

تحلیل غیرخطی پاسخ دینامیکی ورق کامپوزیتی فیبر کربنی بهبودیافته با نانولوله کربنی بر بستر الاستیک در محیط حرارتی

فرزاد ابراهیمی*، سجاد حبیبی

دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۵ اردیبهشت ۱۳۹۵
بازنگری: ۷ مرداد ۱۳۹۵
پذیرش: ۴ مهر ۱۳۹۵
ارائه آنلاین: ۱۹ آبان ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:

پاسخ دینامیکی غیرخطی
نانولوله کربنی
محیط حرارتی
نانوکامپوزیت چند فازی
نظریه برشی هایپرولیک

چکیده: در این مقاله، پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق کامپوزیتی چندلایه تقویت شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی تحت بارگذاری مختلف مکانیکی و گرادیان حرارتی بر روی بستر الاستیک وینکلر-پسترناک مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حاکم بر اساس نظریه برشی هایپرولیک معکوس و روابط غیرخطی کرنش ون کارمن استخراج شده و با استفاده از اجزا محدود حل می شود. نانولوله‌های کربن به صورت تصادفی و نامنظم در ماتریس پخش شده‌اند و خواص کامپوزیت سه فازی با ترکیبی از معادلات هالپین تسای و مدل میکرومکانیکی به صورت سلسله مراتبی به دست آمده است. تغییرات دما در راستای ضخامت ورق، یکنواخت، خطی و غیرخطی و چهار نوع بار ضربه‌ای شامل نیم سینوسی، مثلثی، توانی، پله‌ای و یکنواخت در نظر گرفته شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد با افزودن نانولوله به کامپوزیت میزان خیز مرکز ورق کاهش پیدا می‌کند. کاهش خیز برای نانولوله‌های چند جداره مقدار کمتری نسبت به نانولوله‌های تک جداره دارد. همچنین مشاهده می‌شود که در محیط حرارتی افزایش تا ۱٪ وزنی نانولوله می‌تواند خیز مرکز ورق را کاهش دهد و پس از آن افزایش نانولوله تغییر قابل مشاهده‌ای برای خیز ورق دربر ندارد.

۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی با توجه به خصوصیات منحصر به فردشان در زمینه‌های بسیار متنوعی مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای نانولوله‌های کربنی در حوزه مهندسی مکانیک و هوافضا، استفاده از آنها به عنوان تقویت‌کننده در مواد کامپوزیتی است. کامپوزیت‌های معمولی با وجود داشتن خواص مطلوب، اغلب در صنایع پیشرفته جوابگوی کامل نیازها نیستند. در این خصوص، نانولوله‌های کربنی یکی از بهترین گزینه‌ها می‌باشد. خواص فوق‌العاده اعم از مقاومت بالا، سختی بالا، نسبت منطری بالا و چگالی پایین باعث برتری این مواد نسبت به دیگر فیبرهای تقویتی شده است [۱]. اضافه کردن درصد کمی از نانولوله‌های کربنی باعث بهبود بسیاری از خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی کامپوزیت‌ها می‌شود، از این رو استفاده از این نوع نانوکامپوزیت‌ها در بسیاری از صنایع از جمله هوافضا، خودرو، دریایی و بخش‌های زیرساختی در حال رشد است؛ بنابراین ضروری است که رفتار نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی تحت بارگذاری ضربه، در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گیرد.

نخستین بار شن [۲] به صورت بنیادی به تحلیل مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی پرداخت. در این مطالعه ایده مدرج تابعی کردن نانولوله‌ها در طول ضخامت ورق ارائه شد. وی نشان داد که با مدرج کردن

نانولوله‌ها در طول ضخامت نسبت توزیع یکنواخت، رفتار خمشی کامپوزیت‌ها بهبود پیدا می‌کند. یاس و حشمتی [۳] خواص ارتعاشی تیرهای نانوکامپوزیتی تابعی مدرج را تحت بار متحرک مورد بررسی قرار داده‌اند. تیر در نظر گرفته شده در این تحقیق با نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با جهت‌گیری تصادفی تقویت شده‌اند. به منظور مدل‌سازی خواص مادی تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانو از مدل موری-تاناکا استفاده شده است. آنها تأثیر جهت‌گیری نانولوله‌ها، توزیع مواد، سرعت بار متحرک و شرایط مرزی مختلف را روی خواص ارتعاشی تیر مورد نظر، مورد بررسی قرار داده‌اند. این محققان در مطالعه‌ای دیگر پاسخ دینامیکی تیرهای کامپوزیتی پلی استرین تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چند جداره را تحت بار متحرک چندتایی بررسی کردند [۴]. مرادی دستجردی و همکاران [۵] تحلیل دینامیکی پوسته‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک‌جداره در معرض بارهای ضربه‌ای را مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها ارتعاش آزاد و انتشار موج تنش را بررسی کردند. در این تحقیق توزیع‌های مختلفی برای نانولوله‌ها در نظر گرفته شده است و خواص مادی پوسته با استفاده از مدل‌های میکرومکانیکی تخمین زده شده است. شن و ژیانگ [۶] به تحلیل غیرخطی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی مستقر بر بسترالاستیک پرداختند. در این مطالعه، به منظور مدل‌سازی خواص مادی تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله از قانون مخلوط‌ها استفاده شده است. آنها از روش اغتشاشات برای حل

شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی تحت بارگذاری مختلف مکانیکی و گرادیان حرارتی بر روی بستر الاستیک وینکلر-پسترناک مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حاکم بر اساس نظریه برشی هایپربولیک معکوس و روابط غیرخطی کرنش ون کارمن استخراج شده و با استفاده از اجزا محدود حل می‌شود. نانولوله‌های کربن به صورت تصادفی و نامنظم در ماتریس پخش شده‌اند و خواص کامپوزیت سه فاز از ترکیبی از معادلات هالپین تسای و مدل میکرومکانیکی به صورت سلسله مراتبی به دست آمده است. تغییرات دما در راستای ضخامت ورق، یکنواخت، خطی و غیرخطی و همچنین چهار نوع بار ضربه‌ای^۷ شامل نیم سینوسی^۸، مثلثی^۹، توانی^{۱۰}، پله‌ای^{۱۱} و یکنواخت^{۱۲} در نظر گرفته شده است. در انتها نیز با ارائه و بررسی نتایج، تأثیر پارامترهای مختلف از جمله بستر الاستیک، دما، شکل بار دینامیکی، کسر وزنی و نسبت ظاهری نانولوله‌های تک جداره و چند جداره، ضخامت ورق و شرایط مرزی بر روی پاسخ دینامیکی مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

نمای کلی یک ورق کامپوزیتی چند لایه پلیمر-نانولوله کربنی- فیبر با طول a ، عرض b و ضخامت h در شکل ۱ نشان داده شده است. ورق بر روی بستر الاستیک است و تحت بار ضربه‌ای و میدان دمایی قرار می‌گیرد.

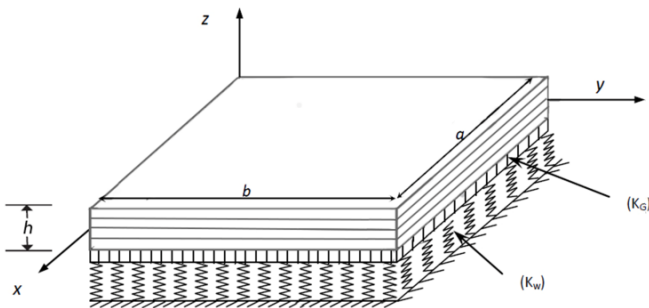


Fig. 1. The geometric parameters CNT reinforced multi-phase laminated composite plate resting on elastic foundations

شکل ۱: شماتیک هندسی ورق کامپوزیتی چند لایه پلیمر-نانولوله کربنی- فیبر روی بستر الاستیک

۲-۱- خواص مکانیکی کامپوزیت سه فاز

فرض شده است که ماده زمینه پلیمری همسانگرد بوده و نانولوله‌ها به صورت تصادفی و نامنظم درون آن توزیع شده است. پراکندگی نانولوله‌ها در ماده زمینه و پیوندشان به صورت ایده‌آل است. خواص و ضخامت هر یک از لایه‌های کامپوزیت یکسان بوده و جهت فیبرها در هر لایه می‌تواند تغییر کند.

معادلات استفاده کردند. رفیعی و مقدم [۷] با استفاده از نرم افزار اجزا محدود انسیس^۱ به بررسی اثر نانولوله‌های کربنی تک جداره بر روی پاسخ دینامیکی نانوکامپوزیت‌ها پرداختند. خلیلی و حق بین [۸] با استفاده از روش مدل سازی چند مقیاسی، به تحلیل رفتار کششی و بار ضربه‌ای کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. در این مطالعه مدل سازی‌ها و تحلیل‌ها با استفاده از نرم افزار اجزا محدود آباکوس^۲ انجام گرفته است. وانگ و شن [۹] پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانوله کربنی مستقر بر بستر الاستیک در محیط حرارتی را بررسی کردند. آنها تحلیل را بر روی ورق‌های کامپوزیتی تک لایه و ساندویچی انجام دادند. در این مطالعه نانولوله‌ها به صورت تک جداره فرض شده و در طول ضخامت مدرج گردیده‌اند. خواص مؤثر نانوکامپوزیت بر اساس قانون اصلاح شده مخلوط‌ها تخمین زده شده است. معادلات حرکت بر اساس نظریه برشی مرتبه بالا ردی و کرنش‌های غیرخطی فن کارمن به دست آمد و با استفاده از روش اختلال جزئی^۳ حل گردید. لی و همکاران [۱۰] با استفاده از روش بدون جزء کی پی - ریتز^۴ به تحلیل پاسخ الاستودینامیکی ورق‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های مدرج پرداختند. در این مطالعه خواص نانوکامپوزیت بر اساس قانون مخلوط‌ها تعیین شده و میدان جابه‌جایی ورق بر اساس نظریه برشی مرتبه اول بیان گردیده است.

برخی از محققان نیز اثر نانولوله‌های کربنی را در بهبود خواص کامپوزیت‌های تقویت شده با فیبرهای معمولی (شیشه و کربن) بررسی کردند. این دسته از نانوکامپوزیت‌ها که تقویت شده با فیبرهای میکرومتری و نانولوله‌های کربنی هستند با عنوان چند مقیاسی^۵ شناخته می‌شوند [۱۱]. بکیاروا و همکاران [۱۲]، پژوهشی در زمینه توسعه کامپوزیت‌های سه فاز پلیمر- فیبر کربن- نانولوله کربنی در سازه‌های مهندسی انجام دادند. رفیعی و همکاران [۱۳] ارتعاشات غیرخطی ورق‌های کامپوزیت‌های پلیمر- فیبر کربن-نانولوله کربنی با اضافه کردن لایه‌های پیزوالکتریک بررسی کردند. آنها در مطالعه‌ای دیگر [۱۴] به مدل سازی و تحلیل تنش ورق‌های کامپوزیت‌های سه فاز با استفاده از یک روش تحلیلی پرداختند. هی و همکاران [۱۵] ارتعاشات تیرهای ویسکوالاستیک سه فاز را بررسی کردند. بهارداوج و همکاران [۱۶] پاسخ دینامیکی و خمشی غیرخطی کامپوزیت‌های فیبر شیشه تقویت شده با نانولوله کربنی (سه فاز) را مورد مطالعه قرار دادند. در این بررسی برای تخمین خواص پلیمر- نانولوله کربنی از مدل هالپین تسای استفاده شده است. معادلات حاکم بر کامپوزیت چند لایه بر اساس نظریه برشی مرتبه اول و کرنش‌های غیرخطی فن کارمن به دست آمده و با استفاده از چندجمله‌ای چیشف^۶ حل گردید.

