



مطالعه اثر لغزش بر عملکرد ریزمخلوط‌گرهای الکترواسموتیکی بر مبنای معیار انترویی

علی‌رضا فراهی‌نیا^۱، جعفر جماعتی^{۲*}، حمید نیازمند^۱

^۱دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۹ بهمن ۱۳۹۴
بازنگری: ۲۹ تیر ۱۳۹۵
پذیرش: ۲ آبان ۱۳۹۵
ارائه آنلاین: ۱۹ آبان ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:

اختلاط
زئپتانسیل ناهمگن
انترویی اختلاط
جریان الکترواسموتیکی
مدل هلمهولتز - اسمولوفسکی

چکیده: در این مقاله اختلاط الکتروکنتیکی درون ریزمجرهای ناهمگن مطالعه شده است و اثر ضریب لغزش، زئپتانسیل، پارامتر دیبای هوکل و عدد رینولدز بر راندمان اختلاط بررسی شده است. ریزمجرهای مورد مطالعه دارای توزیع ناهمگن زئپتانسیل روی دیواره هستند و سایر خواص سطحی آن یکنواخت است. برای بررسی اختلاط الکترواسموتیکی معادلات ناویر-استوکس، ارنست - پلانک، معادله پتانسیل الکتریکی و معادله غلظت به روش عددی حل شده‌اند. تایج نشان می‌دهد که رفتار ریزمخلوط‌گرهای الکترواسموتیکی به شدت وابسته به مقدار و توزیع زئپتانسیل دیواره است و در اغلب موارد راندمان اختلاط با کاهش پارامترهای ضریب لغزش، دیبای- هوکل و عدد رینولدز، افزایش می‌یابد. مشاهده شد که ضریب لغزش نقش جدی بر راندمان اختلاط دارد به نحوی که در مقایسه با اختلاط کانال همگن می‌تواند در رینولدزهای کم باعث کاهش و در رینولدزهای بالا باعث افزایش راندمان اختلاط گردد. همچنین، دقت مدل تقریبی هلمهولتز - اسمولوفسکی نیز مورد بررسی قرار گرفت و معلوم شد که در مواردی که زئپتانسیل دیواره زیاد باشد و یا مقدار پارامتر دیبای هوکل کم باشد، نتایج حاصل از این مدل دارای خطای قابل ملاحظه‌ای نسبت به مدل ارنست - پلانک خواهد بود. علاوه بر این نتیجه گردید که هرچه میزان عدم تقارن بار بیشتر باشد، عملکرد اختلاطی ریزمخلوط‌گر افزایش می‌یابد و لذا جهت رسیدن به میزان اختلاط مشخص، طول کمتری نیاز خواهد بود.

۱- مقدمه

در سالهای اخیر کاربردهای عملی ریزجریان‌ها در بسیاری از ابزارهای پزشکی، بیوشیمیایی و یا بیولوژی گسترش یافته است [۱ و ۲]. این کاربردها غالباً وابستگی نزدیکی به پدیده‌ها و خواص سطحی ریزمجرها دارند. با کاهش طول مشخصه یک جریان، پدیده‌های سطحی قدرتمند می‌شوند و منشا اثراتی خواهند بود که در ابعاد ماکرو مشاهده نمی‌شوند. در پدیده‌های الکتروکنتیکی^۱ که وابسته به خواص الکتروشیمیایی سطح و سیال هستند، حرکت سیال و نیروهای الکتریکی با یکدیگر در حال تعامل می‌باشند [۳] و [۴]. یکی از این پدیده‌ها، الکترواسموتیک^۲ نام دارد که در آن میدان الکتریکی خارجی با اعمال نیرو به یون‌های تجمع یافته در مجاورت دیواره، سیال را وادار به حرکت می‌کند [۵ و ۶]. این نوع جریان برای انتقال و اختلاط سیالات در ریزجریان‌ها که پایه و اساس ریزتراشه‌های آزمایشگاهی^۳ می‌باشند، به صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. برای تعیین میدان جریان الکترواسموتیک علاوه بر حل معادلات پیوستگی و انتقال مومنتوم، معادلات پتانسیل الکتریکی و انتقال بارهای الکتریکی نیز باید حل شوند. حل این

معادلات برای هندسه و یا خواص دیواره ناهمگن، نیازمند روش‌های عددی کارآمدی می‌باشد که حجم محاسباتی آنها قابل توجه است [۷ و ۸]. از این رو برخی مدل‌سازی‌های ساده‌تر مانند مدل هلمهولتز - اسمولوفسکی^۴ [۹-۱۲] نیز برای حل این جریان‌ها ارائه شده است.

بیشتر مطالعات انجام‌شده در زمینه اختلاط الکتروکنتیکی حاکی از آن است که این پدیده توسط حل کامل معادلات ارنست- پلانک [۸ و ۱۳] و [۱۴] بررسی شده و کمتر مدل تقریبی از جمله H-S [۹-۱۱] به کار گرفته شده است. از طرفی اعتبار مدل هلمهولتز - اسمولوفسکی برای پیش‌بینی میدان جریان، میدان غلظت و راندمان اختلاط نشان داده است که این مدل در شرایط مناسب (باتوجه به محدوده پارامتر دیبای- هوکل^۵ و نسبت زئپتانسیل‌های بخش ناهمگنی) می‌تواند دقت بالایی داشته باشد، طوریکه حداکثر خطای حاصله بسیار کوچک است [۱۵ و ۱۶].

یک پدیده سطحی دیگر که نقش مهمی در ریزجریان‌ها ایفا می‌کند، لغزش سیال روی سطح است. مطالعات تجربی نشان داده است که در جریان‌های مایع حتی در اعداد رینولدز پایین ($Re < 10$)، لغزش به میزان قابل توجهی در دیواره‌های دارای سطوح با انرژی پایین (آب‌گریز) رخ می‌دهد [۱۷-۱۹]. انتظار می‌رود که لغزش بیشتر روی سطوح بسیار صاف که قابلیت ترکندگی بسیار کمی دارند، رخ دهد، اما آزمایش‌های انجام‌شده روی انواع

- 1 Microchannel
- 2 Electrokinetic
- 3 Electroosmotic
- 4 Lab On Chip

5 Helmholtz-Smoluchowski Model (H-S)

6 Debye-Huckel

و نوسانات غیرفیزیکی در مقدار راندمان اختلاط پیش‌بینی می‌نمایند. در برخی از مطالعات موجود این پدیده به گرادین‌های غلظت ربط داده شده است و ادعا می‌شود که وجود گردابه‌ها باعث ایجاد نواحی با گرادین شدید غلظت می‌گردد [۱۶]. در برخی موارد نیز نحوه قرارگیری بارهای ناهمگن روی دیواره و گردابه‌های شکل گرفته شده در آن نواحی سبب چنین نوساناتی در راندمان اختلاط می‌گردد [۳۳]. معیار دیگری که می‌توان برای بررسی اختلاط ریزمجراها از آن استفاده کرد، معیار انتروپی اختلاط می‌باشد که برخلاف معیار معرفی شده قبلی، این معیار بیشتر در کانال‌های همگن و بدون ناهمگنی روی دیواره استفاده شده است [۳۶-۳۴].

در این مقاله ارزیابی میزان اختلاط درون ریزمجراها بر مبنای معیار انتروپی اختلاط با تابع وزنی دبی برای اولین بار برای ریزمجرای فوق که دارای ناهمگنی است، انجام شده است و بر پایه همین معیار چند ریزمخلوط‌گر مختلف مورد مطالعه قرار گرفته و با مقایسه نتایج حاصل از آنها صحت و دقت مدل تقریبی H-S بررسی شده است. همچنین با به کارگیری معیار فوق پارامترهای موثر در میزان خطای دو مدل کامل و مدل تقریبی هلمهولتز - اسمولوکوفسکی شناسایی شده و محدوده کاربرد مدل تقریبی با دقت بیشتری مورد کاوش قرار گرفته است.

هنگامی که یک سطح در معرض یک محلول الکترولیت قرار می‌گیرد، باردار می‌شود و باعث شکل‌گیری آرایش بارهای الکتریکی درون سیال در مجاورت سطح می‌گردد. لایه سیال مجاور سطح جامد را، که در آن بارهای الکتریکی به این آرایش جدید رسیده‌اند لایه دوگانه الکتریکی^۲ می‌نامند [۳۷] (شکل ۱). اندازه‌گیری مستقیم پتانسیل الکتریکی در سطح مشترک جامد-مایع بسیار مشکل است اما در صفحه برشی توسط روش‌های ساده تجربی امکان‌پذیر خواهد بود. پتانسیل الکتریکی در این صفحه زتاپتانسیل (ζ) نامیده می‌شود و به عنوان یک خاصیت برای فصل مشترک مایع - جامد تلقی می‌گردد. توزیع پتانسیل الکتریکی و سرعت الکترواسموتیک برای یک کانال همگن با شرط عدم لغزش در شکل ۱ به صورت شماتیک نشان داده شده است.

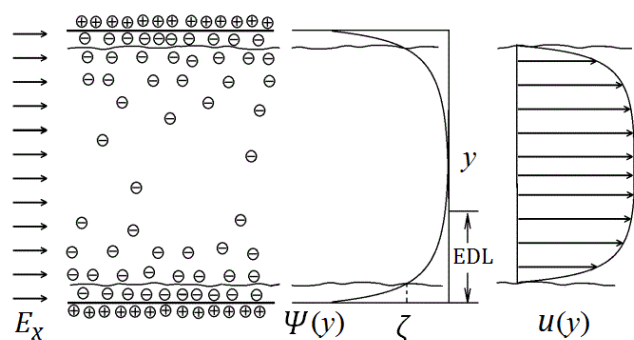


Fig. 1. Velocity and electric potential distribution in an electroosmotic flow at adjacent to solid and fluid interface

شکل ۱: توزیع سرعت و پتانسیل الکتریکی بر اثر آرایش بارهای الکتریکی در مجاورت فصل مشترک مایع و جامد

