



## شبیه‌سازی عددی تشکیل لایه فیلتر کیک روی جداره چاه‌های نفتی با در نظر گرفتن اثر غیرنیوتنی سیال حفاری و خروج از مرکزیت رشته‌حفاری

ابراهیم حاجی‌دولو<sup>\*</sup>، سیدمحسن هاشم‌زاده

دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۴ دی ۱۳۹۴  
بازنگری: ۱۱ فروردین ۱۳۹۵  
پذیرش: ۲۳ فروردین ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۱ شهریور ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

فیلتر کیک  
سیال غیرنیوتنی  
فیلتراسیون جریان متقاطع  
رویه عددی  
خروج از مرکزیت رشته‌حفاری

**چکیده:** در این مقاله از یک رویه عددی برای شبیه‌سازی رشد لایه فیلتر کیک استفاده شده که در آن ابتدا میدان جریان سه‌بعدی و غیرنیوتنی گل حفاری در فضای حلقوی چاه حفاری غیرهم‌مرکز و با در نظر گرفتن اثر چرخش رشته‌حفاری با استفاده از روش تفاضل محدود و با به کارگیری دستگاه مختصات دوقطبی محاسبه شده و پس از تعیین سرعت نفوذ صافاب به درون سازند با استفاده از معادله دارسی، معادله رشد لایه فیلتر کیک که بر اساس احتمال رسوب ذره به‌دست می‌آید با روش رانگ-کوتای مرتبه چهار حل شده‌است. در این پژوهش تاثیر چرخش، خروج از مرکزیت و شعاع رشته‌حفاری، شاخص توانی سیال و شعاع ذرات بر ضخامت فیلتر کیک و سرعت نفوذ صافاب بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که در حالت غیر هم‌مرکز ضخامت کیک در سرعت‌های چرخش زیاد به‌علت گردابه به‌وجود آمده در جریان دالیز تقریباً ثابت می‌ماند. افزایش خروج از مرکزیت رشته‌حفاری نه تنها باعث تغییر در پروفیل‌های ضخامت فیلتر کیک و نفوذ صافاب می‌شود، بلکه اختلاف بین ضخیم‌ترین و نازک‌ترین ناحیه کیک نیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش شاخص توانی سیال حفاری و کاهش شعاع ذرات، ضخامت فیلتر کیک افزایش و سرعت نفوذ کاهش می‌یابد. در نهایت افزایش شعاع رشته‌حفاری در یک افت فشار محوری ثابت، ضخامت فیلتر کیک را افزایش و سرعت نفوذ صافاب را کاهش می‌دهد.

### ۱- مقدمه

در عملیات حفاری چاه‌های نفتی، سیال به طور مداوم از بالای چاه به وسیله لوله حفاری به داخل چاه تزریق شده، از مجرای موجود در مته عبور کرده و از مسیر پشت لوله حفاری و دیواره چاه (فضای حلقوی یا دالیز) مجدداً به بالای چاه بر می‌گردد. در حفاری فراتعادلی<sup>۱</sup> به علت اختلاف فشار سیال حفاری و سازند مخزن (محیط متخلخل)، فیلتراسیون گل صورت می‌پذیرد. بدین معنی که ذرات و مواد افزودنی موجود در گل حفاری هنگام نفوذ به دیواره سازند چاه بر روی دیواره رسوب کرده و فقط صافاب (سیال نفوذکننده) از جداره عبور می‌کند. لذا به‌مرور زمان یک لایه کیک گل بر روی دیواره چاه تشکیل می‌شود (شکل ۱). حضور کیک روی دیواره سازند مفید است، زیرا حجم صافاب و در نتیجه آسیب سازند را کاهش می‌دهد. از طرف دیگر ضخیم بودن کیک گل نیز معایبی به همراه دارد: کاهش قطر موثر چاه، افزایش گشتاور مورد نیاز برای چرخش لوله حفاری. بنابراین توانایی پیش‌بینی رشد کیک بسیار مفید است [۱].

مطالعه بر روی فیلتراسیون گل حفاری از سال ۱۹۳۹ آغاز شده است. ویلیامز [۲] با استفاده از یک مدل چاه آزمایشگاهی، فیلتراسیون کیک را درون یک لوله استوانه‌ای شکل متخلخل در حالت دینامیکی مورد بررسی قرار داده و نشان داد نرخ فیلتراسیون که تابعی از اختلاف فشار، دبی و مشخصات

### 1 Over balanced drilling

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hajidae@scu.ac.ir

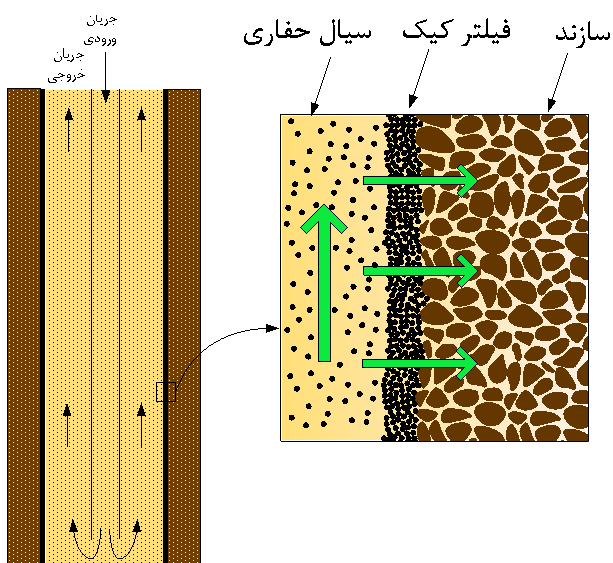


Fig. 1. An overview of the drilling process and formation of the filter cake.

### شکل ۱: نمای کلی عملیات حفاری و نحوه تشکیل فیلتر کیک

گل است، پس از گذشت مدت زمان کوتاهی به مقدار ثابتی می‌رسد. وی نتیجه گرفت که دلیل نرخ ثابت فیلتراسیون، ثابت ماندن ضخامت فیلتر کیک است. وی هم چنین نشان داد هرچه سرعت چرخش گل بیشتر باشد، نرخ فیلتراسیون نیز بیشتر است. پروکاپ [۳] نیز فیلتراسیون شعاعی گل حفاری را در یک بررسی آزمایشگاهی که در آن گل از درون یک لوله استوانه‌ای متخلخل جریان داشته، برای هر دو حالت دینامیکی و استاتیکی انجام داده

است. وی به‌طور گسترده، مکانیزم‌های حاکم بر تشکیل کیک گل را بررسی و گزارش داد که از عوامل عمده کنترل‌کننده تشکیل کیک در سیستم گردش گل باید به نرخ رسوب ذرات جامد، نیروی فرسایشی اعمال شده از طرف جریان گل بر کیک و فرسایش‌پذیری کیک اشاره کرد. مشاهدات نشان داد که گل‌هایی که نرخ فیلتراسیون بالایی دارند علیرغم سرعت فرسایش بالا، کیک گل ضخیم بر جای می‌گذارند و همچنین کیک گل‌های ته‌نشین شده در شرایط فیلتراسیون استاتیکی و دینامیکی خصوصیات متفاوتی در عبارات نفوذپذیری، ضخامت و فرسایش‌پذیری دارا می‌باشند. از نتایج مهم این تحقیق می‌توان به تشکیل کیک گل ضخیم‌تر برای جریان گل در حالت لزج در مقایسه با حالت آشفته، متناسب بودن میزان ساییده شدن کیک در حالت آشفته با مربع سرعت گردش گل و اینکه در نرخ فیلتراسیون بالاتر کیک گل نهایی ضخیم‌تر و سرعت فرسایش بالاتری برای جلوگیری از شکل‌گیری بیشتر کیک لازم خواهد بود، اشاره نمود. فرگوسن و کلوتر [۴] به صورت آزمایشگاهی، فیلتراسیون گل حفاری را برای تعدادی از گل‌های پایه آبی و پایه روغنی در دیواره چاه و هم‌چنین زیر مته بررسی کرده‌اند. ایشان همچنین حجم نفوذ صافاب را در طی مراحل مختلف عملیات حفاری و تکمیل چاه را برای یک چاه آزمایشی تخمین زده‌اند. نتایج آنها نشان می‌دهد که تقریباً ۹۵٪ نفوذ صافاب در شرایط دینامیکی صورت می‌گیرد و بقیه آن در شرایط استاتیکی رخ می‌دهد. علاوه بر حجم صافاب، نرخ فیلتراسیون نیز در حالت دینامیکی به مراتب از حالت استاتیکی بیشتر است. اپدال و همکاران [۵] فرسایش فیلتر کیک از طریق یک پروانه دوار و ایجاد جریان چرخشی بر فیلتر کیک تشکیل شده روی یک سطح تخت را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که با افزایش سرعت چرخش پروانه ضخامت فیلتر کیک کاهش می‌یابد. علاوه بر آن، نتایج آنها نشان می‌دهد که کیک تشکیل شده در سرعت‌های چرخش بالا میزان فرسایش‌پذیری کمتری از کیک تشکیل شده در سرعت‌های چرخش پایین دارد. اوتمنس [۶] نیز مدلی تئوری-تجربی برای فیلتراسیون و تشکیل فیلتر کیک درون یک حفره استوانه‌ای متخلخل در حالت استاتیکی و دینامیکی ارائه کرده‌است. اوتمنس درباره مکانیسم تشکیل فیلتر کیک در حالت استاتیکی و دینامیکی و تراکم‌پذیری فیلتر کیک تحقیق کرده است. وی توانست با انجام پاره‌ای ساده‌سازی معادلات موجود را به صورت تحلیلی حل و سپس با نتایج تجربی مقایسه کند. اشراقی و آذری [۷] توانستند با استفاده از روش‌های عددی همان معادلات حاکم بر فیلتراسیون اوتمن [۶] را بدون ساده‌سازی معادلات حل کنند و نشان دادند که لزجت صافاب و نفوذپذیری کیک دو فاکتور مهم در کنترل فرایند فیلتراسیون هستند. استاماتاکیس و تین [۸] مدلی عددی برای فیلتراسیون جریان متقاطع و تشکیل فیلتر کیک بر روی سطح متخلخل و تخت افقی بر حسب احتمال رسوب ذره در سطح کیک ارائه کرده‌اند. در این مدل احتمال رسوب ذره از طریق آنالیز نیروهای وارد بر یک ذره محاسبه و رشد کیک از طریق یک معادله دیفرانسیل محاسبه می‌شود. آنها در این مدل نشان دادند که با افزایش سرعت جریان متقاطع و قطر ذرات احتمال رسوب و در نتیجه ضخامت رشد

