابت کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات را در حضور اغتشاش، عدم‌قطعیت مدل‌سازی و نامعینی پارامتری فراهم سازد. شایان ذکر است در این دو مرجع کنترل‌کننده‌های غیرخطی بدون توجه به دو چالش نیروهای اصطکاکی مفصل‌ها و غیرخطی‌گری‌های ورودی طراحی گردیده‌اند.

در مقاله‌ی [۲۱] کنترل‌کننده‌های غیرخطی زمان-ثابت برای ربات‌های بازویی با وجود اغتشاش و غیرخطی‌گری اشباع در ورودی طراحی و پیشنهاد گردیده‌اند. این کنترل‌کننده‌ها با وجود آن که پایداری زمان-ثابت کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات را فراهم می‌سازند، در مواجهه با نامعینی‌های پارامتری، نیروهای اصطکاکی و عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی کارآمد نیستند.

در مرجع [۱۶] بر اساس تلفیق سه راهکار (کنترل مد لغزشی پایان‌دار، کنترل فازی و کنترل تطبیقی)، ساختار کنترلی ترکیبی برای برآورده ساختن هدف ردیابی مسیر موردنظر و تضمین پایداری زمان-متناهی کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات بازوئی ارائه شده است. در این مرجع به چالش‌های مهمی از جمله نیروهای اصطکاکی مفصل‌ها، نامعینی‌های پارامتری، غیرخطی‌گری‌های عملگرها، فراهم ساختن پایداری زمان-ثابت کلّی سیستم حلقه‌بسته توجه نشده است.

در مرجع [۲۰] با تلفیق روش کنترل مد لغزشی پایان‌دار و سیستم فازی نوع دوم، گشتاورهای کنترلی اعمالی به مفصل‌های ربات بازویی چنان طراحی گردیده‌اند تا پایداری زمان-متناهی کلّی ساختار حلقه‌بسته تضمین شود. نویسندگان این مرجع در حین فرآیند طراحی چهارچوب کنترلی به مباحث چالشی ازجمله غیرخطی‌گری‌های عملگرها، نامعینی‌های پارامتری، پایداری زمان-ثابت کلّی توجه نکرده‌اند.

با توجه به بیشینه تحقیقاتی فوق، در این مقاله مسئله‌ی ردیابی زمان-ثابت مسیر کاری با زمان همگرایی قابل تنظیم و مستقل از شرایط اولیه برای ربات‌های بازویی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای توصیف ساختار حلقه‌باز ربات‌های بازویی از مدل ترکیبی جامع (دربرگیرنده‌ی روابط سینماتیکی و دینامیکی) استفاده خواهد شد و فرض می‌گردد که نامعینی‌های پارامتری، عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی و گشتاورهای اصطکاکی ناشناخته در این مدل وجود دارند. سپس یک چارچوب کنترلی غیرخطی-تطبیقی زمان-ثابت[1] چنان طراحی و پیشنهاد می‌گردد تا گشتاورهای ورودی اعمالی به مفصل‌ها بتوانند مجری نهایی را پس از سپری شدن زمان ثابت قابل تنظیم که مستقل از شرایط اولیه است به مسیر کاری موردنظر (با خطای صفر مطلق) برسانند و علاوه‌براین پایداری زمان-ثابت کلّی ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی تضمین گردد. ساختار کنترلی زمان-ثابت پیشنهادی از تلفیق روش کنترل مد لغزشی پایان‌دار و دو دسته قوانین به‌روزرسانی تطبیقی مجزا تشکیل شده است. رکن اصلی این ساختار، راهکار کنترل مد لغزشی پایان‌دار (با تعریف خمینه‌های لغزشی غیرخطی[2] نوآورانه) خواهد بود که گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های ربات بازویی بر پایه‌ی همین روش طراحی می‌گردند. لازم به ذکر است که عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی به صورت بردار جمعی (با نرم اقلیدسی کراندار) در مدل ربات لحاظ شده و با فرض مشخص بودن کران بالای نرم اقلیدسی مذکور، عبارتی ابتکاری به ضابطه‌ی گشتاورهای ورودی کنترلی پیشنهادی اضافه خواهد شد تا ساختار کنترلی زمان-ثابت، مقاوم گردد. برای مواجهه با چالش نامعلوم بودن پارامترهای فیزیکی، از ویژگی فرم رگرسوری خطی در پارامتر ربات بازویی استفاده شده و یک دسته از قوانین به‌روزرسانی تطبیقی در قالب مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیلی غیرخطی مرتبه اول دارای اندرکنش طراحی و پیشنهاد می‌گردند. از حل عددی این معادلات دیفرانسیلی غیرخطی مقادیر تخمین برخط پارامترهای فیزیکی حاصل گردیده که همواره کراندار بوده و در ضابطه‌ی گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های ربات مورد استفاده قرار می‌گیرند. مقادیر تخمینی پارامترهای فیزیکی ربات بعد از سپری شدن مدت زمان مشخص دقیقاً به اعداد ثابتی همگرا می‌گردند که لزوماً با مقادیر واقعی این پارامترها یکسان نیستند. از

[1] Fixed-time adaptive-nonlinear control structure
[2] Nonlinear sliding manifolds

ACCEPTED MANUSCRIPT

بین مراجع پژوهشی، توصیفی جامع و کامل برای گشتاورهای اصطکاکی (به عنوان توابعی از سرعت‌های زاویه‌ای یا خطی مفصل‌ها) انتخاب شده که مقادیر عددی تمامی ثابت‌های موجود در این توابع نامشخص هستند. بنابراین دسته‌ی دوم از قوانین به‌روزرسانی تطبیقی که مشابه با قبل متشکل از تعدادی معادلات دیفرانسیلی غیرخطی می‌باشند، برای تخمین لحظه‌ای ثابت‌های نامعلوم گشتاورهای اصطکاکی ارائه می‌گردند. مقادیر تخمینی مرتبط با ثابت‌های نامعلوم اصطکاکی که در رابطه‌ی گشتاورهای کنترلی اعمالی به ربات به کار گرفته می‌شوند، همواره کراندار بوده و بعد از طی زمان معینی به طور دقیق به اعدادی ثابت و مشخص می‌رسند.

برای اثبات پایداری زمان-ثابت کلّی ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی از قضایا و لم‌های کاربردی به همراه تعریف دو تابع کاندیدای لیاپانوف مجزا کمک گرفته می‌شود. در فرآیند تحلیل پایداری، رابطه‌ی غیرخطی مابین زمان ثابت همگرایی و پارامترهای اختیاری ساختار کنترلی زمان-ثابت استخراج می‌گردد که با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی می‌توان زمان ثابت همگرایی را به صورت دلخواه تنظیم نمود. با استفاده از محیط شبیه‌ساز نرم‌افزار متلب[1] ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت پیشنهادی بر روی ربات بازویی دو درجه آزادی مورد شبیه‌سازی عددی قرار می‌گیرد تا درستی عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده مشخص گردد. در مقایسه با مراجع علمی مرتبط، مقاله‌ی حاضر دارای چندین نوآوری قابل ذکر است که در زیر به صورت فهرست‌وار بیان شده‌اند.

۱) ارائه‌ی مدل دینامیکی جامع برای توصیف ربات‌های بازویی با لحاظ کردن فرض‌های عملی و واقعی از جمله نامعینی‌های پارامتری، عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی و گشتاورهای اصطکاکی ناشناخته

۲) طراحی گشتاورهای کنترلی اعمالی به مفصل‌های ربات بازویی براساس تعمیم راهکار کنترلی مد لغزشی پایان‌دار (با تعریف بردار خمینه‌های لغزشی غیرخطی) و ترکیب آن با قوانین به‌روزرسانی تطبیقی زمان-ثابت

۳) برآورده ساختن هدف ردیابی مسیر دلخواه همراه با تضمین پایداری زمان-ثابت کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی و زمان ثابت همگرایی مستقل از شرایط اولیه

۴) استخراج چندین نامساوی کاربردی ریاضیاتی برای مشخص کردن زمان ثابت همگرایی مطلق مجری نهایی ربات بازویی به مسیر موردنظر و هم‌چنین تعیین وابستگی‌های غیرخطی مابین این زمان ثابت همگرایی و پارامترهای اختیاری موجود در راهکار کنترلی پیشنهادی.

۵) قابلیت تعمیم ساده و آسان راهکار کنترلی غیرخطی پیشنهادی مقاله‌ی حاضر به وسایل دریایی و زیردریایی بدون سرنشین

ساختاربندی نوشتاری مقاله بدین شرح است که در بخش دوم، مبانی پایداری زمان-ثابت مرور شده و مسئله‌ی ردیابی زمان-ثابت برای ربات بازویی به صورت ریاضیاتی فرمول‌بندی و تبیین می‌گردد. در بخش سوم که رکن اصلی این مقاله را تشکیل می‌دهد، دو ساختار کنترلی غیرخطی-تطبیقی زمان-ثابت (با تعریف دو نوع خمینه‌های لغزشی غیرخطی متفاوت) معرفی و ارائه می‌گردند. در انتهای همین بخش سوم با استفاده از ابزارهای ریاضی، پایداری زمان-ثابت کلّی سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی (با وجود اعمال هر کدام از ساختارهای کنترلی زمان-ثابت پیشنهادی) اثبات می‌گردد. بخش چهارم به شبیه‌سازی کامپیوتری دو چارچوب کنترلی زمان-ثابت پیشنهادی بر روی ربات بازویی دو درجه آزادی اختصاص می‌یابد. در بخش پنجم، مطالبی مرتبط با جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای کارهای تحقیقاتی آینده آورده می‌شوند.

۲- مبانی پایداری زمان-ثابت در سیستم‌های غیرخطی و بیان صورت مسئله‌ی کنترلی

این قسمت از دو زیربخش اصلی تشکیل شده است. در زیربخش اول، تعاریف و لم‌های اساسی مرتبط با پایداری زمان-ثابت مرور می گردند. در زیربخش دوم نیز، مسئله‌ی ردیابی زمان-ثابت مقاوم برای ربات‌های بازویی همراه با فرمول‌بندی ریاضیاتی تشریح می‌شود.

۲-۱- مروری بر تعاریف و لم‌های کاربردی

تعریف ۱. سیستم غیرخطی (۱) را با بردار حالت $x_0 \in \mathbb{R}^n$ و نقطه‌ی تعادل برداری $x = 0$ درنظر بگیرید.

[1] MATLAB Simulink

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\dot{x}(0)= f(x) \text{with } f(0)=0 \text{ and } x(0)=x_0 . \quad (۱)$$

در رابطه (۱)، $f(x):\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ یک تابع برداری پیوسته بوده و فرض می‌گردد که برای هر بردار شرایط اولیه $x_0 \in \mathbb{R}^n$ سیستم غیرخطی فوق دارای پاسخ یکتای $x(t,x_0)$ است. در سیستم (۱)، نقطه تعادل برداری $x=0$، پایدار زمان-ثابت کلّی نامیده می‌شود اگر اولاً این نقطه پایدار مجانبی کلّی بوده و زمان ثابت T^* چنان وجود داشته باشد که برای هر شرایط اولیه $x_0 \in \mathbb{R}^n$، پاسخ سیستم شرایط (۲) را برآورده سازد. شایان ذکر است که زمان ثابت T^* مستقل از شرایط اولیه سیستم می‌باشد [۳۹, ۴۰].

$$\begin{cases} \lim\limits_{t\to T^*} x(t,x_0)=0 \\ x(t,x_0)=0 \text{ for} t \ge T^* \end{cases} \quad (۲)$$

لم ۱. نقطه تعادل برداری $x=0$ متعلّق به سیستم غیرخطی (۱)، پایدار زمان-ثابت کلّی است اگر تابع اسکالری همواره مثبت، مشتق‌پذیر و بی‌کران شعاعی $V(x):\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{\ge 0}$ وجود داشته باشد که نامساوی دیفرانسیلی (۳) را برآورده سازد. در نامساوی (۳)، اعداد اسکالری ρ_1 و ρ_3 مثبت بوده و دو ضریب توانی ρ_2 و ρ_4 به ترتیب دارای شرایط $\{0<\rho_2<1\}$ و $\{1<\rho_4<\infty\}$ هستند. علاوه‌براین کران بالای مرتبط با زمان ثابت همگرایی T^* می‌تواند با استفاده از نامساوی $\left\{T^* \le \left(1/\rho_1(1-\rho_2) + 1/\rho_3(\rho_4-1) \right)\right\}$، تعیین گردد [۴۱, ۴۲].

$$\dot{V}(x) \le -\rho_1 V^{\rho_2}(x) - \rho_3 V^{\rho_4}(x) \quad \forall\ x \in \mathbb{R}^n \quad (۳)$$

لم ۲. سیستم غیرخطی (۴) که از مرتبه‌ی $2n$ است را با بردار متغیرهای حالت $x(t)=\left[x_1(t),\ldots,x_{2n}(t)\right]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ در نظر بگیرید. در این سیستم غیرخطی، مقادیر ضرایب μ_j و l_j (برای $j=1, 2, \ldots, 2n$) چنان انتخاب شده‌اند که همواره دو چندجمله‌ای مشخصه $\left\{z^{2n}+\mu_{2n}z^{2n-1}+\cdots+\mu_2 z+\mu_1=0\right\}$ و $\left\{z^{2n}+l_{2n}z^{2n-1}+\ldots+l_2 z+l_1=0\right\}$ هرویتز باشند. در (۴) نمادهای ریاضیاتی $\text{sig}^{\alpha_j}(x_j)$ و $\text{sig}^{\beta_j}(x_j)$ بیانگر توابع ریاضی $|x_j|^{\alpha_j}\text{sign}(x_j)$ و $|x_j|^{\beta_j}\text{sign}(x_j)$ هستند.