مختلفی از فصل مشترک‌های جامد-مایع نشان داده است که حتی در سطوح معمولی میزان طول لغزش ممکن است از مرتبه میکرون باشد [۲۰ و ۲۱]. وجود لغزش روی دیوارهای ناهموار و معمولی به حضور نانوحباب‌های به‌دام‌افتاده در حفره‌های سطح نسبت داده می‌شود [۲۲]. در مورد سطوح آب‌گریز نیز این مطلب تایید شده است که شکل‌گیری حباب روی این سطوح نیز به خوبی صورت می‌گیرد [۲۳]. از این رو وجود نانوحباب‌ها چه در سطوح کاملاً صیقلی و چه در سطوح دارای ناصافی یکی از دلایل وجود لغزش است. شبیه‌سازی دینامیک مولکولی از فصل مشترک آب با سطوح جامد نشان داده است که در حضور لغزش هیدروپتانسیلی توزیع بارهای الکتریکی به خوبی توسط معادله پواسان-بولتزمن^۱ محاسبه می‌شود [۲۴]. به نظر می‌رسد که وجود بارهای سطحی باعث ترشوندگی بیشتر و کاهش لغزش سیال روی سطح می‌شود اما بر خلاف این نظر، مشاهدات تجربی نشان داده است که روی سطوحی که به شدت باردار هستند، لغزش قابل توجهی رخ می‌دهد [۲۵]. علاوه بر این، شواهد تجربی ارائه شده نشان می‌دهد که وجود لغزش حتی باعث افزایش قابل توجه در مقدار زتاپتانسیل^۲ دیوار می‌شود [۲۶]. طوری که وجود لغزش باعث تقویت زتاپتانسیل با ضریب $1+K\beta$ می‌گردد که با توجه به مقادیر متعارف ضریب لغزش، β برای مقادیر بزرگ پارامتر بی‌بعد دیبای هوکل، K ، افزایشی کاملاً قابل توجه دارد. یک مدل نظری بر مبنای انرژی آزاد مخلوط‌های دوتایی ارائه شده است که این مطلب را تایید می‌کند [۲۷]. همچنین اثرات لغزش بر جریان درون ریزمجراها مورد بررسی قرار گرفته و مشخص شده است که وجود لغزش در جریان‌های الکترواسموتیک منجر به افزایش نرخ جریان جرمی سیال و کاهش قابل توجه در ولتاژ اعمالی مورد نیاز می‌گردد [۲۸]. جریان الکترواسموتیک درون ریزمجرای آب‌گریز با استفاده از روابط تجربی برای تعیین سرعت لغزش در دیواره‌ها، مورد مطالعه قرار گرفته و روشی برای ارزیابی هم‌زمان زتاپتانسیل و ضریب لغزش ارائه شده است [۲۹ و ۳۰].

هر چند پدیده اختلاط درون ریزمجراها به خوبی مطالعه شده است اما اثر ضریب لغزش روی اختلاط ریزمجراها کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است، لذا در این مقاله اختلاط یک ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیکی درون ریزمجرای مستقیم با زتاپتانسیل غیریکنواخت روی دیواره با استفاده از حل معادلات ارنست-پلانک و با اعمال ضریب لغزش بررسی شده است.

با وجود آنکه بررسی اختلاط ریزمجراهایی با دیواره ناهمگن رونق زیادی داشته اما معیارهای اختلاطی به کار گرفته شده، محدود بوده است. بعنوان مثال معیار اختلاطی بسیار رایج، معیار مبتنی بر غلظت است [۳، ۱۴، ۳۱، ۳۲] که هم در کانال‌های همگن و هم در کانال‌هایی با زتاپتانسیل ناهمگن مورد استفاده بوده و نتایج قابل قبولی نیز ارائه می‌کند، اما در جریان‌های پیچیده شامل گردابه، معیارهای مبتنی بر غلظت دچار مشکلاتی هستند بدین صورت که در نواحی نزدیک گردابه میزان اختلاط را به درستی ارزیابی نمی‌کنند

- 1 Poisson-Boltzmann (P-B)
- 2 Zeta-Potential

۲- معادلات حاکم

جمله آخر در معادله (۳) نیروی حجمی ناشی از اثرات میدان الکتریکی و یون‌های باردار درون سیال است که در جریان‌های الکترواسموتیک این نیرو عامل حرکت سیال می‌باشد. برای در نظر گرفتن اثر آب‌گریزی شرط لغزش در شکل بی‌بعد به صورت $u = \beta(\partial u / \partial n)$ در نظر گرفته شده است که β ضریب لغزش می‌باشد.

در تجزیه و تحلیل حاضر فرض شده است که سیال درون ریزمجرا، یک سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیر است و از اثرات شناوری و گرانشی چشم‌پوشی شده است. تحت این شرایط معادلات حاکم مختلف در بخش زیر معرفی شده‌اند.

۲-۱- معادله پواسان-بولتزمن

بر مبنای نظریه الکترواستاتیک، ارتباط بین توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی (ψ) و خارجی (ϕ) با توزیع بارهای الکتریکی مثبت و منفی (n^+ , n^-) توسط معادله پواسان - بولتزمن مشخص می‌شود که شکل بی‌بعد آن به صورت رابطه (۱) است [۳۸].

$$\nabla^2 (\psi + \phi) = \frac{K^2}{2} (n^+ - n^-) \quad (1)$$

پارامتر بی‌بعد دیبای - هوکل $K = H/\lambda$ ضخامت مشخصه لایه دوگانه الکتریکی است.

۲-۲- معادلات ارنست-پلانک

محاسبه غلظت‌های یونی از حل معادلات انتقال یون‌ها به دست می‌آید که با نام معادلات ارنست-پلانک شناخته می‌شوند. شکل بی‌بعد این معادلات به صورت رابطه (۲) می‌باشد [۳۸].

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} n^i) = \frac{1}{Re Sc^i} \left\{ \nabla^2 n^i + \vec{\nabla} \cdot [n^i (\vec{\nabla} \psi + A \vec{\nabla} \phi)] \right\} \quad (2)$$

معادله فوق برای یون‌های مثبت و منفی (یعنی $n^i = n^+, n^-$) نوشته می‌شود. در معادله (۲) جمله سمت چپ تساوی مربوط به جابجایی یون‌ها است، جمله اول در سمت راست تساوی در صورت کسر مربوط به پخش مولکولی یون‌ها و جمله بعدی مربوط به پخش ناشی از مهاجرت یون‌ها بر اثر پتانسیل الکتریکی می‌باشند. شایان ذکر است که سرعت مرجع در جریان الکترواسموتیک $U_{ref} = \varepsilon E_{ref} \zeta / \mu$ خواهد بود. همچنین $A = E_{ref} H / (K_b T / (ze))$ یک پارامتر بی‌بعد می‌باشد که معرف نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ مینا است.

۲-۳- معادلات ناویر-استوکس

برای جریان سیال در شرایط دائمی و با خواص فیزیکی ثابت، معادلات جریان در یک سیستم تحت اثرات الکتروکنتیک در شکل بی‌بعد به صورت رابطه (۳) نوشته می‌شوند [۳۸].

$$\vec{\nabla} (\vec{V} \vec{V}) = -\vec{\nabla} P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} - B \rho_e (\vec{\nabla} \psi + A \vec{\nabla} \phi) \quad (3)$$

یک پارامتر بی‌بعد است که معرف نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی است، فشار بی‌بعد به صورت $B = n_0 K_b T / \rho U_{ref}^2$ و $P = P^* / \rho U_{ref}^2$ تعریف می‌شود.

۲-۴- مدل سازی هلمهولتز - اسمولوگوفسکی

تحت شرایط خاص می‌توان همه اثرات مربوط به بارها و میدان الکتریکی را توسط یک شرط مرزی مناسب برای معادله مومنوم مدل سازی نمود. این شرط مرزی لغزشی بر مبنای میدان الکتریکی اعمالی و اندازه بارهای دیواره به صورت رابطه (۴) تعیین می‌شود [۳۹ و ۴۰].

$$u_s = -\frac{\varepsilon E_{ext}}{\mu} \zeta \quad (4)$$

با اعمال این شرط اثر نیروی الکتریکی در معادله ناویر - استوکس از طریق شرط لغزش اعمال می‌شود و میدان سرعت الکترواسموتیک، بدون نیاز به حل میدان بارهای الکتریکی و پتانسیل، فقط از حل معادلات ناویر - استوکس بدون نیروی حجمی و با شرط لغزشی مذکور حل می‌شوند [۳۹ و ۴۰]، یعنی رابطه (۵):

$$\vec{\nabla} (\vec{V} \vec{V}) = -\vec{\nabla} P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} \quad (5)$$

۲-۵- معادله غلظت گونه‌ها

برای بررسی پدیده اختلاط، میدان اسکالر برای غلظت یک گونه باید حل شود. معادله حاکم بر میدان غلظت به شکل رابطه (۶) است [۱۶].

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = \frac{1}{Re Sc} \nabla^2 C \quad (6)$$

که در آن $Sc = \mu / \rho D$ عدد اشمیت مربوط به گونه موردنظر و Re عدد رینولدز می‌باشد. در ورود ریزمجرا توزیع غلظت به صورت روابط (۷) در نظر گرفته شده است.

$$C(x=0, y) = \begin{cases} 0 & 0 < y < \frac{H}{2} \\ 1 & \frac{H}{2} < y < H \end{cases} \quad (7)$$

۲-۶- معیار انتروپی اختلاط

برای ارزیابی اختلاط می‌توان از انتروپی به عنوان یک معیار استفاده نمود. معیار انتروپی شانون^۲ برحسب مقادیر غلظت در نقاط گسسته به صورت

آرایش، جزییات مربوط به توزیع بار در قسمت میانی ریزمجرا و طرح جریان الکترواسموتیک مربوطه در حضور میدان الکتریکی مثبت به صورت شماتیک در شکل ۳ نشان داده شده است.

رابطه (۸) مطرح شده است [۴۱ و ۴۲].

$$S_{\text{mix}} = -\sum_{j=1}^M C_j \text{Ln}(C_j) \quad (8)$$

در این رابطه C_j مبین غلظت هر نقطه و M تعداد نقاط گسسته می باشد. بر مبنای رابطه فوق و با اعمال تابع وزنی دبی، معیار اصلاح شده برای یک سطح مقطع عبور جریان به صورت رابطه (۹) تعریف می شود [۳۵].

$$S_{\text{mix}} = \frac{-\int_A \rho u C \text{Ln}(C) dy}{\int_A \rho u dy} \quad (9)$$

طبق رابطه (۹) به جای اینکه در ارزیابی میزان اختلاط از معیار انتروپی ساده استفاده شود، از معیار انتروپی وزن دار با تابع وزنی دبی استفاده خواهد شد. بر مبنای استفاده از معیار وزن دار انتروپی در هر مقطع از ریزمجرا، کارایی اختلاط به صورت رابطه (۱۰) تعریف می شود.

$$\varepsilon_s = \frac{S_{\text{mix}} - S_{\text{inlet}}}{S_{\infty} - S_{\text{inlet}}} \quad (10)$$

در مسأله مورد بررسی با توجه به توزیع غلظت در ورودی ریزمجرا، در صورتی که طول کانال به اندازه کافی طویل باشد، اختلاط کامل به وجود می آید و در همه جا $C=0.5$ خواهد بود و لذا مقدار معیار انتروپی برابر $S_{\infty} = -0.5 \text{Ln}(0.5)$ می باشد. بعلاوه در ورودی با توجه به توزیع داده شده برای غلظت ها، مقدار معیار انتروپی برابر صفر است، لذا کارایی اختلاط طبق کسر معادله (۱۰) به صورت $\varepsilon_s = S_{\text{mix}} / 0.347$ محاسبه می گردد.