کیک کاهش می‌یابد. در این مدل از روش میانگین‌گیری برای محاسبه نرخ رشد کیک در حالتی که سوسپانسیون متشکل از چندین اندازه ذرات باشد استفاده می‌شود. زینتی و همکاران [۹] مدلسازی تشکیل رسوب در اطراف یک چاه نفت (بدون در نظر گرفتن رشته‌حفاری) در فرآیند تزریق مجدد آب تولیدی از مخازن نفتی به زیر زمین در دو حالت پایدار و ناپایدار را انجام داده‌اند و ضخامت فیلتر کیک تولید شده را به صورت تابعی از مکان و زمان (در حالت ناپایدار) در نظر گرفته‌اند. مدل ایشان با در نظر گرفتن نیروهای وارد بر یک ذره در سطح کیک رابطه‌ای را برای ضخامت فیلتر کیک در هر دو حالت پایدار و ناپایدار به دست می‌دهد. آنها پروفیل سرعت نفوذ، سرعت جریان، ضخامت فیلتر کیک را به‌دست آورده‌اند و هم‌چنین تاثیر اندازه ذرات را بر پروفیل‌های مذکور بررسی کرده و نشان دادند که با افزایش شعاع ذرات، ضخامت کیک کاهش و سرعت نفوذ صافاب به درون سازند افزایش می‌یابد. کبیر و گموو [۱۰] با استفاده از نرم‌افزار فلونتت فرآیند تشکیل فیلتر کیک را با در نظر گرفتن رشته‌حفاری هم‌مرکز و بدون چرخش در حالت حفاری عمیق و غیر عمیق شبیه‌سازی کرده‌اند. در این مدل با استفاده از دیدگاه اوپلری-اوپلری که برای هر فاز یک معادله پیوستگی، مومنتوم و انرژی حل می‌کند استفاده شده است. ایشان تاثیر اندازه ذرات بر ضخامت فیلتر کیک را بررسی کرده‌اند و نشان دادند که اولاً فیلتر کیک تولیدی در حفاری عمیق ضخیم‌تر از فیلتر کیک تولیدی در حفاری غیر عمیق بوده و ثانیاً ذرات بزرگتر فیلتر کیک ضخیم‌تری تولید می‌کنند. فیشر و همکاران [۱۱] برای نخستین بار با ارائه مدلی عددی و با استفاده از کد کامپیوتری توانسته‌اند سه پدیده جریان درون دالیز، نفوذ سیال به درون سازند و پدیده تشکیل فیلتر کیک را بر روی دیواره یک دالیز عمودی (فضای حلقوی غیر هم‌مرکز) با در نظر گرفتن اثر خروج از مرکزیت و چرخش سیال حفاری شبیه‌سازی کنند. آنها از مدل استاماتاکیس و تین [۸] برای مدل‌سازی جریان درون سازند استفاده کرده و تاثیر شاخص توانی سیال حفاری و انحراف رشته‌حفاری از مرکز چاه را بر نرخ رشد ضخامت فیلتر کیک بررسی کرده و نشان دادند که با افزایش خروج از مرکزیت، پروفیل ضخامت کیک تقارن خود را از دست می‌دهد. همچنین با افزایش شاخص توانی سیال ضخامت فیلتر کیک افزایش می‌یابد. علیرغم آن‌که پژوهش‌های صورت گرفته اطلاعات با ارزشی را در مورد فیلتراسیون گل حفاری به‌دست می‌دهد، اما عموم آنها صرفاً فیلتراسیون گل حفاری را درون یک حفره استوانه‌ای مورد بررسی قرار داده‌اند و لذا تاثیر پارامترهای مختلفی همچون چرخش و شعاع رشته‌حفاری کاملاً ناشناخته باقی مانده است و اثر خروج از مرکزیت لوله‌حفاری نیز تنها توسط فیشر و همکاران [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش از یک رویه عددی برای مدل‌سازی و شبیه‌سازی رشد فیلتر کیک استفاده شده است که در آن ابتدا میدان جریان گل حفاری در فضای حلقوی چاه و پس از آن سرعت نفوذ صافاب به درون سازند و نرخ رشد فیلتر کیک محاسبه شده است. در نهایت تاثیر سرعت چرخش لوله حفاری، خروج از مرکزیت و شعاع رشته‌حفاری و نیز شعاع ذرات بر نرخ رشد کیک و سرعت نفوذ صافاب مورد

بررسی قرار گرفته است.

## ۲- مدل سازی

برای مدل سازی تشکیل کیک، سه پدیده همزمان زیر می بایست مدل

شوند:

- جریان سیال حفاری غیرنیوتنی بین لوله حفاری و دیواره چاه،
- تشکیل کیک به علت رسوب جامدات سیال حفاری روی دیواره چاه،
- نفوذ صافاب به درون سازند، در حین و پس از تشکیل کیک.

### ۲-۱- مدل سازی جریان در دالیز

- معادلات حاکم

شکل ۲ دالیز غیرهم مرکز و شبکه محاسباتی را نشان می دهد. با فرض

جریان دائم، آرام، هم دما، تراکم ناپذیر و کاملاً توسعه یافته ( $\partial \bar{v} / \partial z = 0$ ),

معادلات حاکم بر حرکت سیال به صورت زیر هستند [۱۲]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) = \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$P + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \rho \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (4)$$

که در رابطه (۴)،  $P = -\partial(\rho gz + p) / \partial z$  می باشد و تابع لزجت به صورت زیر محاسبه می شود [۱۲]:

$$\mu = k_{pl} \left\{ 4 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n_{pl}-1}{2}} \quad (5)$$

با تعریف تابع جریان به صورت:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (6)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

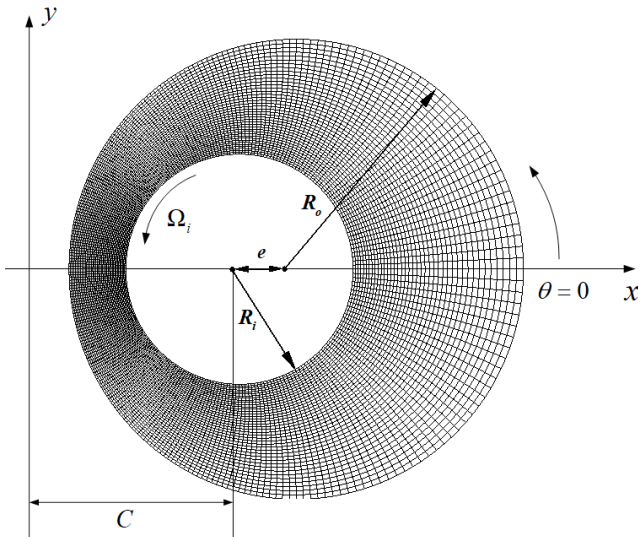


Fig. 2. Annulus geometry and computational grid 41x257.

شکل ۲: هندسه دالیز و شبکه محاسباتی ۴۱x۲۵۷

و مشتق گیری نسبت به  $y$  از معادله (۲) و نسبت به  $x$  از معادله (۳)، فشار از این معادلات حذف می شود و معادلات به فرم زیر در می آیند [۱۲]:

$$\mu \nabla^4 \psi + 2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \psi) \right) + 4 \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = \rho \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (7)$$

$$P + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \rho \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\mu = k_{pl} \left\{ 4 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n_{pl}-1}{2}} \quad (9)$$

- بی بعدسازی معادلات

برای بی بعدسازی معادلات (۷) الی (۹) مشابه با آنچه در [۱۳] آمده است، از پارامترهای زیر استفاده شده است:

$$\bar{\mu} = \left\{ \frac{4\xi^2}{1+\xi^2} \left[ 4 \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x}^2} \right)^2 \right] + \frac{4}{1+\xi^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{n_{pl}-1}{2}} \quad (18)$$

• انتقال به فضای محاسباتی

برای حل معادلات فوق به روش تفاضل محدود باید با استفاده از یک شبکه‌بندی مناسب فضای فیزیکی مساله را به فضای محاسباتی انتقال داده و سپس معادلات حاصل را در این فضا حل نمود. برای این کار از دستگاه مختصات دوقطبی استفاده شده است. انتقال از دستگاه مختصات دوقطبی به دکارتی و مشتقات تبدیل به صورت زیر است:

$$\bar{x} = \bar{C} \frac{-\sinh \eta}{\cosh \eta - \cos \zeta}, \quad \bar{y} = \bar{C} \frac{\sin \zeta}{\cosh \eta - \cos \zeta} \quad (19)$$

که در آن  $\eta$  و  $\zeta$  مولفه‌های دستگاه مختصات دوقطبی هستند و  $C$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C = \frac{\sqrt{(R_o^2 + R_i^2 - e^2)^2 - 4R_i^2 R_o^2}}{2e}, \quad \bar{C} = \frac{C}{\delta} \quad (20)$$

تبدیل مشتقات در دستگاه مختصات دوقطبی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{C} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} &= c \frac{\partial}{\partial \eta} + s \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \bar{C} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} &= -s \frac{\partial}{\partial \eta} + c \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (21)$$

که در روابط بالا:

$$c = \cosh \eta \cdot \cos \zeta - 1, \quad s = \sinh \eta \cdot \sin \zeta \quad (22)$$

خروج از مرکزیت بی‌بعد توسط پارامتر  $\varepsilon$  نشان داده شده است:

$$\varepsilon = e/\delta \quad (23)$$

در نهایت معادلات در مختصات جدید به صورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} &(c^2 + s^2) \bar{\mu} \bar{\nabla}^4 \bar{\psi} \\ &+ 2 \left[ \bar{\mu} \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \eta} + (c^2 + s^2) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \eta} \right] \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{\nabla}^2 \bar{\psi}) \\ &+ 2 \left[ \bar{\mu} \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \zeta} + (c^2 + s^2) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \zeta} \right] \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{\nabla}^2 \bar{\psi}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\delta = \frac{x}{\bar{x}} = \frac{y}{\bar{y}} = \frac{z}{\bar{z}} = R_o - R_i = \frac{D_H}{2}, \quad \kappa = \frac{R_i}{R_o}$$

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{\delta(R_i \Omega_i)}, \quad \bar{r} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}, \quad U = \sqrt{\frac{\delta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}} \quad (10)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_F}, \quad \mu_F = k_{pl} \left[ \sqrt{\left( \frac{U}{D_H} \right)^2 + \left( \frac{R_i \Omega_i}{D_H} \right)^2} \right]^{n_{pl}-1}$$

