

اثر هسته هدفمند مرتبه ای بر پاسخ دینامیکی پانل ساندویچی تحت ضربه عرضی با سرعت پایین

محمد حسین شکیب^۱؛ سید محمد رضا خلیلی^{۲*}؛ کرامت ملک زاده فرد^۳

چکیده

در این مقاله، مسأله ضربه عرضی با سرعت پایین بر روی پانل ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه ای در نظر گرفته شده است. فعل و انفعال ضربه زننده و پانل به کمک سیستم دو درجه آزادی جرم و فنر مدل شده است. برای تخمین نیروی برخورد، روش عددی بر پایه تئوری بهبود یافته مرتبه بالای ورق ساندویچی به کار برده شده است. تئوری برشی مرتبه اول برای رویه‌ها بکار رفته، در حالی که تئوری الاستیسیته سه بعدی برای هسته استفاده شده است. برای اولین بار اثر تنش‌های صفحه‌ای برشی و نرمال در هسته در نظر گرفته شده است. مولفه‌های جابجایی در هسته با تابعی چند جمله‌ای فرض شده که دارای ضرایب مجهول است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که استفاده از مواد هدفمند مرتبه‌ای در هسته می‌تواند میزان تغییر شکل‌ها را کاهش دهد ولی بیشینه نیروی برخورد را افزایش خواهد داد.

کلمات کلیدی: پانل ساندویچی، هسته هدفمند مرتبه‌ای، ضربه سرعت پایین، تئوری مرتبه بالا

Effect of Functionally Graded Core on Dynamic Response of Sandwich Panel subjected to Transverse Low-velocity Impact

M.H. Shakib, S.M.R. Khalili, K. Malekzadeh

ABSTRACT

In this paper, the problem of low-velocity transverse impact on a sandwich panel with functionally graded core has been considered. The interaction between the impactor and the panel is modeled with the help of a system having two-degrees-of-freedom consisting of springs-masses. In order to determine the contact force history, a numerical procedure is employed based on improved higher-order sandwich plate theory. Shear deformation theory is used for the face sheets while three-dimensional elasticity theory is used for the core. For the first time effect of consideration of in-plane shear stress and normal stress in the core is considered. Displacement components in the core are assumed to vary with a polynomial function with unknown coefficients. Results indicate that use of the FG core can reduce deflections and increase maximum of contact forces.

KEYWORDS: Sandwich panels, Functionally graded core, Low-velocity impact, High-order theory

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۷/۱۵

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۲/۱۹

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، me.shakib@gmail.com

^{۲*} نویسنده مسئول و استاد دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، khalili@kntu.ac.ir

^۳ دانشیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، kmalekzadeh@mut.ac.ir

نامتقارن خواص مکانیکی پاسخ بهتری می‌دهد. آندرسون [۸] با مدل‌های یک درجه آزادی، ضربه با جرم بزرگ را بر روی کامپوزیت‌های چندلایه ساندویچی بررسی کرده است. اعتمادی و همکارانش [۹] با استفاده از المان محدود و مدل‌سازی سه بعدی، درستی پاسخ و روش حل مرجع [۷] را مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج بدست آمده از تحلیل المان محدود در مرجع [۹] برای تیر ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای با تحلیل تطبیقی برای بررسی خوبی داشته و درستی روش حل آن را تأیید نمود. فروستینگ و تامسن [۱۰] تئوری صفحات ساندویچی با مرتبه بالا (HSAPT) را برای تحلیل ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر مورد استفاده قرار داده‌اند. همچنین بوسیله ملکزاده و همکاران [۱۱] و خلیلی و همکاران [۱۲] تئوری ارتقاء یافته مرتبه بالای ورق ساندویچی (IHSAPT) بدست آمده که با کمک این تئوری ارتعاشات آزاد و ضربه عرضی بر روی پانل ساندویچی مورد تحلیل قرار گرفت. در این تحلیل‌ها، تئوری برشی مرتبه اول برای رویه‌ها و تغییر غیرخطی شتاب عمودی در هسته به جای تغییر خطی شتاب که پیش از این بطور عمومی به کار می‌رفت، استفاده شد. در این مقاله، پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای بر پایه تئوری ارتقاء یافته مرتبه بالای ورق ساندویچی [۱۲] مورد بررسی قرار گرفته است. بر خلاف مدل‌های قبل، برای اولین بار تنش‌های صفحه‌ای برشی و نرمال برای هسته پانل ساندویچی در تحلیل در نظر گرفته شده است. برای تحلیل برخورد، از مدل دو درجه آزادی جرم و فنر استفاده شده است. برای درستی مدل، نتایج بدست آمده با نتایج مراجع دیگر مقایسه شده‌اند.