۳- معرفی ریزمخلوط گر قراردادی

ریزمجره هایی که در این مقاله بررسی شده اند به منظور استفاده در یک ریزمخلوط گر طراحی شده اند و همگی به صورت یک ریزمجرای تخت دو بعدی دارای ارتفاع H و طول $L=6H$ می باشند که طول آنها به سه قسمت ابتدایی، میانی و انتهایی بترتیب با طولهای $L_{\text{mid}}=2H$ ، $L_{\text{in}}=2H$ و $L_{\text{out}}=2H$ تقسیم شده است (شکل ۲). در قسمت های ابتدایی و انتهایی، دیواره ها همگن و در قسمت میانی دیواره ها دارای تکه های ناهمگنی بار الکتریکی غیریکنواخت هستند به طوری که زتاپتانسیل وابسته به آنها، $\psi(x, y)$ شامل مقادیر مثبت و منفی می باشد. ریزمجراهای مورد بررسی در بخش میانی خود دارای چهار تکه ناهمگنی هستند. در قسمت میانی هر یک از دیواره های بالایی و پایینی متشکل از دو قطعه ناهمگنی با طولهای مساوی است که در هر قطعه، مقدار بار الکتریکی ثابت و یکنواخت می باشد. بسته به مقدار بار، نوع بار و نحوه آرایش مکانی قطعات ناهمگنی، مقدار و جهت سرعت لغزشی در مجاورت دیواره ها متفاوت خواهد بود و بالتبع آن طرح های جریان به دست آمده، نقش های متفاوتی در فرآیند اختلاط بازی می کنند. در حالتی که مقدار بارهای قطعات با هم مساوی باشند، با حذف وضعیت های آینه ای، سه وضعیت متمایز برای آرایش بارها قابل تصور است. برای اولین

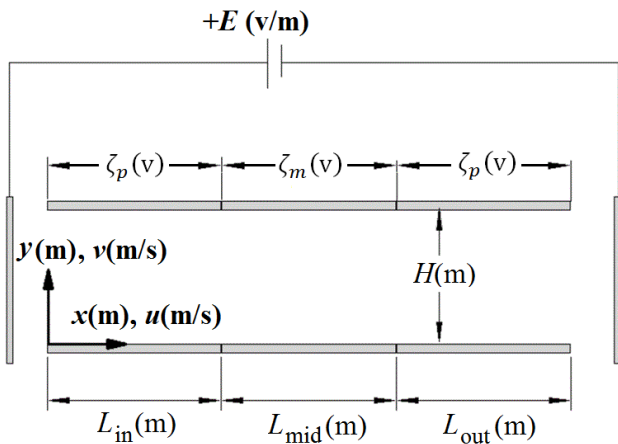


Fig. 2. Specifications of heterogeneous distribution at microchannel walls

شکل ۲: مشخصات توزیع ناهمگن روی دیواره ریزمجرا

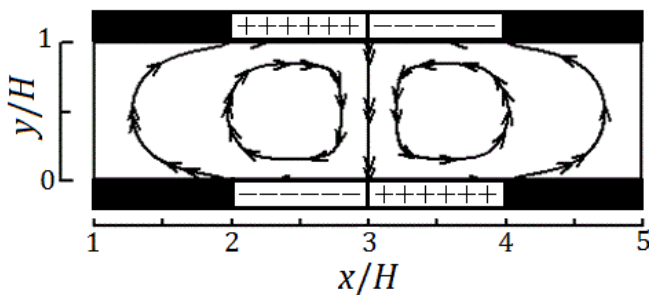


Fig. 3. A sample of Heterogeneous charge pattern and electro-osmotic flow streamlines with positive applied electric field from left to right

شکل ۳: یک نمونه از آرایش تکه های ناهمگنی بار و خطوط جریان الکترواسموتیک با E مثبت از چپ به راست

برای حالت نشان داده شده در شکل ۳، قسمت میانی دارای ۴ تکه ناهمگنی است. روی دیواره بالایی از راست به چپ ابتدا یک تکه ناهمگنی با بار منفی (n) و سپس یک تکه ناهمگنی با بار مثبت (p) قرار دارد و در دیواره پایینی عکس این وضعیت تکرار شده است. زمانی که اندازه بارها در این ۴ تکه ناهمگنی برابر باشد، این وضعیت با نماد (np-pn) مشخص می شود. برای چیدمان بارها در قسمت میانی بر حسب علامتهای مربوط به بارهای قطعه ناهمگنی می توان سه نوع آرایش متفاوت (با حذف حالات متقارن) بیان نمود. دو آرایش متفاوت دیگر که با همین ۴ تکه ناهمگنی شکل می گیرد عبارتند از (np-np) و (pp-nm).

در شبیه سازی عددی در این مقاله در راستای طولی یک شبکه یکنواخت ریز با تعداد گره مناسب انتخاب شده است. با انجام مطالعات عددی مشخص شد برای یک کانال با طول $L=6H$ ، در جهت طولی تعداد ۲۴۱ گره نتایج دقیق و مستقل از گره تولید می کند. در جهت عرضی نیز باید ملاحظات

طرح سیمپل سی^۱ تعیین می‌شود و برای پرهیز از جوابهای شطرنجی در میدان جریان، در محاسبه نرخ جریان جرم جابجایی از طرح میانمایی رای - چو^۲ استفاده شده است. با استفاده از میدان سرعت به دست آمده، معادله پیوستگی جهت اصلاح میدانهای فشار و سرعت حل خواهد شد. از آنجا که میدان جریان، چگالی بار الکتریکی را تحت تاثیر قرار می‌دهد، لذا مجدداً معادلات ارنست-پلانک حل می‌شوند تا توزیع غلظت‌های یونی و چگالی خالص بارهای الکتریکی به دست آید. در ادامه توزیع پتانسیل خارجی و داخلی محاسبه می‌شود. این مراحل آنقدر تکرار می‌شوند تا همگرایی مناسب حاصل شود. پس از همگرایی معادله جریان، معادله غلظت حل می‌گردد.

برای اطمینان از صحت حل، نتایج عددی با نتایج حل تحلیلی یک جریان الکترواسموتیک ایده‌آل بین صفحات تخت مقایسه شده است.

روابط (۱۱-۱۲) حل تحلیلی برای پتانسیل الکتریکی و توزیع سرعت را نشان می‌دهد [۴۰، ۴۳، ۴۴]، که $U_{ref} = \varepsilon E_{ref} \zeta / \mu$ است.

$$\frac{\psi(y)}{\zeta} = \frac{\cosh(Ky - K/2)}{\cosh(K/2)} \quad (11)$$

$$\frac{u(y)}{U_{ref}} = 1 + K \beta \tanh(K/2) - \frac{\psi(y)}{\zeta} \quad (12)$$

به منظور اعتبارسنجی و صحت حل عددی مدل کامل با اعمال ضریب لغزش و مقایسه آن با حل تحلیلی به دست آمده از رابطه (۱۲)، شکل ۵ رسم شده است. نتایج به ازای دو مقدار مختلف ضریب لغزش گزارش شده است. همانطوری که از شکل قابل استنتاج است، تطابق قابل قبول دو حل مذکور در حضور لغزش نشان‌دهنده دقت بالای حل عددی در تحلیل چنین سطوحی می‌باشد.

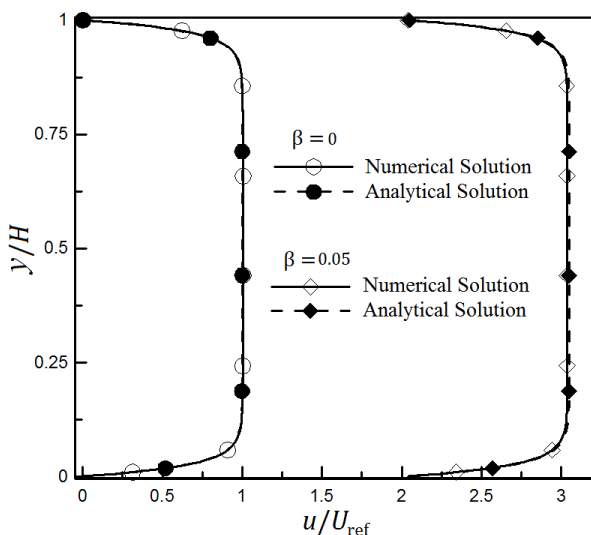


Fig. 5. Comparison of numerical velocity distributions in a homogeneous microchannel with analytical solutions with and without slip

شکل ۵: تغییرات سرعت درون ریزمجرای همگن توسط حل عددی مدل کامل و حل تحلیلی میدان سرعت الکترواسموتیک در حضور لغزش

خاصی را در نظر گرفت. یک نکته مهم برای حل دقیق مسائل الکترواسموتیک تعیین دقیق میدان پتانسیل الکتریکی است. برای رسیدن به این هدف باید در جهت عرضی، شبکه مورد استفاده به نحوی باشد که در نزدیکی دیواره، خصوصیات لایه دوگانه الکتریکی به خوبی تعیین شود. در شبیه‌سازی‌های انجام‌گرفته در این مقاله، تمرکز گرہها در جهت عرضی به نحوی صورت گرفته است که حداقل ۳۰ گرہ محاسباتی درون لایه دوگانه الکتریکی وجود داشته باشد. یک نمونه از مطالعات شبکه در جهت عرضی برای راندمان اختلاط با الگوی بار (np-np) و $\zeta_p/\zeta_m = 0.1$ در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به نتایج این شکل، در شبیه‌سازی‌های دوبعدی در جهت عرضی ۱۵۱ نقطه محاسباتی و در جهت طولی نیز با مطالعه عددی تعداد نقاط شبکه برابر با ۲۵۱ نقطه در نظر گرفته شده است.

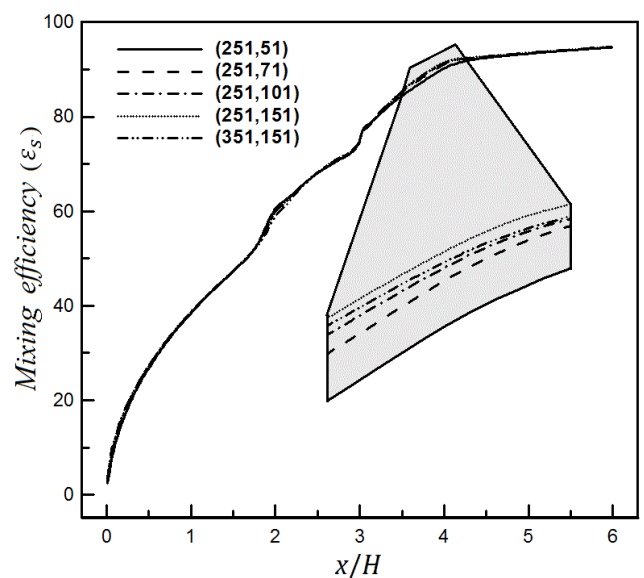


Fig. 4. Investigation of mesh independency for mixing efficiency

شکل ۴: بررسی استقلال گرہ برای راندمان اختلاط از تعداد نقاط شبکه

۴- روش عددی و اعتبارسنجی

برای حل عددی معادلات ابتدا میدان الکتریکی خارجی، ϕ ، به دست می‌آید. سپس معادلات مربوط به میدان الکتریکی داخلی و خارجی با مقدار اولیه $n^+ = n^- = 0$ حل می‌شوند و میدان پتانسیل داخلی، ψ ، توسعه می‌یابد و بعد از آن معادلات ارنست-پلانک حل می‌شوند تا توزیع غلظت برای یون‌های مثبت و منفی یعنی n^+ و n^- به دست آید. سپس چگالی بارهای الکتریکی ρ_e از رابطه $\rho_e = n^+ - n^-$ به دست می‌آید. در این مرحله اولین تخمین برای نیروی الکتریکی حجمی قابل محاسبه است و می‌توان با استفاده از آن میدان جریان را به دست آورد. برای محاسبه میدان جریان ابتدا میدان فشار حدس زده می‌شود و سپس معادلات اندازه حرکت برای حل میدان سرعت حل می‌گردد. برای این کار، از روش حجم محدود با متغیرهای هم‌مکان در شبکه غیریکنواخت استفاده شده است. ارتباط میدان سرعت و فشار توسط

1 SIMPLEC
2 Rhie-Chow

حاصل از اعمال ضریب لغزش روی دیواره را از طریق این معیار و با استفاده از مدل حل کامل بررسی خواهد شد.