در این مقاله، پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق کامپوزیتی چندلایه تقویت

- 7 Impulsive load
- 8 Half-sine
- 9 Triangular
- 10 Exponential
- 11 Step
- 12 Uniform

- 1 ANSYS
- 2 ABAQUS
- 3 Perturbation
- 4 Element-free kp-Ritz method
- 5 Multiscale
- 6 Chebyshev polynomials

$$G^{MNC} = \frac{E^{MNC}}{2(1+\nu^{MNC})} \quad (7)$$

که در آن، ν^M نسبت پواسون ماده زمینه است. از آنجایی که مقدار نانولوله‌ها کم است، نسبت پواسون ν^{MNC} برابر با مقدار ماده زمینه در نظر گرفته می‌شود [۱۳].

ضریب انبساط حرارتی پلیمر حاوی نانولوله کربنی نیز از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۷]:

$$\alpha^{MNC} = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{V_{CN} E^{CN} \alpha^{CN} + V_M E^M \alpha^M}{V_{CN} E^{CN} + V_M E^M} \right) (1 - \nu^{MNC})}{+(1 + \nu^M) \alpha^M V_M + (1 + \nu^{CN}) \alpha^{CN} V_{cn}} \right] \quad (8)$$

که در آن، α^{CN} و α^M ضریب انبساط حرارتی نانولوله کربنی و ماده زمینه را نشان می‌دهد.

خواص نانوکامپوزیت سه فازی غیرهمسانگرد بوده و با استفاده از مدل میکرومکانیکی [۱۸] می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$E_{11} = V_F E_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC} \quad (9)$$

$$\frac{1}{E_{22}} = \frac{1}{E_{22}^F} + \frac{V_{MNC}}{E^{MNC}} - V_F V_{MNC} \frac{\nu_F^2 E^{MNC} + \nu_{MNC}^2 E_{22}^F}{E_{22}^F E^{MNC}} - 2\nu_F \nu_{MNC} \frac{V_F E_{22}^F + V_{MNC} E^{MNC}}{V_F E_{22}^F + V_{MNC} E^{MNC}} \quad (10)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_F}{G_{12}^F} + \frac{V_{MNC}}{G^{MNC}} \quad (11)$$

$$\rho = V_F \rho^F + V_{MNC} \rho^{MNC} \quad (12)$$

$$\nu_{12} = V_F \nu^F + V_{MNC} \nu^{MNC} \quad (13)$$

که در آن، E ، G ، ρ ، ν و V به ترتیب مدول یانگ، مدول برشی، چگالی، کسر حجمی و نسبت پواسون است که بالانویس یا پایین نویس F و MNC نشان دهنده فیبر و نانوکامپوزیت پلیمر- نانولوله کربنی است.

ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی نانوکامپوزیت به ترتیب از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند [۲]:

$$\alpha_{11} = \frac{V_F E_{11}^F \alpha_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC} \alpha^{MNC}}{V_F E_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC}} \quad (14)$$

$$\alpha_{22} = (1 + \nu_{12}^F) V_F \alpha_{22}^F + (1 + \nu^{MNC}) V_{MNC} \alpha^{MNC} - \nu_{12} \alpha_{11} \quad (15)$$

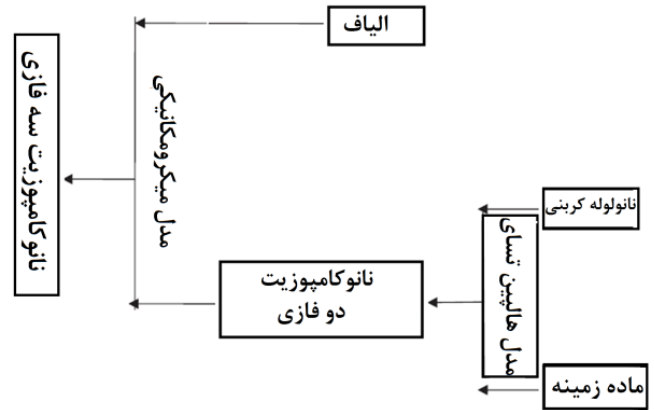


Fig. 2. Hierarchy of the CNT reinforced multi-phase laminated composite.

شکل ۲: سلسله مراتب تعیین خواص نانوکامپوزیت پلیمر- فیبر- نانولوله کربنی [۱۱]

برای تعیین خواص مکانیکی مؤثر نانوکامپوزیت سه فازی، ترکیبی از معادلات هالپین تسای و مدل میکرومکانیکی به صورت سلسله مراتبی مطابق شکل ۲ به کار گرفته می‌شود. خواص الاستیک پلیمر حاوی نانولوله کربنی براساس معادلات هالپین تسای [۱۱] به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$E^{MNC} = \frac{E^M}{8} \left[\frac{5 \left(\frac{1 + 2\beta_{dd} V_{CN}}{1 - \beta_{dd} V_{CN}} \right)}{+ 3 \left(\frac{1 + 2(\ell^{CN} / d^{CN}) \beta_{dl} V_{CN}}{1 - \beta_{dl} V_{CN}} \right)} \right] \quad (1)$$

$$\beta_{dl} = \frac{(E^{CN} / E^M) - (d^{CN} / 4t^{CN})}{(E^{CN} / E^M) + (\ell^{CN} / 2t^{CN})} \quad (2)$$

$$\beta_{dd} = \frac{(E^{CN} / E^M) - (d^{CN} / 4t^{CN})}{(E^{CN} / E^M) + (d^{CN} / 2t^{CN})} \quad (3)$$

که در آن، E^{CN} ، V_{CN} ، ℓ^{CN} ، d^{CN} و t^{CN} به ترتیب مدول یانگ، کسر حجمی، طول، قطر خارجی و ضخامت نانولوله است و V_M و E^M کسر حجمی و مدول یانگ ماده زمینه را نشان می‌دهد.

کسر حجمی نانولوله به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

$$V_{CN} = \frac{w_{CN}}{w_{CN} + \left(\frac{\rho^{CN}}{\rho^m} \right) - \left(\frac{\rho^{CN}}{\rho^m} \right) w_{CN}} \quad (4)$$

که در آن w_{CN} کسر وزنی نانولوله کربنی است؛ ρ^{CN} و ρ^m به ترتیب چگالی نانولوله کربنی و ماده زمینه را نشان می‌دهد. نسبت پواسون، چگالی و مدول برشی پلیمر حاوی نانولوله کربنی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\nu^{MNC} = \nu^M \quad (5)$$

$$\rho^{MNC} = V_{CN} \rho^{CN} + V_M \rho^M \quad (6)$$

که در آن، α_{11}^F و α_{22}^F ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی فیبر را نشان می‌دهد.

توزیع دما در طول ضخامت برای حالت‌های مختلف به صورت زیر است [۱۹]:

$$T(z) = T_0 + \Delta T \quad (۱۶) \quad \text{یکنواخت}$$

$$T(z) = T_0 + \Delta T \left(\frac{z}{h} \right) \quad (۱۷) \quad \text{خطی}$$

$$T(z) = T_0 + \Delta T \left(\frac{\Theta(z)}{h} \right) \quad (۱۸) \quad \text{غیرخطی}$$

در روابط بالا، $\Theta(z)$ تابع برشی ورق، ΔT میزان افزایش دما و T_0 دمای پایه را نشان می‌دهد.

۲-۲- معادلات حرکت

بر طبق نظریه برشی غیرچند جمله‌ای^۱، میدان جابه‌جایی ورق کامپوزیتی چند لایه به صورت زیر بیان می‌شود [۲۰]:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + \Theta(z) \phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + \Theta(z) \phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (۱۹)$$

که در آن مؤلفه‌های جابه‌جایی عمومی می‌باشند، درحالی‌که v_0 ، u_0 و w_0 به ترتیب مؤلفه‌های جابه‌جایی صفحه میانی در راستاهای x ، y و z می‌باشد. همچنین ϕ_x و ϕ_y به ترتیب چرخش‌های نرمال عرضی حول y و x است. $\Theta(z)$ تابع برشی کتانژانت معکوس است [۲۰] که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Theta(z) = \cot^{-1} \left(\frac{rh}{z} \right) - \frac{4rz}{h(4r^2 + 1)}; \quad (۲۰)$$

$$r = 0.46$$

روابط کرنش-جابه‌جایی براساس تغییر شکل بزرگ فن کارمن به صورت زیر بیان می‌شود [۲۱]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \varepsilon_0 + z \varepsilon_1 + \Theta(z) \varepsilon_2, \quad (۲۱)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \gamma_0 + \frac{\partial \Theta(z)}{\partial z} \gamma_1$$

که در آن:

$$\varepsilon_0 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix},$$

$$\varepsilon_1 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad (۲۲)$$

$$\varepsilon_2 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix},$$

$$\gamma_0 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \end{Bmatrix}, \quad \gamma_1 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \end{Bmatrix}$$

در روابط بالا، ε_{xx} ، ε_{yy} ، ε_{xy} و γ_{yz} ، γ_{xz} کرنش‌های صفحه‌ای و γ_{xz} ، γ_{yz} کرنش‌های برشی عرضی را نشان می‌دهند.

معادله دیفرانسیلی ورق کامپوزیتی را با استفاده از اصل همپیتون می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۱]:

$$0 = \int_0^t (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (۲۳)$$

در رابطه بالا، δU انرژی کرنشی، δV انرژی پتانسیل و δK انرژی جنبشی سامانه، در اثر جابه‌جایی مجازی می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\delta U = \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dz \right\} dx dy \quad (۲۴)$$

$$\delta V = - \int_{\Omega_0} (f(t) - q_e) \delta w_0 dx dy \quad (۲۵)$$

$$\delta K = \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \left(\dot{u} \dot{u} + \dot{v} \dot{v} + \dot{w} \dot{w} \right) dz dx dy \quad (۲۶)$$

$$\begin{aligned} Q_{66} &= G_{12}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{44} &= G_{23} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{55} &= G_{13} \end{aligned} \quad (34)$$

در روابط بالا، E_{22} ، E_{11} ، مدول الاستیسیته ورق کامپوزیتی در جهت‌های اصلی هستند. G_{13} و G_{23} ، G_{12} و G_{13} مدول برشی و ν_{21} و ν_{12} نسبت پواسون می‌باشند.