۲- معادلات حاکم و روش حل تحلیلی

مدل مفروض برای پانل ساندویچی در شکل (۱) آمده است. این مدل، ورقی مستطیلی است که از دو رویه چند لایه کامپوزیتی و یک هسته میانی هدفمند مرتبه‌ای تشکیل شده است. طول و عرض ورق به ترتیب a و b و ضخامت کل ورق h در نظر گرفته شده است. ضخامت رویه بالایی، هسته و رویه پایینی به ترتیب h_i ، h_c و h_b هستند. در تحلیل دینامیکی ورق، تغییر مکان‌ها کوچک بوده و تحلیل در محدوده الاستیک خطی مورد نظر است. فرض می‌شود که لایه‌ها و هسته میانی به‌طور کامل به هم چسبیده و توابع کرنش در سطوح اتصال لایه‌ها پیوسته باشند. لایه چینی در رویه‌های ورق کامپوزیتی و ساندویچی به‌صورت متقارن و متوازن در نظر گرفته شده است. برای حل مسأله از روش انرژی و اصل همیلتون استفاده

پانل‌های ساندویچی امروزه کاربردهای مختلفی در صنایع هوایی، فضایی، دریایی و نظامی دارند. به علت اختلاف زیاد در سفتی در وجه مشترک رویه‌ها و هسته، بارگذاری‌هایی مانند ضربه عرضی باعث تولید تنش‌های برشی عرضی متمرکزی در وجه مشترک می‌شوند که به تشکیل تورق در وجه مشترک رویه و هسته کمک کرده و سبب واماندگی سازه می‌شود. یک راه ممکن برای کم کردن تمرکز تنش برشی بالا در وجه مشترک آن است که تغییر تدریجی خواص سفتی در وجه مشترک هسته و رویه داشته باشیم. یک راه برای رسیدن به این هدف استفاده از مواد هدفمند مرتبه‌ای در هسته ورق ساندویچی است، بطوریکه سفتی را بتوان در راستای ضخامت به دلخواه تغییر داد.

سروش و مورتسن [۱] به معرفی و مرور جامعی بر خواص و روش‌های ساخت مواد هدفمند مرتبه‌ای پرداخته‌اند. کوئزومی [۲] اولین تحقیقات موجود در این زمینه را گردآوری و ارائه داده است. نظریه مطرح شده، ترکیب رفتار تدریجی بین سرامیک‌های مقاوم به حرارت با فلزات چقرمه دارای هدایت الکتریکی مناسب بوده است.

لی و همکارانش [۳] ارتعاشات ورق‌های مستطیلی ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای و با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و گیردار را بر مبنای تئوری الاستیسیته خطی سه بعدی مورد بررسی قرار داده‌اند. یک بار هسته، هدفمند مرتبه‌ای و رویه‌ها ایزوتروپیک و همگن در نظر گرفته شدند و بار دیگر رویه‌ها، هدفمند مرتبه‌ای و هسته همگن فرض شده است. یک ماده هدفمند مرتبه‌ای بوسیله تغییر در کسر حجمی تعریف می‌شود. بیش‌تر محققان از توابع توانی، نمایی یا هلالی شکل برای توصیف کسر حجمی استفاده نموده‌اند [۴]. بنابراین، ورق‌های هدفمند مرتبه‌ای با تابع توانی، نمایی یا هلالی شکل در این مقاله در نظر گرفته شده است. همچنین پراکاش و همکارانش [۵] روش همگن‌سازی موری - تاناکا برای تخمین خواص مؤثر ماده بدست آمده از مواد تشکیل دهنده آن را مورد استفاده داده‌اند. در تحقیقی که دلاله و اردوگان [۶] انجام داده‌اند نشان داده شد که اثر نسبت پواسون بر تغییر شکل بسیار کمتر از مدول یانگ است. در نتیجه، نسبت پواسون هسته ثابت فرض شده است. آپتر و همکارانش [۷] با استفاده از روش گلرکین و تغییر خواص مکانیکی با تابع چند جمله‌ای، هسته‌هایی با ماده هدفمند مرتبه‌ای برای تیر تحت ضربه جانبی مورد تحلیل قرار داده‌اند. همچنین نتیجه گرفته‌اند که فرض توزیع

شده است:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (U + V - T) dt = 0 \quad (1)$$

نمادهای U ، T و V به ترتیب بیانگر انرژی پتانسیل، جنبشی و انرژی بدست آمده از نیروهای خارجی هستند. همچنین δ عامل تغییرات مرتبه اول است. انتگرال گیری در بازه زمانی $(t_1 - t_2)$ انجام می شود. فرآیند عملیات حل تحلیلی معادله (۱) مشابه مرجع [۱۰] است، اما تنش های صفحه ای در هسته نیز به فرضیات مسأله اضافه شده است. این جمله ها در رابطه تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل وارد شده اند:

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_{V_t} (\sigma'_{xx} \delta \varepsilon'_{xx} + \sigma'_{yy} \delta \varepsilon'_{yy} + \tau'_{xy} \delta \gamma'_{xy} + \tau'_{xz} \delta \gamma'_{xz} + \tau'_{yz} \delta \gamma'_{yz}) dv \\ & + \int_{V_b} (\sigma^b_{xx} \delta \varepsilon^b_{xx} + \sigma^b_{yy} \delta \varepsilon^b_{yy} + \tau^b_{xy} \delta \gamma^b_{xy} + \tau^b_{xz} \delta \gamma^b_{xz} + \tau^b_{yz} \delta \gamma^b_{yz}) dv \\ & + \int_{V_c} (\sigma^c_{zz} \delta \varepsilon^c_{zz} + \sigma^c_{yy} \delta \varepsilon^c_{yy} + \sigma^c_{xx} \delta \varepsilon^c_{xx} + \tau^c_{xy} \delta \gamma^c_{xy} + \tau^c_{xz} \delta \gamma^c_{xz} + \tau^c_{yz} \delta \gamma^c_{yz}) dv \end{aligned} \quad (2)$$