۵-۱ نتایج مربوط به معیار انتروپی با تابع وزنی دبی

به منظور آنکه دید مناسبی نسبت به رفتار سیال و الگوی بار اعمالی روی دیواره ریزمجرا حاصل گردد، خطوط جریان درون ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) در قسمت میانی با حل عددی به دست آمده و در شکل ۷ نشان داده شده است. همانطوری که مشاهده می شود وجود تکه های ناهمگنی بار روی دیواره یعنی بازه $(2 < x \leq 4)$ سبب شکل گیری گردابه هایی شده که به لحاظ کیفی میزان اختلاط را با توجه به چرخش سیال در این نواحی نسبت به کانال همگن، رشد چشمگیری داده است.

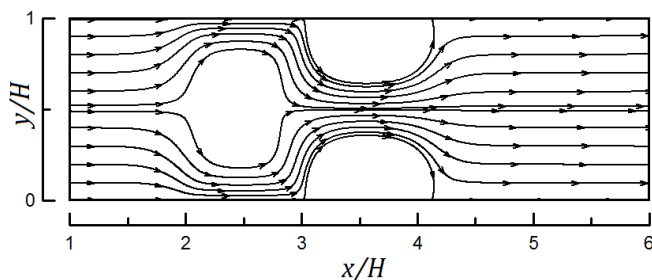


Fig. 7. Streamline of heterogeneous microchannel with charge pattern (np-np) in middle section (Nernst-Planck solution)

شکل ۷: خطوط جریان و بردارهای سرعت در ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-np) در قسمت میانی با حل عددی معادلات ارنست-پلانک

همانطور که قبلا گفته شد ریزمخلوطگر مورد بررسی در بخش میانی خود دارای چهار تکه ناهمگنی می باشد. چیدمان این چهار تکه ناهمگنی می تواند در سه وضعیت کاملا متفاوت (با حذف حالات آینه ای) صورت گیرد. مقایسه راندمان اختلاطی این آرایش ها در شکل ۸ برای یک نسبت زتاپتانسیل خاص $(\zeta_p/\zeta_m = 0/5)$ نمایش داده شده است. ζ_p اندازه زتاپتانسیل در قسمت همگن و ζ_m اندازه زتاپتانسیل در قسمت میانی می باشند. از این شکل مشاهده می شود برای سه آرایش بار نشان داده شده آرایش دوم (pn-np) بیشترین راندمان اختلاطی را دارا می باشد. در این وضعیت، آرایش تکه های ناهمگنی بار، کاملا نامتقارن است. هرچه این تقارن بیشتر باشد، میزان اختلاط افزایش می یابد لذا بدترین عملکرد مربوط به آرایشی است که بیشترین تقارن را در الگوی بار دارد و بهترین عملکرد اختلاط مربوط به آرایشی است که کمترین تقارن را در الگوی بار دارد. از طرفی مشاهده می شود که تا قبل از تکه های ناهمگنی، هر سه آرایش دارای راندمان اختلاطی یکسانی می باشند.

یکی از عواملی که در میزان اختلاط الکتروکنتیک تاثیر دارد، میزان زتاپتانسیل مربوط به دیواره است. برای بررسی این مطلب در شکل ۹ راندمان اختلاط به ازای سه مقدار متفاوت ζ_p/ζ_m و برای یک آرایش خاص (np-np) مقایسه شده است. برای تمامی حالات مقدار $K=41$ در نظر گرفته شده است.

در شکل ۶ نتایج عددی دو مدل حل کامل و حل تقریبی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی و تحلیلی توزیع سرعت به ازای دو مقدار ۴۱ و $K=100$ بدون حضور لغزش مقایسه شده است. مشاهده می شود که نتایج عددی و حل تحلیلی در این حالت نیز تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارند. پروفیل جریان الکترواسموتیک درون ریزمجراهای همگن مطابق با شکل ۶ به جز ناحیه کوچکی در مجاورت دیواره، تقریباً مقدار یکنواختی است.

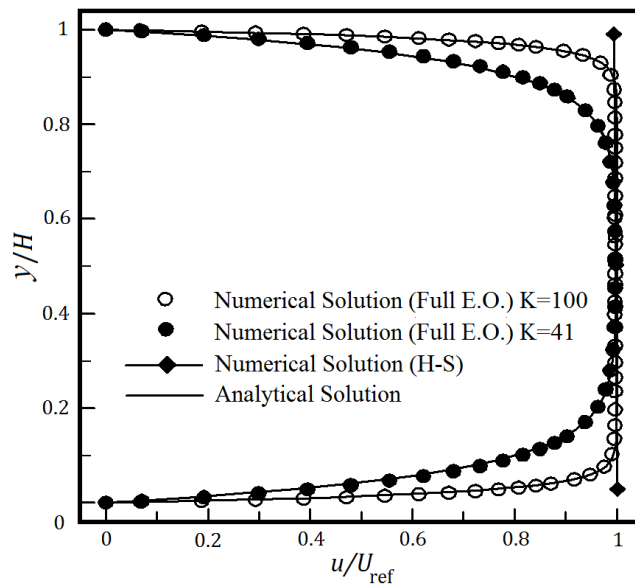


Fig. 6. Comparison of full electro-osmotic and H-S approximate models velocity profiles with analytical solutions

شکل ۶: تغییرات سرعت درون ریزمجرای همگن توسط حل عددی مدل کامل، مدل تقریبی H-S و حل تحلیلی میدان سرعت الکترواسموتیک

ضخامت این ناحیه کوچک که تحت اثر دیواره قرار دارد، بستگی به پارامتر بدون بعد دیبای -هوک، K ، دارد. هر چه مقدار K بزرگتر باشد، ضخامت این ناحیه کمتر است. این مشخصه ها باعث شده است تا در شرایط خاص بتوان راه حل ساده ای برای حل میدان سرعت ارائه نمود. این راه ساده و تقریبی مبتنی بر مدل هلمهولتز-اسمولوکوفسکی است. در این روش میدان جریان توسط حل معادلات ناویر-استوکس با شرایط مرزی لغزشی که از روی میدان الکتریکی اعمالی و بارهای دیواره تعیین می شوند، صورت می گیرد. در واقع در مدل تقریبی از لایه دوگانه الکتریکی و تغییرات زتاپتانسیل آن ناحیه صرف نظر می گردد و این تغییرات به صورت شرط مرزی لغزشی روی دیواره اعمال می شود.

۵- نتایج

در این بخش نتایج به سه قسمت تقسیم می شوند، در ابتدا نتایج حاصل از اختلاط با استفاده از معیار معرفی شده انتروپی توسط حل کامل معادلات بحث می شود و آرایش های معرفی شده در بخش قبل از نظر اختلاطی تحلیل می گردد. در گام دوم به بررسی دقت و صحت مدل تقریبی H-S در پیش بینی اختلاط از طریق معیار مذکور پرداخته شده و در نهایت نتایج

تبدیل می‌شود، این بدان معناست که در نسبت‌های کم زتاپتانسیل، با توجه به فرصت و زمان بیشتر عبور سیال از ریزمجرا، عمده اختلاط در قسمت میانی که ناهمگنی‌ها حضور دارند، صورت می‌گیرد و انتهای کانال تاثیر کمتری بر اختلاط خواهد داشت.

همانطوری که برای آرایش (np-np) در شکل ۹ مشخص است، وجود قسمت میانی با آرایش بار ناهمگن سبب افزایش قابل توجه عملکرد اختلاطی نسبت به حالت زتاپتانسیل یکنواخت (عدم ناهمگنی بار روی دیواره) شده است، بطوری که در بهترین حالت یعنی برای نسبت زتاپتانسیل کم که فرصت و زمان بیشتر و گردابه‌های قویتر جهت اختلاط وجود دارد، میزان اختلاط در انتهای کانال حدود ۷۰ درصد نسبت به کانال همگن افزایش یافته است. همانطور که از شکل ۹ قابل برداشت است، در تمام موارد با پیشروی جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاطی بیشتر می‌شود، به ویژه با ورود جریان به قسمت میانی افزایش قابل توجهی در راندمان اختلاط رخ می‌دهد. این مطلب تایید خواهد کرد که حضور ناهمگنی‌ها روی دیواره، تاثیر مثبتی در افزایش و بهبود راندمان اختلاطی ریزمخلوط‌گرهای الکترواسموتیکی دارد، چراکه سبب ایجاد گردابه‌هایی نزدیک سطح می‌گردند که با حرکت چرخشی خود در آن نواحی، اختلاط بیشتر گونه‌ها را دربرخواهند داشت. از طرفی با افزایش نسبت ζ_p/ζ_m راندمان اختلاط در هر مقطع کاهش می‌یابد. در حقیقت افزایش نسبت ζ_p/ζ_m به این معنی است که اثر پمپاژ در مقایسه با اثر اختلاط افزایش یافته که این مطلب به دو شیوه بر میزان اختلاط تاثیر می‌گذارد، اول اینکه زمان حضور سیال درون ریزمجرا و بخش اختلاطی کاهش می‌یابد، لذا فرصت کافی برای اختلاط فراهم نمی‌شود. دوم اینکه افزایش سرعت متوسط سیال باعث می‌شود تا جریان‌های گردابه‌ای که در قسمت میانی وجود دارد، تضعیف گردند و لذا از میزان اثر اختلاطی آنها کاسته می‌شود.