اگر زاویه بین فیبر و محور x را با θ نشان داده شود، رابطه (۳۳) را برای مختصات هندسی به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (35)$$

$$\times \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix} \end{Bmatrix} (T(z) - T_0)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ &+ (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ &+ (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &+ Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta \sin \theta \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{55} \cos^2 \theta + Q_{44} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (36-الف)$$

q_e نیروی بستر الاستیک است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۲]:

$$q_e = K_1 w - K_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (27)$$

که در آن K_1 سفتی بستر وینکلر و K_2 سفتی برشی پاسترناک است. $f(t)$ بار ضربه‌ای است که برای آن پنج نوع توزیع به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۳، ۲۴]:

$$f(t) = f_0 \quad \text{ناگهانی} \quad (28)$$

$$f(t) = \begin{cases} f_0 & , t \leq t_0 \\ 0 & , t_0 \leq t \end{cases} \quad \text{پله‌ای} \quad (29)$$

$$f(t) = \begin{cases} f_0 \left(1 - \frac{t}{t_0} \right) & , t \leq t_0 \\ 0 & , t_0 \leq t \end{cases} \quad \text{مثلثی} \quad (30)$$

$$f(t) = \begin{cases} f_0 \left(\sin \frac{\pi t}{t_0} \right) & , t \leq t_0 \\ 0 & , t_0 \leq t \end{cases} \quad \text{سینوسی} \quad (31)$$

$$f(t) = f_0 e^{-\pi t} \quad \text{توانی} \quad (32)$$

۲-۳- معادلات ساختاری

روابط ساختاری حاکم برای لایه K ام یک چندلایه ارتوتروپیک به شکل

زیر می‌باشد [۲۱]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} (T(z) - T_0) \quad (33)$$

که در آن:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$t_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 2\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix},$$

$$t_{s_0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$t_{s_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$t_{\theta_0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$t_{\theta_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$t_{\theta_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$t_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial w_0}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_0}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_0}{\partial x} & \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

q^{Th} نیروی حاصل از حرارت را نشان داده و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q^{Th} = (t_0 + z t_1 + z^2 t_2 + z^3 t_3)^T Q_p \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \end{Bmatrix} (T(z) - T_0) \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_{11} \cos^2 \theta + \alpha_{22} \sin^2 \theta \\ \alpha_y &= \alpha_{11} \sin^2 \theta + \alpha_{22} \cos^2 \theta \\ \alpha_{xy} &= 2\alpha_{11} \cos \theta \sin \theta - 2\alpha_{22} \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (36\text{-ب})$$

۳- مدل‌سازی اجزا محدود

در این بخش، معادلات حاکم بر ورق کامپوزیتی چند لایه سه فازی پلیمر- نانولوله- فیبر با استفاده از روش اجزا محدود گسسته‌سازی و حل می‌شود. براساس روابط (۲۴) تا (۲۶) می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} & \int_{-h/2}^{h/2} \delta D_0^T (t_0 + z t_1 + \Theta(z) t_2 + t_N)^T \\ & \times Q_p \left(t_0 + z t_1 + \Theta(z) t_2 + \left(\frac{1}{2}\right) t_N \right) D_0 \\ & + \delta D_0^T \left(t_{s_0} + \frac{\partial \Theta(z)}{\partial z} t_{s_1} \right)^T Q_s \left(t_{s_0} + \frac{\partial \Theta(z)}{\partial z} t_{s_1} \right) D_0 \\ & + \delta D_0^T \rho (t_{\theta_0} + z t_{\theta_1} + \Theta(z) t_{\theta_2})^T (t_{\theta_0} + z t_{\theta_1} + \Theta(z) t_{\theta_2}) D_0 \\ & - \delta D_0^T q^{Th} \end{aligned} \right\} d\Omega dz \quad (37)$$

$$-\int_{\Omega} \delta D_0^T (f(t) - q_c) d\Omega = 0$$

که در آن $\{D_0\} = \{u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y\}^T$ بردار درجات آزادی لایه میانی ورق بوده و:

$$Q_p = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}, Q_s = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$t_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$t_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix},$$

$$\left(\delta d^{(e)} \right)^t = \left\{ \int_{\Omega_0} \left[\sum_{i=0}^2 B_i^T (Q_i^{(e)} B_0 + Q_{i+1}^{(e)} B_1 + Q_{i+2}^{(e)} B_2) d^{(e)} + \sum_{i=0}^1 B_{si}^T (Q_{s(i)}^{(e)} B_{s0} + Q_{s(i+1)}^{(e)} B_{s1}) d^{(e)} + \sum_{i=0}^2 B_{\theta i}^T (I_i^{(e)} B_{\theta 0} + I_{i+1}^{(e)} B_{\theta 1} + I_{i+2}^{(e)} B_{\theta 2}) d^{(e)} - \begin{bmatrix} q_0^{Th} \\ q_1^{Th} \\ q_3^{Th} \end{bmatrix} - \psi^T (f(t) - q_e)^{(e)} \right] d\Omega \right\} \quad (46)$$

$$= 0$$

که در آن:

$$\left(q_0^{Th}, q_1^{Th}, q_2^{Th} \right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} \alpha_{11} + \bar{Q}_{12} \alpha_{22} \\ \bar{Q}_{12} \alpha_{22} + \bar{Q}_{22} \alpha_{11} \\ \bar{Q}_{16} \alpha_{11} + \bar{Q}_{26} \alpha_{11} \end{bmatrix} dz \quad (47)$$

$$\times (1, z, \Theta(z))(T(z) - T_0) dz$$

$$(B_0, B_1, B_2, B_N, B_{s0}, B_{s1}, B_{\theta 0}, B_{\theta 1}, B_{\theta 2}) =$$

$$(l_0, l_1, l_2, l_N, l_{s0}, l_{s1}, l_{\theta 0}, l_{\theta 1}) \psi$$

$$(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5) =$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_p(1, z, \Theta(z), z^2, z\Theta(z), \Theta^2(z)) dz$$

$$(Q_{s0}, Q_{s1}, Q_{s2}) =$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_s \left(1, \left(\frac{\partial \Theta(z)}{\partial z} \right), \left(\frac{\partial \Theta(z)}{\partial z} \right)^2 \right) dz \quad (48)$$

$$(I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) =$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(1, z, \Theta(z), z^2, z\Theta(z), \Theta^2(z)) dz$$

معادله (۴۶) برای هر حالت $(\delta d^{(e)})^T \neq 0$ صادق است؛ بنابراین:

$$K_L^{(e)} d_0^{(e)} + K_{NL}^{(e)} d_0^{(e)} + M^{(e)} d_0^{(e)} = F^{(e)} \quad (49)$$

که در آن، $K_L^{(e)}$ و $K_{NL}^{(e)}$ ماتریس سفت جزئی خطی و غیرخطی،

ماتریس جر جزئی و $F^{(e)}$ بردار نیرو جزئی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

با توجه به روابط کرنش جابه‌جایی می‌توان به روشنی مشاهده کرد که مشق‌های مرتبه اول و دوم جابه‌جایی‌ها در معادلات وجود دارند؛ بنابراین توابع شکلی باید دارای پیوستگی از مرتبه C^1 باشند. به عبارت دیگر لازم است توابع شکلی پیوسته بوده و مشتقات آنها نیز پیوسته باشد و شرط پیوستگی خیز برآورده شود. از این رو در این مطالعه، از جزء مستطیلی ۴ گرهی با پیوستگی C^1 و ۱۵ درجه آزادی در هر گره استفاده می‌شود. بر این اساس بردار جابه‌جایی جزئی بر حسب توابع شکلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_0^{(e)} = \begin{pmatrix} \psi_1 & \dots & 0 & \psi_{4y} & \dots & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \dots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \psi_1 & 0 & \dots & \psi_{4y} \end{pmatrix}_{5 \times 60} \quad \{d^e\} = \psi d_0^{(e)} \quad (41)$$

که در آن،

$$\{d^e\} = \left\{ u_{0i}, v_{0i}, w_{0i}, \phi_{xi}, \phi_{yi}, u_{0i,x}, v_{0i,x}, w_{i,x}, \phi_{xi,x}, \phi_{yi,x}, u_{0i,y}, v_{0i,y}, w_{0i,y}, \phi_{xi,y}, \phi_{yi,y} \right\}^T$$

۱۵ درجه آزادی مربوط به هر گره است.

توابع شکلی برای گره نام به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

$$\psi_i = \frac{1}{8} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) (2 + \xi_i \xi + \eta_i \eta - \xi^2 - \eta^2), \quad (42)$$

$$\psi_{ix} = \frac{1}{8} \alpha \xi_i (1 + \xi_i \xi)^2 (1 + \eta_i \eta) (\xi_i \xi - 1), \quad (43)$$

$$\psi_{iy} = \frac{1}{8} \beta \eta_i (1 + \xi_i \xi) (\eta_i \eta - 1) (1 + \eta_i \eta)^2 \quad (44)$$

در روابط بالا، α و β به ترتیب نصف طول جزء در جهت‌های x و y هستند. ξ_i و η_i مختصات طبیعی برای گره نام هستند؛ رابطه بین مؤلفه‌های دستگاه مختصات طبیعی و دستگاه مختصات اصلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\xi = \frac{x - x_c}{a}, \quad \eta = \frac{y - y_c}{b} \quad (45)$$

که در آن، (x_c, y_c) مرکز جزء مستطیلی است. با اعمال روابط (۴۱) تا

(۴۵) در معادله (۳۷) معادلات حرکت ورق به فرم اجزا محدود، به صورت

زیر به دست می‌آید:

$$\hat{K}_{j+1}\Lambda_{j+1} = \hat{F}_{j+1} \quad (55)$$

که در آن:

$$\hat{K}_{j+1} = K_{j+1} + a_1 M_{j+1} \quad (56)$$

$$\hat{F}_{j+1} = F_{j+1} + (a_1 \Lambda_i + a_2 \dot{\Lambda}_i - a_3 \ddot{\chi}_j) M_{j+1} \quad (57)$$

با توجه به اینکه معادله (۵۲) غیرخطی است، از روش نیوتون-رافسون استفاده می‌شود تا در پایان هر مرحله به معیار همگرایی رسید؛ یعنی:

$$\frac{\Lambda_j^{(\eta+1)} - \Lambda_j^{(\eta)}}{\Lambda_j^{(\eta+1)}} \cong \Delta \quad (58)$$

که در آن، η شمارنده تکرار و j شمارنده مرحله زمانی است. Δ یک عدد به اندازه کافی کوچک است.

۴- نتایج و بحث

در این بخش بعد از اعتبارسنجی فرمول‌بندی‌ها و نتایج، تأثیر درصد وزنی و نسبت منظری نانولوله کربنی، تغییرات دما، نحوه توزیع دما در طول ضخامت ورق، بستر الاستیک، شرایط مرزی، شکل بار دینامیکی و کسر حجمی فیبرها بر روی پاسخ غیرخطی دینامیکی ورق چند لایه کامپوزیت پلیمر- فیبر کربن- نانولوله کربنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. انتخاب Δt در پایداری روابط و همگرایی نتایج مؤثر است. اگر بازه زمانی به اندازه کافی کوچک انتخاب نشود، نتایج واگرا شده و روش تکرار به نتیجه نمی‌رسد. به‌طور کلی توصیه می‌شود $\Delta t \leq 0.1T$ باشد که در آن، T کوچکترین دوره تناوب طبیعی سازه است [۲۸]. از این‌رو در این پژوهش زمان هر مرحله از انتگرال زمانی کمتر از 10^{-6} در نظر گرفته می‌شود. همچنین $\Delta = 0.0001$ برای معیار همگرایی استفاده می‌شود.

۴-۱- اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی نتایج حاصل از این مقاله، دو مثال در نظر گرفته شده است.

در مثال اول، پاسخ دینامیکی یک ورق همسانگرد تحت بار ناگهانی که قبلاً توسط شن و همکاران [۲۳] حل شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای آنالیز مش و همگرایی تحقیق، چند جزء در نظر گرفته شده و نتایج در شکل ۳ (الف) نشان داده شده است. ورق دارای شرایط مرزی چهار تکیه‌گاه ساده بوده و مشخصات آن به صورت ذیل است:

$$E = 1, \rho = 1, \nu = 0.3, a/b = \sqrt{2}, b/h = 5$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با انتخاب جزء 10×10 ، نتایج مقاله کنونی با نتایج مرجع تطابق خوبی پیدا می‌کند.