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t)=x_{i+1}(t), \text{ for } i=1,2,\ldots,2n-1 \\ \dot{x}_{2n}(t)=-\sum_{j=1}^{2n}\mu_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j)-\sum_{j=1}^{2n} l_j \text{sig}^{\beta_j}(x_j) \end{cases} \quad (۴)$$

علاوه‌براین ضرایب توانی α_j و β_j مطابق با روابط بازگشتی (۵) و (۶) انتخاب می‌شود که ϵ عددی خیلی کوچک و اختیاری است.

$$\begin{cases} \alpha_{2n-1}=\dfrac{\alpha_{2n}}{2-\alpha_{2n}} & \text{with} \quad 1-\epsilon \le \alpha_{2n} <1 \\ \alpha_{k-1}=\dfrac{\alpha_k \alpha_{k+1}}{2\alpha_{k+1}-\alpha_k} & \text{for} \quad k=2n-1,2n-2,\ldots,2 \end{cases} \quad (۵)$$

و

$$\begin{cases} \beta_{2n-1}=\dfrac{\beta_{2n}}{2-\beta_{2n}} & \text{with} \quad 1<\beta_{2n} \le 1+\epsilon \\ \beta_{k-1}=\dfrac{\beta_k \beta_{k+1}}{2\beta_{k+1}-\beta_k} & \text{for} \quad k=2n-1,2n-2,\ldots,2 \end{cases} \quad (۶)$$

در مرجع [۴۲] اثبات گردیده است که نقطه تعادل برداری $x=0$ متعلّق به سیستم غیرخطی (۴) دارای پایداری زمان-ثابت کلّی است. پاسخ‌های زمانی متغیرهای حالت سیستم (۴) با شروع از هر شرایط اولیه‌ای پس از گذشت مدت زمان ثابت T^* به‌طور دقیق (با خطای مطلق صفر) به نقطه تعادل می‌رسند و همواره روی نقطه تعادل باقی می‌مانند. کران بالای زمان ثابت همگرایی T^* با استفاده از نامساوی (۷) تعیین می‌شود که در این نامساوی، h ضریبی اختیاری در بازه‌ی $\{0<h\le\lambda_{\min}(\mathbf{P}_2)\}$ است. در (۷)، $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_1)$، $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_2)$، $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_1)$ و $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_2)$ به ترتیب بزرگ‌ترین مقادیر ویژه‌ی ماتریس‌های $\{\mathbf{P}_2, \mathbf{P}_1\}$ و کوچک‌ترین مقادیر ویژه ماتریس‌های $\{\mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_1\}$ هستند.

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$T^* \le \left\{ \frac{\alpha_{2n}\,\lambda_{\max}^{\frac{1}{\alpha_{2n}}}(\mathbf{P}_1)}{(1-\alpha_{2n})\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_1)} + \frac{\beta_{2n}\,\lambda_{\max}(\mathbf{P}_2)}{(\beta_{2n}-1)h^{\frac{\beta_{2n}-1}{\beta_{2n}}}\ \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_2)} \right\} \quad (۷)$$

شایان ذکر است که ماتریس‌های مثبت معین و متقارن $\mathbf{P}_1$، $\mathbf{Q}_1$، $\mathbf{P}_2$ و $\mathbf{Q}_2$ دارای ابعاد $\{2n\times 2n\}$ بوده و از حل دو معادله‌ی جبری لیاپانوفی (۸) مشخص می‌شوند.

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_1 = -\mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{P}_2\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_2 = -\mathbf{Q}_2 \end{cases} \quad (۸)$$

در معادلات جبری لیاپانوفی (۸)، ماتریس‌های $\mathbf{A}_1$ و $\mathbf{A}_2$ به فرم (۹) تعریف شده‌اند [۴۳, ۴۴].

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \\ -\mu_1 & -\mu_2 & -\mu_3 & \cdots & -\mu_{2n} \end{pmatrix}_{2n\times 2n}$$
$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \\ -l_1 & -l_2 & -l_3 & \cdots & -l_{2n} \end{pmatrix}_{2n\times 2n} \quad (۹)$$

لم ۳. سیستم غیرخطی مرتبه دوم (۱۰) را در نظر بگیرید. در این سیستم، ضرایب μ_1، μ_2، l_1 و l_2 به گونه‌ای تعیین شده‌اند که دو چندجمله‌ای $\{z^2+\mu_2 z+\mu_1=0\}$ و $\{z^2+l_2 z+l_1=0\}$ هرویتز باشند. دو ضریب توانی α_2 و β_2 به صورت اختیاری از بازه‌های $\{1-\epsilon\le\alpha_2<1\}$ و $\{1<\beta_2\le 1+\epsilon\}$ انتخاب شده‌اند که ϵ دارای مقدار عددی خیلی کوچک دلخواه است. ضرایب توانی α_1 و β_1 با استفاده از روابط $\{\alpha_1=\alpha_2(2-\alpha_2)^{-1}\}$ و $\{\beta_1=\beta_2(2-\beta_2)^{-1}\}$ تعیین گردیده‌اند. آنگاه پاسخ‌های زمانی دو متغیر حالت $x_1(t)$ و $x_2(t)$ با شروع از هر شرایط اولیه‌ای پس از سپری شدن زمان ثابت T^* به طور دقیق به صفر رسیده و همواره صفر باقی می‌مانند. در نامساوی رابطه (۱۱)، تخمینی از کران بالای زمان ثابت T^* ارائه گردیده است.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\sum_{j=1}^{2}\mu_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}(x_j) - \sum_{j=1}^{2} l_j \operatorname{sig}^{\beta_j}(x_j) \end{cases} \quad (۱۰)$$

در نامساوی (۱۱)، h عددی دلخواه با شرط $\{0<h\le\lambda_{\min}(\mathbf{P}_2)\}$ می‌باشد. در این نامساوی، نمادهای $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_1)$، $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_2)$، $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_1)$ و $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_2)$ به ترتیب بیان‌گر بیشترین مقادیر ویژه‌ی ماتریس‌های $\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$ و کمترین مقادیر ویژه ماتریس‌های $\{\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2\}$ می‌باشند. ماتریس‌های مثبت معین و متقارن $\mathbf{P}_1$، $\mathbf{Q}_1$، $\mathbf{P}_2$ و $\mathbf{Q}_2$ که دارای ابعاد $\{2\times 2\}$ بوده، از حل دو معادله‌ی جبری لیاپانوفی $\{\mathbf{P}_1\mathbf{A}_1+\mathbf{A}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_1=-\mathbf{Q}_1\}$ و $\{\mathbf{P}_2\mathbf{A}_2+\mathbf{A}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_2=-\mathbf{Q}_2\}$ تعیین می‌گردند.

$$T^* \le \left\{ \frac{\alpha_2\,\lambda_{\max}^{\frac{1}{\alpha_2}}(\mathbf{P}_1)}{(1-\alpha_2)\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_1)} + \frac{\beta_2\,\lambda_{\max}(\mathbf{P}_2)}{(\beta_2-1)h^{\frac{\beta_2-1}{\beta_2}}\ \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_2)} \right\} \quad (۱۱)$$

ماتریس‌های $\mathbf{A}_1$ و $\mathbf{A}_2$ که در دو معادله جبری فوق وجود دارند، با استفاده از (۱۲) تعریف شده‌اند.

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\mu_1 & -\mu_2 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -l_1 & -l_2 \end{pmatrix} \quad (۱۲)$$

ACCEPTED MANUSCRIPT

یادآوری ۱. شایان ذکر است که لم ۳ حالت خاص لم ۲ با لحاظ نمودن $\{n=1\}$ است. از آنجایی که در ادامه‌ی مقاله، دو نوع خمینه‌های لغزشی غیرخطی متفاوت بر اساس لم‌های ۲ و ۳ به صورت جداگانه تعریف می‌گردند، این دو لم به صورت مجزا شرح داده شده‌اند.

۲-۲- فرمول‌بندی مسئله‌ی ردیابی زمان-ثابت مقاوم برای ربات بازویی

در رابطه‌ی (۱۳) مدل دینامیکی غیرخطی ربات‌های بازویی ارائه گردیده است که در آن به ترتیب بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب مفصل‌های ربات توسط $q(t)=[q_1,q_2,\ldots,q_n]^T$، $\dot{q}(t)=[\dot{q}_1,\dot{q}_2,\ldots,\dot{q}_n]^T$ و $\ddot{q}(t)=[\ddot{q}_1,\ddot{q}_2,\ldots,\ddot{q}_n]^T$ معرفی شده‌اند.

$$\mathbf{M}(q)\ddot{q}+\mathbf{C}(q,\dot{q})\dot{q}+\mathbf{G}(q)+\mathbf{F}(\dot{q})=\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}} \qquad (۱۳)$$

در مدل دینامیکی (۱۳) نمادهای $\mathbf{M}(q)$، $\mathbf{C}(q,\dot{q})$، $\mathbf{G}(q)$ و $\mathbf{F}(\dot{q})$ به ترتیب معرف ماتریس‌های اینرسی، نیروهای کوریولیس، بردارهای گرانش و اصطکاک هستند. $\boldsymbol{\tau}(t)$ بیان‌گر بردار گشتاورهای کنترلی اعمالی به مفاصل‌های ربات می‌باشد. علاوه‌براین بردار $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}}$ توصیف‌کننده‌ی گشتاورهای اغتشاشی است که شامل اثرات ناشی از عدم‌قطعیت‌ها، نیروهای خارجی و دینامیک‌های مدل نشده می باشند. در ادامه ویژگی‌های ربات‌های بازویی که در مرحله‌ی طراحی ساختار کنترلی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، معرفی می‌گردند [۲۳, ۳۸].

ویژگی ۱. برای ربات‌های بازویی همواره ماتریس $\left(\dot{\mathbf{M}}(q)-2\mathbf{C}(q,\dot{q})\right)$، پادمتقارن است. این بدان معنی است که برای هر بردار دلخواه $w\in\mathbb{R}^n$ همیشه عبارت اسکالری $\left\{w^T\left(\dot{\mathbf{M}}(q)-2\mathbf{C}(q,\dot{q})\right)w\right\}$ صفر می‌باشد [۷, ۳۸].

ویژگی ۲. ماتریس اینرسی ربات‌های بازویی همواره مثبت معین، متقارن و معکوس‌پذیر بوده و به ازای هر بردار دلخواه $w\in\mathbb{R}^n$ نامساوی (۱۴) را برآورده می‌سازد. در این نامساوی، w معرف نرم اقلیدسی بردار w بوده و $\underline{\lambda}(\mathbf{M})$ و $\bar{\lambda}(\mathbf{M})$ به صورت $\inf\limits_{q\in\mathbb{R}^n}\left(\lambda_{\min}\left(\mathbf{M}(q)\right)\right)$ و $\sup\limits_{q\in\mathbb{R}^n}\left(\lambda_{\max}\left(\mathbf{M}(q)\right)\right)$ تعریف شده‌اند [۱۷].

$$\underline{\lambda}(\mathbf{M})\|w\|^2\le w^T\mathbf{M}(q)w\le\bar{\lambda}(\mathbf{M})\|w\|^2 \qquad (۱۴)$$

ویژگی ۳. به ازای هر بردار دلخواه $w\in\mathbb{R}^n$ و ماتریس‌های $\mathbf{M}(q)$، $\mathbf{C}(q,\dot{q})$ و $\mathbf{G}(q)$، همواره فرم رگرسوری خطی رابطه‌ی (۱۵) قابل بیان و استخراج است. در تساوی (۱۵)، $\mathbf{Y}(\dot{q},q,w,\dot{w})\in\mathbb{R}^{n\times n_\Theta}$ ماتریس رگرسور و $\Theta\in\mathbb{R}^{n_\Theta}$ بردار شامل ثابت‌های فیزیکی ربات بازویی است.

$$\mathbf{M}(q)\dot{w}+\mathbf{C}(q,\dot{q})w+\mathbf{G}(q)=\mathbf{Y}(\dot{q},q,w,\dot{w})\Theta \qquad (۱۵)$$

ویژگی ۴. همواره بردار نیروهای اصطکاکی مرتبط با مفصل‌های ربات بازویی یعنی $\mathbf{F}(\dot{q})=\begin{bmatrix}f_1(\dot{q}_1) & f_2(\dot{q}_2) & \ldots & f_n(\dot{q}_n)\end{bmatrix}^T$ قابل بیان در چهارچوب فرم رگرسوری خطی $\mathbf{F}(\dot{q})=\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}(\dot{q}_1,\ldots,\dot{q}_n)\Theta_{\mathrm{f}}$ است. در این فرم رگرسوری، $\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}(\dot{q}_1,\ldots,\dot{q}_n)\in\mathbb{R}^{n\times n_{\Theta_{\mathrm{f}}}}$ ماتریس رگرسور اصطکاک و بردار $\Theta_{\mathrm{f}}\in\mathbb{R}^{n_{\Theta_{\mathrm{f}}}}$ شامل ثابت‌های فیزیکی نیروهای اصطکاکی می‌باشد. بنابراین همواره نامساوی $\left\{\|\Theta_{\mathrm{f}}\|\le\gamma_{\Theta_{\mathrm{f}}}\right\}$ برقرار خواهد بود [۳۶].