در معادله (۲)، $\sigma_{ii}(i=x, y)$ و $\varepsilon_{ii}(i=x, y)$ به ترتیب تنش ها و کرنش های نرمال در جهت x و y و اندیس بالای t و b و c به ترتیب نشان دهنده رویه های بالایی، پایینی و هسته میانی است. $\tau_{iz}(i=x, y)$ و $\gamma_{iz}(i=x, y)$ به ترتیب تنش ها و کرنش های برشی در جهت قائم در هسته میانی هستند. σ^c_{zz} و ε^c_{zz} تنش ها و کرنش های نرمال در جهت قائم در هسته میانی هستند. همچنین v_t ، v_b و v_c حجم های رویه های بالایی، پایینی و هسته میانی هستند. در معادله (۲)، جمله های $\sigma^c_{xx} \delta \varepsilon^c_{xx}$ ، $\sigma^c_{yy} \delta \varepsilon^c_{yy}$ و $\tau^c_{xy} \delta \gamma^c_{xy}$ که در معادله تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل وارد شده اند، بیانگر تغییرات انرژی صفحه ای در هسته میانی بوده که در تئوری مرتبه بالا [۱۰] و تئوری ارتقاء یافته مرتبه بالا [۱۱] و [۱۲] در نظر گرفته نشده اند، اما در روش حاضر در نظر گرفته شده است.

با توجه به اینکه جنس هسته از مواد هدفمند مرتبه ای است، پس تغییرات تنش برشی در هسته را نمی توان یکنواخت فرض کرد و در نتیجه از مدل اول [۱۰] نمی توان استفاده نمود. به همین دلیل از مدل دوم [۱۰] استفاده نموده که میدان های جابجایی در هسته به صورت رابطه (۳) هستند:

$$\begin{aligned} u_c(x, y, z_c, t) &= u_0(x, y, t) + z_c u_1(x, y, t) + z_c^2 u_2(x, y, t) + z_c^3 u_3(x, y, t) \\ v_c(x, y, z_c, t) &= v_0(x, y, t) + z_c v_1(x, y, t) + z_c^2 v_2(x, y, t) + z_c^3 v_3(x, y, t) \\ w_c(x, y, z_c, t) &= w_0(x, y, t) + z_c w_1(x, y, t) + z_c^2 w_2(x, y, t) \end{aligned} \quad (3)$$

بطوری که u_k و v_k ($k=0, 1, 2, 3$) جابجایی های در صفحه هسته بوده و مجهول است و w_k ($k=0, 1, 2$) جابجایی های عمودی و مجهول است. با استفاده از شرایط سازگاری، انتگرال های

انرژی پتانسیل، جنبشی و انرژی بدست آمده از نیروهای خارجی و معادله (۳) و عملیات انتگرال گیری جزء به جزء طبق فرآیند حل مرجع [۱۰] و [۱۱]، معادلات حرکت سیستم بدست آید. در نتیجه ۱۵ معادله و ۱۵ مجهول بدست می آید. با اعمال شرایط مرزی ورق ساندویچی و پس از ساده سازی، معادلات مسأله به معادله مقدار ویژه (۴) تبدیل می شود:

$$([k] - [M] \times \omega^2) \{X_0^*\} = \{0\} \quad (4)$$

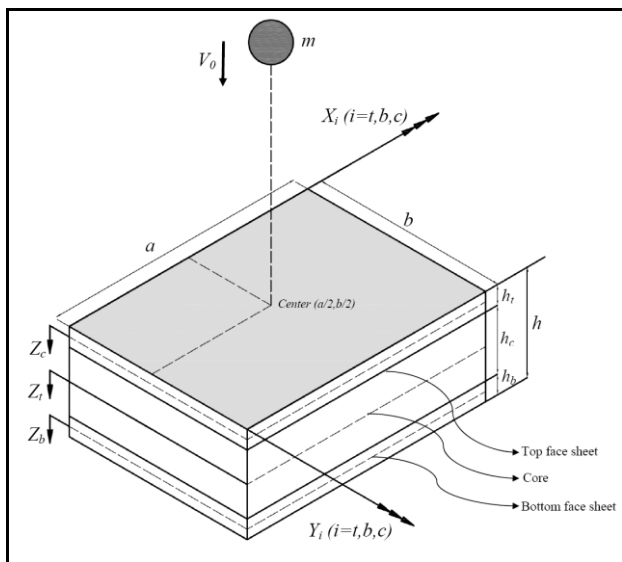
که $\{X_0^*\}$ در معادله فوق عبارت است از:

$$\{u_0^t, \psi_x^t, v_0^t, \psi_y^t, w_0^t, u_0^b, \psi_x^b, v_0^b, \psi_y^b, w_0^b, u_0^c, u_1^c, v_0^c, v_1^c, w_0^c\} \quad (5)$$

در معادله (۴)، $[M]$ ماتریس جرم و $[K]$ ماتریس سختی پانل ساندویچی بوده که ماتریس هایی ۱۵ در ۱۵ متقارن هستند.

۲-۱- توابع توزیع خواص ماده هسته هدفمند مرتبه ای

خواص مواد هدفمند مرتبه ای وابسته به دستگاه مختصات تغییر کرده و در یک جهت خاص از محورهای مختصات بسته به تابع توزیع خواص، مقادیر مختلفی را خواهند داشت. از ابتدای مطرح شدن این مواد ناهمگن در مسائل علمی، مدل های بسیاری برای توابع کسر حجمی تعریف شده اند که می توان آن ها را در چند مدل کلی تعریف کرد. مدل های تابع کسر حجمی توانی، هلالی و نمایی [۵] و روش همگن سازی موری - تاناکا [۶] برای استفاده در مسأله انتخاب شده اند. خواص ماده هسته مانند E_{xx}^c ، E_{yy}^c ، E_{zz}^c ، G_{xy}^c ، G_{xz}^c ، G_{yz}^c و ρ_c با توجه به این توابع تغییر کرده ولی نسبت پواسون ثابت فرض شده است.