افزایش میزان نامتقارنی بار روی دیواره نه تنها باعث میزان اختلاط بیشتر می‌شود، بلکه سبب خواهد شد که سیال در طول کمتری به اختلاط نهایی دست یابد. از شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که برای یک نسبت زتاپتانسیل خاص ($\zeta_p/\zeta_m = 0.5$)، در آرایش دوم تقریباً در $X=2/5$ میزان راندمان به مقدار ماکزیمم خود رسیده است اما با توجه به شکل ۹ آرایش اول در طولی بیشتر از $X=4$ این مقدار حاصل شده است. یعنی ۶۰٪ طول بیشتر مورد نیاز بوده است. لذا نتیجه گرفته می‌شود که میزان نامتقارنی بار، تاثیر به سزایی در میزان طول کانال جهت رسیدن به مقدار مشخص از اختلاط خواهد داشت. بررسی شکل‌های ۹ و ۱۰ که برای دو آرایش مختلف هستند نشان می‌دهد که اختلاط برای همه حالات کانال ناهمگن به خوبی انجام می‌شود، به نحوی که در انتهای کانال به اختلاط حداکثر دست یافته شده است. فقط برای نسبت زتاپتانسیل ($\zeta_p/\zeta_m = 0.5$) مقدار اختلاط در انتهای کانال هنوز جای بهبود دارد که این کار می‌تواند با ایجاد طول بیشتر انجام شود. جز این حالت برای سایر مقادیر دیگر زتاپتانسیل، مقدار اختلاط در انتهای کانال و بعد از یک طول مشخص، تقریباً ثابت می‌ماند. این موضوع از آن جهت اهمیت دارد که به منظور رسیدن به مقدار راندمان مشخصی از اختلاط چه میزان

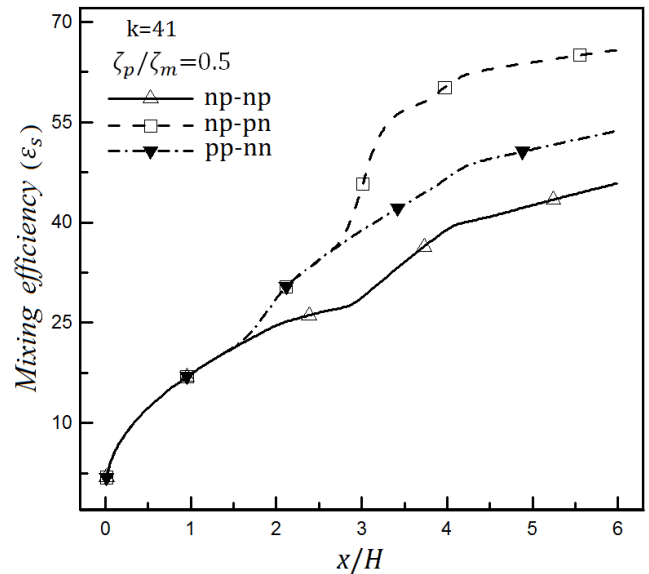


Fig. 8. Mixing efficiencies along the channel for different patterns of charges ($K=41$, $\zeta_p/\zeta_m=0.5$)

شکل ۸: تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا به ازای زتاپتانسیل خاص ($\zeta_p/\zeta_m = 0.5$) و برای آرایش‌های مختلف تکه‌های ناهمگنی بار ($K=41$)

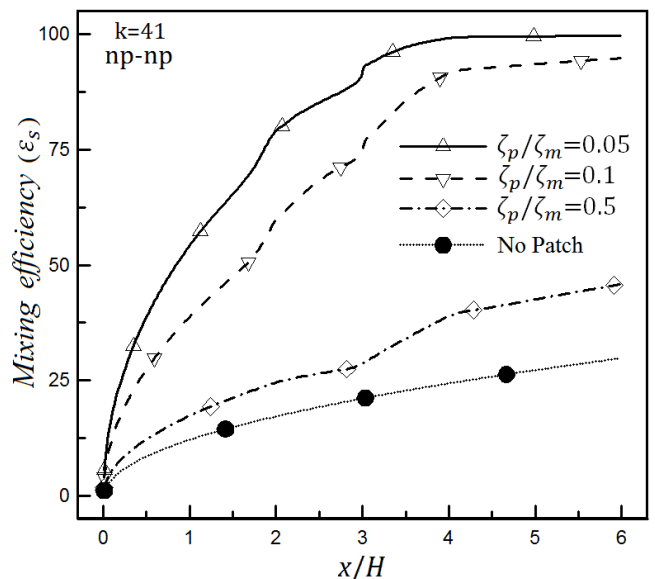


Fig. 9. Mixing efficiencies related to case (np-np) for different values of ζ_p/ζ_m and $K=41$.

شکل ۹: تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا به ازای زتاپتانسیل‌های مختلف نسبت به کانال همگن و برای آرایش (np-np) و ($K=41$)

لازم به ذکر است که با وجود آرایش یکسان، از همان ابتدا راندمان اختلاط برای هر سه مورد متفاوت بوده است، این اختلاف از آنجایی نشأت گرفته که با تغییر نسبت زتاپتانسیل مقدار دبی جریان تغییر می‌کند و این امر سبب تغییر راندمان اختلاطی خواهد شد.

اما توجه شود که هرچه به انتهای کانال نزدیک می‌شویم، تغییرات اختلاطی کانال ناهمگن در نسبت زتاپتانسیل‌های کم ($\zeta_p/\zeta_m < 0.5$) کاهش می‌یابد و خطوط تغییرات به صورت خط صاف با شیب کمتر از ۰/۰۱ درصد

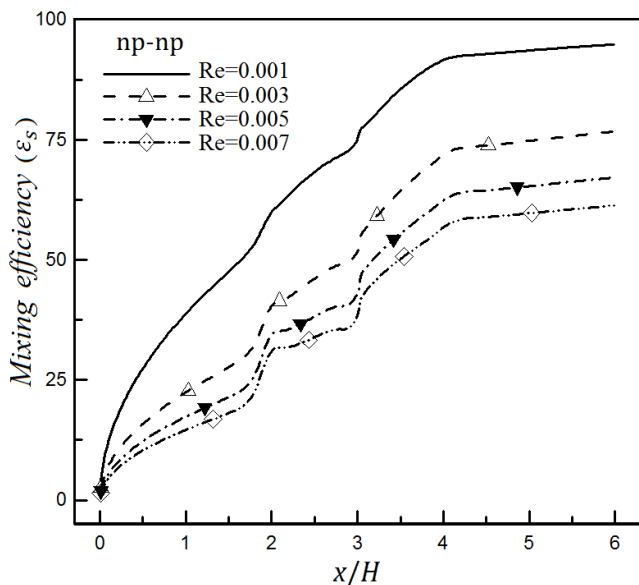


Fig. 11. Mixing efficiency along microchannel for case (np-np) at different Re numbers ($\zeta_p/\zeta_m=0.1$) and $K=41$

شکل ۱۱: تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا به ازای اعداد رینولدز مختلف در زتاپتانسیل ($\zeta_p/\zeta_m=0.1$) و برای آرایش (np-np) و ($K=41$)

است که خطوط صاف نشان‌دهنده نتایج حل کامل معادلات و خط‌چین‌ها نشان‌دهنده حل تقریبی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی می‌باشند.

مقایسه نتایج نشان می‌دهد که برای همه آرایش‌های مورد مطالعه، هرچه میزان نسبت زتاپتانسیل، ζ_p/ζ_m ، بیشتر می‌شود، خطای مدل هلمهولتز-اسمولوکوفسکی نیز بیشتر می‌گردد. این موضوع از آن جهت صحیح است که با افزایش نسبت زتاپتانسیل، میزان جذب بارها و تجمع آنها نزدیک دیواره بیشتر می‌شود و از طرفی باتوجه به آنکه یکی از شرایط خاص استفاده از مدل H-S یکنواختی زتاپتانسیل در طول دیواره می‌باشد، با افزایش نسبت مذکور، این یکنواختی دچار اختلال گشته و در نتیجه سبب افزایش خطای مدل تقریبی نسبت به مدل کامل می‌شود.

اما نکته دیگری که قابل توجه است این خواهد بود که در نسبت زتاپتانسیل کم یعنی ($\zeta_p/\zeta_m=0.05$) خطای گزارش شده دو مدل تقریباً صفر بوده که این بدان معناست که در جریان‌هایی با نسبت زتاپتانسیل کم که دبی جریان کمی تولید می‌کنند و فرصت لازم برای اختلاط را خواهند داشت، خطای دومدل را بسیار ناچیز می‌کنند و استفاده از مدل تقریبی را در تحلیل چنین جریان‌هایی با توجه به هزینه کم محاسباتی توجیه خواهد نمود. این نتیجه برای سایر مقادیر پارامتر K و تمام آرایش‌های ناهمگنی در همین نسبت زتاپتانسیل مشاهده شده است. در واقع در این نسبت خاص مقدار خطا مستقل از مقدار عددی پارامتر دیبای هوکل و نوع آرایش بار روی دیواره بوده و فقط به نسبت زتاپتانسیل‌ها بستگی دارد. به منظور مقایسه کمی نتایج، جدول ۱ تهیه شده است که میزان خطای نسبی راندمان اختلاط یعنی $(\epsilon_{s,E.P.}-\epsilon_{s,H-S})/\epsilon_{s,E.P.}$ در آن قابل بررسی است. جدول ۱ عملکرد و میزان خطای مدل H-S را در یک مقدار ثابت K را نشان می‌دهد.

انتظار می‌رود که محدوده پارامتر دیبای-هوکل نیز یکی دیگر از عوامل

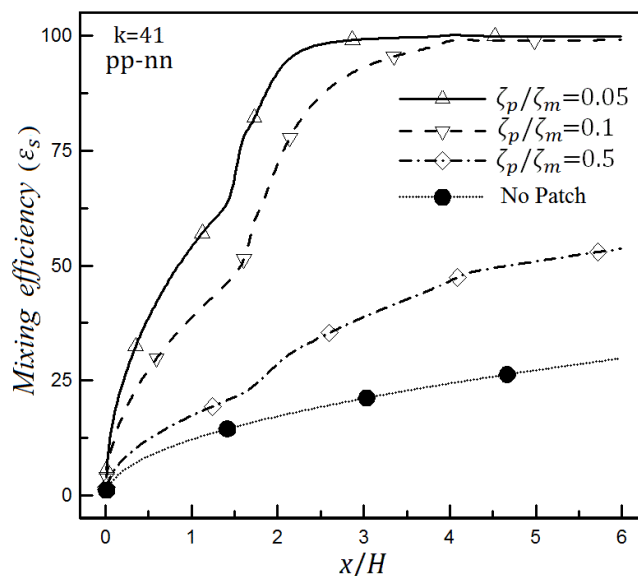


Fig. 10. Mixing efficiency along microchannel for case (pp-nn) at different values of ζ_p/ζ_m and $K=41$

شکل ۱۰: تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا به ازای زتاپتانسیل‌های مختلف نسبت به کانال همگن و برای آرایش (pp-nn) و ($K=41$)

طول باید در طراحی ریزمخلوط‌گر در نظر گرفته شود، که این مقدار به نسبت زتاپتانسیل‌ها و نحوه آرایش بارها وابسته است.