برای مثال دوم، مسأله انجام شده توسط کانت و همکاران [۲۹] انتخاب

$$K^{(e)} = K_L^{(e)} + K_{NL}^{(e)} = \int_{\Omega_0} \left[\sum_{i=0}^2 B_i^T (Q_i^{(e)} B_0 + Q_{i+1}^{(e)} B_1 + Q_{i+2}^{(e)} B_2) + \sum_{i=0}^1 B_{si}^T (Q_{si}^{(e)} B_{s0} + Q_{s(i+1)}^{(e)} B_{s1}) \right] dx dy + B_N^T \left(Q_0^{(e)} B_0 + Q_1^{(e)} B_1 + Q_2^{(e)} B_2 + \left(\frac{1}{2} \right) Q_0^{(e)} B_N \right) + \left(\frac{1}{2} \right) (B_0 + B_1 + B_2) Q_0^{(e)} B_N \quad (50)$$

$$M^{(e)} = \int_{\Omega_0} \left[\sum_{i=0}^2 B_{\theta i}^T (I_i^{(e)} B_{\theta 0} + I_{i+1}^{(e)} B_{\theta 1} + I_{i+2}^{(e)} B_{\theta 2}) \right] dx dy$$

$$F^{(e)} = Y^{(e)} + \int_{\Omega_0^{(e)}} \psi^T (f(t) - q_e) dx dy$$

که در آن، $Y^{(e)}$ نیروی حرارتی جزئی است و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Y^{(e)} = \int_{\Omega_0^{(e)}} \begin{bmatrix} B_0^T & B_1^T & B_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0^{Th} \\ q_1^{Th} \\ q_3^{Th} \end{bmatrix} dx dy \quad (51)$$

ماتریس‌های جرم و سختی و نیروی کلی سازه از ترکیب ماتریس‌های جرم، سختی و نیروی اجزا به‌دست می‌آیند:

$$[K] \{d\} + [M] \{\dot{d}\} = \{F\} \quad (52)$$

شرایط مرزی مختلف به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$u_s = w_0 = \phi_s = 0 \quad \text{تکیه‌گاه ساده}$$

$$u_n = u_s = w_0 = \phi_n = \phi_s = 0 \quad \text{تکیه‌گاه گیردار}$$

در روابط بالا، پایین نویسن n و s جهت‌های عمود و مماسی را نشان می‌دهند.

به منظور حل معادله (۵۲) باید روش‌های انتگرال‌گیری زمانی به کار گرفته شود. در این مطالعه، از روش انتگرال‌گیری نیومارک استفاده می‌شود که براساس این روش شتاب و سرعت در پایان هر مرحله به صورت زیر بیان می‌شود [۲۷]:

$$\ddot{\chi}_{j+1} = a_1 (\Lambda_{j+1} - \Lambda_j) - a_2 \dot{\Lambda}_j - a_3 \ddot{\Lambda}_j \quad (53)$$

$$\dot{\Lambda}_{j+1} = \dot{\Lambda}_j + a_4 \dot{\chi}_j + a_5 \ddot{\chi}_j$$

که در آن، j شمارنده مرحله زمانی است و:

$$a_1 = \frac{2}{\zeta (\Delta t)^2}; a_2 = \frac{2}{\zeta \Delta t}; a_3 = \frac{1}{\zeta} - 1; \zeta \leq \lambda \quad (54)$$

$$a_4 = \Delta t (1 - \lambda); a_5 = \lambda \Delta t;$$

$$\lambda \geq 0.5$$

با استفاده از روابط (۵۳) و (۵۴)، معادله (۵۲) به صورت زیر بیان می‌شود:

بر روی بستر الاستیک ارائه می‌شود. به این منظور، یک ورق با خواص مندرج در جدول ۱، ابعاد هندسی $a=b$ ، $a/h=10$ ، $h=20$ mm و لایه چینی $f_0=2$ MPa در نظر گرفته شده است. اندازه نیرو ضربه‌ای $[0.9/9.0/9.0]$ است. برای بررسی اثر عامل‌های بستر الاستیک در نتایج، مدول‌های عمودی و برشی به صورت زیر بی‌بعد شده‌اند:

$$D_0 = \frac{E_o h^3}{12(1-\nu_o^2)}, K_w = \frac{K_1 b^4}{D_0}, K_s = \frac{K_2 b^2}{D_0}$$

جدول ۱: خواص کامپوزیت سه فاز پلیمر- نانولوله کربنی- الیاف [۱۳]، [۲۶]

Table 1. Material properties of the multi-phase nanocomposite plate

خواص الیاف (کربن)	
$E_{11}^F = 233/0.5$ GPa, $E_{22}^F = 23/1$ GPa, $G_{12}^F = 8/96$ GPa, $\nu^F = 0/2$, $\rho^F = 1750$ kg/m ³ , $\nu^F = 0/6$ $\alpha_{11} = -0.54 \times 10^{-6}$ K ⁻¹ , $\alpha_{22} = 10.08 \times 10^{-6}$ K ⁻¹	
خواص زمینه پلیمر اپوکسی	
$\nu^M = 0/34$, $\rho^M = 1150$ kg/m ³ , $E^M = 2/5$ GPa $\alpha = 45 \times 10^{-6}$ K ⁻¹	
خواص نانولوله کربنی تک جداره و چند جداره	
SWCNT:	MWCNT:
$E^{CN} = 640$ GPa	$E^{CN} = 400$ GPa
$d^{CN} = 1/4 \times 10^{-9}$ m	$d^{CN} = 20 \times 10^{-9}$ m
$l^{CN} = 0/34 \times 10^{-9}$ m	$l^{CN} = 0/34 \times 10^{-9}$ m
$\rho^{CN} = 1350$ kg/m ³	$\rho^{CN} = 1350$ kg/m ³
$\nu_{12}^{CN} = 0/33$	$\nu_{12}^{CN} = 0/33$
$l^{CN} = 25 \times 10^{-6}$ m	$l^{CN} = 50 \times 10^{-6}$ m
$\alpha = 3/4584 \times 10^{-6}$ K ⁻¹	

۴-۲-۱- تأثیر افزودن نانوله‌های کربنی

برای شرایط مرزی مختلف، تأثیر افزودن نانوله کربنی تک جداره و چند جداره بر روی تاریخچه خیز مرکز ورق کامپوزیتی سه فاز تحت بار ناگهانی به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است. چهار شرایط مرزی در نظر گرفته شده است: چهار سرگیردار (CCCC)، چهار سر تکیه‌گاه ساده (SSSS)، دو سرگیردار- دو سر تکیه‌گاه ساده (SCSC) و سه سرگیردار- یک سر آزاد (CCCF). همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزودن نانولوله به کامپوزیت میزان خیز مرکز ورق کاهش پیدا می‌کند. کاهش خیز برای نانولوله‌های چند جداره مقدار کمتری نسبت به نانولوله‌های تک جداره دارد. این نتایج منطبق با نتایجی است که در مقاله [۱۳] برای ارتعاشات

- 1 Clamped
- 2 Simply Support
- 3 Free

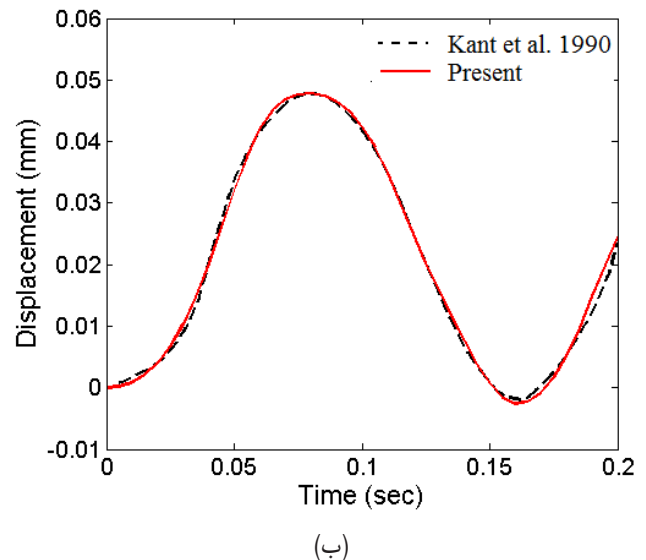
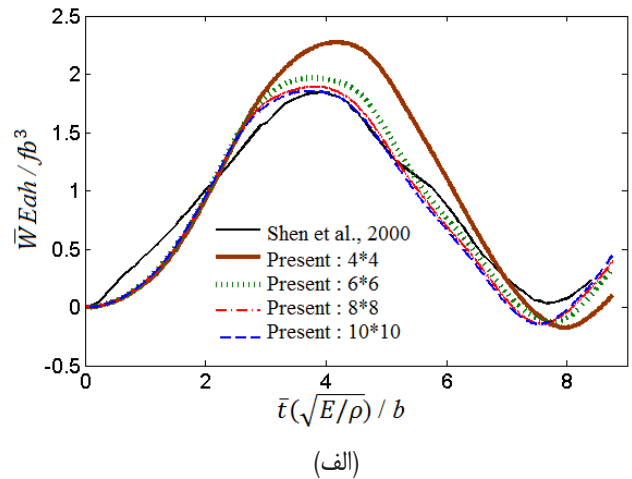


Fig. 3. a) Comparisons of central deflection history of an (CFRC) composite laminated plate subjected to suddenly applied uniform load. b) Comparisons of central deflection history of a plate subjected to suddenly applied uniform load.

شکل ۳: (الف): مقایسه پاسخ دینامیکی ورق همسانگرد تحت بار ناگهانی، (ب): مقایسه پاسخ دینامیکی ورق کامپوزیتی تحت بار ناگهانی

شده است. ورق مورد تحلیل، دارای چهار تکیه‌گاه ساده و لایه چینی $[0.9/9.0/9.0]$ بوده و تحت بار ناگهانی با اندازه $f_0=10$ N/cm² قرار می‌گیرد. ابعاد هندسی و خواص کامپوزیت به صورت زیر است:

$$a=b=25 \text{ cm}, h=5 \text{ cm}, E_1/E_2=25$$

$$G_{12}=G_{13}=G_{23}=0.5E_2, E_2=2/1 \times 10^{-6} \text{ N/cm}^2$$

$$\rho=8 \times 10^{-6} \text{ N.s}^2/\text{cm}^4, \nu_{12}=0/25$$

در شکل ۳ (ب)، پاسخ دینامیکی حل کنونی با نتایج [۲۹] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج حل کنونی با نتایج کانت و همکاران، مطابقت خوبی دارد.