شکل (۱): هندسه، ابعاد و دستگاه مختصات مفروض برای مدل پانل ساندویچی

۲-۲- مدل جرم و فنر دو درجه آزادی

برای بدست آوردن نیروی برخورد و خیز ورق ساندویچی

۳- بررسی درستی روش حل مسأله

ابتدا نتایج بدست آمده برای ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی با نتایج رویه‌های همگن فلزی و هسته هدفمند مرتبه‌ای با خواص مکانیکی و هندسی بیان شده در مرجع [۳] مقایسه شده، سپس نتایج تحلیل ضربه بر روی پانل ساندویچی با هسته همگن با نتایج تجربی و تحلیلی مرجع [۸] مقایسه شدند. همچنین تیر ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای تحت بار ضربه‌ای عرضی با سرعت پایین طبق مراجع [۷] و [۹] مورد تحلیل قرار گرفت. مقایسه نتایج روش مورد استفاده با نتایج سایر مراجع، نشان‌دهنده درستی روش حل مسأله است. در بخش‌های زیر نتایج این بررسی‌ها به ترتیب آورده شده‌اند.

۳-۱- ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی با رویه‌های همگن و هسته هدفمند مرتبه‌ای

ورق ساندویچی این مثال، ورقی مربع شکل با رویه‌های همگن و هسته هدفمند مرتبه‌ای بوده که تابع کسر حجمی هسته هدفمند مرتبه‌ای از نوع توانی است [۳]. شرایط مرزی از نوع تکیه‌گاه ساده است. ماده رویه فوق که بعنوان سرامیک در نظر گرفته شده است، اکسید آلومینیوم بوده که خواص آن عبارت است از:

$$E_c = 380 \text{ GPa}, \rho_c = 3800 \text{ Kg/m}^3$$

همچنین خواص ماده رویه پایین که آلومینیوم بوده، به صورت زیر است:

$$E_m = 70 \text{ GPa}, \rho_m = 2707 \text{ Kg/m}^3$$

نسبت پواسون برای هر دو ماده ۰/۳ در نظر گرفته شده است. نسبت طول به عرض ورق برابر با ۱ و نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل برابر با ۰/۸ است. سرعت‌های زاویه‌ای بدون بعد مربوط به فرکانس‌های طبیعی سه حالت اول برای مقادیر مختلف نسبت طول ورق به ضخامت آن (a/h) و توان‌های مختلف تابع کسر حجمی (n) با نتایج مرجع [۳] که بر اساس تئوری خطی سه بعدی الاستیسیته بدست آمده‌اند که در جدول (۱) مقایسه شده‌اند. سرعت‌های زاویه‌ای بدون بعد ذکر شده در جدول (۱) با رابطه (۱۰) بدون بعد شده‌اند، بطوریکه در این رابطه $E_0 = 1 \text{ GPa}$ و $\rho_0 = 1 \text{ Kg/m}^3$ است.

$$\bar{\omega} = \frac{\alpha \alpha^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}} \quad (10)$$

نتایج جدول (۱) نشان می‌دهند که با افزایش توان تابع کسر حجمی ($n=1, 10$)، فرکانس طبیعی اول کاهش و با افزایش نسبت طول به ضخامت، فرکانس طبیعی اول افزایش می‌یابد. بیش‌ترین اختلاف بین روش ارائه شده و نتایج جواب تحلیلی [۳] نزدیک به ۲٪ است. مقادیر آورده شده در جدول (۱) برای

از مدل جرم و فنر دو درجه آزادی طبق شکل (۲) استفاده شده است. m_I و M_{eff}^P بترتیب جرم مربوط به ضربه‌زننده و جرم مؤثر پانل هستند که برای حالت‌های مختلف تکیه‌گاهی متفاوت خواهد بود، به‌طوری‌که برای تکیه‌گاه ساده مقدار آن یک سوم جرم کل پانل است [۱۰]. K_c^* و K_g نیز بترتیب سفتی مربوط به تغییر شکل کلی سازه و سفتی تماس خطی شده هستند. Δ_1 و Δ_2 عبارتند از جابجایی عمودی جرم ضربه‌زننده و جرم مؤثر پانل ساندویچی. سفتی تماس خطی شده که در مدل جرم و فنر استفاده شده است، به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود [۱۳]:

$$K_c^* = K_c^n F_{max}^{\frac{n-1}{n}} \quad (6)$$

که در آن K_c سفتی تماس هرتز است و مقدار F_{max} از معادله توازن انرژی در رابطه (۷) بدست می‌آید:

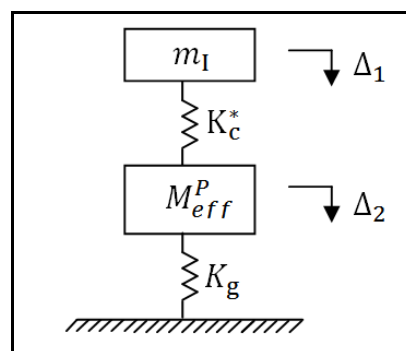
$$\frac{F_{max}^2}{2K_g} + \frac{F_{max}^{\frac{1+n}{n}}}{(n+1)K_c^n} = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (7)$$