همچنین فشار در راستای  $x$  و  $y$  به صورت زیر بی‌بعد شده است:

$$\bar{p} = \frac{p \delta}{\mu R_i \Omega_i} \quad (11)$$

و به دلیل آنکه میزان افت فشار محوری معلوم فرض شده است، فشار در راستای  $z$  به صورت زیر بی‌بعد شده است [۱۴]:

$$\bar{p} = \frac{p}{\rho U^2} \quad (12)$$

پارامترهای بی‌بعد موجود در مساله به صورت زیر هستند:

$$Re_p = \frac{\rho U D_H}{\mu_F} = \frac{2^{n_{pl}} \rho U^{2-n_{pl}} \delta^{n_{pl}}}{k_{pl}} (1 + \xi^2)^{\frac{1-n_{pl}}{2}} \quad (13)$$

$$T = \frac{\rho R_i \Omega_i \delta}{\mu_F} = \frac{2^{n_{pl}-1} \rho R_i \Omega_i U^{1-n_{pl}} \delta^{n_{pl}}}{k_{pl}} (1 + \xi^2)^{\frac{1-n_{pl}}{2}} \quad (14)$$

$$Ta = \left( \frac{\rho \Omega_i}{\mu_F} \right)^2 R_i \delta^3 = \left( \frac{1}{\kappa} - 1 \right) T^2 \quad (15)$$

که در آن  $Re_p$  عدد رینولدز محوری،  $T$  عدد رینولدز چرخشی و  $Ta$  عدد تیلور، نسبت نیروی مرکزگرا (کوربولیس) به نیروهای ویسکوز، می‌باشد. در بی‌بعدسازی صورت گرفته هر دو اثر چرخش استوانه داخلی و سرعت محوری در نظر گرفته شده است. در نتیجه معادلات بی‌بعد به صورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} &\bar{\mu} \bar{\nabla}^4 \bar{\psi} + 2 \left( \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\nabla}^2 \bar{\psi}) + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} (\bar{\nabla}^2 \bar{\psi}) \right) \\ &+ 4 \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \left( \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \bar{x}^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x}^2} \right) \\ &= T \left( \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}} \nabla^2 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \nabla^2 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \bar{\mu} \frac{\partial w}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \bar{\mu} \frac{\partial w}{\partial \bar{y}} \right) \\ &= T \left( \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial w}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial w}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{1}{2} Re_p \end{aligned} \quad (17)$$

$$+ \frac{4}{C^4} \frac{\xi^2}{1+\xi^2} \left[ cs \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \zeta^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2} \right) + (c^2 - s^2) \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta \partial \zeta} - \frac{\partial(cs)}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} + \frac{\partial(cs)}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} \right]^2 \Bigg\}^{\frac{1}{2}}$$

که در روابط بالا  $\nabla^2 = \partial^2/\partial \eta^2 + \partial^2/\partial \zeta^2$  می‌باشد. جزئیات بیشتر در مورد دستگاه مختصات دوقطبی و نیز شبکه محاسباتی در [۱۲ و ۱۷] ارایه شده است. برای حل معادله (۲۴) به چهار و برای حل معادله (۲۵) به دو شرط مرزی نیاز است.

با فرض چرخش استوانه داخلی (رشته‌حفاری) و ساکن بودن مرز بیرونی و نیز استفاده از شرط عدم لغزش دو شرط مرزی برای معادله (۲۴) به دست می‌آید. برای دو شرط باقیمانده می‌توان با توجه به اینکه مرز داخلی و بیرونی هر دو خط جریان هستند، یکی را به دلخواه صفر و دیگری را یک مقدار ثابت ( $\bar{\psi}$ ) در نظر گرفت که در ادامه نحوه محاسبه آن توضیح داده می‌شود. همچنین با استفاده از شرط عدم لغزش برای سرعت محوری ( $w$ ) شرایط مرزی برای معادله (۲۵) به دست می‌آیند که به صورت زیر می‌باشند [۱۲]:

$$\bar{\psi}(\eta_i, \zeta) = 0, \quad \bar{\psi}(\eta_o, \zeta) = \bar{\psi} = const$$

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} \Big|_{\eta = \eta_i} = \frac{-C}{(c^2 + s^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} \Big|_{\eta = \eta_o} = 0 \quad (27)$$

$$\bar{w}(\eta_i, \zeta) = \bar{w}(\eta_o, \zeta) = 0$$

• گسسته‌سازی معادلات و الگوریتم حل

برای گسسته‌سازی مشتقات از تقریب تفاضل مرکزی مرتبه دو در نقاط میانی، تقریب پیشرو و پسروی مرتبه دو در مرزها و برای عبارات جابجایی از روش پادبادسو مرتبه یک استفاده شده است [۱۵].

معادلات از نوع بیضوی بوده و برای حل آنها از روش تکراری  $SOR^1$  نقطه‌ای استفاده شده است. در این روش از یک ضریب برای زیرتخفیف کردن جواب استفاده می‌شود. برای حل این معادلات ابتدا یک حدس اولیه برای  $\bar{w}$  و  $\bar{\psi}$  در تمامی نقاط در نظر گرفته می‌شود و سپس این حدس اولیه تا رسیدن به یک شرط توقف تصحیح می‌شود. شرط توقف برای محاسبات جریان در دالیز آن است که حداکثر اختلاف  $\bar{\psi}$  یا  $\bar{w}$  در دو تکرار متوالی از حد مشخصی کمتر شود:

$$Max \left\{ \left| \bar{\psi}^{n+1} - \bar{\psi}^n \right|, \left| \bar{w}^{n+1} - \bar{w}^n \right| \right\} \leq 10^{-8} \quad (28)$$

برای حدس اولیه، از حل تحلیلی جریان کوئت بین دو استوانه غیر هم‌مرکز برای سیال نیوتنی استفاده شده که در آن از عبارات اینرسی صرف‌نظر شده است [۱۶]. همانطور که از شرایط مرزی نیز مشخص است، مقدار تابع جریان روی مرز بیرونی ثابت، اما مقدار آن مجهول است که نحوه

$$+ \left[ \bar{\mu} \nabla^2 (c^2 + s^2) + 2 \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \eta} + 2 \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \zeta} \right] \bar{\nabla}^2 \bar{\psi}$$

$$+ \left[ \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \eta} - \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \zeta} + (c^2 + s^2) \left( \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \zeta^2} \right) \right] \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \zeta^2} \right)$$

$$+ 2 \left[ \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \eta} + \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \zeta} + 2(c^2 + s^2) \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \eta \partial \zeta} \right] \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta \partial \zeta}$$

$$+ \left\{ 4 \left[ \left( \frac{\partial c}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial \eta} \right)^2 \right] \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \eta} + 2 \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \zeta} \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \eta \partial \zeta} + \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \eta} \left( \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \zeta^2} \right) \right\} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta}$$

$$+ \left\{ 4 \left[ \left( \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial \zeta} \right)^2 \right] \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \zeta} + 2 \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \eta \partial \zeta} + \frac{\partial(c^2 + s^2)}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \zeta^2} - \frac{\partial^2 \bar{\mu}}{\partial \eta^2} \right) \right\} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta}$$

$$= T \left[ \left( -s \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} + c \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} \right) \bar{\nabla}^2 \left( c \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} + s \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} \right) - \left( c \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} + s \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} \right) \bar{\nabla}^2 \left( -s \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} + c \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} \right) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} \right)$$

$$= T \left( \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} \right) + Re_p \frac{C^2}{c^2 + s^2} \quad (25)$$

$$\bar{\gamma} = \left\{ \frac{c^2 + s^2}{C^2} \frac{1}{1 + \xi^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \frac{1}{C^4} \frac{\xi^2}{1 + \xi^2} \left[ (c^2 - s^2) \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \zeta^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2} \right) - 4cs \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta \partial \zeta} - 2 \frac{\partial(cs)}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \zeta} - 2 \frac{\partial(cs)}{\partial \zeta} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} \right] \right\} \quad (26)$$

1 Successive over relaxation

$$\oint \frac{\partial}{\partial n} (\bar{\mu} \bar{V}^2 \bar{\psi}) ds = 0 \quad (31)$$

بنابراین تک مقدار بودن فشار، الزام می‌کند که انتگرال بالا روی یک خط جریان بسته برابر با صفر باشد. رابطه بالا در مختصات دوقطبی روی مرزها به صورت زیر است:

$$J = \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial \eta} ((c^2 + s^2) \bar{\mu} \bar{V}^2 \bar{\psi}) d\zeta = 0 \quad \eta = \eta_i, \eta_o \quad (32)$$

برای محاسبه انتگرال بالا از روش انتگرال گیری سیمپسون استفاده شده است. با ساده سازی رابطه (۳۲) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$J = \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial \eta} ((c^2 + s^2) \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2}) d\zeta = 0 \quad \eta = \eta_o \quad (33)$$

برای محاسبه مقدار تابع جریان روی مرز بیرونی، از روش وترت استفاده شده است. در حقیقت  $\hat{\psi}$ ، ریشه معادله (۳۳) می‌باشد. به این معنی که اگر  $\hat{\psi}$  صحیح باشد، مقدار انتگرال  $J$  صفر به دست می‌آید. برای این منظور ابتدا یک حدس اولیه برای  $\hat{\psi}$  در نظر گرفته ( $\hat{\psi}_1$ ) و با این حدس معادلات (۲۴) و (۲۵) حل و مقدار انتگرال  $J$  محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از روش وترت مقدار  $\hat{\psi}_1$  به صورت زیر تصحیح می‌شود:

$$\hat{\psi}_{n+2} = \hat{\psi}_{n+1} - J_{n+1} \times \frac{\hat{\psi}_{n+1} - \hat{\psi}_n}{J_{n+1} - J_n} \quad (34)$$

شرط توقف برای تصحیح مقدار تابع جریان عبارت است از:

$$|J_n| < 10^{-8} \quad (35)$$

همچنین دبی محوری و سرعت مماسی نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$Q = \iint w \, dx dy = UC^2 \int_0^{2\pi} \int_{\eta_i}^{\eta_o} \frac{\bar{w}}{c^2 + s^2} d\eta d\zeta \quad (36)$$

$$v_\zeta = -\frac{\delta R_i \Omega_i \sqrt{c^2 + s^2}}{C} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \eta} \quad (37)$$

### ۲-۲- مدل سازی جریان صافاب درون سازند

از معادله دارسی برای مدل سازی نفوذ صافاب استفاده می‌شود. برای این کار می‌توان مطابق شکل ۴ برشی از دیواره چاه را در نظر گرفت. با فرض آنکه صافاب یک سیال نیوتنی و جریان آن به صورت شعاعی می‌باشد پس از دوبار انتگرال گیری از معادله دارسی و ساده سازی رابطه زیر به دست می‌آید [۹]:

$$u_p \Big|_{r=R_o} = \frac{\Delta p}{R_o \mu} \frac{K_c K_f}{K_f Ln \frac{R_o}{R_o - h} + K_c Ln \frac{R_f}{R_o}} \quad (38)$$

محاسبه آن در ادامه توضیح داده می‌شود. الگوریتم کلی حل در شکل ۳ نشان داده شده است.