۴-۲- مطالعه پارامتری

در این بخش نتایج عددی پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق کامپوزیتی چندلایه تقویت شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی

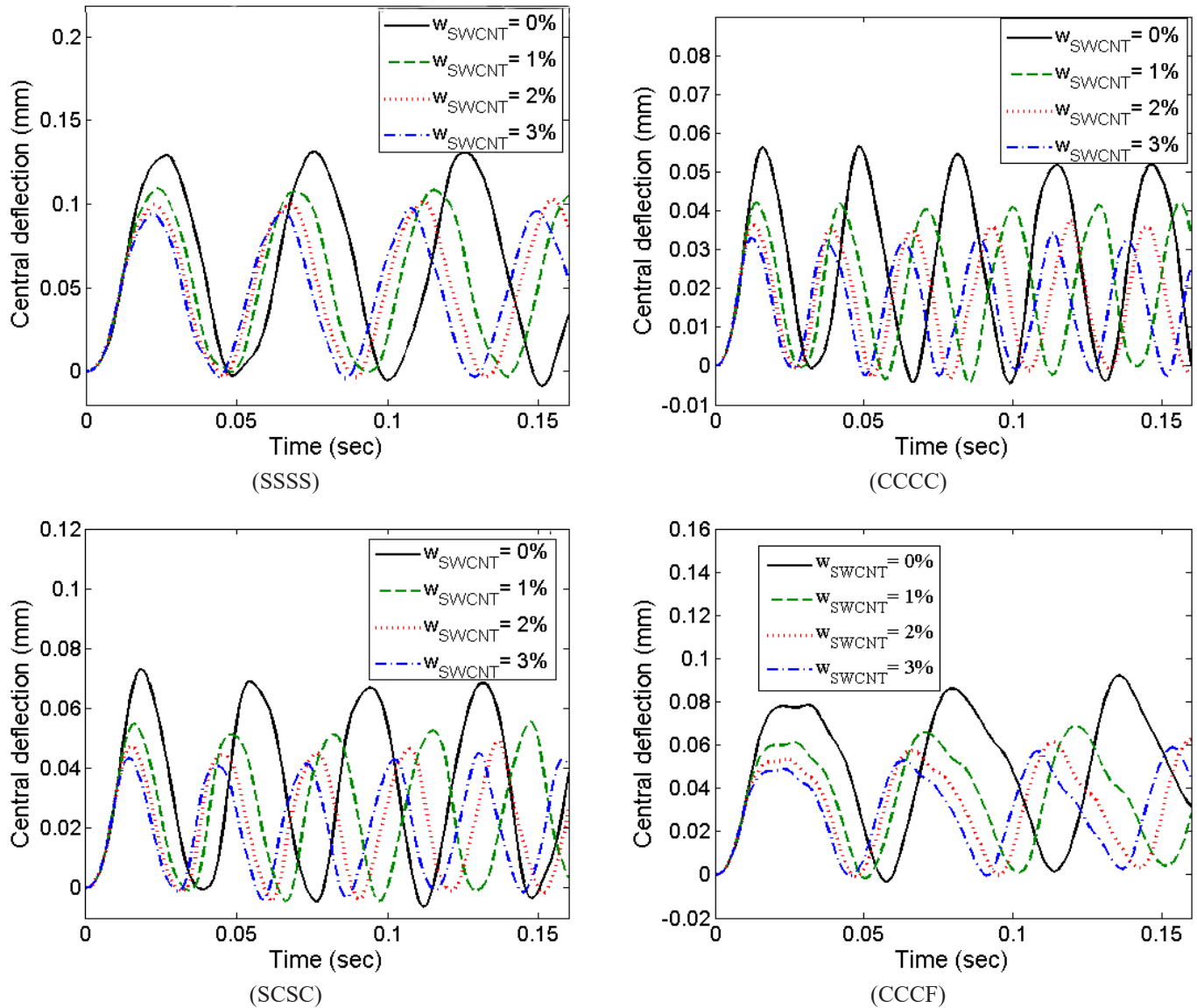


Fig. 4. Effect of the weight percentage of SWCNTs on the central deflection of plate ($\Delta T = 0k$)

شکل ۴: تأثیر درصد‌های وزنی مختلف نانوله کربنی تک جداره بر روی پاسخ زمانی خیز کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی برای شرایط مرزی مختلف ($\Delta T = 0$)

۴-۲-۲- تأثیر تغییرات دما

در جدول ۲ تأثیر بار حرارتی و کسر حجمی فیبر بر روی خیز مرکز ورق در اولین قله پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی با نسبت ظاهری و درصد وزنی مختلف از نانولوله کربنی تک جداره نشان داده شده است. اندازه بار ضربه‌ای $f_0 = 2 \text{ MPa}$ و به شکل ناگهانی به ورق وارد می‌شود. میزان افزایش دما از ۰ تا ۲۰۰ کلون تغییر می‌کند. سه کسر حجمی مختلف ۰/۸، ۰/۷ و ۰/۶ در V_F نظر گرفته شده است. درصد وزنی نانولوله‌ها ۰٪، ۱٪، ۲٪، ۳٪ و w_{CN} و نسبت ظاهری آنها ۱۰۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰ فرض شده است.

شرایط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده است. از جدول ۲ به روشنی دیده می‌شود که با افزایش دما مقدار بار حرارتی افزایش پیدا کرده و باعث می‌شود

آزاد ورق کامپوزیتی سه فازی گزارش شده است. علاوه بر این، همان‌طور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود، میزان خیز ورق برای شرایط مرزی SSSS بیشترین مقدار را دارد و شرایط مرزی CCCC کمترین مقدار را دارد.

شکل ۶ تأثیر نسبت منظری نانولوله کربنی بر روی تاریخچه خیز مرکز ورق کامپوزیتی سه فازی تحت بار ناگهانی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت منظری نانوله تک جداره، میزان خیز مرکز ورق کاهش پیدا می‌کند، این کاهش تا نسبت ظاهری $I^{CN}/d^{CN} = 500$ ادامه دارد و پس از آن تغییر قابل مشاهده‌ای رخ نمی‌دهد. همچنین می‌توان دید که افزایش نسبت منظری نانولوله چند جداره تأثیری بر خیز ورق ندارد.

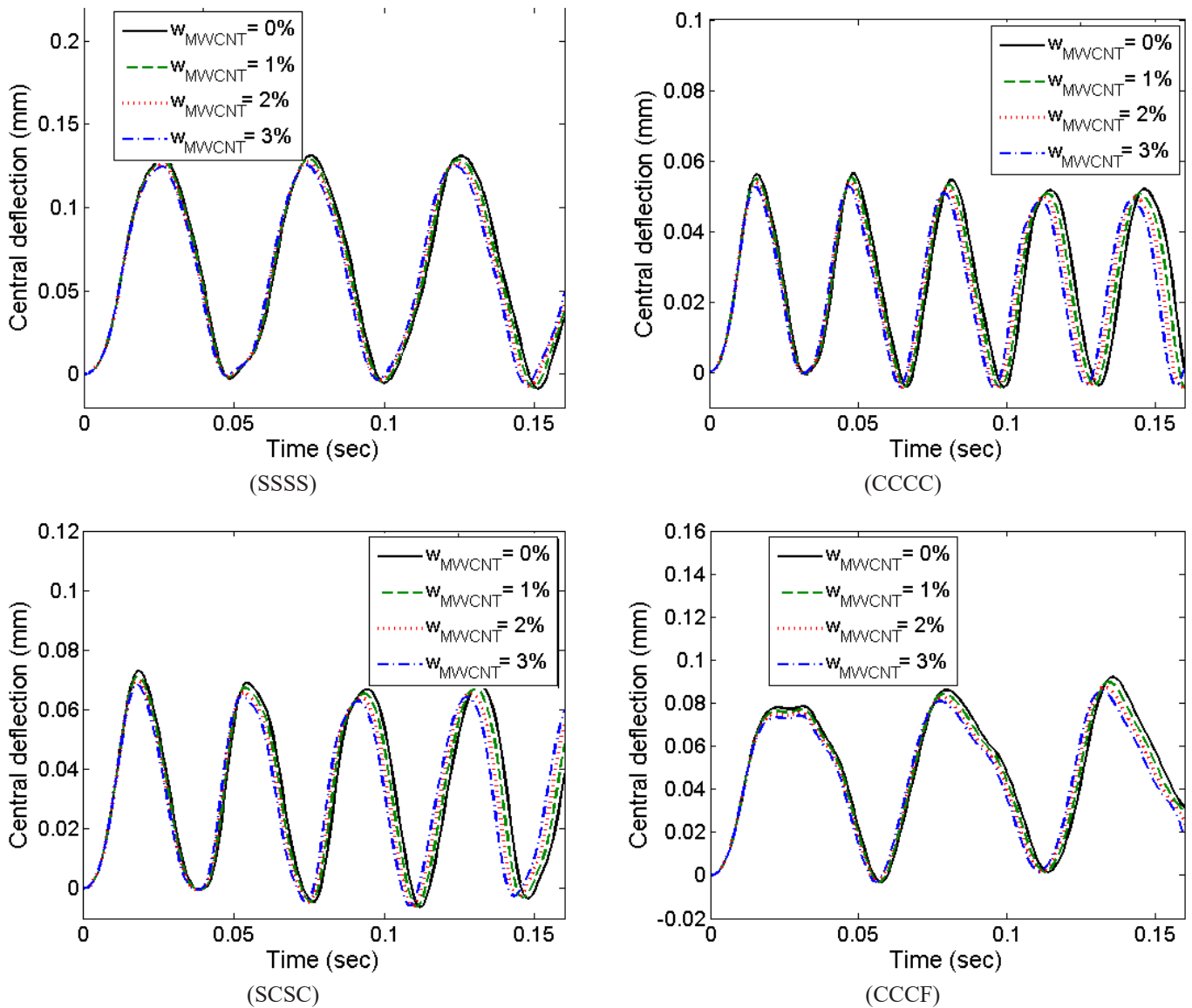


Fig. 5. Effect of the weight percentage of MWCNTs on the central deflection of plate ($\Delta T=0$ K)

شکل ۵: تأثیر درصد‌های وزنی مختلف نانوله کربنی چند جداره بر روی پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی برای شرایط مرزی مختلف ($\Delta T=0$)

جداره بوده و درصد وزنی آن $w_{cn}=1\%$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود و در جدول ۲ بیان شد، افزایش دما میزان خیز مرکز ورق را افزایش می‌دهد؛ اما با توجه به شکل ۷ این افزایش برای ورق‌های نازک کم است و با افزایش ضخامت تأثیر دما نیز افزایش پیدا می‌کند.

۴-۳-۲- تأثیر نحوه توزیع دما در طول ضخامت

شکل ۸ تأثیر نوع توزیع دما در طول ضخامت بر روی تاریخچه خیز مرکز ورق کامپوزیتی سه فازی تحت بار ناگهانی برای دماهای مختلف $\Delta T=50, 100, 150$ و 200 K نشان می‌دهد. شرایط مرزی چهار سر تکیه‌گاه ساده است. نانوله از نوع تک جداره بوده و درصد وزنی آن $w_{cn}=1\%$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، خیز مرکز ورق در توزیع

میزان خیز مرکز ورق افزایش پیدا کند. همان‌طور که در توضیح شکل‌های ۴ و ۵ نیز عنوان شد، با افزودن نانوله به کامپوزیت میزان خیز مرکز ورق کاهش پیدا می‌کند؛ اما با توجه به جدول ۲ در شرایط حرارتی، افزایش تا 1% وزنی نانوله می‌تواند خیز مرکز ورق را کاهش دهد و پس از آن افزایش نانوله تغییر قابل مشاهده‌ای برای خیز ورق در بر ندارد. علت این است که افزودن 1% وزنی نانوله کربنی سبب کاهش ضریب انبساط گرمایی شده و پس از آن ضریب انبساط افزایش می‌یابد.