هنگامی که ضربه در مرکز ورق رخ دهد می‌توان مانند مرجع [۱۲] سفتی تغییر شکل کلی سازه را به صورت رابطه (۸) بدست آورد:

$$K_g = M_{tot}\omega_{11}^2 \quad (8)$$

که در آن ω_{11} فرکانس اولین حالت ارتعاشی پانل ساندویچی بوده که با استفاده از حل معادله (۴) بدست می‌آید. همچنین M_{tot} مجموع کل جرم رویه‌ها و هسته است. اکنون با اعمال شرایط اولیه و حل معادله حرکت سیستم دو درجه آزادی مقادیر Δ_1 و Δ_2 بدست آمده و می‌توان به راحتی تابع نیروی برخورد را به صورت رابطه (۹) بدست آورد:

$$F(t) = K_c^*(\Delta_1 - \Delta_2) \quad (9)$$



شکل (۲): مدل جرم و فنر دو درجه آزادی

روش حاضر با در نظر گرفتن تنش‌های صفحه‌ای هستند.

هندسی زیر است:

$$(a/b=1, a/h=4/10, h_c/h=0/1004)$$

در شکل (۳) اثر انرژی ضربه زنده بر روی توابع زمانی نیروی برخورد نشان داده شده است. با افزایش انرژی ضربه زنده بیشینه نیروی برخورد افزایش و بیشینه زمان برخورد کاهش می‌یابد. این موضوع به دلیل افزایش انرژی جنبشی ضربه‌زنده است. افزایش بیشینه نیروی برخورد همراه با کاهش بیشینه زمان برخورد سبب می‌شود تا انرژی جنبشی ضربه‌زنده با مقدار بیشتر و در زمانی کمتر به ورق ساندویچی وارد شده و باعث ایجاد شوک به سازه گردد.

جدول (۲): خواص هندسی و مکانیکی ورق ساندویچی

خواص	رویه	هسته
$E_{11}(GPa)$	۵۴	۰/۱۸
$E_{22}(GPa)$	۵۴	۰/۱۸
$E_{33}(GPa)$	۴/۸۴	۰/۱۸
$G_{12}(GPa)$	۳/۸۶	۰/۰۷
$G_{13}(GPa)$	۱/۸۷	۰/۰۷
$G_{23}(GPa)$	۱/۸۷	۰/۰۷
ν_{12}	۰/۰۶	۰/۲۸۶
ν_{13}	۰/۳۱۳	۰/۲۸۶
ν_{23}	۰/۳۱۳	۰/۲۸۶
$\rho(Kg/m^3)$	۱۵۱۱	۱۱۰
$h_c(mm)$	-	۱۲/۷
Ply Thickness (mm)	۰/۲۶۴	۰
$a(mm)$	۷۶/۲	۷۶/۲
$b(mm)$	۷۶/۲	۷۶/۲

همان طور که دیده می‌شود دقت مدل دو درجه آزادی استفاده شده دارای دقت قابل قبولی نسبت به نتایج آزمایشگاهی است و از پاسخ‌های روش تحلیلی مدل یک درجه آزادی (SOFD^۲) نشان داده شده نیز دقیق‌تر است. بیش‌ترین تفاوت نتایج روش حاضر با نتایج آزمایشگاهی ۴/۲ درصد بوده که این اختلاف هم به دلیل برخی ساده‌سازی‌ها و فرضیات در مدل‌سازی است.

جدول (۱): فرکانس‌های طبیعی مربوط به ورق مربعی ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای توانی برای نسبت طول به ضخامت و توان‌های تابع توزیع خواص متفاوت