یکی دیگر از عواملی که در بحث اختلاط دارای اهمیت است، مقدار عدد رینولدز جریان می‌باشد. همانطور که در شکل ۱۱ قابل مشاهده است، هرچه میزان عدد رینولدز افزایش می‌یابد، مقدار اختلاط کم می‌شود. در واقع با افزایش سرعت متوسط سیال درون ریزمجرا، زمان حضور سیال و زمان اختلاط کاهش می‌یابد، بنابراین از میزان اختلاط کاسته می‌شود؛ یعنی اثری مشابه با افزایش نسبت زتاپتانسیل. از طرف دیگر افزایش عدد رینولدز موجب می‌شود که سیال با سرعت بیشتری درون ریزمجرا به حرکت در آید و همین امر سبب کاهش قدرت گردابه‌های ایجاد شده به وسیله بارهای ناهمگن می‌شود، کاهش قدرت گردابه‌ها که عامل اصلی افزایش اختلاط در ریزمخلوط‌گر غیرفعال هستند، کاهش راندمان اختلاط را در پی خواهد داشت. لذا علاوه بر نسبت زتاپتانسیل، مقدار پارامتر دیبای-هوکل، نحوه آرایش بارها و ناهمگنی‌ها روی دیواره، باید به میزان رینولدز جریان نیز توجه داشت، چراکه با توجه به یافته‌های اخیر بیشترین اختلاط زمانی خواهد بود که نسبت زتاپتانسیل ناهمگنی‌ها کم، میزان نامتقارنی بار زیاد و میزان رینولدز جریان کم باشد.

۵-۲- نتایج مربوط به میزان دقت مدل هلمهولتز-اسمولوکوفسکی در مقایسه با مدل حل ارنست-پلانک

در این بخش به بررسی پارامترهای موثر بر میزان خطای تقریبی H-S پرداخته می‌شود. در شکل ۱۲ مقادیر راندمان اختلاط برای آرایش نوع (np-pn) و برای $K=41$ برای چند مقدار متفاوت ζ_p/ζ_m نشان داده شده

جدول ۲: درصد تغییرات خطای راندمان اختلاط برای آرایش (np-pn) در مقادیر مختلف پارامتر دیبای هوکل و به ازای نسبت زتاپتانسیل‌های متفاوت

Table 2. Variation of mixing efficiency error for (np-pn) pattern and different values of Debye-Huckel parameter per different zeta-potentials ratio

$K=\xi 1$	$K=31$	$K=21$	$K=11$	نسبت زتاپتانسیل
.	.	.	.	$\zeta_p/\zeta_m=0.05$
0.05	0.09	0.16	0.34	$\zeta_p/\zeta_m=0.1$
1/55	3/67	6/93	12/10	$\zeta_p/\zeta_m=0.5$

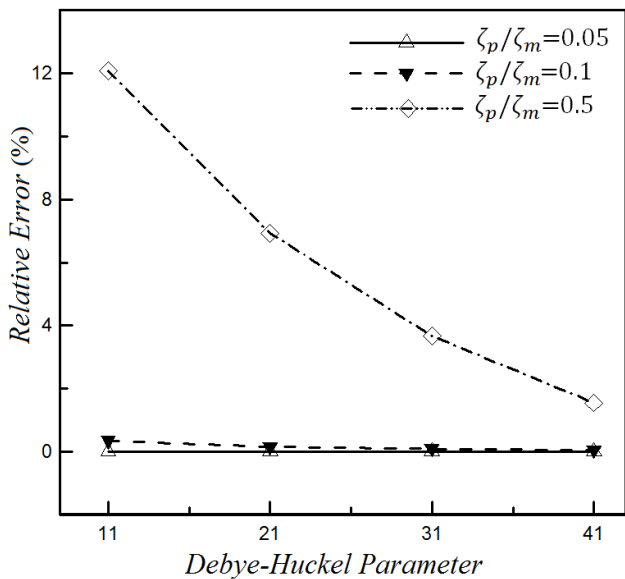


Fig. 13. Relative errors of mixing efficiency in terms of Debye-Huckel parameter at different zeta-potential ratios for case (np-pn)

شکل ۱۳: تغییرات خطای راندمان اختلاط برای آرایش (np-pn) در مقادیر مختلف پارامتر دیبای هوکل و به ازای نسبت زتاپتانسیل‌های متفاوت

مقدار خطا نسبی حدود ۱۰/۵ درصد افزایش یافته است.

بنابراین بررسی عملکرد مدل H-S در مقادیر مختلف K نشان می‌دهد که با کاهش میزان K ، خطای ناشی از مدل‌سازی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی برای محاسبه راندمان اختلاط بیشتر می‌گردد. لذا با کاهش پارامتر دیبای - هوکل و همچنین با افزایش نسبت زتاپتانسیل اختلاف بین نتایج حل معادلات ارنست-پلانک و مدل هلمهولتز-اسمولوکوفسکی برای محاسبه راندمان اختلاط افزایش می‌یابد. افزایش خطای دو مدل ناشی از کاهش پارامتر دیبای- هوکل از آن جهت بود که در مدل هلمهولتز از لایه دوگانه الکتریکی صرف‌نظر می‌شود، در حالی‌که ضخامت این لایه رابطه معکوسی با پارامتر مذکور دارد، به طوری که هرچه مقدار این پارامتر کمتر می‌گردد، لایه دوگانه الکتریکی ضخیمتر می‌شود، از طرف دیگر مقدار زتاپتانسیل دیواره نیز به طور مستقیم بر مقدار ضخامت لایه دوگانه الکتریکی تاثیر می‌گذارد و در نتیجه در مدل تقریبی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی از ناحیه بزرگتری نسبت به حل کامل معادلات ارنست-پلانک، صرف‌نظر می‌شود.

موثر در خطا مدل تقریبی باشد. نتایجی که تاکنون ارائه شده، به ازای $K=41$ برای پارامتر بی بعد دیبای - هوکل به دست آمده است.

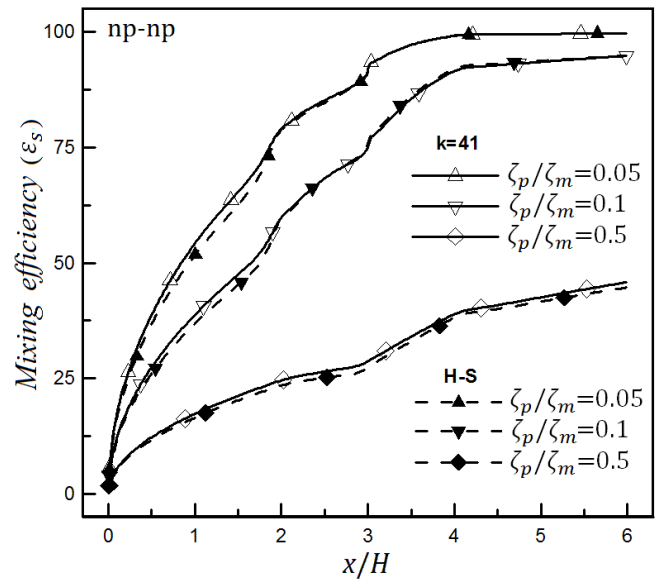


Fig. 12. Axial variations of the mixing efficiencies; Nernst-Planck solution and H-S approximate model at different zeta-potential ratios for the case (np-np) with $K=41$

شکل ۱۲: میزان راندمان اختلاط حاصل از حل کامل و حل تقریبی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی برای آرایش (np-np) در مقادیر متفاوت ζ_p/ζ_m و $(K=41)$

جدول ۱: میزان راندمان اختلاط حاصل از حل کامل $\epsilon_{m,E.P.}$ و حل هلمهولتز-اسمولوکوفسکی $\epsilon_{m,H-S}$ برای آرایش (np-np) در مقادیر متفاوت ζ_p/ζ_m و $(K=41)$

Table 1. Mixing efficiency value of Full E.O. solution and H-S solution for (np-np) pattern for different zeta-potential ratio and $K=41$

نسبت زتاپتانسیل	شبه سازی کامل	مدل تقریبی	خطا (%)
$\zeta_p/\zeta_m=0.05$	۹۹/۷۳	۹۹/۷۳	.
$\zeta_p/\zeta_m=0.1$	۹۴/۹۱	۹۴/۸۳	0.08
$\zeta_p/\zeta_m=0.5$	۴۵/۸۳	۴۴/۶۷	2/53

برای تعیین اثر این پارامتر بر عملکرد مدل H-S جدول ۲ تهیه شده است. در این جدول میزان خطای مدل H-S به ازای مقادیر مختلف K برای آرایش خاص (np-pn) و به ازای نسبت‌های زتاپتانسیل مختلف محاسبه شده است. مشاهده می‌شود که با کاهش میزان K ، خطای ناشی از مدل‌سازی هلمهولتز-اسمولوکوفسکی برای محاسبه راندمان اختلاط بیشتر می‌گردد. برای درک بهتر از جدول ۲ داده‌های مربوطه در شکل ۱۳ رسم شده است. نمودار رسم‌شده گویای این مطلب است که خطای مدل H-S با کاهش K افزایش می‌یابد. به علاوه هر چقدر میزان نسبت زتاپتانسیل افزایش می‌یابد، مقدار خطا نیز زیاد می‌شود. برای مثال در نسبت $\zeta_p/\zeta_m=0.1$ با کاهش K از ۴۱ به ۱۱ مقدار خطا نسبی حدود ۰/۲۹ درصد افزایش می‌یابد اما در نسبت $\zeta_p/\zeta_m=0.5$ برای همین وضعیت مشابه یعنی با کاهش K از ۴۱ به ۱۱

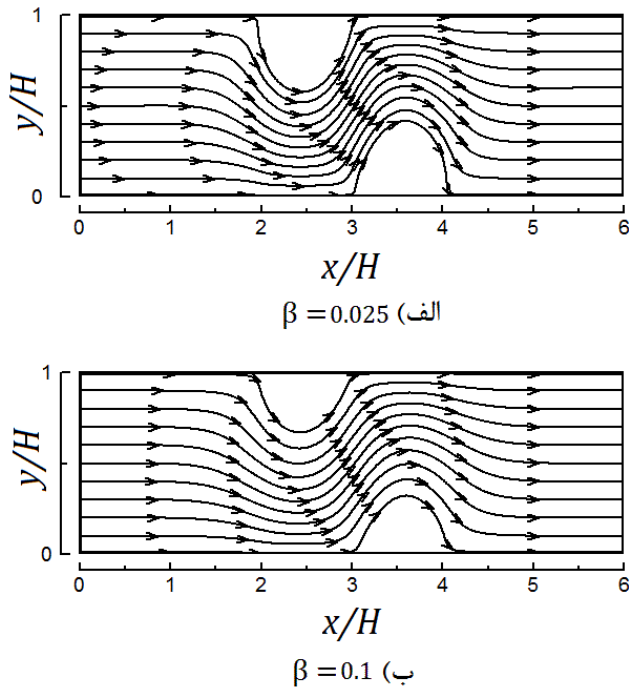


Fig. 15. Streamline for heterogeneous microchannel for case (np-pn) charge pattern: a) $\beta=0.025$ and b) $\beta=0.1$

شکل ۱۵: خطوط جریان برای ریزمجرای ناهمگن با الگوی بار (np-pn) به ازای دو ضریب لغزش ۰/۲۵ و ۰/۱

کلی تغییرات راندمان در طول ریزمجرا مشابه با حالت بدون لغزش است و فقط میزان اندازه آن متفاوت است. بررسی راندمان در سایر مقادیر لغزش نشان می‌دهد که در ضرایب لغزش بزرگتر، میزان راندمان اختلاط کاهش بیشتری را تجربه می‌کند. این مطلب در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود که در آن ضریب لغزش ۰/۱ برای سطح در نظر گرفته شده است.