فرض ۱. در این مقاله فرض می‌گردد که تمام ثابت‌های فیزیکی موجود در ماتریس‌های $\mathbf{M}(q)$، $\mathbf{C}(q,\dot{q})$ و $\mathbf{G}(q)$ نامعلوم هستند. بنابراین برای بردار $\Theta\in\mathbb{R}^{n_\Theta}$ (ذکر شده در ویژگی ۳)، همواره نامساوی $\left\{\|\Theta\|\le\gamma_\Theta\right\}$ برقرار است.

فرض ۲. فرض می‌شود که کران بالای $\|\Theta\|$ یعنی γ_Θ مشخص و معلوم است.

فرض ۳. فرض می‌شود که $\gamma_{\Theta_{\mathrm{f}}}$ (مقدار کران بالای $\|\Theta_{\mathrm{f}}\|$) مشخص و معلوم است.

فرض ۴. برای بردار $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}}$ فرض می‌گردد که نامساوی $\left\{\|\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}}\|\le\gamma_{\mathrm{dis}}\right\}$ همواره برقرار بوده و γ_{dis} مشخص و معلوم می‌باشد.

در راستای هدف ردیابی زمان-ثابت سراسری، بردار گشتاورهای کنترلی اعمالی به ربات بازویی (۱۳) باید به‌گونه‌ای طراحی گردند که جابجایی زاویه‌ای مفصل‌های ربات $\left\{q_i(t),\ i=1,2,\ldots,n\right\}$ پس از گذشت زمان ثابت T_{tot} دقیقاً (با خطای صفر مطلق) به مسیرهای مرجع و موردنظر $\left\{q_{\mathrm{d}_i}(t),\ i=1,2,\ldots,n\right\}$ برسند. بیان ریاضیاتی این هدف ردیابی زمان-ثابت در (۱۶) ارائه شده است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\begin{cases} \lim\limits_{t\to T_{\text{tot}}} q_i(t) = q_{\text{d}_i}(t) \\ q_i(t) = q_{\text{d}_i}(t)\ \forall t \ge T_{\text{tot}} \end{cases} \quad \text{for } i = 1,\cdots,n \tag{۱۶}$$

فرض ۵. در این پژوهش فرض شده است که بردار مسیرهای مرجع $q_{\text{d}}(t) = \left[q_{\text{d}_1}, q_{\text{d}_2}, \ldots, q_{\text{d}_n}\right]^T$ و مشتق‌های اول و دوم آن $\dot{q}_d(t) = \left[\dot{q}_{\text{d}_1}, \dot{q}_{\text{d}_2}, \ldots, \dot{q}_{\text{d}_n}\right]^T$ و $\ddot{q}_d(t) = \left[\ddot{q}_{d_1}, \ddot{q}_{d_2}, \ldots, \ddot{q}_{d_n}\right]^T$ مشخص، معلوم و دراختیار هستند.

خطاهای ردیابی ربات بازویی مطابق با (۱۷) تعریف می‌گردند. بر اساس این تعریف، هدف ردیابی زمان-ثابت (۱۶)، به مسئله‌ی پایدارسازی زمان-ثابت سراسری سیستم دینامیکی خطاهای ردیابی ربات بازویی مطابق با (۱۸) تبدیل می‌گردد.

$$\begin{cases} e_{\text{odd}}(t) = \left[e_1 \quad e_3 \quad \ldots \quad e_{2n-1}\right]^T \triangleq q(t) - q_{\text{d}}(t) \\ e_{\text{even}}(t) = \left[e_2 \quad e_4 \quad \ldots \quad e_{2n}\right]^T \triangleq \dot{q}(t) - \dot{q}_{\text{d}}(t) \end{cases} \tag{۱۷}$$

و

$$\begin{cases} \lim\limits_{t\to T_{\text{tot}}} e_{\text{odd}}(t) = \mathbf{0} \\ \lim\limits_{t\to T_{\text{tot}}} e_{\text{even}}(t) = \mathbf{0} \end{cases} \text{ and } \forall t \ge T_{\text{tot}} \begin{cases} e_{\text{odd}}(t) = \mathbf{0} \\ e_{\text{even}}(t) = \mathbf{0} \end{cases} \tag{۱۸}$$

۳- طراحی ساختار کنترلی غیرخطی-تطبیقی زمان-ثابت

ساختار کنترلی غیرخطی پیشنهادی از تلفیق راهکار کنترل مد لغزشی پایان‌دار غیرتکین و قوانین به‌روزرسانی تطبیقی (در قالب معادلات دیفرانسیلی غیرخطی) تشکیل شده است. چهارچوب کنترلی پیشنهادی قادر است علاوه بر تضمین پایداری زمان-ثابت سراسری ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی، هدف ردیابی توصیف شده در (۱۸) را برآورده سازد. پایه و بنیان اصلی این چهارچوب کنترلی پیشنهادی، راهکار کنترل مد لغزشی پایان‌دار است. این راهکار کنترلی روشی دو مرحله‌ای است که شامل تعریف خمینه‌های لغزشی غیرخطی و طراحی بردار گشتاورهای کنترلی اعمالی به ربات بازویی می‌باشد. برای تخمین زمان-ثابت دو بردار نامعلوم Θ و Θ_{f}، قوانین به‌روزرسانی تطبیقی-غیرخطی مناسب ارائه گردیده‌اند. شایان ذکر است که خروجی این قوانین به‌روزرسانی تطبیقی یعنی دو بردار $\hat{\Theta}(t)$ و $\hat{\Theta}_{\text{f}}(t)$ در روابط گشتاورهای اعمالی کنترلی به‌کار گرفته شده‌اند.

در ساختار کنترلی غیرخطی، بردار خمینه‌های لغزشی غیرخطی $s(t)$ به صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases} s(t) = \left[s_1 \quad s_2 \quad \ldots \quad s_n\right]^T = \dot{q}(t) - K(t) \\ K(t) = \dot{q}_{\text{d}}(t) - \psi(t) - \phi(t) \end{cases} \tag{۱۹}$$

در (۱۹) دو بردار $\psi(t)$ و $\phi(t)$ وجود دارند که تعریف آن‌ها در رابطه‌ی (۲۰) آورده شده است.

$$\begin{cases} \psi = \left[\psi_1 \quad \psi_2 \quad \ldots \quad \psi_n\right]^T, \phi = \left[\phi_1 \quad \phi_2 \quad \ldots \quad \phi_n\right]^T \\ \psi_i = \mu_{2i-1}\int_0^t \text{sig}^{\alpha_{2i-1}}\left(e_{2i-1}(\kappa)\right)d\kappa + \mu_{2i}\int_0^t \text{sig}^{\alpha_{2i}}\left(e_{2i}(\kappa)\right)d\kappa \\ \phi_i = l_{2i-1}\int_0^t \text{sig}^{\beta_{2i-1}}\left(e_{2i-1}(\kappa)\right)d\kappa + l_{2i}\int_0^t \text{sig}^{\beta_{2i}}\left(e_{2i}(\kappa)\right)d\kappa \\ \text{for } i = 1,2,3,\ldots,n \end{cases} \tag{۲۰}$$

در (۲۰)، ضرایب μ_{2i} ، μ_{2i-1} ، l_{2i} و l_{2i-1} اعداد مثبت اختیاری می‌باشند. به ازای $\{i = 1, 2, 3, \ldots, n\}$ ضرایب توانی α_{2i} و β_{2i} به صورت دلخواه از بازه‌های $\{1-\epsilon_i \le \alpha_{2i} < 1\}$ و $\{1 < \beta_{2i} \le 1+\varepsilon_i\}$ انتخاب می‌گردند که ϵ_i و ε_i مقادیر بسیار کوچک اختیاری می‌باشند. هم‌چنین به ازای $\{i = 1, 2, 3, \ldots, n\}$ ضرایب توانی α_{2i-1} و β_{2i-1} از طریق دو رابطه‌ی $\left\{\alpha_{2i-1} = \alpha_{2i}\left(2-\alpha_{2i}\right)^{-1}\right\}$ و $\left\{\beta_{2i-1} = \beta_{2i}\left(2-\beta_{2i}\right)^{-1}\right\}$ حاصل می‌شوند. بردار گشتاورهای کنترلی اعمالی به مفصل‌های ربات بازویی به صورت (۲۱) پیشنهاد و ارائه

ACCEPTED MANUSCRIPT

می‌گردند که η، ξ_1 و ξ_2 ضرایب مثبت اختیاری و r ضریب توانی دلخواه در بازه $\{1<r<2\}$ هستند. نماد γ_{dis} که در (۲۱) وجود دارد، قبلاً در فرض ۴ معرفی شده است. نماد برداری $\left|s(t)\right|^r \operatorname{sign}\left(s(t)\right)$ به مفهوم بردار $\operatorname{sig}^r\left(s(t)\right)$ می‌باشد.

$$\boldsymbol{\tau}(t)=-\eta s(t)-\left(\gamma_{\text{dis}}+\xi_1\right)\operatorname{sign}\left(s(t)\right)-\xi_2\operatorname{sig}^r\left(s(t)\right)+\Xi \tag{۲۱}$$

نماد Ξ به صورت $\left\{\Xi \triangleq \mathbf{Y}\left(q,\,\dot{q},\,K,\,\dot{K}\right)\hat{\Theta}(t)+\mathbf{Y}_{\text{f}}\left(\dot{q}\right)\hat{\Theta}_{\text{f}}\left(t\right)+\sum_{j=1}^{j=4}\Omega_j\right\}$ تعریف گردیده که Ω_jها در (۲۲) معرفی شده‌اند. $\mathbf{Y}_{\text{f}}\left(\dot{q}\right)$ بردار رگرسور گشتاورهای اصطکاکی مفصل‌ها و $\mathbf{Y}\left(q,\,\dot{q},\,K,\,\dot{K}\right)$ بردار رگرسور مرتبط با مدل دینامیکی ربات بازویی بوده که در ویژگی‌های ۳ و ۴ معرفی شده است.

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= -\left\|\mathbf{Y}\left(q,\dot{q},K,\dot{K}\right)\right\|\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|\operatorname{sign}\left(s(t)\right)\\
\Omega_2 &= -\left\|\mathbf{Y}_{\text{f}}\left(\dot{q}\right)\right\|\left\|\hat{\Theta}_{\text{f}}\left(t\right)\right\|\operatorname{sign}\left(s(t)\right)\\
\Omega_3 &= -\gamma_{\Theta}\left\|\mathbf{Y}\left(q,\dot{q},K,\dot{K}\right)\right\|\operatorname{sign}\left(s(t)\right)\\
\Omega_4 &= -\gamma_{\Theta_{\text{f}}}\left\|\mathbf{Y}_{\text{f}}\left(\dot{q}\right)\right\|\operatorname{sign}\left(s(t)\right)
\end{aligned} \tag{۲۲}$$

$\hat{\Theta}(t)$ و $\hat{\Theta}_{\text{f}}\left(t\right)$ به ترتیب بردارهای تخمین ثابت‌های فیزیکی ربات و پارامترهای ثابت گشتاورهای اصطکاکی هستند. این دو بردار به صورت لحظه‌ای با استفاده از قوانین به‌روزرسانی تطبیقی غیرخطی ارائه شده در (۲۳) نتیجه می‌شوند. $\boldsymbol{\Gamma}\in\mathbb{R}^{n_\Theta\times n_\Theta}$ و $\boldsymbol{\Lambda}\in\mathbb{R}^{n_{\Theta_{\text{f}}}\times n_{\Theta_{\text{f}}}}$ که دو ماتریس دلخواه در (۲۳) هستند، بایستی به صورت قطری خالص $\boldsymbol{\Gamma}=\operatorname{diag}\left(\Gamma_1,\Gamma_2,\ldots,\Gamma_{n_\Theta}\right)$ و $\boldsymbol{\Lambda}=\operatorname{diag}\left(\Lambda_1,\Lambda_2,\ldots,\Lambda_{n_{\Theta_{\text{f}}}}\right)$ با درایه‌های همواره مثبت انتخاب گردند.

$$\dot{\hat{\Theta}}(t)=-\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{Y}^T\left(q,\dot{q},K,\dot{K}\right)s(t)\ \text{and}\ \dot{\hat{\Theta}}_{\text{f}}\left(t\right)=-\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\mathbf{Y}_{\text{f}}^T\left(\dot{q}\right)s(t) \tag{۲۳}$$

قضیه ۱. ربات بازویی (۱۳) را با فرض‌های ۱ الی ۵ و ویژگی‌های ۱ الی ۴ در نظر بگیرید. چنانچه چهارچوب کنترلی غیرخطی پیشنهادی (توصیف شده با روابط (۱۹) الی (۲۳)) به ربات بازویی (۱۳) اعمال گردد، آنگاه دو نتیجه‌ی (الف) و (ب) حاصل می‌شوند. (الف): هدف ردیابی زمان-ثابت سراسری (۱۶) که معادل با مسئله‌ی پایدارسازی (۱۸) است، برآورده می‌شود. (ب): پایداری زمان-ثابت سراسری ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی تضمین می‌گردد □.