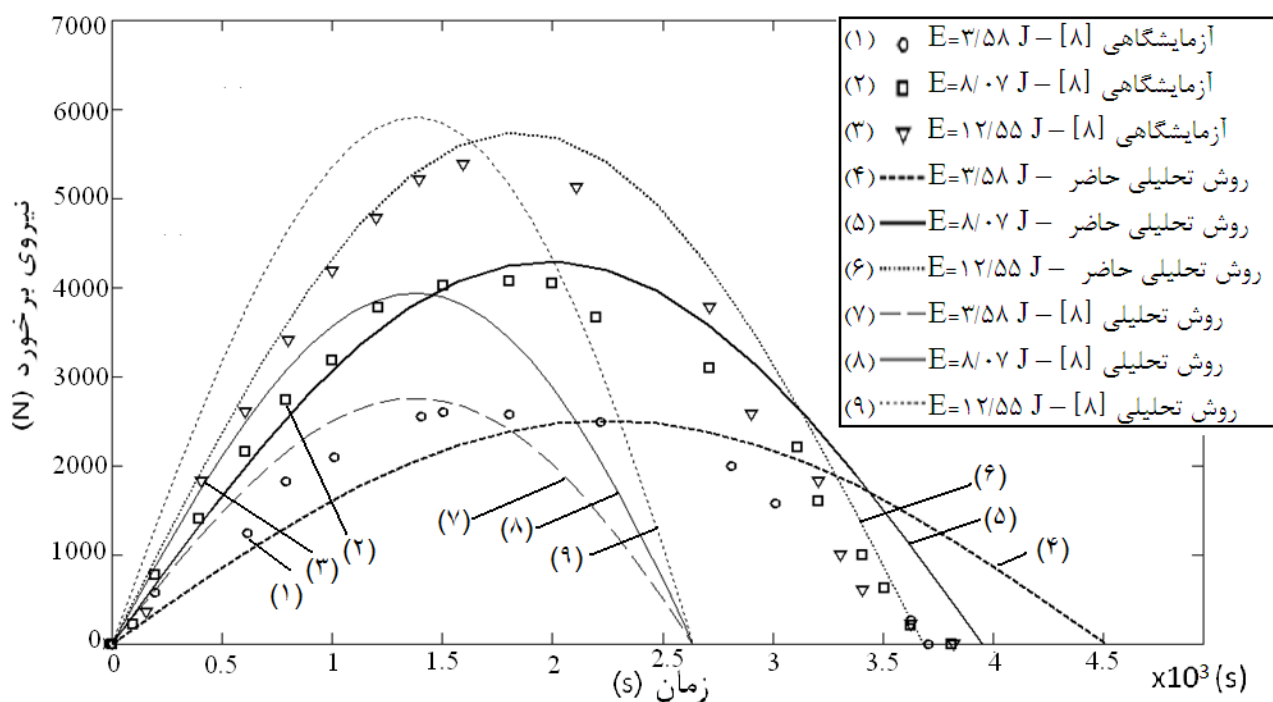
$a/h=10$			
n	شماره مود	روش تحلیلی [۳]	روش حاضر
۱	۱	۱/۵۲۲۰۸	۱/۴۹۶۴
	۲	۳/۶۲۹۵۳	۳/۵۹۳۵
	۳	۳/۶۲۹۵۳	۳/۵۹۳۵
۱۰	۱	۱/۵۱۵۲۳	۱/۴۹۶۳
	۲	۳/۶۴۶۵۱	۳/۶۱۴۸
	۳	۳/۶۴۶۵۱	۳/۶۱۴۸
$a/h=100$			
n	شماره مود	روش تحلیلی [۳]	روش حاضر
۱	۱	۱/۵۷۶۰۱	۱/۵۲۸۶
	۲	۳/۳۷۸۷	۳/۳۲۴۲
	۳	۳/۳۷۸۷	۳/۳۲۴۲
۱۰	۱	۱/۵۵۷۵۵	۱/۵۱۴۵
	۲	۳/۸۹۲۲	۳/۸۳۹۷
	۳	۳/۸۹۲۲	۳/۸۳۹۷

۳-۲- پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با رویه‌های

کامپوزیتی و با هسته میانی الاستیک و انعطاف-

پذیر تحت بار ضربه‌ای سرعت پایین

ورق ساندویچی مورد بررسی به شکل مربع با رویه‌های چند لایه کامپوزیتی بوده و با تکیه‌گاه ساده در رویه‌های بالایی و پایینی و هسته میانی فوم در نظر گرفته می‌شود [۸]. ضربه زنده صلب فولادی با سر نیم‌کره با شعاع ۱۲/۷ میلی‌متر و جرم ۱/۸ کیلوگرم است. خواص مکانیکی رویه‌ها و هسته در جدول (۲) آورده شده است. همچنین آرایش لایه‌چینی رویه‌ها به ترتیب $[0_r/90_r/0_r]$ است. ورق ساندویچی دارای نسبت‌های



شکل (۳): اثر انرژی ضربه زننده روی تابع زمانی نیروی برخورد در وسط رویه بالایی پانل ساندویچی

را بر روی پاسخ ضربه بررسی می‌نماییم.

جدول (۳): مقایسه نتایج روش حاضر با نتایج روش تحلیلی [۷] و تحلیل المان محدود [۸]

بیشینه نیروی برخورد بر حسب کیلونیوتن			
نوع هسته	حل تحلیلی [۷]	المان محدود [۹]	روش حاضر
۱	۷۸/۹	۸۱	۷۷/۶
۲	۸۲/۸	۸۶/۸	۸۲/۴
۳	۵۴/۵	۵۸/۵	۵۵/۲

۳-۴- پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با رویه‌های

کامپوزیتی و با هسته میانی هدفمند مرتبه‌ای

تحت بار ضربه‌ای با سرعت پایین

ورق مورد بررسی در این مثال یک پانل ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای است که هسته بر مبنای تابع کسر حجمی توانی تعریف شده است. خواص هندسی و مکانیکی ورق و لایه‌چینی رویه‌ها مانند مثال (۲-۳) بوده و تنها نوع هسته هدفمند مرتبه‌ای است که خواصش با تابع توانی بین خواص هسته فوم همگن و خواص رویه بالایی تغییر می‌نماید. ضربه‌زننده صلب و فولادی با انرژی جنبشی اولیه ۸/۰۷ ژول به مرکز ورق برخورد کرده و باعث بوجود آمدن نیروی برخورد و خیز در ورق ساندویچی می‌شود. همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، تغییر

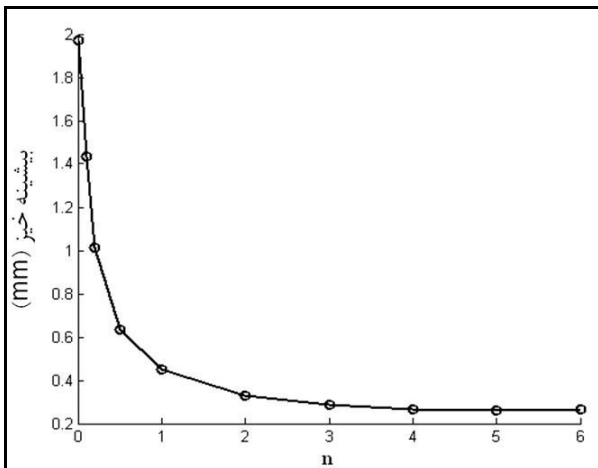
۳-۳- بررسی نیروی برخورد در تیر ساندویچی با