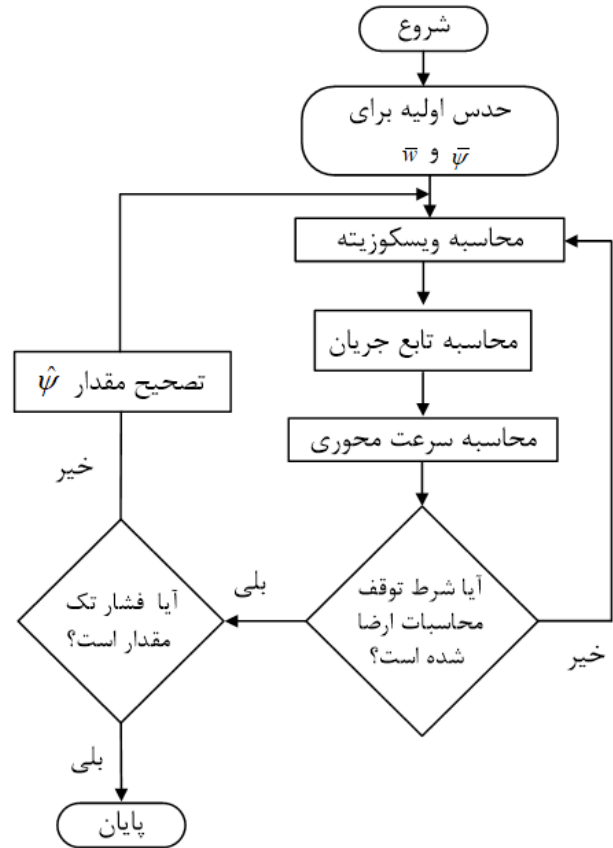


Fig. 3. Diagram of fluid flow solution in eccentric annulus.

### شکل ۳: الگوریتم کلی حل جریان در دالیز غیر هم مرکز

• نحوه محاسبه مقدار تابع جریان روی مرز بیرونی با شرایط مرزی ارائه شده در رابطه (۲۷) نمی‌توان مقدار صحیح تابع جریان روی مرز بیرونی ( $\hat{\psi}$ ) را به دست آورد و برای تعیین آن باید از شرط تک مقدار (پربودیک) بودن فشار استفاده می‌شود. اختلاف فشار بین هر دو نقطه دلخواه از جریان از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۲]:

$$p(m) - p(n) = \int_n^m \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) \quad (29)$$

برای بیان تناوبی بودن مقدار فشار، از معادله مومتوم در راستای یک خط جریان استفاده می‌شود:

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} (\bar{\mu} \bar{V}^2 \bar{\psi}) = Tb \frac{\partial b}{\partial s} \quad (30)$$

که در آن  $b$  سرعت سیال در راستای خط جریان،  $s$  جهت مماس و  $n$  عمود بر خط جریان است. با انتگرال گیری از رابطه بالا در راستای یک خط جریان بسته نتیجه زیر به دست می‌آید:

که در آن  $\varepsilon_s$  و  $\varepsilon_c$  به ترتیب کسر حجمی ذرات جامد در سیال حفاری و کیک می‌باشد. نیروی ناشی از صافاب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_p = 6\pi\mu r_p u_p C_n \quad (41)$$

که در آن  $\mu$  لزجت سیال و  $C_n$  ضریب تصحیح قانون استوکس در جهت عمود بر سطح و به علت وجود فیلتر کیک است [۱۱]:

$$C_n = 0.36^{0.4} \sqrt{K_c / r_p^2} \quad (42)$$

$$K_c = r_{eff} \exp(-\alpha t) \left( \frac{2-3\theta_c + 3\theta_c^3 - 2\theta_c^6}{3\theta_c^3(3+2\theta_c^5)} \right) \quad (43)$$

که در آن  $r_{eff}$  شعاع موثر ذره و  $\alpha$  ثابت تجزیه (زوال) کیک است [۱۱]. نیروی مماسی جریان سیال در دالیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_s = 1.7009 \left[ 6\pi\mu r_p w \Big|_{y=d_p/2} \right] \quad (44)$$

که در آن  $w$  سرعت جریان در فاصله شعاع ذره از سطح کیک است که از محاسبات جریان در دالیز به دست می‌آید:

$$w = r_p \sqrt{\left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right)^2} \quad (45)$$

نیروی مهاجرت جانبی وارد بر ذره و سرعت مهاجرت نیز از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۱]:

$$F_l = 6\pi\mu r_p u_l, \quad u_l = \frac{61}{576} \left( \frac{r_p \rho_l w^2}{\mu} \right) \quad (46)$$

که در آن  $\rho_l$  چگالی سیال می‌باشد. در نهایت، نیروی بویانسی وارد بر ذره نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_g = \frac{8}{6} \pi (\rho_s - \rho_l) g r_p^3 \quad (47)$$

برای حل معادله (۴۰) از روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم استفاده شده است. شرط اولیه این معادله به صورت زیر است:

$$h = 0 \text{ mm at } t = 0 \text{ s} \quad (48)$$

شرط توقف محاسبه ضخامت کیک نیز به صورت زیر است:

$$\text{Max} [h^{t+1} - h^t] \leq 10^{-6} \quad (49)$$

### ۳- رویه عددی برای شبیه‌سازی رشد کیک

برای شبیه‌سازی رشد کیک در عملیات حفاری از یک رویه عددی به زبان فرترن ۹۰ استفاده شده است. در رویه عددی ابتدا محاسبات جریان آزاد سیال حفاری در دالیز صورت گرفته و پروفیل سرعت در نزدیکی دیواره چاه

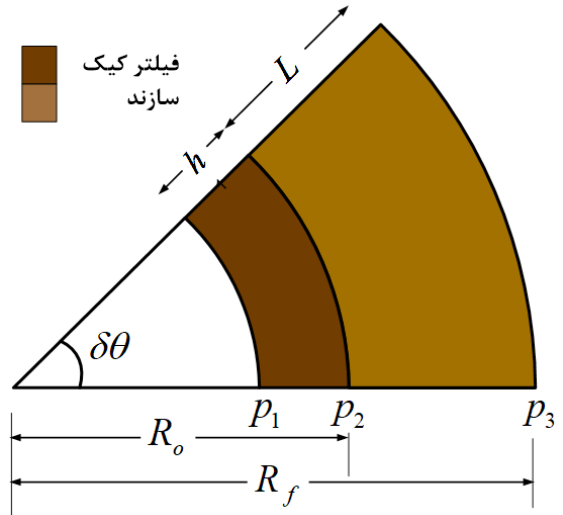


Fig. 4. Position of Filter cake and formation on the borehole wall.

### شکل ۴: موقعیت کیک و سازند روی دیواره چاه

در رابطه بالا  $K_c$  و  $K_f$  به ترتیب نفوذپذیری کیک و سازند می‌باشند. همچنین  $h$  ضخامت کیک است که از حل همزمان معادله بالا با معادله رشد کیک به دست می‌آید.  $\Delta p$  نیز اختلاف فشار بین لایه خارجی سطح کیک و سازند ( $p_1-p_3$ ) می‌باشد.

### ۲-۳ مدل سازی رشد کیک روی دیواره چاه

مدل فیلتراسیون جریان متقاطع که در رویه عددی از آن استفاده شده توسط استاماتاکیس و تین [۸] ارائه شده است. این مدل میزان رشد ضخامت کیک را براساس احتمال آن که ذره به سطح کیک چسبیده و ته‌نشین شود، محاسبه می‌کند.

این مدل یک ذره را در کنار یک برآمدگی که نماینده یکی از ذرات ته‌نشین شده است در نظر گرفته و احتمال آن که ذره ته‌نشین شود را به صورت زیر محاسبه می‌کند [۸]:

$$\beta = 1 - \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{(F_t/F_n)^2 + 1}} \right) \frac{r_p}{H_{max}} \quad (39)$$

که در آن شعاع ذرات و  $H_{max}$  حداکثر میزان برآمدگی است که می‌توان آن را برابر با شعاع ذرات در نظر گرفت [۱۱]. در رابطه (۳۹)،  $F_t$  و  $F_n$  به ترتیب نیروهای وارد بر ذره در جهت مماس و قائم بر سطح کیک هستند. در یک چاه عمودی، نیروهای قائم عبارتند از نیروی ناشی از نفوذ سیال به درون سازند و نیروی لیفت جانبی. همچنین نیروی‌های مماسی وارد بر ذره عبارتند از نیروی ناشی از جریان سیال در دالیز و نیروی بویانسی. با استفاده از قانون بقای جرم برای ذرات نرخ رشد کیک به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۱]:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\varepsilon_s R_o u_p}{(\varepsilon_c - \varepsilon_s)(R_o - h)} \beta \quad (40)$$

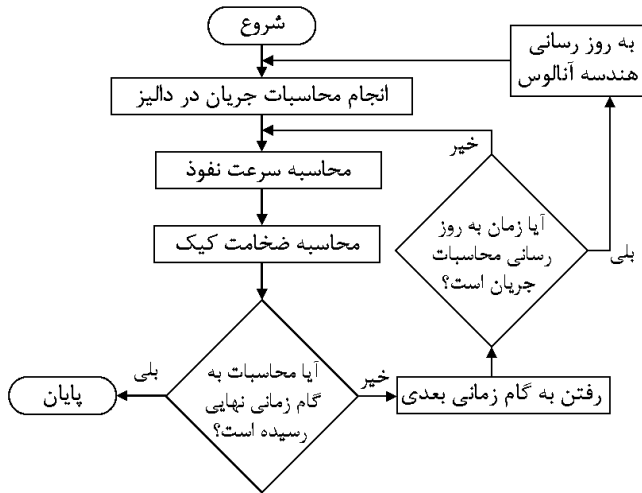


Fig. 6. Diagram of numerical approach.

شکل ۶: الگوریتم رویه عددی

از اعتبار نتایج به دست آمده در دو بخش (حل عددی معادلات جریان سیال در دالیز غیر هم‌مرکز و نیز شبیه‌سازی رشد کیک) ارایه شده است. در بخش اول مقایسه کانتورهای تابع جریان و لزجت با نتایج اسکودیر و همکاران [۱۳] برای  $Re_p=10$ ،  $Ta=50000$  و  $\varepsilon=n=0/5$  در شکل ۷ آورده شده است. توضیح آنکه مقادیر تابع جریان و لزجت جهت مقایسه با [۱۳] مجدداً بی بعد شده اند.