و این سبب افزایش خطای دو مدل می‌شود. لذا باید توجه داشت که علاوه بر در نظر گرفتن میزان زتا پتانسیل ناهمگنی‌ها، باید به پارامتر دیبای-هوکل نیز توجه نمود، چراکه به عنوان مثال خطای حاصل از مدل تقریبی و مدل کامل به ازای یک مقدار کوچک از K و یک نسبت بالا از ϵ_p/ϵ_m ، مقدار قابل توجهی (در جدول ۲ این مقدار ۱۲ درصد بود) خواهد بود. این خطا می‌تواند در بررسی و مقایسه عملکرد ریزمخلوط‌گرهای مختلف منجر به نتایج نادرست گردد. نتایج مشابهی نیز توسط معیار غلظت در این زمینه گزارش شده که در آنجا حداکثر خطای مشاهده شده برابر ۴ درصد بوده که صحت این تحلیل را تایید می‌نماید [۱۶].

۵-۳- اثر آب‌گریزی سطوح

برای مطالعه اثر آب‌گریزی سطوح بر اختلاط، شرط لغزش سیال به صورت شرط مرزی $u=\beta du/dy$ روی دیواره‌ها اعمال شده است. شکل ۱۴ تغییرات راندمان اختلاطی را به ازای ضرایب لغزش مختلف برای آرایش (np-np) نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود که به ازای افزایش ضریب لغزش، راندمان اختلاط کاهش می‌یابد. این موضوع صحیح است چراکه افزایش β به معنای تسهیل در عبور جریان از ریزمجرا است یا به عبارت دیگر اثر پمپاژ بر اثر اختلاطی غالب است. بررسی میدان جریان آرایش (np-pn) در دو ضریب لغزش مختلف این موضوع را تایید می‌کند؛ با کاهش قدرت گردابه‌ها در اعداد لغزش بالا، راندمان اختلاطی نیز کاهش می‌یابد (شکل ۱۵).

شکل ۱۶ تغییرات راندمان اختلاطی را به ازای ضریب لغزش ۰/۲۵ و اعداد رینولدز مختلف توسط معیار انتروپی اختلاط نشان می‌دهد. از این شکل دیده می‌شود که وجود لغزش در هر عدد رینولدز باعث کاهش مقدار راندمان اختلاط در مقایسه با زمانی می‌شود که لغزش وجود ندارد. در این حالت روند

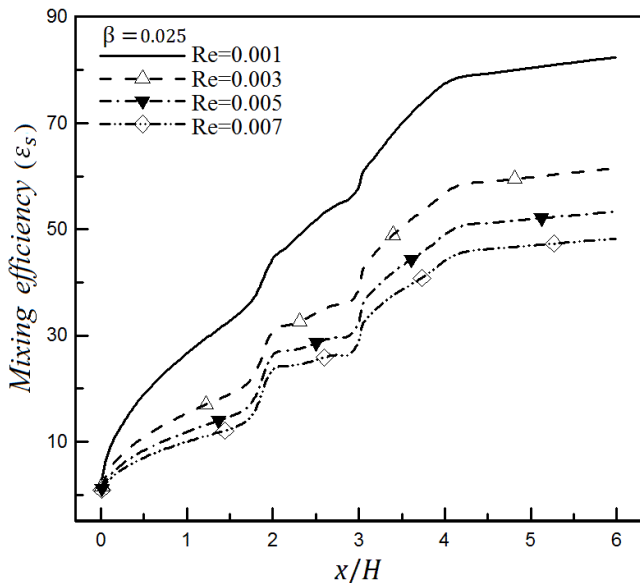


Fig. 16. Axial variations of mixing efficiencies along for different Reynolds numbers for (np-np) arrangement with $\beta=0.025$

شکل ۱۶: تغییرات راندمان اختلاط به ازای ضریب لغزش ۰/۲۵ و اعداد رینولدز مختلف برای آرایش (np-np)

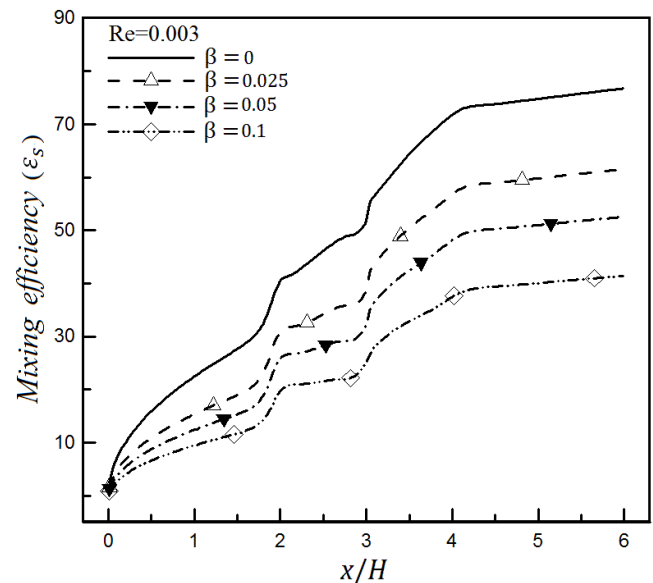


Fig. 14. Axial variations of the mixing efficiencies at different slip coefficients for case (np-pn) charge pattern and $Re=0.003$

شکل ۱۴: تغییرات راندمان اختلاط به ازای ضرایب لغزش مختلف برای آرایش (np-np) و $Re=0.003$

خواهد یافت و حتی مقدار آن از کانال‌های ناهمگن با لغزش کمتر می‌شود. این مطلب کاملاً متفاوت با حالت قبل (شکل ۱۸) است که در آنجا حتی نسبت به کانال با تکه ناهمگنی روی دیواره و با ضریب لغزش راندمان اختلاطی بیشتری دارد.

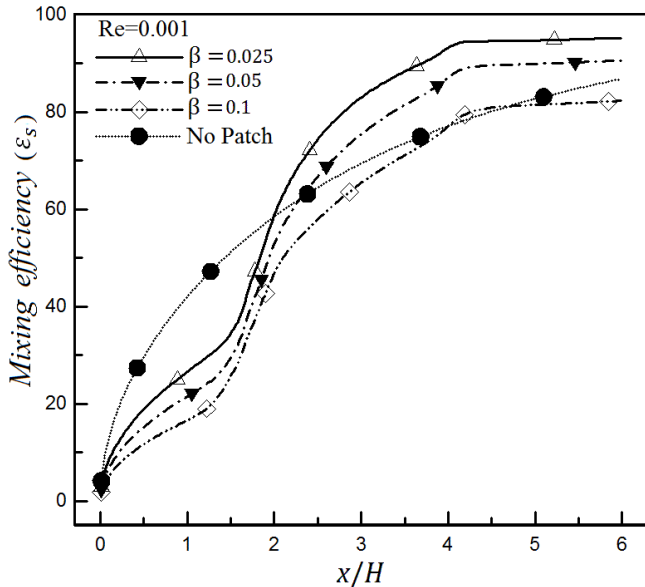


Fig. 18. Comparison of the mixing efficiencies of heterogeneous with homogeneous microchannel for the case (pp-nn) at $Re=0.001$, $\zeta_p/\zeta_m=0.1$ and different slip coefficients

شکل ۱۸: تغییرات راندمان اختلاطی ریزمجرای ناهمگن با آرایش (pp-nn) به ازای ضرایب لغزش مختلف و $Re=+/-0.001$ و مقایسه آن با کانال همگن

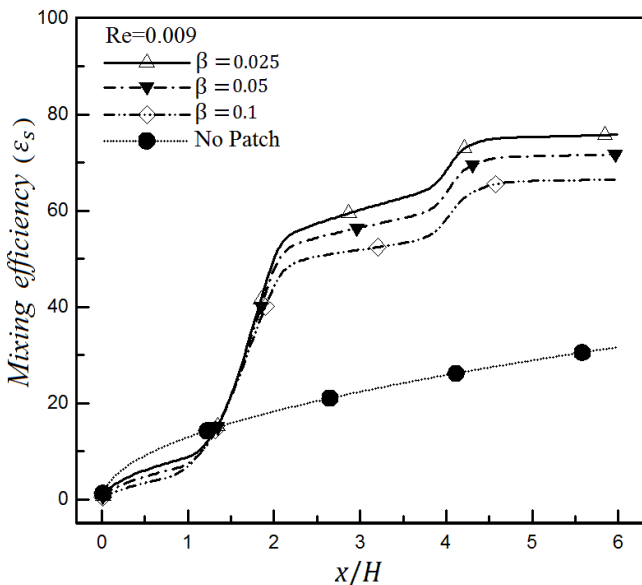


Fig. 19. Comparison of the mixing efficiencies of heterogeneous with homogeneous microchannel for the case (pp-nn) at $Re=0.009$, $\zeta_p/\zeta_m=0.1$ and different slip coefficients

شکل ۱۹: تغییرات راندمان اختلاطی ریزمجرای ناهمگن با آرایش (pp-nn) به ازای ضرایب لغزش مختلف و $Re=+/-0.009$ و مقایسه آن با کانال همگن

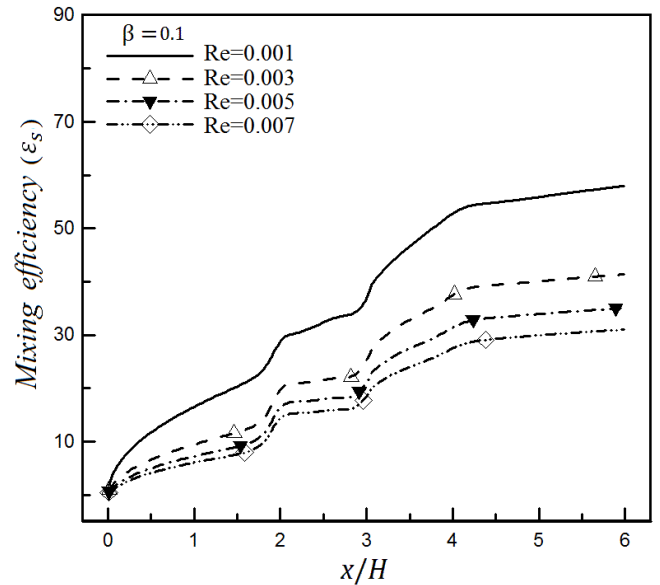


Fig. 17. Axial variations of mixing efficiencies along for different Reynolds numbers for (np-np) arrangement with $\beta=0.1$

شکل ۱۷: تغییرات راندمان اختلاطی به ازای ضریب لغزش $+/-0.1$ و اعداد رینولدز مختلف توسط معیار انتروپی اختلاطی و برای آرایش (np-np)

مقایسه شکل ۱۶ و ۱۷ نشان می‌دهد که برای رینولدز $+/-0.001$ با افزایش ضریب لغزش از $+/-0.25$ به $+/-0.1$ (یعنی با ۴ برابر شدن) میزان راندمان اختلاطی از $82/4\%$ به 58% تقلیل می‌یابد (یعنی حدود 25% کاهش) که برای راندمان اختلاطی کاملاً قابل توجه است.