اثبات. فرآیند این اثبات متشکل از سه مرحله‌ی جداگانه می‌باشد. در مرحله‌ی اول با انتخاب مناسب یک کاندیدای لیاپانوف ترکیبی به صورت ریاضیاتی نشان داده خواهد شد که نرم‌های $\left\|s(t)\right\|$، $\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|$، $\left\|\hat{\Theta}_{\text{f}}\left(t\right)\right\|$ و درایه‌های این سه بردار همواره کراندار می‌باشند. در مرحله‌ی دوم با انتخاب یک کاندیدای لیاپانوف دیگر (متفاوت با مرحله‌ی اول) به صورت تحلیلی اثبات می‌گردد که بردار خمینه‌های لغزشی $s(t)$ بعد از گذشت مدت زمان ثابت قابل تنظیمی به‌طور دقیق به $0_{n\times 1}$ می‌رسد و پس از این زمان ثابت، همواره تساوی برداری $\left\{s(t)=0_{n\times 1}\right\}$ برقرار خواهد بود. در مرحله‌ی سوم با استناد به لم ۳ نشان داده می‌شود که سیستم دینامیکی مد لغزشی حاصله از $\left\{s(t)=0_{n\times 1}\right\}$ دارای پایداری زمان-ثابت سراسری است. با در نظر گرفتن این سه مرحله می‌توان دریافت که بعد از گذشت مدت زمان ثابت T_{tot}، بردار $q(t)$ به‌طور دقیق به بردار مسیرهای مرجع $q_d\left(t\right)$ رسیده و همواره با آن برابر خواهد بود. در حین فرآیند اثبات آشکار می‌گردد که زمان ثابت قابل تنظیم T_{tot} از مجموع دو زمان کوچک‌تر T_r و T_s تشکیل شده و هم‌چنین دو نامساوی برای تعیین کران‌های بالای T_r و T_s استخراج می‌شوند.

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۱۹) می‌توان بردارهای $\ddot{q}(t)$ و $\dot{q}(t)$ را به صورت $\left\{\ddot{q}=\dot{s}+\ddot{K}\right\}$ و $\left\{\dot{q}=s+\dot{K}\right\}$ بدست آورد. حال با جایگذاری این دو بردار در مدل دینامیکی ربات (۱۳) می‌توان عبارت برداری $\mathbf{M}(q)\dot{s}$ را به فرم رابطه (۲۴) نوشت.

$$\mathbf{M}(q)\dot{s}=-\mathbf{C}(q,\dot{q})s+\mathbf{F}(\dot{q})+\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\tau}_{\text{dis}}-\mathbf{M}(q)\dot{K}-\mathbf{C}(q,\dot{q})K-\mathbf{G}(q) \tag{۲۴}$$

با استناد به ویژگی‌های ۳ و ۴، رابطه (۲۴) به صورت (۲۵) قابل بازنویسی است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\mathbf{M}(q)\dot{s} = -\mathbf{C}(q,\dot{q})s - \mathbf{Y}_{\mathrm{f}}(\dot{q})\Theta_{\mathrm{f}} - \mathbf{Y}(q,\dot{q},K,\dot{K})\Theta + \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}} \quad (۲۵)$$

با تعریف دو بردار خطا $\left\{\tilde{\Theta}(t) \triangleq \hat{\Theta}(t) - \Theta\right\}$ و $\left\{\tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}(t) \triangleq \hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(t) - \Theta_{\mathrm{f}}\right\}$، تابع کاندیدای لیاپانوف برای مرحله‌ی اول اثبات به صورت (۲۶) در نظر گرفته می‌شود که تابعی اسکالری، همواره مثبت و بی‌کران شعاعی است. در رابطه (۲۶)، $\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{R}^{n_{\Theta_{\mathrm{f}}} \times n_{\Theta_{\mathrm{f}}}}$ و $\boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}_{\Theta} \times \mathrm{n}_{\Theta}}$ دو ماتریس دلخواه، مثبت معین و قطری خالص می‌باشند.

$$V_1\left(s,\tilde{\Theta},\tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}\right) \triangleq 0.5\left(s^T\mathbf{M}(q)s + \tilde{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}\tilde{\Theta} + \tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}^T\boldsymbol{\Lambda}\tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}\right) \quad (۲۶)$$

با مشتق‌گیری از کاندیدای لیاپانوف تعریف شده، لحاظ کردن $\dot{\tilde{\Theta}}(t) = \dot{\hat{\Theta}}(t)$ و $\dot{\tilde{\Theta}}_{\mathrm{f}}(t) = \dot{\hat{\Theta}}_{\mathrm{f}}(t)$، جایگذاری $\mathbf{M}(q)\dot{s}$ از رابطه (۲۵) و استناد به ویژگی ۱، تساوی ساده شده‌ی (۲۷) برای $\dot{V}_1$ حاصل می‌شود.

$$\dot{V}_1 = -s^T\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}\Theta_{\mathrm{f}} - s^T\mathbf{Y}\Theta + s^T\boldsymbol{\tau} + s^T\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}} + \tilde{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}\dot{\hat{\Theta}} + \tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}^T\boldsymbol{\Lambda}\dot{\hat{\Theta}}_{\mathrm{f}} \quad (۲۷)$$

با استناد به نامساوی $\left\{s^T\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}} \le \gamma_{\mathrm{dis}}s\right\}$، جایگذاری $\boldsymbol{\tau}$ از رابطه (۲۱) و لحاظ کردن دو تعریف $\tilde{\Theta}(t)$ و $\tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}(t)$، تساوی (۲۷) به نامساوی (۲۸) برای $\dot{V}_1$ تبدیل می‌گردد.

$$\dot{V}_1 \le \left\{-\eta\|s\|^2 - \xi_1\|s\| - \xi_2 s^T\mathrm{sig}^r(s) - \|\mathbf{Y}\|\left\|\hat{\Theta}\right\|\|s\| - \|\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}\|\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}\right\|\|s\| - \gamma_{\Theta}\|\mathbf{Y}\|\|s\| - \gamma_{\Theta_{\mathrm{f}}}\|\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}\|\|s\| + \tilde{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}\dot{\hat{\Theta}} + \tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}^T\boldsymbol{\Lambda}\dot{\hat{\Theta}}_{\mathrm{f}} + s^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\tilde{\Theta}(t) + s^T\mathbf{Y}_{\mathbf{f}}\tilde{\Theta}_{\mathrm{f}}\right\} \quad (۲۸)$$

با جایگذاری $\dot{\hat{\Theta}}$ و $\dot{\hat{\Theta}}_{\mathrm{f}}$ از (۲۳) و استفاده از $\left\{\xi_2 s^T\mathrm{sig}^r(s) = \xi_2\sum_{i=1}^{n}|s_i|^{r+1}\right\}$، نامساوی $\left\{\dot{V}_1 \le 0\right\}$ حاصل می‌گردد. بنابراین با استناد به قضیه‌ی پایداری لیاپانوف می‌توان نتیجه گرفت که نرم‌های $\|s(t)\|$، $\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|$، $\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(t)\right\|$ و درایه‌های این سه بردار همواره کراندار می‌باشند.

برای مرحله‌ی دوم اثبات، تابع کاندیدای لیاپانوفی به صورت $\left\{V_2 \triangleq 0.5s^T\mathbf{M}(q)s\right\}$ انتخاب می‌گردد که تابعی اسکالری، همواره مثبت و بی‌کران شعاعی است. با مشتق‌گیری از V_2، جایگذاری $\mathbf{M}(q)\dot{s}$ از (۲۵) و استناد به ویژگی ۱، رابطه (۲۹) برای $\dot{V}_2$ نتیجه می‌گردد.

$$\dot{V}_2 = -s^T\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}\Theta_{\mathrm{f}} - s^T\mathbf{Y}\Theta + s^T\boldsymbol{\tau} + s^T\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}} \quad (۲۹)$$

با اعمال نامساوی $\left\{s^T\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dis}} \le \gamma_{\mathrm{dis}}\|s\|\right\}$، جایگذاری $\boldsymbol{\tau}$ از رابطه (۲۱) در (۲۹)، نامساوی (۳۰) برای $\dot{V}_2$ حاصل می‌گردد.

$$\dot{V}_2 \le \left\{-\eta\|s\|^2 - \xi_1\|s\| - \xi_2 s^T\mathrm{sig}^r(s) - s^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\Theta - s^T\mathbf{Y}_{\mathbf{f}}\Theta_{\mathrm{f}} + s^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\hat{\Theta} + s^T\mathbf{Y}_{\mathbf{f}}\hat{\Theta}_{\mathrm{f}} + s^T\sum_{j=1}^{j=4}\Omega_j\right\} \quad (۳۰)$$

با استفاده از چهار نامساوی کوشی-شوآرتز $\left\{-s^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\Theta \le \gamma_{\Theta}\|\mathbf{Y}\|\|s\|\right\}$، $\left\{-s^T\mathbf{Y}_{\mathbf{f}}\Theta_{\mathrm{f}} \le \gamma_{\Theta_{\mathrm{f}}}\|\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}\|\|s\|\right\}$، $\left\{s^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\hat{\Theta} \le \|\mathbf{Y}\|\left\|\hat{\Theta}\right\|\|s\|\right\}$، $\left\{s^T\mathbf{Y}_{\mathbf{f}}\hat{\Theta}_{\mathrm{f}} \le \|\mathbf{Y}_{\mathrm{f}}\|\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}\right\|\|s\|\right\}$، جایگذاری $\left\{\Omega_j,\ j = 1,2,3,4\right\}$ از رابطه (۲۲) و استفاده از $\xi_2 s^T\mathrm{sig}^r(s) = \xi_2\sum_{i=1}^{n}|s_i|^{r+1}$، نامساوی ساده شده‌ی (۳۱) برای $\dot{V}_2$ بدست می‌آید.

$$\dot{V}_2 \le -\xi_1\|s\| - \xi_2\sum_{i=1}^{n}|s_i|^{r+1} \quad (۳۱)$$

با استفاده از نامساوی $\left\{-\xi_2\sum_{i=1}^{n}|s_i|^{r+1} \le -\xi_2\|s\|^{r+1}\right\}$، رابطه (۳۱) به صورت نامساوی (۳۲) ساده می‌شود.

$$\dot{V}_2 \le -\xi_1\|s\| - \xi_2\|s\|^{r+1} \quad (۳۲)$$

با استفاده از نامساوی بیان شده در (۱۴) متعلّق به ویژگی ۲ (که بردار w با بردار s جایگزین گردیده است)، دو نامساوی کاربردی $\left\{-\xi_1\|s\| \le -\xi_1\sqrt{\left(2/\bar{\lambda}(\mathbf{M})\right)}\,V_2^{0.5}\right\}$ و $\left\{-\xi_2\|s\|^{r+1} \le -\xi_2\left(\sqrt{2/\bar{\lambda}(\mathbf{M})}\right)^{r+1}V_2^{(r+1)/2}\right\}$ استخراج می‌شود. با اعمال همین دو نامساوی اخیر به (۳۲)، نامساوی (۳۳) حاصل می‌شود.

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\dot{V}_2 \le -\xi_1\sqrt{\left(\frac{2}{\bar{\lambda}(\mathbf{M})}\right)}V_2^{0.5} - \xi_2\left(\frac{2}{\bar{\lambda}(\mathbf{M})}\right)^{\frac{r+1}{2}} V_2^{\frac{r+1}{2}} \qquad (۳۳)$$

با انتخاب چهار ثابت $\left\{\rho_1 = \xi_1\sqrt{\left(2/\bar{\lambda}(\mathbf{M})\right)}\right\}$، $\{\rho_2 = 0.5\}$، $\left\{\rho_3 = \xi_2\left(2/\bar{\lambda}(\mathbf{M})\right)^{(r+1)/2}\right\}$ و $\{\rho_4 = 0.5(r+1)\}$، نامساوی (۳۲) به نامساوی (۳) موجود در لم ۱ تبدیل می‌گردد. بنابراین با استناد به لم ۱، نتایج بیان شده در (۳۴) حاصل می‌گردد.

$$\lim_{t\to T_r} s(t) = \mathbf{0}_{n\times 1}\ ,\forall t \ge T_r \Rightarrow s(t) = \mathbf{0}_{n\times 1} \qquad (۳۴)$$

کران بالای زمان ثابت رسیدن T_r نیز با استفاده از نامساوی (۳۵) قابل محاسبه است.

$$T_r \le \left(\frac{\sqrt{\left(2\bar{\lambda}(\mathbf{M})\right)}}{\xi_1} + \frac{\left(\sqrt{2}\right)^{1-r}\left(\bar{\lambda}(\mathbf{M})\right)^{r+1}}{\xi_2(r-1)}\right) \qquad (۳۵)$$

با توجه به دو مرحله‌ی ابتدایی این اثبات می‌توان ادعا کرد که برای زمان‌های $\{t \ge T_r\}$ سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی (۱۳) به سیستم دینامیک مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = \mathbf{0}_{n\times 1}\}$ تبدیل می‌گردد. با استناد به تعریف خمینه‌های لغزشی (۱۹)، سیستم دینامیک مد لغزشی $\{s(t) = \dot{s}(t) = \mathbf{0}_{n\times 1}\}$ به صورت رابطه (۳۶) قابل بیان است. با دقت در رابطه‌ی (۳۶) می‌توان دریافت که سیستم دینامیکی مد لغزشی زنجیره‌ای از n زیرسیستم غیرخطی مرتبه دوم مستقل (بدون اندرکنش) است.

$$\begin{cases} \dot{e}_{2i-1} = e_{2i} \\ \dot{e}_{2i} = \mathrm{H}_{1,i} + \mathrm{H}_{2,i} \\ \mathrm{H}_{1,i} = -\mu_{2i-1}\,\mathrm{sig}^{\alpha_{2i-1}}(e_{2i-1}) - \mu_{2i}\,\mathrm{sig}^{\alpha_{2i}}(e_{2i}) \\ \mathrm{H}_{2,i} = -l_{2i-1}\,\mathrm{sig}^{\beta_{2i-1}}(e_{2i-1}) - l_{2i}\,\mathrm{sig}^{\beta_{2i}}(e_{2i}) \end{cases} \text{for } i = 1,2,\ldots,n \qquad (۳۶)$$

با مقایسه‌ی هرکدام از n زیرسیستم غیرخطی مرتبه دوم رابطه (۳۶) و سیستم غیرخطی مرتبه دوم موجود در لم ۳ (رابطه (۱۰))، نتیجه می‌گردد که خطاهای ردیابی e_{2i-1} و e_{2i} با شروع از هر شرایط اولیه‌ای بعد از گذشت مدت زمان ثابت $\{T_{s_i},\ i = 1, 2, \ldots, n\}$ دقیقاً به مقدار صفر رسیده و همواره صفر باقی خواهند ماند و مقدار زمان T_{s_i} با استفاده از نامساوی (۱۱) قابل محاسبه است. بنابراین بعد از سپری شدن زمان ثابت $\left\{T_s = \max_{i=1,2,\ldots,n}\left(T_{s_i}\right)\right\}$ تمامی خطاهای ردیابی که بر روی سیستم دینامیکی مدلغزشی (۳۶) قرار گرفته‌اند، دقیقاً به مقدار صفر خواهند رسید. از مجموع سه مرحله‌ی اثبات می‌توان نتیجه گرفت که برای ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی، هدف ردیابی زمان-ثابت (۱۶) برآورده می‌شود و T_{tot} به صورت $T_{\mathrm{tot}} = T_r + T_s$ تعیین می‌گردد. شایان ذکر است که مراحل سه‌گانه‌ی این اثبات، پایداری زمان-ثابت سراسری ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی را تضمین می‌کنند. این اثبات در همین‌جا به اتمام رسید ■.