مطابق نتایج به دست آمده، تطابق خوبی بین نتایج تحقیق حاضر و نتایج اسکودیر و همکاران [۱۳] برقرار است.

برای بررسی صحت رویه عددی، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج مطالعه فیشر و همکاران [۱۱] (تنها پژوهش صورت گرفته در دالیز غیر هم‌مرکز چرخان) مقایسه شده است. فیشر و همکاران [۱۱] برای شبیه‌سازی تشکیل فیلتر کیک، جریان درون سازند را به صورت دوفازی در نظر گرفته که با شبیه‌سازی صورت گرفته در پژوهش حاضر متفاوت بوده و لذا تنها مقایسه

به دست می‌آید. پس از آن معادله جریان صافاب درون سازند و معادله نرخ رشد کیک حل می‌شود. شکل ۵ مقطع دالیز و شکل ۶ الگوریتم این رویه را نشان می‌دهد.

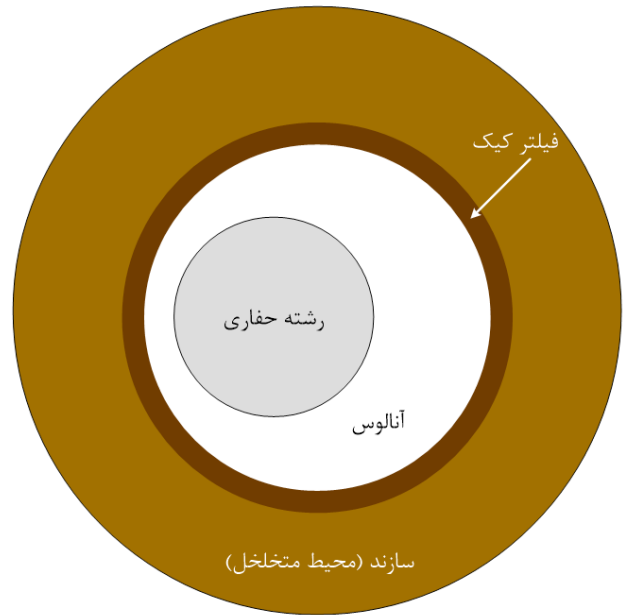


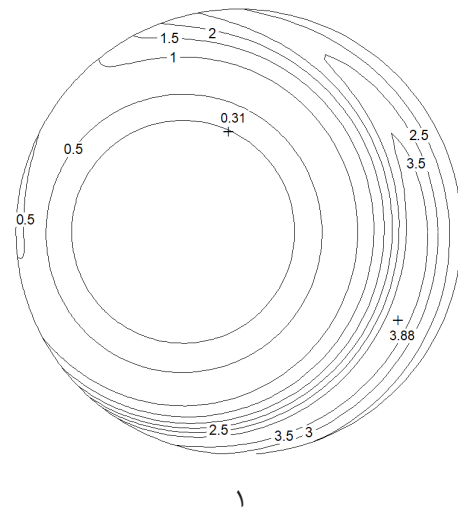
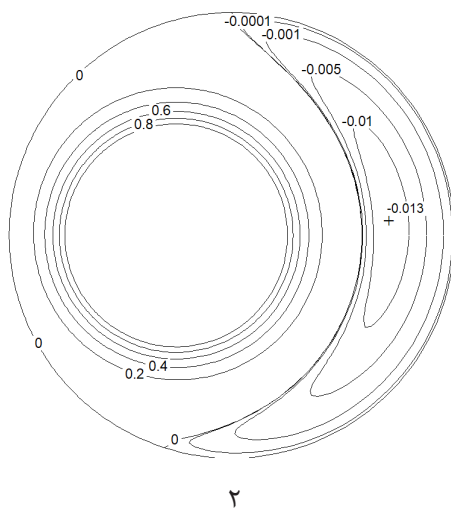
Fig. 5. Annulus cross section and position of filter cake formation.

شکل ۵: مقطع دالیز و محل رشد کیک

در رویه عددی معادلات جریان آزاد به صورت شبه تعادلی در نظر گرفته شده است؛ بدین معنی که اگر ضخامت کیک از حد معینی بیشتر شود، لازم است که برای شعاع جدید چاه محاسبات دالیز انجام شود.

#### ۴- اعتبارسنجی

در این بخش صحت‌سنجی حل عددی مقاله حاضر به منظور اطمینان



(الف)



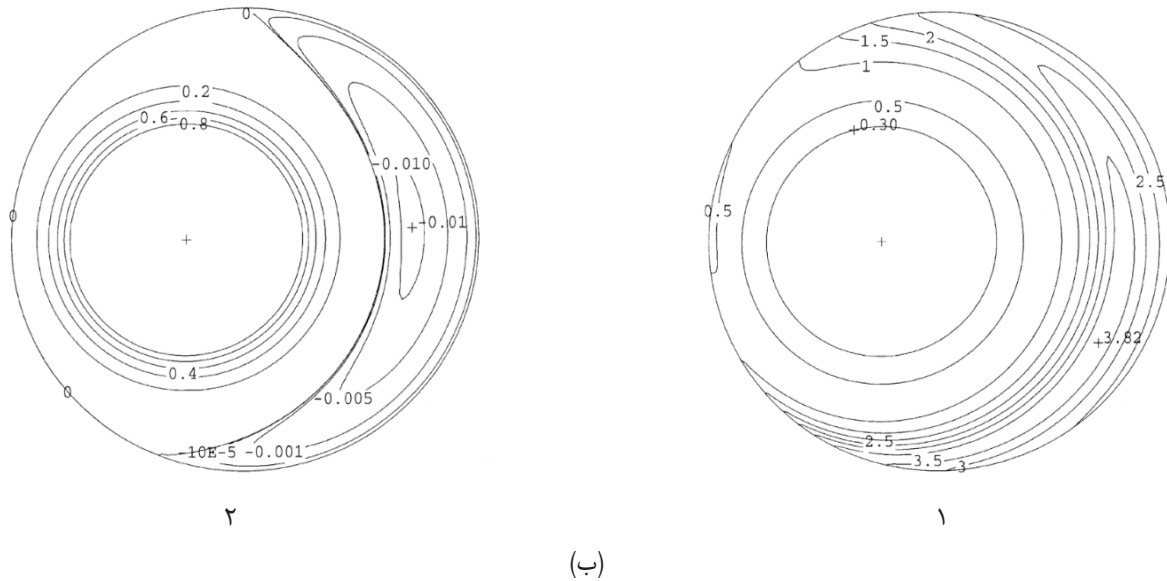


Fig. 7. Viscosity (1)  $\bar{\mu}$  and Streamlines (2)  $\bar{\psi}$  contours: (a) Present study ( $\hat{\psi} = -0.2291$ ), (b) Escudier et al. [13].

شکل ۷: مقایسه کانتورهای (۱) لزجت  $\bar{\mu}$  و (۲) خطوط جریان  $\bar{\psi}$ : (الف) محاسبات فعلی ( $\hat{\psi} = -0.2291$ ) و (ب) اسکودیر و همکاران [۱۳]

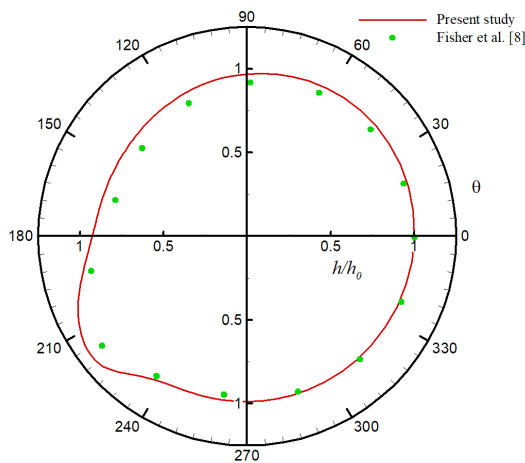


Fig. 8. Normalized cake thickness profile comparison with Fisher et al. [11].

شکل ۸: مقایسه ضخامت کیک بی‌بعد در پژوهش حاضر با مطالعه فیشر و همکاران [۱۱]

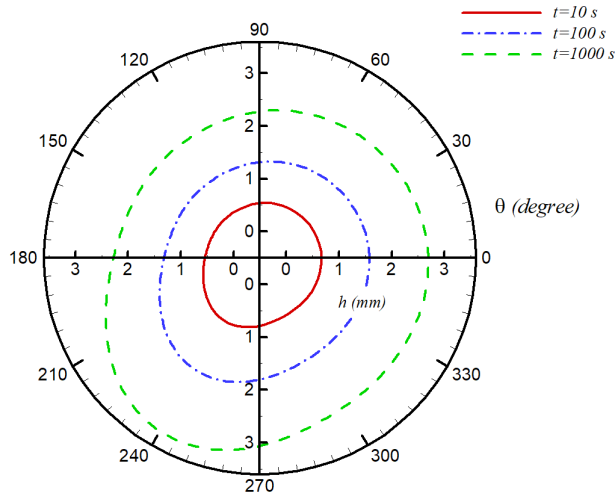
$R_i = 127 \text{ mm}$	$R_o = 254 \text{ mm}$	$R_f = 500 \text{ mm}$
$r_p = 5 \mu\text{m}$	$r_{eff} = 0.5 \mu\text{m}$	$\alpha = 1 \times 10^{-3} \text{ s}$
$n_{pl} = 0.7$	$k_{pl} = 0.124 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$	$\varepsilon = 0.5$
$\varepsilon_s = 0.1$	$\varepsilon_c = 0.6$	$K_f = 1 \text{ Darcy}$
$\rho_l = 1000 \text{ kgm}^{-3}$	$\rho_s = 4500 \text{ kgm}^{-3}$	$\Omega_i = 40 \text{ rpm}$

در شکل ۹ نرخ رشد کیک و در شکل ۱۰ سرعت نفوذ صافاب در نقاط بیشینه و کمینه ضخامت کیک بر حسب زمان رسم شده است. همانطور که مشخص است، در ابتدای فیلتراسیون نرخ افزایش ضخامت کیک زیاد است؛ به گونه‌ای که کیک در مدت زمان ۵۰۰ ثانیه به بیش از ۸۰٪ ضخامت نهایی خود می‌رسد. همانطور که مشخص است، سرعت نفوذ صافاب با