هسته‌های همگن ساده و هدفمند مرتبه‌ای تحت

بار ضربه‌ای عرضی سرعت پایین

تیر ساندویچی به طول $L=200$ mm، عرض $b=30$ mm و ضخامت هسته $h_c=20$ mm و رویه‌هایی کامپوزیتی با ضخامت $h_f=0/3$ mm برای بررسی درستی روش حل در نظر گرفته شد. رویه‌ها با مدول الاستیسیته ۵۰ GPa و نسبت پواسون ۰/۲۵ هستند. نسبت پواسون برای هسته برابر با ۰/۳۵ فرض شده است. سه مدل در نظر گرفته شده برای هسته عبارتند از ۱- هسته هدفمند مرتبه‌ای متقارن خطی (نوع ۱)، ۲- هسته هدفمند مرتبه‌ای نامتقارن خطی (نوع ۲) و ۳- هسته همگن ساده (نوع ۳). ضربه زننده فولادی با جرم ۱۵/۷ کیلوگرم، سرعت برخورد ۶ متر بر ثانیه و شعاع انحنا ۱۰ میلی‌متر است. جدول (۳) بیش‌ترین نیروی برخورد محاسبه شده با روش حاضر و نتایج روش حل تحلیلی [۷] و المان محدود [۹] را نشان می‌دهد. نتایج روش حل حاضر با نتایج [۷] و [۹] برابری قابل قبولی داشته و بیشینه اختلاف با نتایج المان محدود [۹] نزدیک به ۵ درصد و با روش تحلیلی [۷] نزدیک به ۱/۶ درصد است.

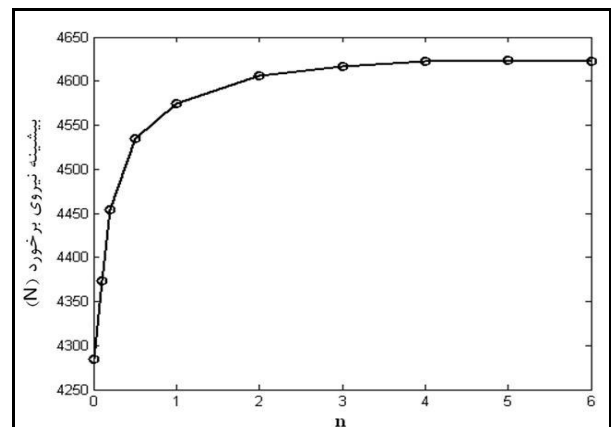
اکنون با مثالی اثر هسته هدفمند مرتبه‌ای را بر پاسخ دینامیکی پانل ساندویچی تحت ضربه عرضی با سرعت پایین بررسی می‌نماییم. همچنین برخی از عوامل مؤثر ضربه زننده



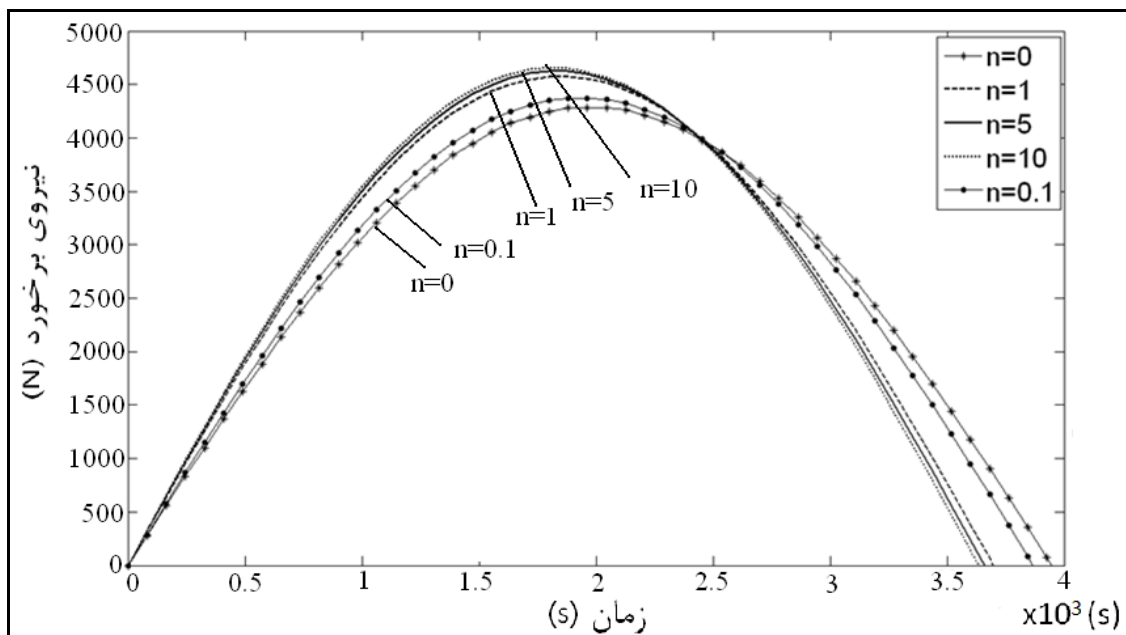
شکل (۶): تغییرات مقادیر بیشینه خیز رویه بالایی نسبت به مقادیر توان تابع توانی در هسته هدفمند مرتبه‌ای

همچنین شکل‌های (۵) و (۶) به ترتیب تغییرات بیشینه نیروی برخورد و بیشینه خیز ورق ساندویچی نسبت به تغییر توان تابع توزیع خواص توانی هسته را نشان می‌دهند. وارون افزایش نیروی برخورد، خیز در مرکز رویه بالایی با افزایش مقدار n کاهش می‌یابد، که این موضوع نیز به علت سفت‌تر شدن هسته با افزایش توان n تابع کسر حجمی است.