یادآوری ۲. در ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت ارائه شده در این مقاله می‌توان تعریف خمینه‌های لغزشی (۱۹) را با تعریف ارائه شده در رابطه‌ی (۳۷) جایگزین کرد.

$$\begin{cases} s(t) = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \ldots & s_n \end{bmatrix}^T = \dot{q}(t) - K(t) \\ K(t) = \dot{q}_d(t) + \Pi(t) \end{cases} \qquad (۳۷)$$

$\Pi(t)$ به صورت (۳۸) معرفی می‌گردد که بایستی ضرایب اختیاری μ_j، l_j، α_j و β_j به ازای $\{j = 1, 2, \ldots, 2n\}$ مطابق با شرایط ذکر شده در لم ۲ انتخاب شوند.

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\Pi(t)=\begin{bmatrix}\int_0^t e_3(\kappa)d\kappa\\ \int_0^t e_5(\kappa)d\kappa\\ \vdots\\ \int_0^t e_{2n-1}(\kappa)d\kappa\\ -\sum_{j=1}^{2n}\int_0^t \mu_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}\left(e_j(\kappa)\right)d\kappa-\sum_{j=1}^{2n}\int_0^t l_j \operatorname{sig}^{\beta_j}\left(e_j(\kappa)\right)d\kappa\end{bmatrix} \quad (۳۸)$$

در قضیه ۲ نشان داده می‌شود که ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت ارائه شده توسط روابط (۳۷)، (۳۸)، (۳۱)، (۲۲) و (۲۳) قادر است تا هدف ردیابی (۱۶) را برای ربات بازویی (۱۳) برآورده سازد.

قضیه ۲. ربات بازویی (۱۳) را با فرض‌های ۱ الی ۵ و ویژگی‌های ۱ الی ۴ در نظر بگیرید. اگر ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت توصیف شده با روابط (۳۷)، (۳۸)، (۲۱)، (۲۲) و (۲۳) به ربات بازویی (۱۳) اعمال گردد، آنگاه هدف ردیابی (۱۶) برآورده شده و هم‌چنین پایداری زمان-ثابت سراسری ربات بازویی حلقه‌بسته تضمین می‌گردد □.

اثبات. مشابه با قبل، فرآیند اثبات این قضیه از سه مرحله‌ی جداگانه تشکیل شده است که مراحل اول و دوم آن با مراحل اول و دوم اثبات قضیه ۱ (روابط (۲۴) تا (۳۶)) کاملاً یکسان بوده و از تکرار آن خودداری می‌شود. در مرحله‌ی سوم این اثبات با استناد به لم ۲ آشکار می‌گردد که سیستم دینامیکی منتجه از $\{s(t)=\mathbf{0}_{n\times1}\}$ دارای پایداری زمان-ثابت سراسری است. با کنار هم قرار دادن سه مرحله اثبات مشخص می‌گردد که پس از سپری شدن زمان ثابت کلّی T_{tot}، بردار $q(t)$ دقیقاً با بردار مرجع $q_{\text{d}}(t)$ برابر خواهد بود. لازم به ذکر است که زمان ثابت قابل تنظیم T_{tot} از مجموع دو زمان کوچک‌تر T_r و T_s تشکیل شده است. در نامساوی (۳۵) کران بالای T_r ارائه گردیده و نحوی محاسبه‌ی کران بالای T_s در انتهای مرحله‌ی سوم اثبات مشخص می‌شود. در مرحله‌ی سوم اثبات برای زمان‌های $\{t\geq T_r\}$ ربات بازویی (۱۳) به سیستم دینامیکی $\{s(t)=\dot{s}(t)=\mathbf{0}_{n\times1}\}$ مبدل می‌گردد. با لحاظ کردن خمینه‌های لغزشی تعریف شده در یادآوری ۲ (روابط (۳۷) و (۳۸))، سیستم دینامیکی $\{s(t)=\dot{s}(t)=\mathbf{0}_{n\times1}\}$ به صورت (۳۹) حاصل می‌شود که سیستم غیرخطی خودگردان مرتبه $2n$ می‌باشد.

$$\begin{cases}\dot{e}_i(t)=e_{i+1}(t),\ \text{for}\, i=1,2,\ldots,2n-1\\ \dot{e}_{2n}(t)=-\sum_{j=1}^{2n}\mu_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}\left(e_j(t)\right)-\sum_{j=1}^{2n}l_j \operatorname{sig}^{\beta_j}\left(e_j(t)\right)\end{cases} \quad (۳۹)$$

با مقایسه‌ی سیستم غیرخطی (۳۹) و سیستم غیرخطی موجود در لم ۲ (رابطه (۴))، نتیجه می‌گردد که تمامی خطاهای ردیابی با شروع از هر شرایط اولیه‌ای بعد از گذشت مدت زمان ثابت T_s همواره دقیقاً صفر خواهند بود و مقدار این زمان T_s با استفاده از نامساوی (۷) قابل محاسبه است. از مراحل این اثبات نتیجه می‌گردد که هدف ردیابی (۱۶) برآورده شده و پایداری زمان-ثابت سراسری برای ربات بازویی حلقه‌بسته برقرار است. این اثبات در همین‌جا به اتمام رسید ■.

یادآوری ۳. لازم به ذکر است که در این مقاله، دو ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت جداگانه برای ربات بازویی پیشنهاد و معرفی شده است. خمینه‌های لغزشی در ساختار کنترلی اول و دوم به ترتیب توسط روابط (۱۹) و (۳۷) تعریف گردیده‌اند. در هر دو ساختار کنترلی پیشنهادی، بردار گشتاورهای اعمالی به ربات یکسان بوده و مطابق با رابطه (۲۱) ساخته می‌شوند. فهرست تجمیعی تمامی پارامترهای اختیاری مرتبط با ساختارهای کنترلی غیرخطی در جدول ۱ ارائه شده است. نحوه‌ی انتخاب مقادیر دلخواه برای پارامترهای اختیاری موجود در خمینه‌های لغزشی دو ساختار کنترلی با هم تفاوت دارند که در متن مقاله به طور دقیق به آن اشاره شده است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

جدول ۱. معرفی تجمیعی پارامترهای اختیاری موجود در هر دو ساختار کنترلی غیرخطی پیشنهادی

Table 1. Introduction of tunable parameters incorporated in both proposed nonlinear control structures .

پارامترها و ماتریس‌های اختیاری بردار گشتاورهای ورودی کنترلی	پارامترهای اختیاری موجود در خمینه‌های لغزشی	
$\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{n_\Theta \times n_\Theta}$	$l_1, l_2, l_3, \ldots, l_{2n}$	ساختار کنترلی غیرخطی (اول یا دوم)
$\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{n_{\Theta_f} \times n_{\Theta_f}}$	$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots, \mu_{2n}$	
ξ_1, ξ_2	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_{2n}$	
r, η	$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots, \beta_{2n}$	

یادآوری ۴. در هر دو ساختار کنترلی غیرخطی پیشنهادی، زمان ثابت همگرایی $\{T_{\text{tot}} = T_r + T_s\}$ به شرایط اولیه ربات بازویی وابسته نبوده و می‌توان با انتخاب مناسب پارامترهای اختیاری، مقدار این زمان ثابت کلّی T_{tot} را تنظیم نمود.

یادآوری ۵. در دو ساختار کنترلی زمان-ثابت پیشنهادی، تعدادی پارامترهای اختیاری به صورت ضرایب عددی یا توانی وجود دارند که مقادیر آن‌ها تاثیر بسزایی بر روی کیفیت و سرعت پاسخ گذرای سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی و مقدار گشتاورهای کنترلی اعمالی (میزان تلاش کنترلی) به ربات داشته و باید به طور مناسب انتخاب گردند. بنابراین می‌توان یک تابع هزینه[1] متشکل از دو عبارت همیشه مثبت (به صورت قدرمطلقی یا فرم مربعی) تعریف کرد که یکی از این عبارت‌ها شاخصی برای سرعت پاسخ گذرا و دیگری شاخصی برای انرژی کنترلی اعمالی به ربات باشد. هر دو شاخص مثبت مورد اشاره توابعی غیرخطی از پارامترهای اختیاری ساختار کنترلی هستند. بنابراین با حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی غیرخطی دارای قیود (همان نامساوی‌های لازم و ضروری بر روی پارامترها)، می‌توان مجموعه جواب مناسبی برای پارامترهای اختیاری پیدا کرد که تابع هزینه‌ی تعریف شده، مینیمم و حداقل گردد.

۴- نتایج شبیه‌سازی بر روی ربات بازویی دو درجه آزادی

در این قسمت، هر دو ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت ارائه شده بر روی ربات بازویی دو درجه آزادی شبیه‌سازی می‌گردند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها آشکار می‌سازد که هر دو ساختار کنترلی پیشنهادی قادرند تا هدف ردیابی زمان-ثابت را به خوبی برآورده کنند. تمامی شبیه‌سازی‌های عددی با استفاده از محیط شبیه‌ساز نرم‌افزار متلب انجام شده و برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیلی در این نرم‌افزار از روش کاربردی رانگ-کوتا با گام گسسته‌سازی ۰/۰۰۰۱ ثانیه استفاده گردیده است. در رابطه‌ی (۴۰)، مدل دینامیکی ربات بازویی دو درجه آزادی مورد استفاده در شبیه‌سازی آورده شده که جابه‌جایی‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای به ترتیب با متغیرهای $q_1(t)$، $q_2(t)$، $\dot{q}_1(t)$ و $\dot{q}_2(t)$ توصیف گردیده‌اند. در (۴۰)، گشتاورهای اعمالی به دو مفصل ربات با نماد $\tau_1(t)$ و $\tau_2(t)$ مشخص شده‌اند که نقش ورودی‌های کنترلی را دارند [۱۸].

$$\mathbf{M}(q_1,q_2)\begin{bmatrix}\ddot{q}_1\\ \ddot{q}_2\end{bmatrix}+\mathbf{C}(q_1,q_2,\dot{q}_1,\dot{q}_2)\begin{bmatrix}\dot{q}_1\\ \dot{q}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}f_1(\dot{q}_1)\\ f_2(\dot{q}_2)\end{bmatrix}+\mathbf{G}(q_1,q_2)=\begin{bmatrix}\tau_1(t)\\ \tau_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\tau_{\text{dis}_1}(t)\\ \tau_{\text{dis}_2}(t)\end{bmatrix}. \qquad (۴۰)$$

ماتریس‌های $\mathbf{M}(q_1,q_2)$، $\mathbf{C}(q_1,q_2,\dot{q}_1,\dot{q}_2)$ و بردار $\mathbf{G}(q_1,q_2)$ در رابطه (۴۱) معرفی گردیده‌اند. در (۴۲)، $\{a_1,a_2\}$، $\{m_1,m_2\}$ و $\{J_1,J_2\}$ به ترتیب معرف جرم، طول و ممان اینرسی دو بازوی ربات می‌باشند که در شبیه‌سازی از مقادیر عددی $\{m_1=۰/۵(\text{kg}), m_2=۱/۵(\text{kg})\}$، $\{a_1=۱(\text{m}), a_2=۰/۸(\text{m})\}$ و $\{J_1=J_2=۰/۵(\text{kg.m}^2)\}$ و $\{g=۹/۸(\text{m/s}^2)\}$ استفاده شده است.