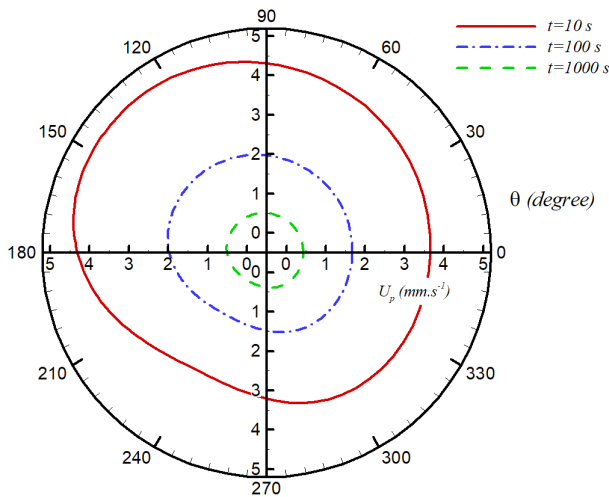
به صورت کیفی امکان‌پذیر خواهد بود. توضیح آن که به علت عدم ارایه پارامترهای شبیه‌سازی در مورد نفوذپذیری مطلق محیط متخلخل و خواص فیزیکی سیال صافاب در مطالعه فیشر و همکاران [۱۱]، مقایسه کمی حتی در صورت یکسان بودن روش‌های شبیه‌سازی نیز امکان‌پذیر نمی‌باشد. می‌توان از پروفیل ضخامت بی‌بعد روی دیواره چاه برای مقایسه کیفی استفاده کرد که در این صورت ضخامت بی‌بعد از تقسیم ضخامت کیک بر ضخامت در زاویه  $\theta = 0^\circ$  (عریض‌ترین قسمت دالیز) به‌دست می‌آید. نتایج آنها نشان می‌دهد که برای پارامترهای شبیه‌سازی، بیشینه و کمینه ضخامت کیک به ترتیب در زوایای  $165^\circ$  و  $220^\circ$  رخ می‌دهد. در شکل ۸ پروفیل ضخامت کیک با استفاده از مجموعه پارامترهای شبیه‌سازی مطالعه فیشر و همکاران [۱۱] (و با در نظر گرفتن  $K_f = 1$  Darcy در این مقاله) رسم شده است که بیشینه و کمینه ضخامت کیک در زوایای  $152^\circ$  و  $217^\circ$  اتفاق می‌افتد. همانطور که در شکل ۸ مشخص است، تطابق قابل قبولی بین نتایج برقرار است.

## ۵- نتایج

در این قسمت، اثر سرعت چرخش و خروج از مرکزیت رشته‌حفری، شاخص توانی سیال حفاری و شعاع ذرات بر ضخامت کیک و سرعت نفوذ صافاب بررسی می‌شود. برای انجام محاسبات جریان در دالیز از شبکه  $41 \times 257$  و از گام زمانی یک ثانیه برای محاسبه رشد کیک استفاده شده است. افت فشار عمودی در دالیز برابر ۸۸ پاسکال بر متر و اختلاف فشار ۳ مگاپاسکال بین سیال حفاری و سازند لحاظ شده است. سایر پارامترهای مورد استفاده عبارتند از [۱۱]:



(الف)



(ب)

Fig. 11. Angular variation of (a) filter cake thickness and (b) permeating fluid velocity at 10, 100 and 1000 s.

شکل ۱۱: پروفیل (الف) ضخامت کیک و (ب) سرعت نفوذ صافاب در لحظات ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ثانیه

مجدداً شیب پروفیل سرعت محوری در حال کاهش و شیب سرعت مماسی در حال افزایش است. در این ناحیه شیب سرعت مماسی از سرعت محوری بیشتر می‌شود و بنابراین ضخامت کیک تحت تاثیر سرعت مماسی قرار گرفته و کمترین ضخامت کیک و در نتیجه بیشترین سرعت نفوذ صافاب در این ناحیه رخ می‌دهد. از  $\theta = 180^\circ$  تا  $\theta = 270^\circ$ ، به علت آن که جریان از فضای حلقوی کوچکتر وارد فضای حلقوی بزرگتری می‌شود، شیب سرعت محوری در حال افزایش و شیب سرعت مماسی در حال کاهش می‌باشد که مجدداً از آنجا که در این ناحیه شیب سرعت مماسی از سرعت محوری بیشتر است، ضخامت کیک افزایش می‌یابد و حداکثر ضخامت کیک (و همچنین حداقل سرعت نفوذ صافاب) در این ناحیه رخ می‌دهد. از  $\theta = 270^\circ$  تا  $\theta = 0^\circ$  شیب سرعت محوری از سرعت مماسی بیشتر است و به همین دلیل

افزایش ضخامت کاهش می‌یابد و نرخ کاهش آن نیز متناسب با نرخ افزایش ضخامت کیک است.

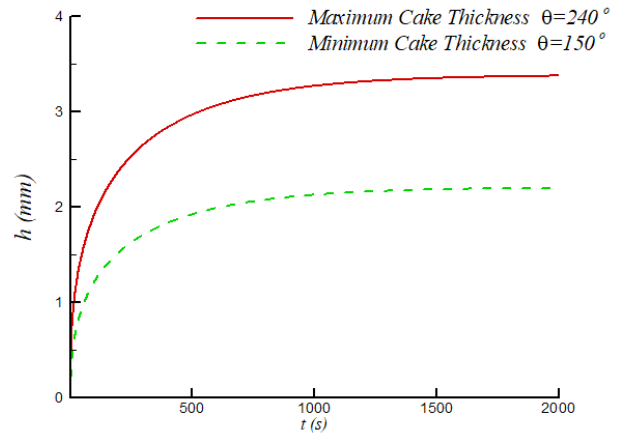


Fig. 9. Values of Filter cake thickness as functions of time at the points of minimum and maximum cake thickness.

شکل ۹: نمودار تغییر ضخامت کیک بر حسب زمان در نقاط پیشینه و کمینه

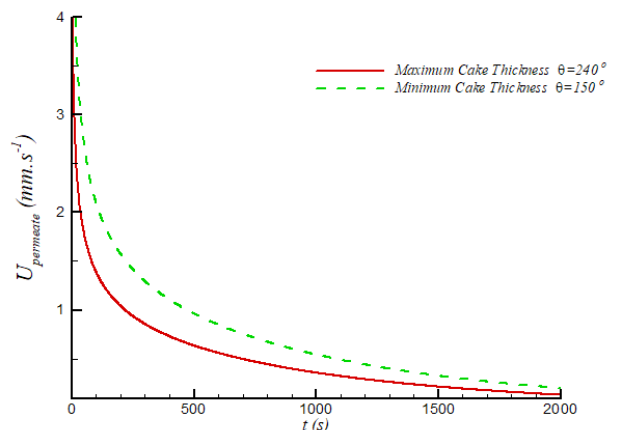


Fig. 10. Values of permeating fluid velocity as functions of time at the points of minimum and maximum cake thickness.

شکل ۱۰: نمودار تغییر سرعت نفوذ صافاب بر حسب زمان در نقاط پیشینه و کمینه ضخامت کیک

شکل ۱۱ نحوه رشد پروفیل ضخامت کیک و کاهش سرعت نفوذ صافاب با زمان بر روی دیواره چاه نشان می‌دهد. در این شکل از زاویه  $\theta = 0^\circ$  تا  $\theta = 90^\circ$  به علت آن که جریان در فضای حلقوی کمتری رانده می‌شود، سرعت مماسی سیال افزایش و سرعت محوری کاهش می‌یابد؛ اما از آنجا که در این ناحیه شیب پروفیل سرعت محوری روی دیواره چاه بیشتر از شیب سرعت مماسی بوده، ضخامت کیک اندکی کاهش می‌یابد. جزئیات بیشتر در مورد شیب پروفیل سرعت مماسی و محوری در [۱۷ و ۱۴-۱۲] آمده است. از آنجا که نفوذپذیری کیک به مراتب کمتر از نفوذپذیری سازند است، با کاهش ضخامت کیک مقاومت در مقابل صافاب کاهش یافته و بنابراین سرعت نفوذ صافاب در این ناحیه افزایش می‌یابد. از  $\theta = 90^\circ$  تا  $\theta = 180^\circ$ ،

سرعت نفوذ صافاب بررسی شده است. با افزایش شاخص توانی سیال، شیب پروفیل سرعت محوری در نزدیکی دیواره کاهش پیدا می‌کند که در نتیجه آن احتمال رسوب و ضخامت کیک افزایش و سرعت نفوذ کاهش می‌یابد. در شکل ۱۵ تأثیر شعاع رشته‌حفری (نسبت شعاع‌ها) بر پروفیل ضخامت کیک و سرعت نفوذ صافاب بررسی شده است. همان‌طور که نشان داده شده است، با افزایش نسبت شعاع، در یک افت فشار ثابت دبی متوسط سیال کاهش یافته که در نتیجه آن نیروی هیدرودینامیکی جریان گل بر ذره کم می‌شود و در نتیجه ضخامت کیک افزایش و سرعت نفوذ صافاب کاهش می‌یابد. این در حالی است که اگر معادلات جریان سیال حفاری در دالیز با فرض ثابت بودن دبی محوری حل شوند، افزایش نسبت شعاع باعث بیشتر شدن سرعت متوسط می‌شود که در نتیجه آن ضخامت کیک کاهش و سرعت نفوذ صافاب افزایش خواهد یافت.

در شکل ۱۶ تأثیر شعاع ذرات بر پروفیل‌های ضخامت کیک و سرعت نفوذ صافاب نشان داده شده است. افزایش شعاع ذرات سبب می‌شود نیروی مماسی بیشتری بر ذره وارد شود و در نتیجه احتمال رسوب آن کاهش می‌یابد. با کم شدن احتمال رسوب ذره ضخامت کیک کاهش و سرعت نفوذ سیال افزایش می‌یابد. این نتیجه نشان می‌دهد که با افزایش شعاع ذرات از یک حد معین، دیگر کیک بر روی دیواره تشکیل نخواهد شد.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش شبیه‌سازی تشکیل فیلتر کیک بر روی دیواره چاه‌های نفت صورت پذیرفته است که در آن سه پدیده: (الف) جریان سه‌بعدی سیال حفاری درون دالیز غیر هم‌مرکز با در نظر گرفتن اثر غیرنیوتنی سیال حفاری، (ب) جریان صافاب درون فیلتر کیک و سازند و (پ) تشکیل لایه فیلتر کیک روی دیواره چاه با استفاده از یک رویه عددی محاسبه شده و تأثیر پارامترهای

ضخامت کیک در این ناحیه کاهش می‌یابد. در کل می‌توان در حالت چرخش رشته‌حفری، دالیز را به دو زیر ناحیه تقسیم‌بندی کرد. ناحیه  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  که در آن شیب سرعت محوری بیشتر است و ناحیه  $90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$  که در آن شیب سرعت مماسی بیشتر است.