هسته فوم همگن ($n=0$) به هسته هدفمند مرتبه‌ای توانی سبب می‌شود که برای $n > 1$ بیشینه نیروی برخورد بیشتر و بیشینه زمان برخورد کمتر شود. این امر به علت سفت‌تر شدن هسته بوده و هرچه توان هسته به مقادیر بزرگ‌تر از ۱ نزدیک شود این اثر بیشتر خواهد شد. با افزایش توان تابع توزیع خواص توانی، هسته بیشتر به خواص رویه نزدیک شده که باعث می‌شود سازه سفت شود. این سفتی دو برابر شده باعث افزایش فرکانس‌های سیستم و بویژه فرکانس طبیعی پایه گردیده و با توجه به معادله (۸) سفتی معادل پائل افزایش یافته است. فرکانس استفاده شده برای تحلیل ضربه (ω_{11}), با در نظر گرفتن تنش‌های صفحه‌ای در هسته است.



شکل (۵): تغییرات مقادیر بیشینه نیروی برخورد نسبت به مقادیر توان تابع توانی در هسته هدفمند مرتبه‌ای



شکل (۴): تغییر تابع نیروی برخورد برای پائل ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای با تابع کسر حجمی توانی برای نسبت‌های توانی متفاوت

۴- نتیجه گیری

با مقایسه نتایج بدست آمده از روابط استخراج شده، دیده می‌شود که برابری خوبی با نتایج تحلیلی و تجربی دیگر محققین بدست آمده است. اثر هسته هدفمند مرتبه‌ای بر روی میزان خیز و نیروی برخورد حاصل از ضربه عرضی سرعت پایین بررسی شد و کاهش میزان خیز و افزایش نیروی برخورد در زمان برخورد کمتری دیده شده است.

مسأله ضربه عرضی با سرعت پایین بر روی پانل ساندویچی با هسته هدفمند مرتبه‌ای با استفاده از تئوری ارتقاء یافته مرتبه بالای ورق ساندویچی و با کمک مدل دو درجه آزادی جرم و فنر مورد بررسی قرار گرفت. برای اولین بار اثر تنش‌های صفحه‌ای برشی و نرمال برای هسته بررسی شده‌اند.

۵- مراجع

- Anderson, T.A.; "An investigation of SDOF models for large mass impact on sandwich composites", Journal of Composites Part B, vol. 36(2), p.p. 135-142, 2005. [۸]
- Etemadi E., Afaghi Khatibi A., Takaffoli M., "3D finite element simulation of sandwich panels with a functionally graded core subjected to low velocity impact". Journal of Composite Structures, vol. 89(1), p.p. 28-34, 2009. [۹]
- Frostig, Y.; Thomsen, O. T.; "High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core", International Journal of Solids and Structures, vol. 41, p.p. 1697-1724, 2004. [۱۰]
- Malekzadeh, K.; Khalili, M.R.; Mittal R.K.; "Local and global damped vibration of plates with a viscoelastic soft flexible core: an improved high-order approach", Journal of Sandwich Structure and Materials, vol. 7, p.p. 431-456, 2005. [۱۱]
- Khalili, M.R.; Malekzadeh, K.; Mittal, R.K.; "Effect of physical and geometrical parameters on transverse low-velocity impact response of sandwich panels with a transversely flexible core", Journal of Composite Structures, vol. 77, p.p. 430-443, 2007. [۱۲]
- Choi, I.H.; Lim, C.H.; "Low-velocity impact analysis of composite laminates using linearized contact law", Journal of Composite Structure, vol. 66, p.p. 125-32, 2004. [۱۳]
- Suresh, S.; Mortensen, A.; Fundamentals of Functionally Graded Materials, IOM Communications Limited, London, United Kingdom, 1998. [۱]
- Koizumi, M.; "FGM activities in Japan" Composites Part B, vol. 28, p.p. 1-4, 1997. [۲]
- Li, Q.; Iu, V.P.; Kou, K.P.; "Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material sandwich plates", Journal of Sound and Vibration, vol. 311, p.p.498-515, 2008. [۳]
- Chi, S.H.; Chung, Y.L.; "Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load— Part I: Analysis", International Journal of Solids and Structures, vol. 43, p.p. 3657-3674, 2006. [۴]
- Prakash, T.; Singha, M.K.; Ganapathi, M.; "Thermal postbuckling analysis of FGM skew plates", Engineering Structures, vol. 30, p.p. 22-32, 2008. [۵]
- Delale, F.; Erdogan, F.; "The crack problem for a nonhomogeneous plane", ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 50, p.p. 609-614, 1983. [۶]
- Apetre, N.A.; Sankar, B.V.; Ambur, D.R.; "Low-velocity impact response of sandwich beams with functionally graded core", Journal of Solids and Structures, vol. 43, p.p. 2479-2496, 2006. [۷]

۶- زیر نویس‌ها

- ^۱ Higher-order Sandwich Plate Theory
^۲ Improved Higher-order Sandwich Plate Theory
^۳ Single Of Freedom Degree