[1] Cost function

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} p_1 + 2p_2\cos(q_2) & p_3 + p_2\cos(q_2) \\ p_3 + p_2\cos(q_2) & p_4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -p_2\sin(q_2)\dot{q}_1 & -2p_2\sin(q_2)\dot{q}_1 \\ 0 & p_2\sin(q_2)\dot{q}_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{G} = \begin{bmatrix} p_5\cos(q_1) + p_6\cos(q_1+q_2) \\ p_6\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (۴۱)$$

پارامترهای p_1 تا p_6 در (۴۲) تعریف گردیده‌اند.

$$\begin{cases} p_1 = (m_1+m_2)a_1^2 + m_2a_2^2 + J_1 \\ p_2 = m_2a_1a_2 \quad \text{and} \quad p_3 = m_2a_2^2 \\ p_4 = p_3 + J_2 \ \text{and}\ p_5 = (m_1+m_2)a_1g \\ p_6 = m_2a_2g \end{cases} \quad (۴۲)$$

با استناد به آنچه که در متن مقاله شرح داده شد، در هر دو ساختار کنترلی پیشنهادی، مقادیر عددی ثابت‌های فیزیکی ربات رابطه (۴۰) نامشخص در نظر گرفته می‌شوند. فرم رگرسوری برای ربات (۴۰) را می‌توان در قالب (۴۳) بازنویسی کرد که بردار $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}^T$ قبلاً توسط رابطه‌ی (۱۹) تعریف گردیده است.

$$\begin{cases} \mathbf{M}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \mathbf{G}(q) + \mathbf{F}(\dot{q}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{\text{dis}} \\ K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}^T, \dot{K} = \begin{bmatrix} \dot{k}_1 & \dot{k}_2 \end{bmatrix}^T, q = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \end{bmatrix}^T, \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_2 \end{bmatrix}^T \\ \Theta_{6\times1} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & p_6 \end{bmatrix}^T \\ Y(q,\dot{q},K,\dot{K}) = \begin{bmatrix} \dot{k}_1 & \mathrm{Y}_{1,2} & \dot{k}_2 & 0 & \cos(q_1) & \cos(q_1+q_1) \\ 0 & \mathrm{Y}_{2,2} & \dot{k}_1 & \dot{k}_2 & 0 & \cos(q_1+q_1) \end{bmatrix}_{2\times6} \\ \mathrm{Y}_{1,2} = 2\dot{k}_1\cos(q_2) + \dot{k}_2\cos(q_2) - \dot{q}_1k_1\sin(q_2) - 2\dot{q}_1k_2\sin(q_2) \\ \mathrm{Y}_{2,2} = \dot{k}_1\cos(q_2) - \dot{q}_2k_2\sin(q_2) \end{cases} \quad (۴۳)$$

در مدل ربات دو درجه آزادی، گشتاورهای اصطکاکی $f_1(\dot{q}_1)$ و $f_2(\dot{q}_2)$ به صورت رابطه‌ی (۴۴) می‌باشند. مقادیر ثابت‌های فیزیکی گشتاورهای اصطکاکی $\{f_{c_1} = f_{c_2} = ۰/۰۲۱۷\}$، $\{f_{s_1} = f_{s_2} = ۰/۰۲۴\}$، $\{f_{\mu_1} = f_{\mu_2} = ۲/۰۱۳۷\}$ و $\{\dot{q}_{s_1} = \dot{q}_{s_2} = ۰/۱۰۵\}$ هستند که در طراحی هر دو ساختار کنترلی نامعلوم فرض می‌شوند. بنابراین بایستی گشتاورهای اصطکاکی در قالب فرم رگرسوری $\{\mathbf{F}(\dot{q}) = \mathbf{Y_f}(\dot{q})\Theta_{\text{f}}\}$ بازنویسی گردند.

$$\begin{cases} \mathbf{F}(\dot{q}) = \begin{bmatrix} f_1(\dot{q}_1) & f_2(\dot{q}_2) \end{bmatrix}^T \ \text{with}\ i = 1,2 \\ f_i(\dot{q}_i) = \left(f_{c_i} + \left(f_{s_i} - f_{c_i} \right) e^{-\left(\frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{s_i}} \right)^2} \right) \text{sign}(\dot{q}_i) + f_{\mu_i}\dot{q}_i \end{cases} \quad (۴۴)$$

فرم رگرسوری خطی در پارامتر برای گشتاورهای اصطکاکی به صورت رابطه‌ی(۴۵) حاصل گردیده است. لازم به ذکر است برای بدست آوردن فرم رگرسوری از تقریب بسط سری تیلور $\left\{ e^{-(\dot{q}_i/\dot{q}_{s_i})^2} \cong 1 - (\dot{q}_i/\dot{q}_{s_i})^2 + (\dot{q}_i/\dot{q}_{s_i})^4 \right\}$، استفاده شده است.

ACCEPTED MANUSCRIPT

$$\left\{\mathbf{F}(\dot{q})=\mathbf{Y_f}(\dot{q})\Theta_{\mathrm{f}}\right\}\ \text{or}\begin{bmatrix} f_1(\dot{q}_1)\\ f_2(\dot{q}_2)\end{bmatrix}_{2\times1}=\begin{bmatrix}\left(Y_{\mathrm{f}_1}(\dot{q}_1)\right)_{1\times4} & 0_{1\times4}\\ 0_{1\times4} & \left(Y_{\mathrm{f}_2}(\dot{q}_2)\right)_{1\times4}\end{bmatrix}_{2\times8}\begin{bmatrix}\Theta_{\mathrm{f}_1}\\ \Theta_{\mathrm{f}_2}\end{bmatrix}_{8\times1}$$

$$\Theta_{\mathrm{f}_1}=\begin{bmatrix} f_{s_1} & \left(f_{s_1}-f_{c_1}\right)\dfrac{1}{\left(\dot{q}_{s_1}\right)^2} & \left(f_{s_1}-f_{c_1}\right)\dfrac{0.5}{\left(\dot{q}_{s_1}\right)^4} & f_{\mu_1}\end{bmatrix}^T$$

$$\Theta_{\mathrm{f}_2}=\begin{bmatrix} f_{s_2} & \left(f_{s_2}-f_{c_2}\right)\dfrac{1}{\left(\dot{q}_{s_2}\right)^2} & \left(f_{s_2}-f_{c_2}\right)\dfrac{0.5}{\left(\dot{q}_{s_2}\right)^4} & f_{\mu_2}\end{bmatrix}^T \qquad (۴۵)$$

$$Y_{\mathrm{f}_1}(\dot{q}_1)=\begin{bmatrix}\operatorname{sign}(\dot{q}_1) & -\dot{q}_1^2\operatorname{sign}(\dot{q}_1) & \dot{q}_1^4\operatorname{sign}(\dot{q}_1) & \dot{q}_1\end{bmatrix}^T$$

$$Y_{\mathrm{f}_2}(\dot{q}_2)=\begin{bmatrix}\operatorname{sign}(\dot{q}_2) & -\dot{q}_2^2\operatorname{sign}(\dot{q}_2) & \dot{q}_2^4\operatorname{sign}(\dot{q}_2) & \dot{q}_2\end{bmatrix}^T$$

در تمامی شبیه‌سازی‌ها، گشتاورهای اغتشاشی رابطه (۴۰) به صورت $\left\{\tau_{\mathrm{dis}_1}=3\sin(q_1+q_2)\right\}$ و $\left\{\tau_{\mathrm{dis}_2}=2\sin(3q_1q_2)\right\}$ منظور شده‌اند. بنابراین با توجه به گشتاورهای اغتشاشی فوق و استناد به فرض ۴، مقدار $\{\gamma_{\mathrm{dis}}=6\}$ در شبیه‌سازی لحاظ گردیده است. هم چنین بردار مسیرهای موردنظر برای جابجایی‌های زاویه‌ای هر یک از مفصل‌های ربات بازویی دو درجه آزادی رابطه (۴۰) به صورت $\left\{q_{\mathrm{d}}(t)=\left[\sin(t+\pi/5)\ \ \sin(t+2\pi/5)\right]^T(\mathrm{rad})\right\}$ انتخاب شده‌اند. شرایط اولیه‌ی شبیه‌سازی‌ها به فرم $q(0)=[-0.95,-1.5]^{\mathrm{T}}(\mathrm{rad})$، $\dot{q}(0)=[-\pi,1]^T(\mathrm{rad})$ و $\hat{\Theta}(0)=[1,1,\ 1,1,1\ ]^T$ و $\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(0)=[0,0,0,0,0,0\ ,0,0]^T$ درنظر گرفته شده است. مطابق با فرض‌های ۲ و ۳، برای γ_{Θ} و $\gamma_{\Theta_{\mathrm{f}}}$، مقادیر عددی ۳۰ و ۹ انتخاب شده‌اند. در تمام شبیه‌سازی‌های مرتبط با مقاله‌ی حاضر، عملگرهای غیرخطی اشباع متقارن (در مسیر اعمال گشتاورهای کنترلی به مفصل‌های ربات بازویی) با حد اشباع (بالا و پایین) ۸۰ نیوتن‌متر لحاظ شده‌اند.

یادآوری ۶. در شبیه‌سازی‌ها، به جای تابع پرشی و ناپیوسته‌ی علامت $\operatorname{sign}(s)$ از تابع پیوسته $(2/\pi)\arctan(100s)$ استفاده شده و این جایگزینی باعث گردیده که پدیده چترینگ (وزوز) تا حد زیادی کاهش یابد.

۴-۱- نتایج شبیه‌سازی ساختار کنترلی غیرخطی اول

در این زیربخش، نتایج شبیه‌سازی حاصل از اعمال ساختار کنترلی غیرخطی اول (روابط (۱۹) و (۲۱)) بر روی ربات بازویی دو درجه آزادی (۴۰) ارائه می‌شوند. در جدول ۲ مقادیر انتخابی در نظر گرفته شده برای ضرایب و ماتریس‌های اختیاری ساختار کنترلی اول معرفی شده‌اند.

جدول ۲. مقادیر انتخابی پارامترهای اختیاری موجود در ساختار کنترلی غیرخطی پیشنهادی اول

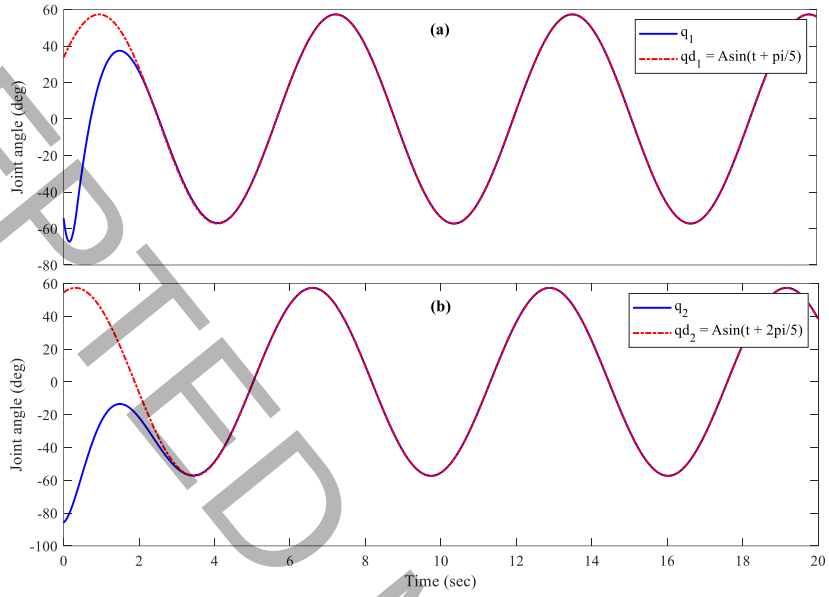
Table 2. Selected values of optional parameters appeared in the first proposed nonlinear control structure

مقادیر ضرایب و ماتریس‌های اختیاری ورودی‌های کنترلی	مقادیر ضرایب اختیاری موجود در خمینه‌های لغزشی
$\mathbf{\Gamma}=\mathbf{I}_{۶\times۶}$	$l_1=l_2=۱, l_3=۰/۷, l_4=۰/۹$
$\mathbf{\Lambda}=\mathbf{I}_{۸\times۸}$	$\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=۲$
$\xi_1=\xi_2=۱$	$\beta_1=\beta_3=۱/۱۰۵۳, \beta_2=\beta_4=۱/۰۵$.
$r=۱/۹۵,\ \eta=۱۰$	$\alpha_1=\alpha_3=۰/۹۰۴۸, \alpha_2=\alpha_4=۰/۹۵$

در شکل (۱) قسمت (a) پاسخ‌های زمانی $q_1(t)$ و $q_{d_1}(t)$ و در قسمت (b) پاسخ‌های زمانی $q_2(t)$ و $q_{d_2}(t)$ نمایش داده شده‌اند. با دقت در شکل (۱) می‌توان متوجه شد که $q_1(t)$ و $q_2(t)$ بعد از گذشت ۳/۵ ثانیه دقیقاً به مسیرهای موردنظر $q_{d_1}(t)$ و $q_{d_2}(t)$ همگرا گردیده‌اند. بایستی به این نکته اشاره داشت که در شکل‌های (۱) و (۵)، ضریب A در ضابطه‌ی مسیرهای موردنظر $q_{d_1}(t)$ و

ACCEPTED MANUSCRIPT

$q_{d_2}(t)$ برای تبدیل واحد رادیان به درجه استفاده شده و مقدار آن برابر با $180/\pi$ است. در شکل (۲) نمودارهای خطاهای ردیابی $\{e_1 = q_1(t) - q_{d_1}(t)\}$ و $\{e_3 = q_2(t) - q_{d_2}(t)\}$ مرتبط با ساختار کنترلی اول ترسیم شده‌اند. برای ساختار کنترلی اول، نمودارهای نرم‌های اقلیدسی $\hat{\Theta}(t)$ و $\hat{\Theta}_f(t)$ به ترتیب در قسمت‌های (a) و (b) شکل (۳) آورده شده‌اند که با گذشت مدت زمان مشخصی دقیقاً به مقادیر ثابتی همگرا می‌شوند. نمودار گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های ربات $\tau_1(t)$ و $\tau_2(t)$ (حاصله از ساختار کنترلی اول) به ترتیب در قسمت‌های (a) و (b) شکل (۴) نشان داده شده‌اند.