در شکل ۱۲ تأثیر چرخش رشته‌حفری بر پروفیل‌های ضخامت کیک و سرعت نفوذ صافاب بررسی شده است. در صورت ساکن بودن رشته‌حفری، حداکثر و حداقل ضخامت کیک در  $\theta = 0^\circ$  و  $\theta = 180^\circ$  اتفاق می‌افتد که دلیل آن صرفاً تغییرات سرعت محوری در این نواحی است. در صورت چرخش رشته‌حفری، ضخامت کیک تحت تأثیر سرعت مماسی و محوری می‌باشد. چرخش رشته‌حفری سبب می‌شود که سیال هنگام ورود به فضای حلقوی کوچکتر، شتاب گرفته و سرعتش زیاد شود؛ و هنگام ورود به فضای حلقوی بزرگتر، سرعتش کاهش یابد. تأثیر چرخش رشته‌حفری، همان‌طور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است، در سرعت‌های پایین‌تر بیشتر است. دلیل این امر آن است که افزایش سرعت چرخش رشته‌حفری، سبب به وجود آمدن و افزایش حجم گردابه در عریض‌ترین قسمت دالیز می‌شود. به‌وجود آمدن گردابه باعث می‌شود که شیب پروفیل سرعت محوری روی دیواره چاه کاهش یابد که این امر موجب می‌شود میزان تغییر در سرعت مماسی سیال در باریک‌ترین قسمت دالیز کمتر شود. همان‌طور که مشخص است میزان تغییر در پروفیل ضخامت کیک در دو حالت  $\Omega_i = 40 \text{ rpm}$  و  $\Omega_i = 80 \text{ rpm}$  اندک است، اما این میزان در دو حالت  $\Omega_i = 20 \text{ rpm}$  و  $\Omega_i = 5 \text{ rpm}$  قابل مشاهده‌تر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به علت به‌وجود آمدن گردابه در حالت دالیز غیر هم‌مرکز، تأثیر سرعت مماسی سیال بر پروفیل ضخامت کیک، از سرعت محوری کمتر است.

در شکل ۱۳ تأثیر شاخص توانی سیال بر پروفیل‌های ضخامت کیک و

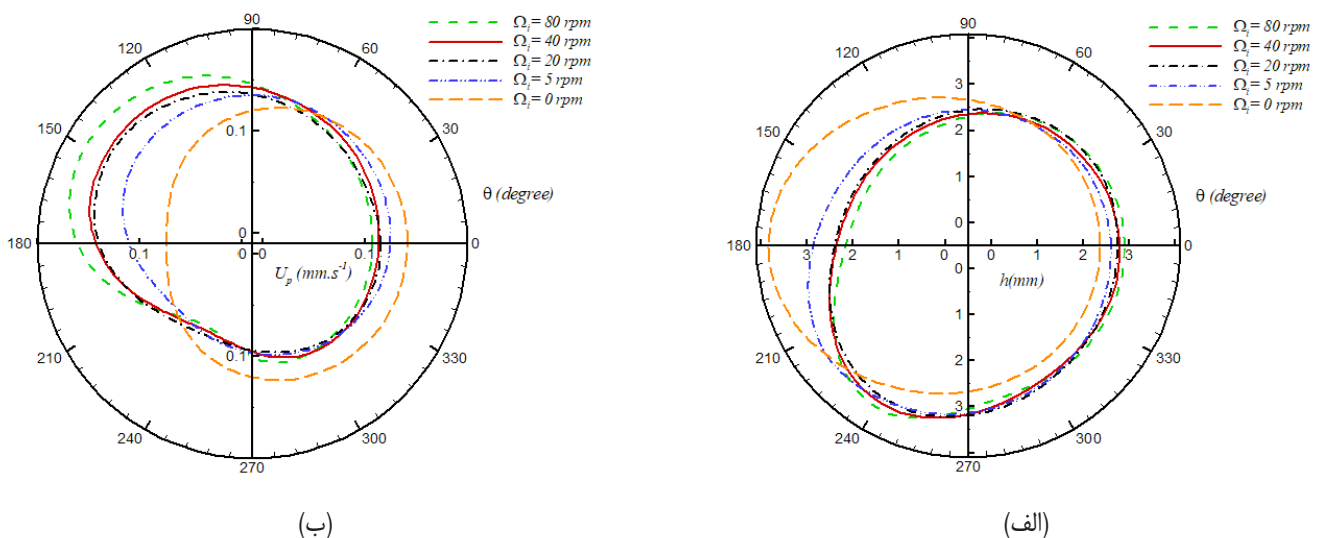


Fig. 12. Effect of drill string rotation on the steady state (a) filter cake thickness and (b) permeate velocity.

شکل ۱۲: اثر چرخش رشته‌حفری بر پروفیل‌های (الف) ضخامت کیک و (ب) سرعت نفوذ صافاب

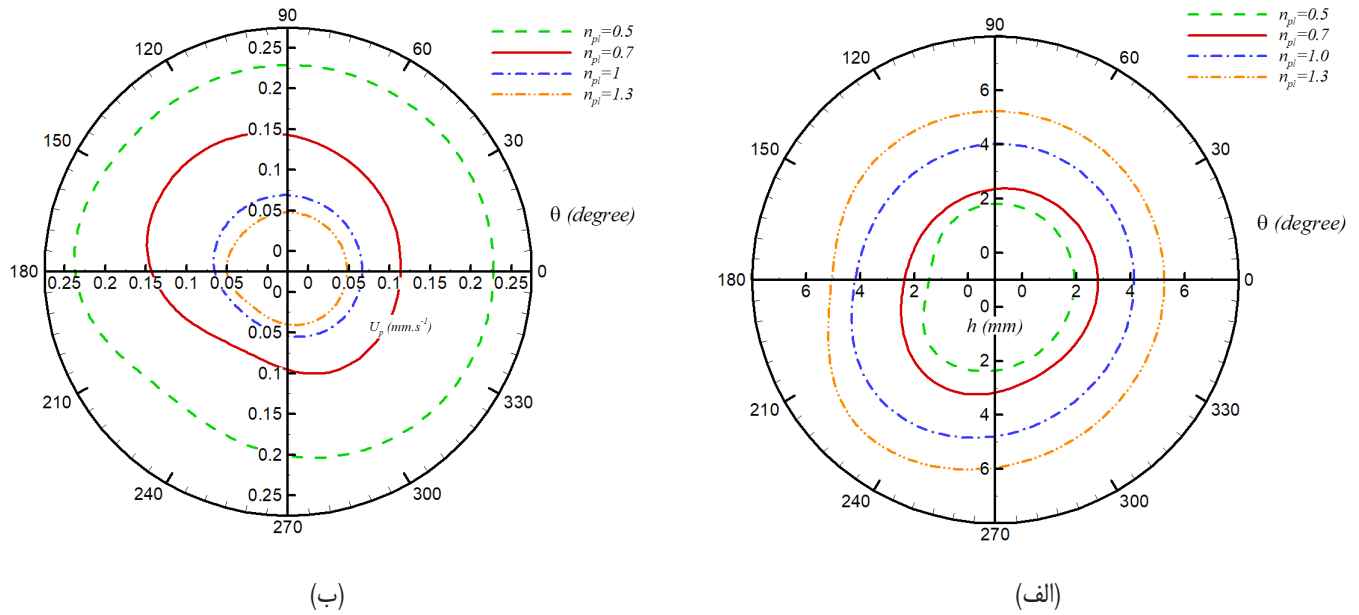


Fig. 13. Effect of power law exponent on the steady state (a) filter cake thickness and (b) permeate velocity.

شکل ۱۳: اثر شاخص توانی سیال بر پروفیل‌های (الف) ضخامت کیک و (ب) سرعت نفوذ صافاب

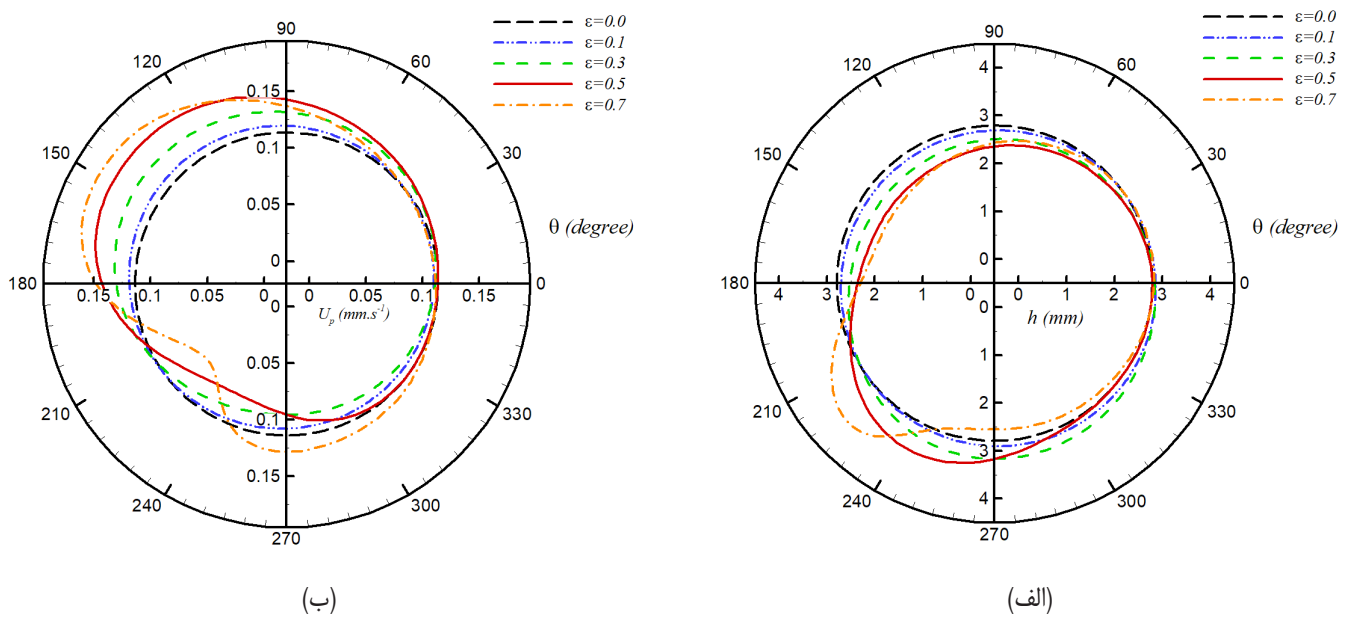


Fig. 14. Effect of drill string eccentricity on the steady state (a) filter cake thickness and (b) permeate velocity.