در شکل ۷ تأثیر تغییر دمای یکنواخت بر روی پاسخ زمانی خیز ورق کامپوزیتی سه فازی تحت بار ناگهانی برای ضخامت‌های مختلف نشان داده شده است. سه نوع ضخامت با نسبت‌های ۵ و ۱۰ و $a/h=20$ فرض شده است. شرایط مرزی چهار سر تکیه‌گاه ساده است. نانوله از نوع تک

بین توزیع‌های مختلف دما در طول ضخامت، افزایش پیدا می‌کند.

غیرخطی کمترین مقدار را دارد که توزیع‌های خطی و یکنواخت به ترتیب آن را دنبال می‌کنند. همچنین شکل ۸ نشان می‌دهد، با افزایش دما، اختلاف

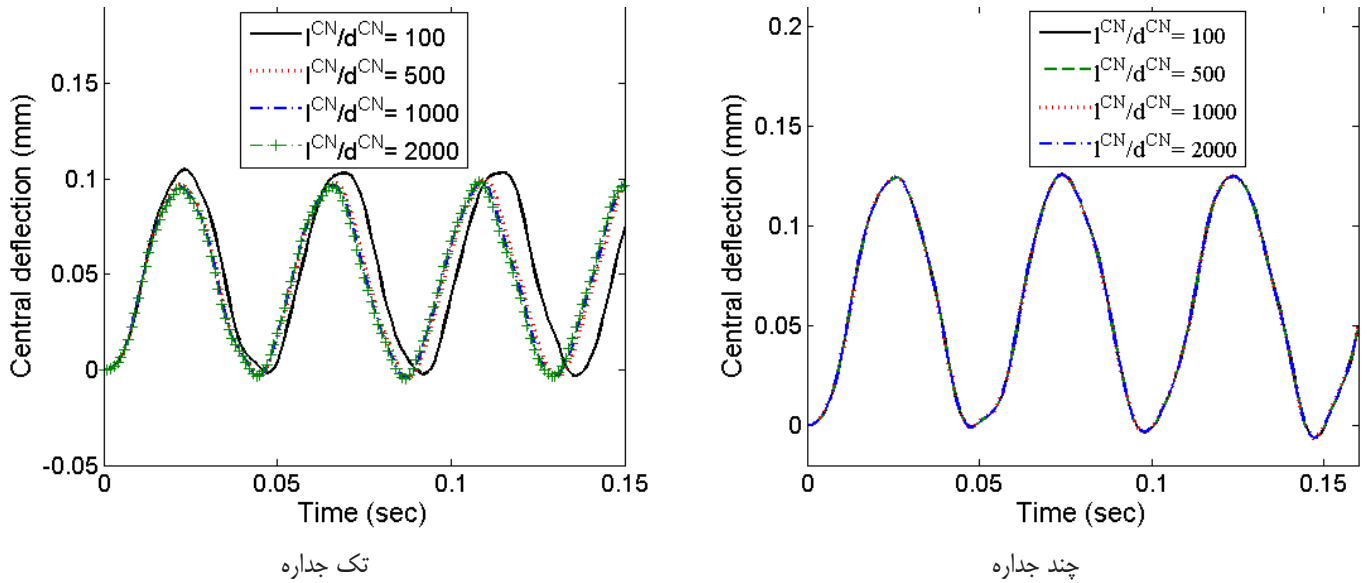


Fig. 6. Effect of the of CNTs aspect ratio on the central deflection of plate ($\Delta T = 0$ K)

شکل ۶: تأثیر نسبت ظاهری نانوله کربنی بر روی پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی و شرایط مرزی SSSS ($w_{cn} = 3\%$, $\Delta T = 0$)

جدول ۲: تأثیر افزایش دمای یکنواخت و کسر حجمی فیبر بر روی خیز مرکز ورق (10^{-5} متر) در اولین قله پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی با نسبت ظاهری و درصد‌های وزنی مختلف از نانولوله کربنی تک جداره

Table 2. Effect of temperature rise and volume fraction of fibers on the central deflection (10^{-5} m) for simply supported CNT reinforced multi-phase laminated composite plate with different SWCNTs weight percentage.

$\Delta T = 200$ [K]			$\Delta T = 100$ [K]			$\Delta T = 0$ [K]			w_{cn}	l^{CN}/d^{CN}
V_F			V_F			V_F				
+ / ۸	+ / ۷	+ / ۶	+ / ۸	+ / ۷	+ / ۶	+ / ۸	+ / ۷	+ / ۶		
۱۳/۴۱۶۶	۱۵/۹۳۸۶	۱۸/۸۶۸۷	۱۲/۰۷۵۷	۱۴/۴۲۸۲	۱۷/۱۳۲۲	۱۰/۷۳۴۸	۱۲/۹۱۷۷	۱۵/۳۹۵۷	۰٪	۱۰۰
۱۲/۹۱۴۱	۱۵/۲۴۳۲	۱۷/۹۸۱۸	۱۱/۴۱۱۲	۱۳/۵۰۸۳	۱۵/۹۳۸۴	۹/۹۱۹۷۲	۱۱/۷۷۳۴	۱۳/۸۹۵۰	۱٪	
۱۲/۶۴۶۰	۱۴/۸۶۰۳	۱۷/۴۶۷۱	۱۱/۰۲۳۲	۱۲/۹۴۲۰	۱۵/۱۷۵۸	۹/۴۰۰۳۵	۱۱/۰۲۳۶	۱۲/۸۸۷۱	۲٪	
۱۲/۴۶۸۷	۱۴/۶۰۳۸	۱۷/۱۶۲۲	۱۰/۷۵۴۳	۱۲/۵۴۰۵	۱۴/۶۶۵۶	۹/۰۳۹۸۴	۱۰/۴۷۷۱	۱۲/۱۶۹۱	۳٪	
۱۳/۴۱۶۶	۱۵/۹۳۸۶	۱۸/۸۶۸۷	۱۲/۰۷۵۷	۱۴/۴۲۸۲	۱۷/۱۳۲۲	۱۰/۷۳۴۸	۱۲/۹۱۷۷	۱۵/۳۹۵۷	۰٪	۵۰۰
۱۲/۷۱۸۴	۱۴/۹۳۹۷	۱۷/۶۰۳۹	۱۱/۱۲۰۹	۱۳/۰۶۲۷	۱۵/۳۶۴۶	۹/۵۲۳۳۶	۱۱/۱۸۵۷	۱۳/۱۲۵۳	۱٪	
۱۲/۴۳۵۹	۱۴/۵۷۳۸	۱۷/۰۹۵۰	۱۰/۶۶۹۹	۱۲/۴۲۹۳	۱۴/۵۰۰۸	۸/۹۰۳۹۶	۱۰/۲۸۴۸	۱۱/۹۰۶۵	۲٪	
۱۲/۲۸۷۰	۱۴/۳۸۹۰	۱۶/۸۹۷۸	۱۰/۳۹۲۷	۱۲/۰۴۲۵	۱۳/۹۹۷۲	۸/۵۱۰۲۱	۹/۷۰۰۹۵	۱۱/۱۱۳۸	۳٪	
۱۳/۴۱۶۶	۱۵/۹۳۸۶	۱۸/۸۶۸۷	۱۲/۰۷۵۷	۱۴/۴۲۸۲	۱۷/۱۳۲۲	۱۰/۷۳۴۸	۱۲/۹۱۷۷	۱۵/۳۹۵۷	۰٪	۱۰۰۰
۱۲/۶۷۵۶	۱۴/۸۹۶۸	۱۷/۵۲۵۰	۱۱/۰۵۵۳	۱۲/۹۸۳۳	۱۵/۲۳۹۰	۹/۴۳۵۰۹	۱۱/۰۶۹۸	۱۲/۹۵۳۰	۱٪	
۱۲/۴۰۲۴	۱۴/۵۳۴۶	۱۷/۰۵۴۹	۱۰/۶۰۴۰	۱۲/۳۳۸۷	۱۴/۳۸۷۳	۸/۸۰۵۶۲	۱۰/۱۴۲۹	۱۱/۷۱۹۷	۲٪	
۱۲/۲۶۴۵	۱۴/۳۷۴۵	۱۶/۸۷۶۷	۱۰/۳۴۳۷	۱۱/۹۷۰۳	۱۳/۹۰۱۳	۸/۴۲۲۹۱	۹/۵۶۶۰۵	۱۰/۹۲۵۹	۳٪	

۴-۲-۴- تأثیر بستر الاستیک

در شکل ۹ تأثیر بستر الاستیک بر روی تاریخچه خیز مرکز ورق کامپوزیتی سه فازی تحت بار ناگهانی برای دماهای ۲۰۰ K و $\Delta T=0$ نشان داده شده است. توزیع دما به صورت یکنواخت بوده و شرایط مرزی چهار سر تکیه‌گاه ساده است. نانولوله از نوع تک جداره بوده و درصد وزنی آن $w_{cn}=3\%$ در نظر گرفته شده است. دو مدل بستر الاستیک در نظر گرفته شده است. سفتی‌های (۰ و ۱۰۰۰) برای بستر وینکلر، (۱۰۰ و ۱۰۰۰) بستر پسترناک و (۱۰۰ و ۱۰۰۰) برای ورق بدون بستر است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، احاطه نمودن ورق با بستر الاستیک میزان خیز آن را کاهش می‌دهد و هرچه بستر سفت‌تر می‌شود این کاهش بیشتر نمایان می‌گردد.

۴-۲-۵- تأثیر شکل بار ضربه‌ای

در شکل ۱۰ تأثیر شکل بار ضربه‌ای بر روی تاریخچه خیز مرکز ورق کامپوزیتی سه فازی برای لایه‌چینی‌های مختلف نشان داده شده است. شرایط مرزی چهار سر تکیه‌گاه ساده است. لایه‌چینی‌ها $[45^\circ/45^\circ/45^\circ/45^\circ]$ ، $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ ، $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ و $[30^\circ/60^\circ/60^\circ/30^\circ]$ فرض شده است. نانولوله از نوع تک جداره بوده و درصد وزنی $w_{cn}=1\%$ در نظر گرفته شده است. چهار شکل بار ضربه‌ای به صورت سینوسی، توانی، پله‌ای و مثلثی بر ورق اعمال می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود کامپوزیت با لایه‌چینی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ دارای بیشترین خیز است و لایه‌چینی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ کمترین مقدار را دارد. شکل ۹ نشان می‌دهد، خیز مرکز ورق منتج از بار توانی کمترین مقدار را دارد و بار پله‌ای بیشترین خیز را ایجاد می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود پس از برداشتن بارهای ضربه‌ای (به جز بار سینوسی) در زمان $t_0=0.07$ میلی ثانیه، خیز مرکز ورق حول نقطه تعادل به صورت متقارن نوسان می‌کند. خیز مرکز ورق در بار سینوسی همواره بالای نقطه تعادل است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق کامپوزیتی چند لایه تقویت شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی تحت بارگذاری مختلف مکانیکی و گرادیان حرارتی بر روی بستر الاستیک وینکلر-پسترناک مورد مطالعه قرار گرفت. معادلات حاکم بر اساس نظریه برشی هاپیربولیک معکوس و روابط غیرخطی کرنش ون کارمن استخراج شده و با استفاده از اجزا محدود حل گردید. نتایج به دست آمده به این شرح است:

- با افزودن نانولوله به کامپوزیت میزان خیز مرکز ورق کاهش پیدا می‌کند. کاهش خیز برای نانولوله‌های چند جداره مقدار کمتری نسبت به نانولوله‌های تک جداره دارد.
- با افزایش نسبت منظری نانوله تک جداره، میزان خیز مرکز ورق کاهش پیدا می‌کند، این کاهش تا نسبت منظری $I^{CN}/d^{CN} = 500$

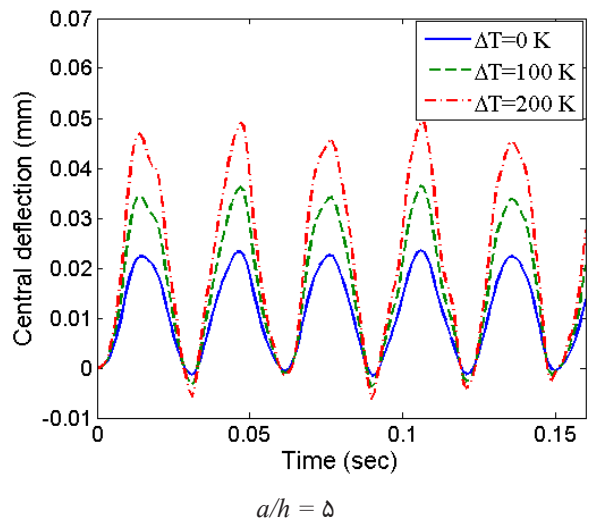
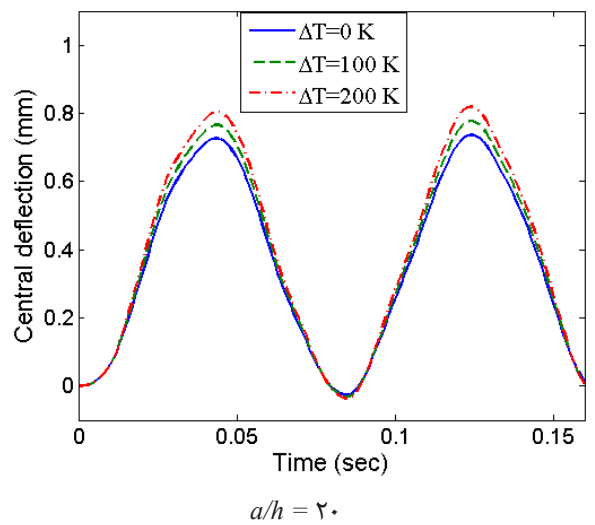
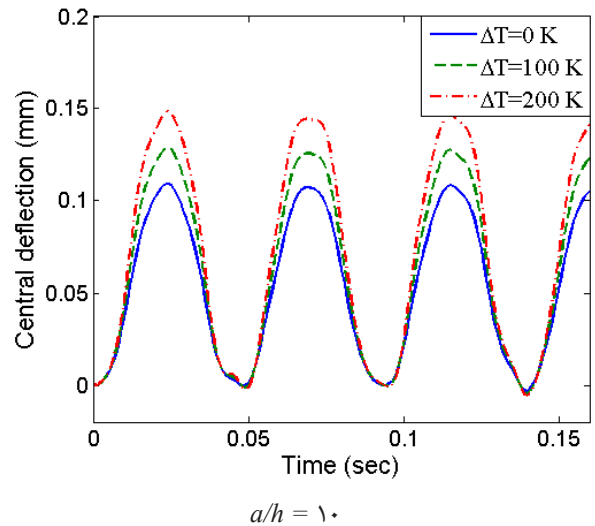


Fig. 7. Effect of temperature rise for different plate aspect ratio on the central deflection of a simply supported multi-phase laminated composite plate reinforced with SWCNT for different plate aspect ratio.

شکل ۷: تأثیر تغییر دمای یکنواخت بر روی پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی و شرایط مرزی SSSS برای نسبت‌های ضخامت مختلف ورق ($w_{cn}=1\%$)

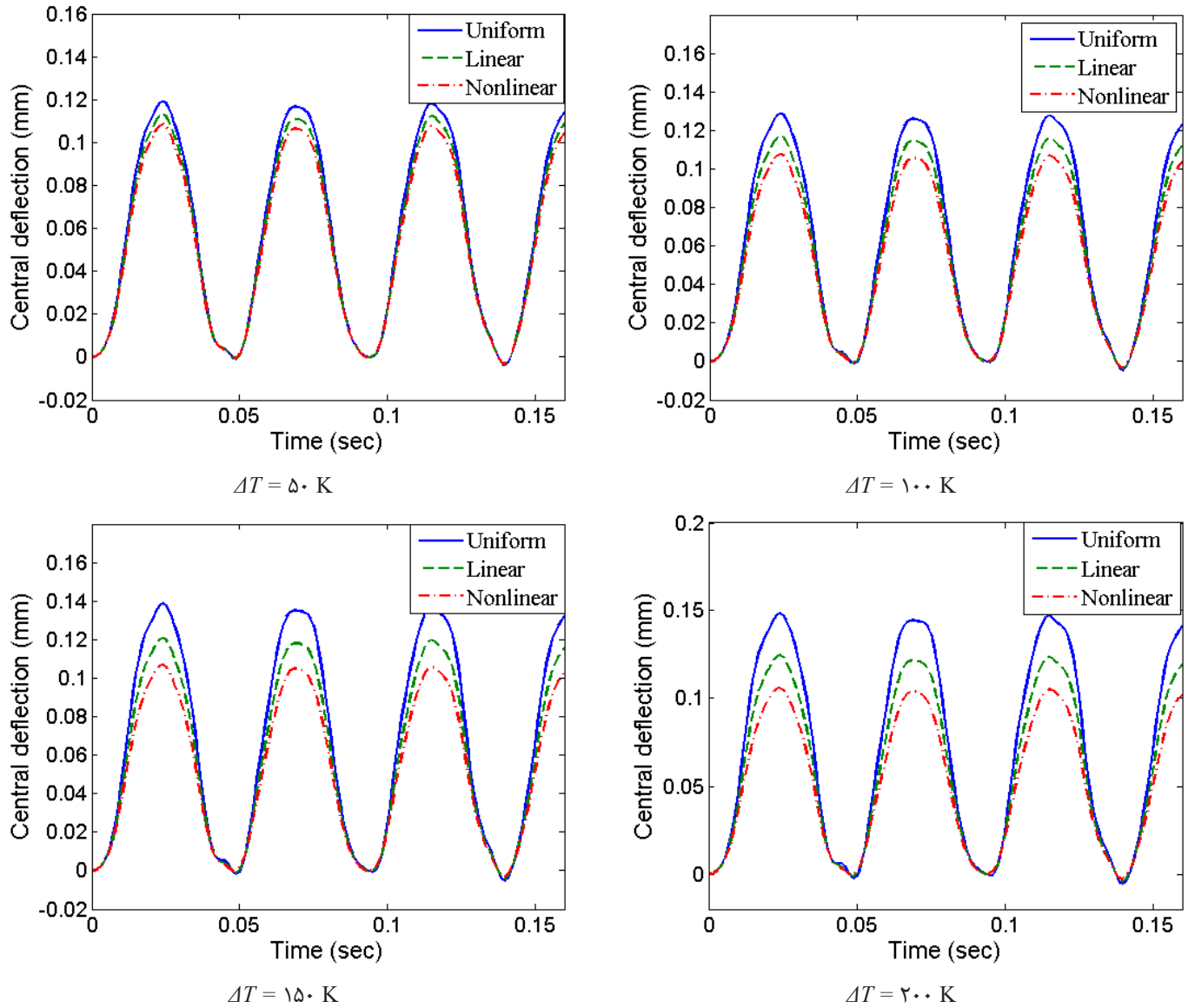


Fig. 8. Effect of temperature distribution on the central deflection of a simply supported multi-phase laminated composite plate reinforced with SWCNT for different temperature changes.

شکل ۸: تأثیر نوع توزیع دما در طول ضخامت بر روی پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی و شرایط مرزی SSSS برای دماهای مختلف ($w_{cn}=1\%$)

خطی و یکنواخت به ترتیب آن را دنبال می‌کنند. همچنین با افزایش دما، اختلاف بین توزیع‌های مختلف دما در طول ضخامت، افزایش پیدا می‌کند.

- خیز مرکز ورق منتج از بار توانی کمترین مقدار را دارد و بار پله‌ای بیشترین خیز را ایجاد می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود پس از برداشتن بارهای ضربه‌ای (به جز بار سینوسی)، خیز مرکز ورق حول نقطه تعادل به صورت متقارن نوسان می‌کند. خیز مرکز ورق در بار سینوسی همواره بالای نقطه تعادل است.

ادامه دارد و پس از آن تغییر قابل مشاهده‌ای رخ نمی‌دهد. همچنین می‌توان دید که افزایش نسبت منظری نانولوله چند جداره تأثیری بر خیز ورق ندارد.

- در شرایط حرارتی، افزایش تا ۱٪ وزنی نانولوله می‌تواند خیز مرکز ورق را کاهش دهد و پس از آن افزایش نانولوله تغییر قابل مشاهده‌ای برای خیز ورق در بر ندارد. علت این است که افزودن ۱٪ وزنی نانولوله کرنی سبب کاهش ضریب انبساط گرمایی شده و پس از آن ضریب انبساط افزایش می‌یابد.
- تأثیر افزایش دما برای ورق‌های نازک کم است و با افزایش ضخامت این تأثیر نیز افزایش پیدا می‌کند.
- خیز مرکز ورق در توزیع غیرخطی کمترین مقدار را دارد که توزیع‌های

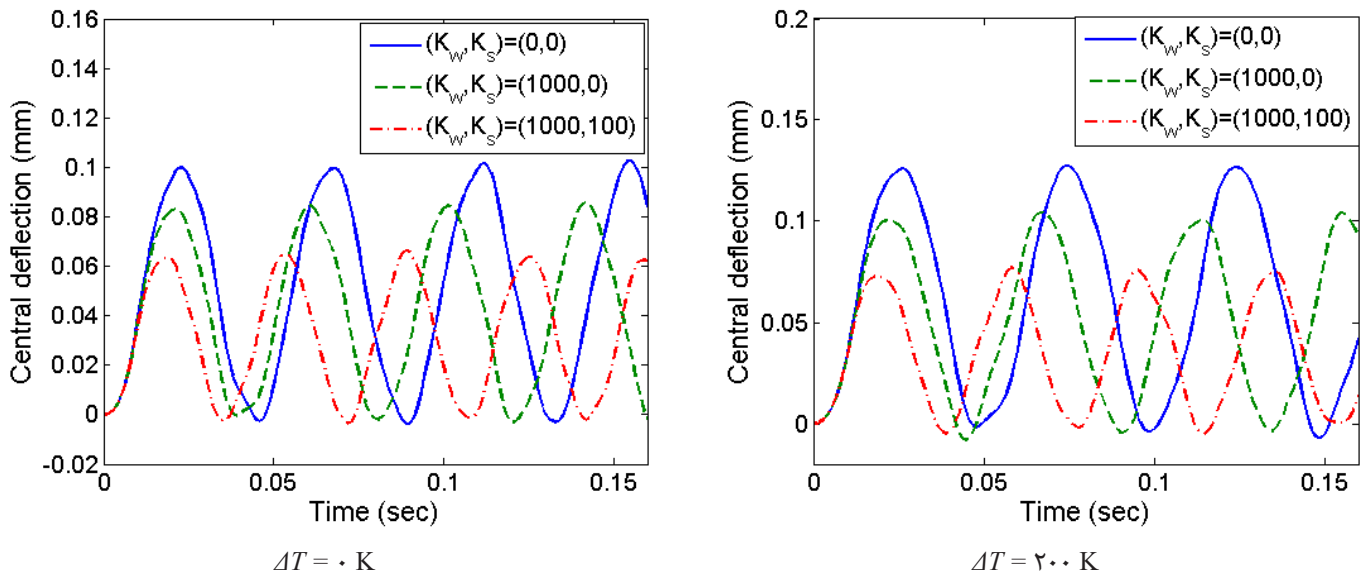


Fig. 9. Effect of the foundation stiffness on the central deflection of a simply supported multi-phase laminated composite plate reinforced with SWCNT