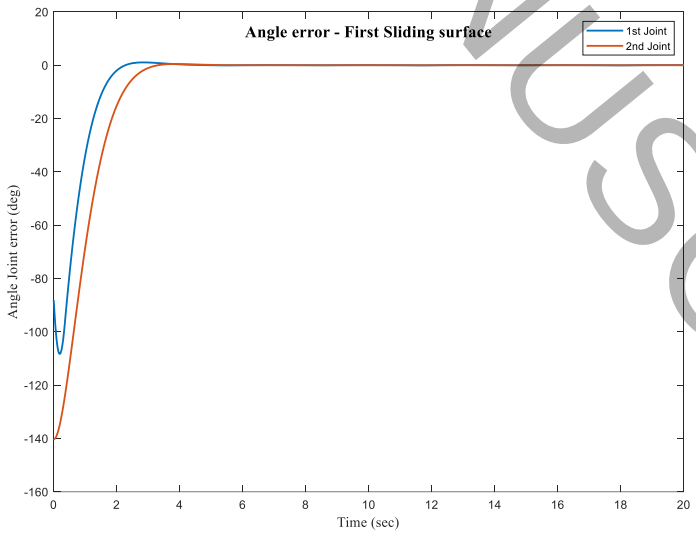


شکل (۱). نمودارهای جابجایی زاویه‌ای مفصل‌های ربات بازویی با اعمال ساختار کنترلی اول

Fig 1. Angular displacement trajectories of robotic manipulator joints obtained using the first proposed control structure

۲-۴- نتایج شبیه‌سازی ساختار کنترلی غیرخطی دوم

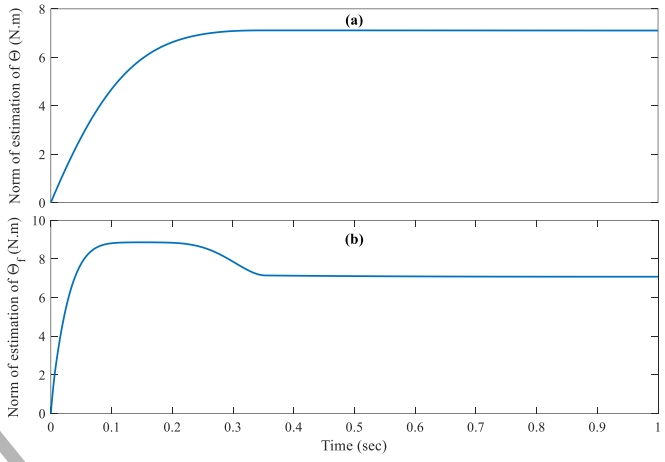
در این زیربخش، نتایج شبیه‌سازی مرتبط با اعمال ساختار کنترلی غیرخطی دوم (روابط (۳۷) و (۲۱)) به ربات بازویی دو درجه آزادی (۴۰) ارائه شده‌اند. مقادیر عددی انتخابی برای ضرایب و ماتریس‌های اختیاری ساختار کنترلی دوم در جدول ۳ معرفی گردیده‌اند.



شکل (۲). نمودارهای خطاهای ردیابی $\{e_1 = q_1(t) - q_{d_1}(t)\}$ و $\{e_3 = q_2(t) - q_{d_2}(t)\}$ مرتبط با ساختار کنترلی اول

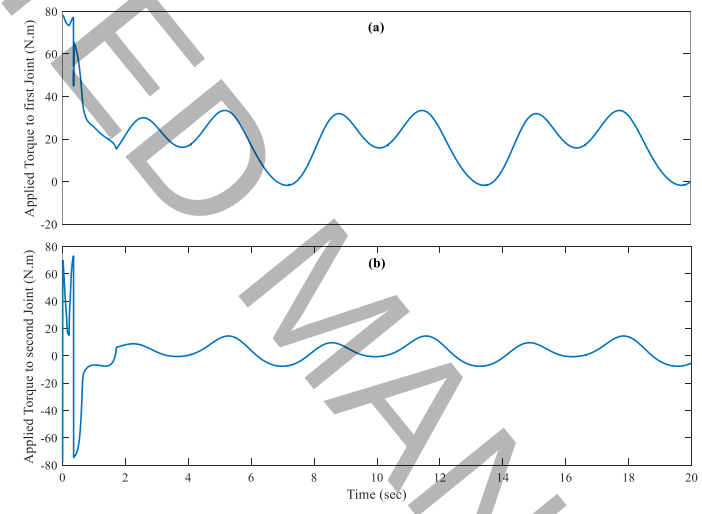
Fig 2. Tracking error trajectories of $\{e_1 = q_1(t) - q_{d_1}(t)\}$ and $\{e_3 = q_2(t) - q_{d_2}(t)\}$ obtained using the first proposed control structure

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل (۳). نمودارهای زمانی $\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|$ و $\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(t)\right\|$ با اعمال ساختار کنترلی اول

Fig 3. Time-domain responses of $\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|$ and $\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(t)\right\|$ by applying the first proposed control structure



شکل (۴). نمودار گشتاورهای اعمالی $\tau_1(t)$ و $\tau_2(t)$ مرتبط با ساختار کنترلی اول

Fig 4. Control torque responses of $\tau_1(t)$ and $\tau_2(t)$ associated with the first control structure

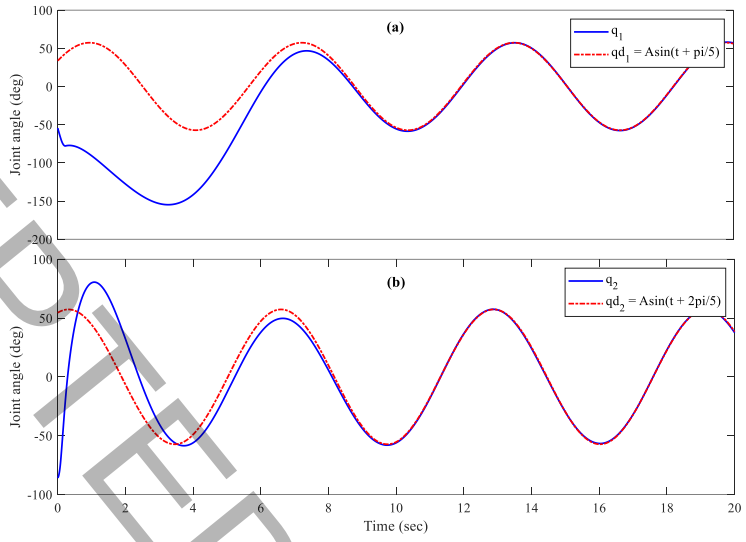
جدول ۳. مقادیر انتخابی پارامترهای اختیاری موجود در ساختار کنترلی غیرخطی پیشنهادی دوم

Table 3. Selected values of optional parameters appeared in the second proposed nonlinear control structure

مقادیر ضرایب و ماتریس‌های اختیاری ورودی‌های کنترلی	مقادیر ضرایب اختیاری موجود در خمینه‌های لغزشی
	$l_1 = ۱/۲۱۵۵, l_2 = ۴/۶۳۰۵$
	$l_3 = ۶/۶۱۵, l_4 = ۴/۲$
$\Gamma = \mathbf{I}_{۶\times۶}$	$\mu_1 = ۲/۴۳,\ \mu_2 = ۸/۱۰۳۴$
$\Lambda = \mathbf{I}_{۸\times۸}$	$\mu_3 = ۹/۹۲۲۵, \mu_4 = ۵/۲۵$
$\xi_1 = \xi_2 = ۱$	$\alpha_1 = ۰/۹۹۹۶,\ \alpha_2 = ۰/۹۹۹۷$
$r = ۱/۹۹۹,\ \eta = ۱$	$\alpha_3 = ۰/۹۹۹۸,\ \alpha_4 = ۰/۹۹۹۹$
	$\beta_1 = ۱/۰۰۰۴,\ \beta_2 = ۱/۰۰۰۳$
	$\beta_3 = ۱/۰۰۰۲,\ \beta_4 = ۱/۰۰۰۱$

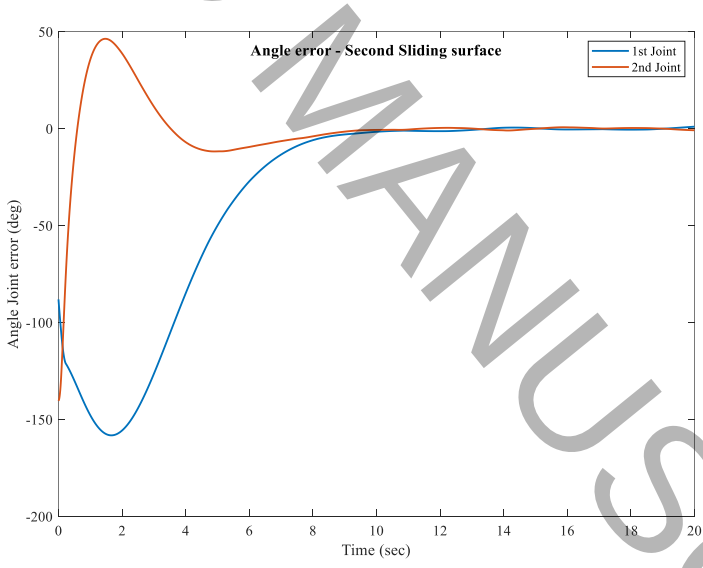
ACCEPTED MANUSCRIPT

برای ساختار کنترلی دوم، پاسخ‌های زمانی $q_1(t)$ و $q_{d_1}(t)$ در شکل (۵) قسمت (a) و پاسخ‌های زمانی $q_2(t)$ و $q_{d_2}(t)$ در قسمت (b) همین شکل آورده شده‌اند که $q_1(t)$ و $q_2(t)$ دقیقاً بعد از سپری شدن ۱۰ ثانیه به مسیرهای $q_{d_1}(t)$ و $q_{d_2}(t)$ همگرا گردیده‌اند. در شکل (۶) نمودارهای خطاهای ردیابی $\{e_1 = q_1(t) - q_{d_1}(t)\}$ و $\{e_3 = q_2(t) - q_{d_2}(t)\}$ مرتبط با ساختار کنترلی دوم نمایش داده شده‌اند.



شکل (۵) نمودارهای جابجایی زاویه‌ای مفصل‌های ربات بازویی با اعمال ساختار کنترلی دوم

Fig 5. Angular displacement trajectories of robotic manipulator joints obtained using the second proposed control structure

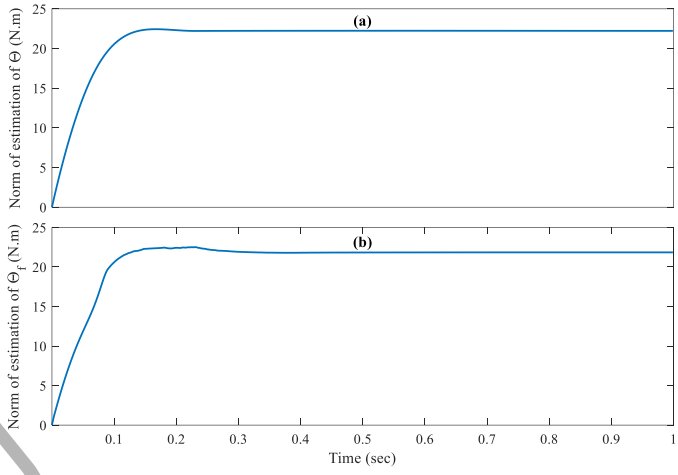


شکل (۶). نمودارهای خطاهای ردیابی $\{e_1 = q_1(t) - q_{d_1}(t)\}$ و $\{e_3 = q_2(t) - q_{d_2}(t)\}$ مرتبط با ساختار کنترلی دوم

Fig 6. Tracking error trajectories of $\{e_1 = q_1(t) - q_{d_1}(t)\}$ and $\{e_3 = q_2(t) - q_{d_2}(t)\}$ obtained using the second proposed control structure

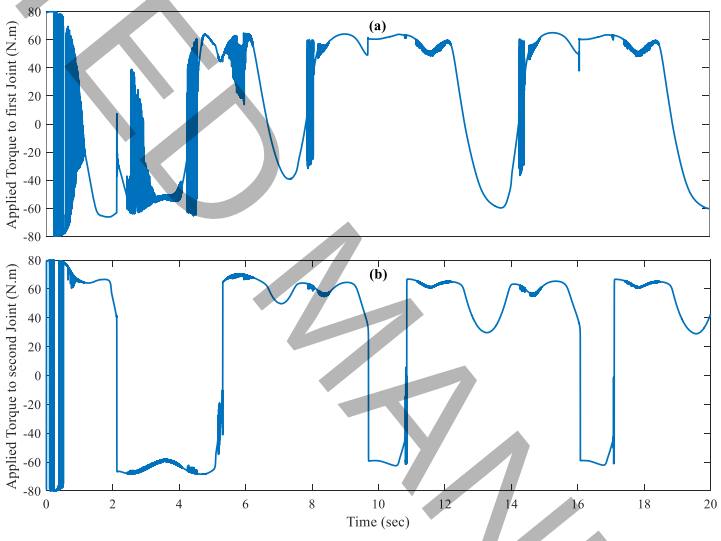
با اعمال ساختار کنترل دوم، نمودارهای نرم‌های اقلیدسی $\|\hat{\Theta}(t)\|$ و $\|\hat{\Theta}_f(t)\|$ در قسمت‌های (a) و (b) شکل (۷) نمایش داده شده‌اند که با سپری شدن زمان مشخصی دقیقاً به مقادیر ثابتی همگرا گردیده‌اند. نمودار گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های ربات $\tau_1(t)$ و $\tau_2(t)$ (حاصله از ساختار کنترلی دوم) به ترتیب در قسمت‌های (a) و (b) شکل (۸) آورده شده‌اند.