شکل ۱۴: اثر خروج از مرکزیت رشته حفاری بر پروفیل‌های (الف) ضخامت کیک و (ب) سرعت نفوذ صافاب

افزایش می‌یابد و سرعت نفوذ صافاب کاهش می‌یابد.  
 ۳. افزایش سرعت چرخش لوله حفاری سبب کاهش ضخامت کیک و افزایش سرعت نفوذ صافاب و تغییر در نقاط بیشینه و کمینه می‌شود؛ اما میزان تاثیر در سرعت چرخش زیاد کم است.  
 ۴. افزایش خروج از مرکزیت رشته حفاری، باعث تغییر در پروفیل سرعت نفوذ و ضخامت کیک می‌شود به گونه‌ای که حداکثر ضخامت کیک روی دیواره افزایش و حداقل آن نیز کاهش یابد.

چرخش، خروج از مرکزیت و شعاع رشته حفاری، شاخص توانی و شعاع ذرات سیال حفاری مورد بررسی قرار گرفته و نتایج زیر به دست آمده است:  
 ۱. نرخ رشد کیک و سرعت نفوذ صافاب در ابتدای فیلتراسیون زیاد بوده که با گذشت زمان این نرخ کاهش یافته و پس از زمان حدود ۲۰۰۰ ثانیه کیک به ضخامت نهایی خود رسیده و پس از آن دیگر سرعت نفوذ صافاب ثابت باقی می‌ماند.  
 ۲. با افزایش ضخامت لایه فیلتر کیک مقاومت در برابر نفوذ صافاب

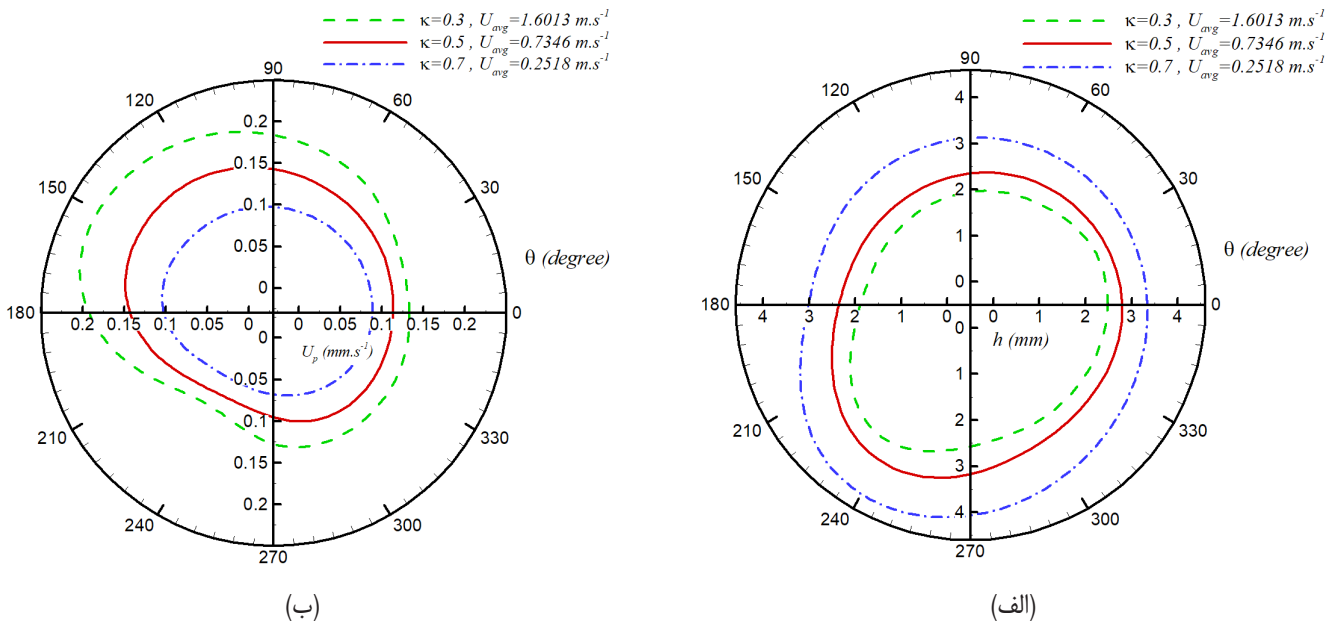


Fig. 15. Effect of drill string radius ( $\kappa$ ) on the steady state (a) filter cake thickness and (b) permeate velocity.

شکل ۱۵: تاثیر شعاع رشته حفاری ( $\kappa$ ) بر پروفیل‌های (الف) ضخامت کیک و (ب) سرعت نفوذ صافاب

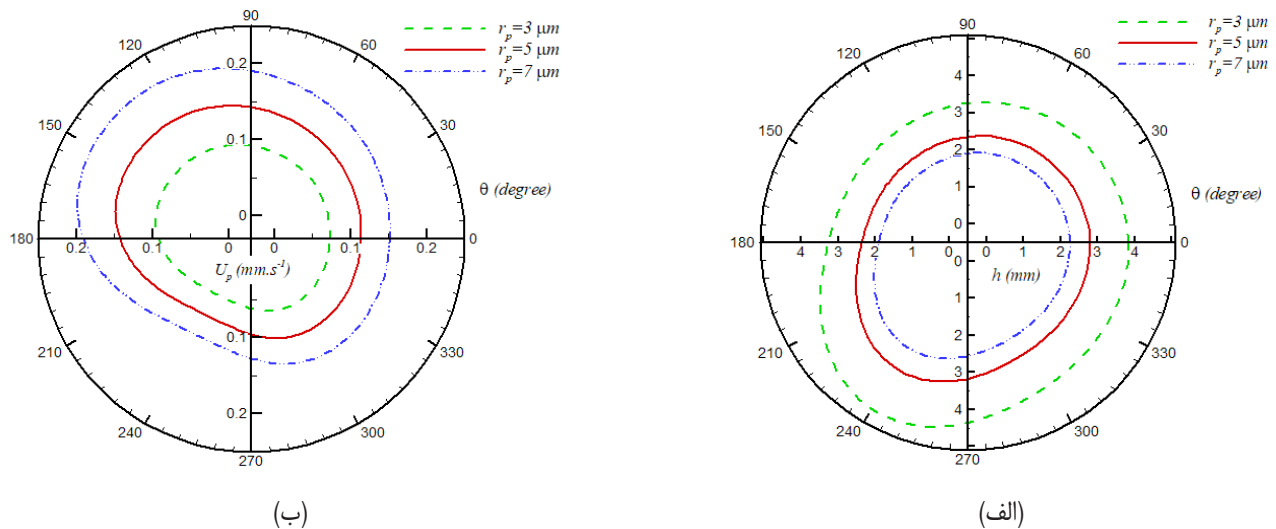


Fig. 16. Effect of particle radius on the steady state (a) filter cake thickness and (b) permeate velocity.

شکل ۱۶: تاثیر شعاع ذرات بر پروفیل‌های (الف) ضخامت کیک و (ب) سرعت نفوذ صافاب

### منابع

- [1] R. Caenn, H.C.H. Darley, G.R. Gray, *Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids*, Gulf Professional Pub., 2011.
- [2] M. Williams, *Radial Filtration of Drilling Muds*, (1939).
- [3] C.L. Prokop, *Radial Filtration of Drilling Mud*, (1952).
- [4] C.K. Ferguson, J.A. Klotz, *Filtration From Mud During Drilling*, (1954).
- [5] N.v.d.T. Opedal, P. Cerasi, J.D. Ytrehus, *Dynamic Fluid Erosion on Filter Cakes*, in, *Society of Petroleum*

همچنین با افزایش خروج از مرکزیت احتمال گیر لوله حفاری بیشتر می‌شود.

۵. با افزایش شاخص توانی سیال، پروفیل سرعت محوری در نزدیکی دیواره کاهش پیدا می‌کند که در نتیجه آن احتمال رسوب و ضخامت کیک افزایش و پروفیل سرعت نفوذ کاهش می‌یابد.
۶. افزایش شعاع ذرات جامد در سیال حفاری، باعث کاهش ضخامت کیک و افزایش سرعت نفوذ صافاب می‌شوند و لذا کنده‌های حفاری در تشکیل کیک موثر نیستند.

- Rotation, *Chemical Engineering Research and Design*, 78(5) (2000) 707-714.
- [12] H.-q. Cui, X.-S. Liu, Research on Helical Flow of Non-Newtonian Fluids in Eccentric Annuli, in, *Society of Petroleum Engineers*, 1995.
- [13] M. Escudier, P. Oliveira, F. Pinho, S. Smith, Fully developed laminar flow of non-Newtonian liquids through annuli: comparison of numerical calculations with experiments, *Exp Fluids*, 33(1) (2002) 101-111.
- [14] O.F.J. Meuric, R.J. Wakeman, T.W. Chiu, K.A. Fisher, Numerical flow simulation of viscoplastic fluids in annuli, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 76(1) (1998) 27-40.
- [15] K.A. Hoffmann, S.T. Chiang, Computational Fluid Dynamics for Engineers, *Engineering Education System*, 1993.
- [16] B.Y. Ballal, R.S. Rivlin, Flow of a Viscoelastic Fluid Between Eccentric Rotating Cylinders, *Transactions of The Society of Rheology*, 20(1) (1976) 65-101.
- [17] S.M. Hashemzadeh, *Simulation of filter cake formation during oil well drilling*, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran, 2014.
- Engineers*, 2013.
- [6] H.D. Outmans, Mechanics of Static and Dynamic Filtration In the Borehole, (1963).
- [7] I. Ershaghi, Modeling of Filter Cake Buildup Under Dynamic-Static Conditions, in, *Society of Petroleum Engineers*, 1980.
- [8] K. Stamatakis, C. Tien, A simple model of cross-flow filtration based on particle adhesion, *AIChE Journal*, 39(8) (1993) 1292-1302.
- [9] F.F. Zinati, R. Farajzadeh, P.K. Currie, P.L.J. Zitha, Modeling of External Filter Cake Build-up in Radial Geometry, *Petroleum Science and Technology*, 27(7) (2009) 746-763.
- [10] M.A.K.a.I.K. Gamwo, Filter cake formation on the vertical well at high temperature and high pressure: Computational fluid dynamics modeling and simulations, *Journal of Petroleum and Gas Engineering*, 7(2) (2011) 146-164.
- [11] K.A. Fisher, R.J. Wakeman, T.W. Chiu, O.F.J. Meuric, Numerical Modelling of Cake Formation and Fluid Loss from Non-Newtonian Muds During Drilling Using Eccentric/Concentric Drill Strings With/Without

Please cite this article using:

E. Hajidavalloo and S. M. Hashemzadeh, Numerical Simulation of Filter Cake Formation on Borehole Walls Considering Effect of Non-Newtonian Drilling Fluid and Eccentricity, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(3) (2017) 521-534.  
DOI: 10.22060/mej.2016.755

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