شکل ۹: تأثیر بستر الاستیک بر روی پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی تحت بار ناگهانی و شرایط مرزی SSSS ($w_{cr} = 1\%$)

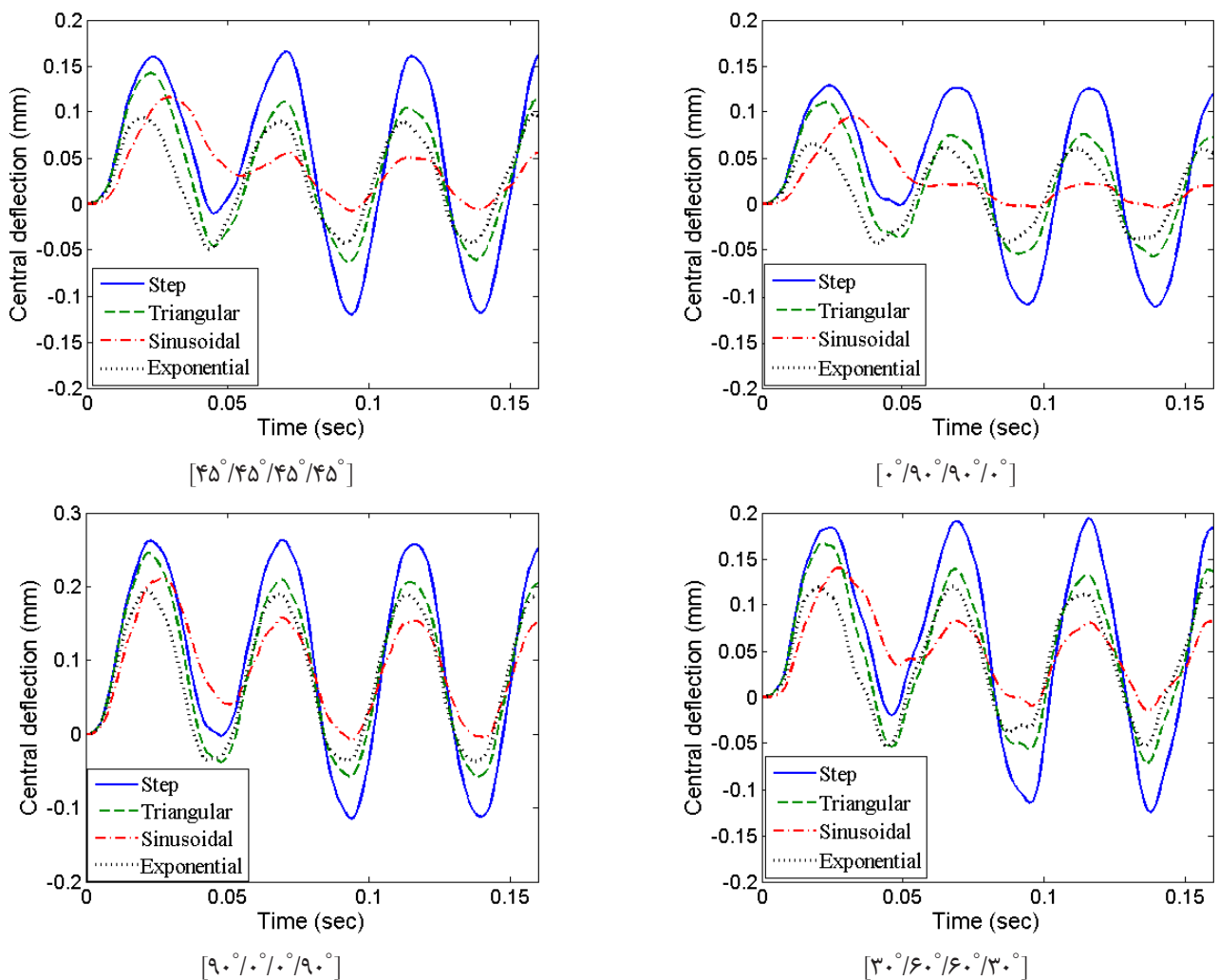


Fig. 10. Effect of shape of impulsive loads on the central deflection of a simply supported multi-phase laminated composite plate reinforced with SWCNT for different stacking sequence.

شکل ۱۰: تأثیر شکل بار ضربه‌ای بر پاسخ دینامیکی کامپوزیت سه فازی و شرایط مرزی SSSS برای لایه چینی‌های مختلف ($w_{cr} = 1\%$, $\Delta T = 0$)

- 3970-3974.
- [13] M. Rafiee, X. Liu, X. He, S. Kitipornchai, Geometrically nonlinear free vibration of shear deformable piezoelectric carbon nanotube/fiber/polymer multiscale laminated composite plates, *Journal of Sound and Vibration*, 333(14) (2014) 3236-3251.
- [14] M. Rafiee, X. He, S. Mareishi, K. Liew, Modeling and stress analysis of smart CNTs/fiber/polymer multiscale composite plates, *International Journal of Applied Mechanics*, 6(03) (2014) 1450025.
- [15] X. He, M. Rafiee, S. Mareishi, K. Liew, Large amplitude vibration of fractionally damped viscoelastic CNTs/fiber/polymer multiscale composite beams, *Composite Structures*, 131 (2015) 1111-1123.
- [16] G. Bhardwaj, A. Upadhyay, R. Pandey, K. Shukla, Non-linear flexural and dynamic response of CNT reinforced laminated composite plates, *Composites Part B: Engineering*, 45(1) (2013) 89-100.
- [17] N. Hu, J. Qiu, Y. Li, C. Chang, S. Atobe, H. Fukunaga, Y. Liu, H. Ning, L. Wu, J. Li, Multi-scale numerical simulations of thermal expansion properties of CNT-reinforced nanocomposites, *Nanoscale research letters*, 8(1) (2013) 1-8.
- [18] H.-S. Shen, A comparison of buckling and postbuckling behavior of FGM plates with piezoelectric fiber reinforced composite actuators, *Composite Structures*, 91(3) (2009) 375-384.
- [19] A.M. Zenkour, The refined sinusoidal theory for FGM plates on elastic foundations, *International journal of mechanical sciences*, 51(11) (2009) 869-880.
- [20] N. Grover, B. Singh, D. Maiti, New nonpolynomial shear-deformation theories for structural behavior of laminated-composite and sandwich plates, *AIAA journal*, 51(8) (2013) 1861-1871.
- [21] J.N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*, CRC press, 2004.
- [22] R.-D. Chien, C.-S. Chen, Nonlinear vibration of laminated plates on an elastic foundation, *Thin-walled structures*, 44(8) (2006) 852-860.
- [23] H.-S. Shen, J. Yang, L. Zhang, Dynamic response of Reissner-Mindlin plates under thermomechanical loading and resting on elastic foundations, *Journal of Sound and Vibration*, 232(2) (2000) 309-329.
- [24] Y. Qu, S. Wu, H. Li, G. Meng, Three-dimensional free and transient vibration analysis of composite laminated and sandwich rectangular parallelepipeds: Beams, plates and solids, *Composites Part B: Engineering*, 73 (2015) 96-110.
- [25] B. Zhang, Y. He, D. Liu, Z. Gan, L. Shen, A non-classical
- [1] V. Sgobba, D.M. Guldi, Carbon nanotubes—electronic/electrochemical properties and application for nanoelectronics and photonics, *Chemical society reviews*, 38(1) (2009) 165-184.
- [2] H.-S. Shen, Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, *Composite Structures*, 91(1) (2009) 9-19.
- [3] M. Yas, M. Heshmati, Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load, *Applied Mathematical Modelling*, 36(4) (2012) 1371-1394.
- [4] M. Heshmati, M. Yas, Dynamic analysis of functionally graded multi-walled carbon nanotube-polystyrene nanocomposite beams subjected to multi-moving loads, *Materials & Design*, 49 (2013) 894-904.
- [5] R. Moradi-Dastjerdi, M. Foroutan, A. Pourasghar, Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotube by a mesh-free method, *Materials & Design*, 44 (2013) 256-266.
- [6] H.-S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments, *Engineering Structures*, 56 (2013) 698-708.
- [7] R. Rafiee, R.M. Moghadam, Simulation of impact and post-impact behavior of carbon nanotube reinforced polymer using multi-scale finite element modeling, *Computational Materials Science*, 63 (2012) 261-268.
- [8] S. Khalili, A. Haghbin, Investigation on design parameters of single-walled carbon nanotube reinforced nanocomposites under impact loads, *Composite Structures*, 98 (2013) 253-260.
- [9] Z.-X. Wang, H.-S. Shen, Nonlinear dynamic response of nanotube-reinforced composite plates resting on elastic foundations in thermal environments, *Nonlinear Dynamics*, 70(1) (2012) 735-754.
- [10] Z. Lei, L. Zhang, K. Liew, Elastodynamic analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded plates, *International Journal of Mechanical Sciences*, 99 (2015) 208-217.
- [11] M. Kim, Y.-B. Park, O.I. Okoli, C. Zhang, Processing, characterization, and modeling of carbon nanotube-reinforced multiscale composites, *Composites Science and Technology*, 69(3) (2009) 335-342.
- [12] E. Bekyarova, E. Thostenson, A. Yu, H. Kim, J. Gao, J. Tang, H. Hahn, T.-W. Chou, M. Itkis, R. Haddon, Multiscale carbon nanotube-carbon fiber reinforcement for advanced epoxy composites, *Langmuir*, 23(7) (2007)

Heinemann Burlington, VT, 2005.

- [28] M. Shariyat, F. Farzan, Nonlinear eccentric low-velocity impact analysis of a highly prestressed FGM rectangular plate, using a refined contact law, *Archive of Applied Mechanics*, 83(4) (2013) 623-641.
- [29] T. Kant, J. Variya, C. Arora, Finite element transient analysis of composite and sandwich plates based on a refined theory and implicit time integration schemes, *Computers & Structures*, 36(3) (1990) 401-420.
- Mindlin plate finite element based on a modified couple stress theory, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 42 (2013) 63-80.
- [26] Y. Zhang, X. Wang, Hygrothermal effects on interfacial stress transfer characteristics of carbon nanotubes-reinforced composites system, *Journal of reinforced plastics and composites*, 25(1) (2006) 71-88.
- [27] J. Zhu, Z. Taylor, O. Zienkiewicz, The finite element method: its basis and fundamentals, in, *Butterworth-*

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

F. Ebrahimi and S. Habibi, Nonlinear Dynamic Response Analysis of Carbon Fiber Reinforced Polymer Enhanced with Carbon Nanotubes on Elastic Foundations in Thermal Environments, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(1) (2018) 73-90.
DOI: 10.22060/mej.2016.774