ACCEPTED MANUSCRIPT



شکل (۷) نمودارهای زمانی $\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|$ و $\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(t)\right\|$ با اعمال ساختار کنترلی دوم

Fig 7. Time-domain responses of $\left\|\hat{\Theta}(t)\right\|$ and $\left\|\hat{\Theta}_{\mathrm{f}}(t)\right\|$ by applying the second proposed control structure



شکل (۸) نمودار گشتاورهای اعمالی $\tau_1(t)$ و $\tau_2(t)$ مرتبط با ساختار کنترلی دوم

Fig 8. Control torque responses of $\tau_1(t)$ and $\tau_2(t)$ associated with the second control structure

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل جامعی از ربات‌های بازویی با وجود نامعینی‌های پارامتری، عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی، اغتشاش و گشتاورهای اصطکاکی نامعلوم در نظر گرفته شد. سپس دو ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت ترکیبی با استفاده از تلفیق راهکار کنترل مد لغزشی پایان‌دار و قوانین به‌روزرسانی تطبیقی (در قالب معادلات دیفرانسیل غیرخطی) طراحی و پیشنهاد شدند به‌طوری‌که مجری نهایی ربات بعد از گذشت مدت زمان ثابت قابل تنظیمی دقیقاً با خطای صفر مطلق به مسیر کاری مورد نظر همگرا گردد. با استفاده از دو کاندیدای لیاپانوف ترکیبی ابتکاری به صورت تحلیلی و ریاضیاتی نشان داده شد که هرکدام از ساختارهای کنترلی غیرخطی پیشنهادی، پایداری زمان-ثابت سراسری را در سیستم حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی تضمین می‌کند. برای هرکدام از ساختارهای کنترلی، در حین فرآیند اثبات پایداری، ارتباط بین زمان ثابت همگرایی ربات بازویی به مسیر کاری و پارامترهای اختیاری آن ساختار استخراج گردید. بنابراین می‌توان از این رابطه برای تنظیم زمان ثابت رسیدن مجری نهایی ربات به مسیر کاری استفاده نمود. به عنوان کارهای تحقیقاتی آتی مرتبط با این مقاله، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

ACCEPTED MANUSCRIPT

(الف): تعریف خمینه‌های لغزشی غیرخطی متفاوت و نوآورانه در ساختار کنترلی پیشنهادی با هدف کاهش مدت زمان ثابت لازم برای رسیدن مجری نهایی ربات به مسیر کاری.

(ب): طراحی رویت‌گرهای غیرخطی زمان-ثابت برای تخمین بردار سرعت‌های زاویه‌ای مفصل‌های ربات و اثبات مجدد پایداری زمان-ثابت سراسری ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات در حضور این رویت‌گرها.

(پ): تعریف تابع هزینه‌ی مناسب و استفاده از بهینه‌سازی غیرخطی برای انتخاب مقادیر اختیاری پارامترهای ساختار کنترلی با هدف کاهش مدت زمان ثابت همگرایی و کمینه‌کردن انرژی کنترلی لازمه.

(ت): در نظر گرفتن اثر غیرخطی‌گری عملگرهای مفصل‌های ربات بازویی (از جمله اشباع و ناحیه مرده) در فرآیند طراحی ساختار کنترلی غیرخطی زمان-ثابت.

(ث): استفاده از سیستم فازی (نوع اول، دوم یا تاکاگی سوگنو) یا شبکه عصبی مصنوعی (پرسپترون چند لایه یا تابع پایه شعاعی) برای تقریب عدم‌قطعیت‌های مدل‌سازی و اغتشاش براساس اصل تقریب و بازنویسی فرآیند اثبات پایداری زمان-ثابت سراسری ساختار حلقه‌بسته‌ی ربات بازویی.

۶- منابع و مراجع

[1] K. Shojaei, A. Kazemy, A. Chatraei, An observer-based neural adaptive PID controller for robot manipulators including motor dynamics with a prescribed performance, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 26(3) (2021) 1689-1699.

[2] A. Perrusquía, J.A. Flores-Campos, C.R. Torres-San-Miguel, A novel tuning method of PD with gravity compensation controller for robot manipulators, IEEE Access, 8(1) (2020) 114773-114783.

[3] H.M. An, J.W. Lee, D.H. Seo, S.Y. Lee, An adaptive sliding mode control with novel sliding variable-based adaptive law for disturbed robot manipulators, IEEE Access, 12(1) (2024) 165227-165235.

[4] H. Fang, Y. Wu, T. Xu, F. Wan, Adaptive neural sliding mode control of uncertain robotic manipulators with predefined time convergence, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 32(17) (2022) 9213-9238.

[5] J. Zhai, Z. Li, Fast-exponential sliding mode control of robotic manipulator with super-twisting method, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 69(2) (2022) 489-493.

[6] J. Yang, Y. Wang, T. Wang, Z. Hu, X. Yang, J.J. Rodriguez-Andina, Time-delay sliding mode control for trajectory tracking of robot manipulator, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 71(10) (2024) 13083-13091.

[7] Z. Li, J. Zhai, Event-triggered-based sliding mode asymptotic tracking control of robotic manipulators, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 71(3) (2024) 1266-1270.

[8] Q. Zhang, M. Mu, H. Ji, Q. Wang, X. Wang, An adaptive type-2 fuzzy sliding mode tracking controller for a robotic manipulator, Electronic Research Archive, 31(1) (2023) 3791-3813.

[9] C.E. Boudjedir, M. Bouri, D. Boukhetala, An enhanced adaptive time delay control-based integral sliding mode for trajectory tracking of robot manipulator, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 31(3) (2023) 1042-1050.

[10] A.F. Amer, E.A. Sallam, W.M. Elawady, Adaptive fuzzy sliding mode control using supervisory fuzzy control for 3-DOF planar robot manipulators, Applied Soft Computing, 11(1) (2011) 4943-4953.

[11] T. Zhao, P. Qin, S. Dian, B. Guo, Fractional order sliding mode control for an omni-directional mobile robot based on self-organizing interval type-2 fuzzy neural network, Information Sciences, 654(1) (2024) 119819-119839.

ACCEPTED MANUSCRIPT

[12] T. Zhao, J. Liu, S. Dian, R. Guo, S. Li, Sliding mode control theory based adaptive general type-2 fuzzy neural network control for power-line inspection robots, Neurocomputing, 401(1) (2020) 281-294.
[13] Y. Zhang, L. Kong, S. Zhang, X. Yu, Y. Liu, Improved sliding mode control for a robotic manipulator with input dead-zone and deferred constraint, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 53(12) (2023) 7814-7826.
[14] X. Yin, L. Pan, S. Cai, Robust adaptive fuzzy sliding mode trajectory tracking control for serial robotic manipulators, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 72(1) (2021) 101884.
[15] A.T. Vo, T.N. Truong, H.J. Kang, N.H.A. Nguyen, A predefined-time stability control method based on fuzzy compensation for Euler-Lagrange systems and its applications to manipulators, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 155(1) (2025) 111006.
[16] S. Zaare, M.R. Soltanpour, Adaptive fuzzy global coupled nonsingular fast terminal sliding mode control of n-rigid-link elastic-joint robot manipulators in presence of uncertainties, Mechanical Systems and Signal Processing, 163(1) (2022) 108165.
[17] J. Gao, Z. Tan, L. Li, G. Jia, P.X. Liu, A novel finite-time non-singular robust control for robotic manipulators, Chaos, Solitons and Fractals, 194(1) (2025) 116266.
[18] L. Zhang, Y. Su, Z. Wang, H. Wang, Fixed-time terminal sliding mode control for uncertain robot manipulators, ISA Transactions, 144(1) (2024) 364-373.
[19] J. Zhai, G. Xu, A novel non-singular terminal sliding mode trajectory tracking control for robotic manipulators, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 68(1) (2021) 391-395.
[20] S. Tian, T. Zhao, Self-organizing interval type-2 function-link fuzzy neural network control for uncertain manipulators under saturation: A predefined-time sliding-mode approach, Applied Soft Computing Journal, 165(1) (2024) 112064.
[21] Y. Hu, H. Yan, H. Zhang, M. Wang, L. Zeng, Robust adaptive fixed-time sliding-mode control for uncertain robotic systems with input saturation, IEEE Transactions on Cybernetics, 53(4) (2023) 2636-2646.
[22] P. Yang, Y. Su, Proximate fixed-time prescribed performance tracking control of uncertain robot manipulator, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 27(5) (2022) 3275-3285.
[23] H. Razmjooei, M.H. Shafiei, C. Yang, A novel robust finite-time tracking control of uncertain robotic manipulators with disturbances, Journal of Vibration and Control, 28(5-6) (2020) 719-731.
[24] D. Zhang, J. Hu, J. Cheng, Z.G. Wu, H. Yan, A novel disturbance observer based fixed-time sliding mode control for robotic manipulators with global fast convergence, IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 11(3) (2024) 661-672.
[25] N. Lu, L. Ma, X. Hua, Nonsingular fast terminal sliding mode control based on neural network with adaptive robust term for robotic manipulators with actuators, Transactions of the Institute of Measurement and Control, 44(15) (2022) 2888-2899.
[26] Y. Sun, Neural network-based tracking control of uncertain robotic systems: Predefined-time nonsingular terminal sliding-mode approach, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 69(10) (2022) 10510-10520.
[27] E.C. Zavala, T. Sanchez, E. Nuño, J.A. Moreno, Lyapunov-based finite-time control of robot manipulators, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 31(8) (2021) 3090-3114.
[28] Y. Wu, W. Niu, L. Kong, X. Yu, W. He, Fixed-time neural network control of a robotic manipulator with input deadzone, ISA Transactions, 135(1) (2023) 449-461.
[29] C. Zhu, Y. Jiang, C. Yang, Fixed-time neural control of robot manipulator with global stability and guaranteed transient performance, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 70(1) (2023) 803-812.

ACCEPTED MANUSCRIPT

[30] N.P. Nguyen, H. Oh, J. Moon, Finite-time continuous nonsingular terminal modified adaptive-gain super-twisting control: Application to a 2-DOF planar robot manipulator system, IEEE Transactions on Cybernetics, 54(5) (2024) 2838-2851.
[31] J. Hu, X. Zhang, D. Zhang, Y. Chen, H. Ni, H. Liang, Finite-time adaptive super-twisting sliding mode control for autonomous robotic manipulators with actuator faults, ISA Transactions, 144(1) (2024) 342-351.
[32] W. Li, Z. Zhang, P. Wang, H. Wan, A faster fixed-time fault tolerant sliding mode control for robot manipulators with mismatched disturbances, IEEE Access, 13(1) (2025) 56576-56584.
[33] T.N. Truong, A.T. Vo, H.J. Kang, A backstepping global fast terminal sliding mode control for trajectory tracking control of industrial robotic manipulators, IEEE Access, 9(1) (2021) 31921-31931.
[34] Z. Liu, O. Zhang, Y. Gao, Y. Zhao, Y. Sun, J. Liu, Adaptive neural network-based fixed-time control for trajectory tracking of robotic systems, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 70(1) (2022) 241-245.
[35] M. Van, Y. Sun, S. McLlvanna, M.N. Nguyen, M.O. Khyam, D. Ceglarek, Adaptive fuzzy fault tolerant control for robot manipulators with fixed-time convergence, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 31(9) (2023) 3210-3219.
[36] Y. Zhu, Z. Liu, B. Jiang, Q. Zhu, Adaptive fixed-time fuzzy fault-tolerant control for robotic manipulator with unknown friction and composite actuator faults, Journal of the Franklin Institute, 361(1) (2024) 107025.
[37] X. Zhang, R. Shi, Y. Quan, Adaptive fixed-time control based on super-twisting disturbance observer for manipulators, Journal of Vibration and Control, (2023).
[38] A. Abooee, M.M. Arefi, F. Sedghi, V. Abootalebi, Robust nonlinear control schemes for finite-time tracking objective of a 5-DOF robotic exoskeleton, International Journal of Control, 92(9) (2019) 2178-2193.
[39] Q. Zou, S. Chang, A new fixed-time terminal sliding mode control for second-order nonlinear systems, Journal of the Franklin Institute, 361(1) (2024) 1255-1267.
[40] A. Abooee, M.M. Arefi, Robust finite-time stabilizers for a connected chain of nonlinear double-integrator systems, IEEE Systems Journal, 13(1) (2019) 833-841.
[41] A. Michalak, A. Nowakowski, New approach to fixed-time stability of a nonlinear system, Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 48(1) (2023) 101337.
[42] J. Ma, Z. Yao, W. Deng, J. Yao, Fixed-time adaptive neural network compensation control for uncertain nonlinear systems, Neural Networks, 189(1) (2025) 107563.
[43] H. Fakharizade Bafghi, M.R. Jahed-Motlagh, A. Abooee, A. Moarefianpur, Robust finite-time tracking for a square fully-actuated class of nonlinear systems, Nonlinear Dynamics, 103(21) (2021) 1-15.
[44] Q. Meng, Q. Ma, Y. Shi, Adaptive fixed-time stabilization for a class of uncertain nonlinear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 68(11) (2023) 6929-6936.

ACCEPTED MANUSCRIPT