در شکل ۱۸ تغییرات راندمان اختلاطی ریزمجرای ناهمگن با آرایش (pp-nn) به ازای ضرایب لغزش مختلف در یک عدد رینولدز رسم شده و با کانال همگن مقایسه گردیده است. برای آرایش نشان داده شده با $Re=+/-0.001$ در شکل ۱۸ دیده می‌شود که با افزایش ضریب لغزش همواره راندمان اختلاطی کاهش می‌یابد. در این حالت مقادیر راندمان چندان با کانال همگن تفاوتی نمی‌کند و مقادیر راندمان در خروجی کانال در محدوده 82% تا 95% است. مقدار راندمان کانال همگن در خروجی نیز در همین محدوده و تقریباً 87% است.

خواهیم دید که با افزایش عدد رینولدز این وضع استمرار نخواهد داشت. نمودار مربوط به شکل ۱۹ برای همان شرایط شکل ۱۸ رسم شده است جز اینکه عدد $Re=+/-0.009$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۹ مقادیر راندمان اختلاطی برای کانال‌های ناهمگن در خروجی در محدوده 66% تا 76% است و مقدار راندمان کانال همگن حدود $31/6\%$ است.

یعنی برای ضریب لغزش $+/-0.25$ با ۹ برابر شدن عدد رینولدز افزایش راندمان اختلاطی حداکثر برابر ۲۰ درصد بوده است در حالیکه طبق شکل‌های ۱۶ و ۱۷ مشاهده می‌شود که با ۴ برابر شدن ضریب لغزش افزایش ۲۵ درصدی برای راندمان اختلاطی حاصل می‌شود؛ لذا نتیجه می‌گیریم که اختلاطی کانال‌های ناهمگن بیشتر متاثر از تغییر مقدار لغزش است تا تغییر عدد رینولدز. اما اختلاطی کانال همگن شدیداً متاثر از عدد رینولدز می‌باشد، طوریکه با افزایش رینولدز، راندمان اختلاطی این نوع کانال به شدت کاهش

فهرست علائم

C	غلظت، mol/m^3
D	ضریب پخش مولکولی، m^2/s
e	بار پایه الکترون، C
E	شدت میدان الکتریکی، V/m
E_{ext}	شدت میدان الکتریکی اعمالی، V/m
H	عرض مجرا، m
K	پارامتر بی بعد دیبای-هوکل
K_b	ثابت بولتزمن، J/K
L	طول مجرا، m
n_0	غلظت عددی یونی در محلول یکنواخت، ions/m^3
P	فشار، kg/m.s^2
Re	عدد رینولدز
S_{mix}	انتروپی اختلاط، mol/m^3
Sc	عدد اشمیت
T	دمای مطلق الکترولیت، K
u_s	سرعت لغزشی روی دیواره، m/s
\vec{V}	بردار سرعت، m/s
Z	عدد والانس الکترولیت متقارن
علائم یونانی	
β	ضریب لغزش
ϵ_s	راندمان انتروپی اختلاط
ϵ	ضریب گذردهی الکترولیت، C/V
λ	ضخامت مشخصه لایه دو گانه الکتریکی، m
μ	لزجت دینامیکی، kg/m.s
ζ	زتا پتانسیل، V
ρ_e	چگالی خالص بارهای الکتریکی، C/m^3
ϕ	میدان الکتریکی خارجی، V
ψ	میدان الکتریکی ناشی از لایه دو گانه الکتریکی، V
بالانویس	
+/-	یون مثبت و منفی
پایین نویس	
ext	خارجی
In	ابتدا
inlet	ورودی
mid	وسط

نتیجه دیگر آن که در اعداد رینولدز پایین، تاثیر تغییر مقدار لغزش در کانال‌های ناهمگن، خود را به مقدار بیشتری نشان خواهد داد. مثلا در شکل ۱۸ زمانی که ضریب لغزش از ۰/۰۲۵ تا ۰/۱ تغییر می‌کند، مقدار راندمان ۱۳ درصد کاهش یافته ولی این مقدار برای حالت مشابه در شکل ۱۹ حدود ۱۰ درصد بوده است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله با معرفی معیاری مناسب، اختلاط جریان در ریزمجراهای الکترواسموتیکی تحلیل شد و پارامترهای اساسی جهت بررسی میزان اختلاط معرفی گردید. مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که با استفاده از جریان الکترواسموتیک در یک ریزمجرا و تنظیم مناسب تکه‌های ناهمگنی بار، به سادگی می‌توان یک ریزمخلوگر الکترواسموتیکی با اختلاط قابل کنترل طراحی نمود. رفتار چنین ریزمخلوط‌گرهایی تحت تاثیر نحوه آرایش بار الکتریکی ناهمگن، مقدار زتا پتانسیل روی دیواره، مقدار ضخامت لایه دوگانه الکتریکی، مقدار عدد رینولدز و ضریب لغزش می‌باشد. مدل سازی اختلاط الکتروکنتیکی می‌تواند با کمک مدل تقریبی H-S و یا از طریق حل کامل معادلات دقیق ارنست - پلانک انجام گردد که دارای دشواری زیادی در حل عددی هستند. در این بررسی نشان داده شد که با کاهش K و نیز با افزایش میزان زتا پتانسیل دیواره میزان خطای مربوط به مدل هلمهولتز در مقایسه با حل ارنست- پلانک افزایش می‌یابد. نتایج عددی نشان می‌دهد که در محدوده $21 < K$ و $\zeta_p/\zeta_m = 0/10$ خطای مدل H-S در محاسبه راندمان اختلاط کمتر از ۰/۵ درصد است و در خارج این محدوده برای $K=11$ و $\zeta_p/\zeta_m = 0/05$ مقدار خطا به ۱۲ درصد می‌رسد که این میزان خطا ممکن است منجر به تفسیر نادرست از عملکرد ریزمخلوط‌گر گردد. بنابراین استفاده از مدل H-S برای این حالات توصیه نمی‌شود. همچنین نتیجه گردید که هرچه میزان عدم تقارن بار بیشتر باشد، عملکرد اختلاطی ریزمخلوط‌گر افزایش می‌یابد و لذا جهت رسیدن به میزان اختلاط مشخص، طول کمتری نیاز خواهد بود؛ این موضوع در طراحی ریزمخلوط‌گرها حائز اهمیت است. همچنین مشاهده شد در کانال‌های ناهمگن تغییر راندمان اختلاطی بیشتر تحت تاثیر ضریب لغزش می‌باشد تا تغییر عدد رینولدز، به طوری که در اعداد رینولدز مختلف، به ازای یک ضریب لغزش یکسان، راندمان اختلاط تغییرات ناچیزی دارد. نکته جالب در مورد وجود لغزش که مشاهده شده این است که در اعداد رینولدز کم، راندمان اختلاطی کانال ناهمگن با سطوح دارای لغزش حتی کمتر از کانال همگن خواهد بود، ولی برعکس در اعداد رینولدز بالا، وجود یک ضریب لغزش روی دیواره کانال ناهمگن، نتایج و راندمان اختلاطی به مراتب بالاتری نسبت به کانال همگن ایجاد خواهد نمود. تحلیل‌های دوبعدی انجام شده در این مقاله می‌تواند به عنوان ابزاری برای طراحی و مدل‌سازی ریزمخلوط‌گرهای سه‌بعدی مورد استفاده قرار گیرد.

microchannels, *Journal Of Computational And Applied Research In Mechanical Engineering*, 3(1) (2013) 41-52.

بار منفی روی قطعه	n
انتها	out
بار مثبت روی قطعه	p
مرجع	ref
لغزش	S

- [12] J. Jamaati, A.R. Farahinia, H. Niazmand, Mixing Investigation In Combined Electroosmotic/Pressure-driven Micromixers With Heterogeneous Wall Charges, *Modares Mechanical Engineering*, 15(7) (2015) 297-306.
- [13] S. Bhattacharyya, S. Bera, Nonlinear Electroosmosis Pressure-Driven Flow in a Wide Microchannel With Patchwise Surface Heterogeneity, *Journal of Fluids Engineering*, 135(2) (2013) 021303.
- [14] S. Bhattacharyya, S. Bera, Combined electroosmosis-pressure driven flow and mixing in a microchannel with surface heterogeneity, *Applied Mathematical Modelling*, 39 (15) (2015) 4337-4350.
- [15] J. Jamaati, A.R. Farahinia, H. Niazmand, Numerical Investigate of Electroosmotic Flow in Heterogeneous Microchannels, *Modares Mechanical Engineering*, 15(3) (2015) 260-270.
- [16] J. Jamaati, A.R. Farahinia, H. Niazmand, Investigation of Mixing in Electroosmotic Micromixers using Nernst-Planck Equations, *Modares Mechanical Engineering*, 15(4) (2015) 203-213.
- [17] J.T. Cheng, N. Giordano, Fluid flow through nanometer-scale channels, *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 65 (3) (2002) 0312061-0312065.
- [18] J.K. Holt, H.G. Park, Y. Wang, M. Stadermann, A.B. Artyukhin, C.P. Grigoropoulos, A. Noy, O. Bakajin, Fast mass transport through sub-2-nanometer carbon nanotubes, *Science*, 312 (5776) (2006) 1034-1037.
- [19] M. Majumder, N. Chopra, R. Andrews, B.J. Hinds, Nanoscale hydrodynamics: Enhanced flow in carbon nanotubes, *Nature*, 438 (7064) (2005) 44.
- [20] D.C. Tretheway, C.D. Meinhart, A generating mechanism for apparent fluid slip in hydrophobic microchannels, *Physics of Fluids*, 16 (5) (2004) 1509-1515.
- [21] Y. Zhu, S. Granick, Rate-dependent slip of Newtonian liquid at smooth surfaces, *Physical Review Letters*, 87 (9) (2001) 961051-961054.
- [22] C. Neto, D.R. Evans, E. Bonaccorso, H.J. Butt, V.S.J. Craig, Boundary slip in Newtonian liquids: A review of experimental studies, *Reports on Progress in Physics*, 68 (12) (2005) 2859-2897.
- [23] J.W.G. Tyrrell, P. Attard, Images of nanobubbles on hydrophobic surfaces and their interactions, *Physical Review Letters*, 87 (17) (2001) 1761041-1761044.
- [24] L. Joly, C. Ybert, E. Trizac, L. Bocquet, Liquid friction on charged surfaces: From hydrodynamic slippage to

منابع

- [1] L.M. Fu, R.J. Yang, G.B. Lee, H.H. Liu, Electrokinetic injection techniques in microfluidic chips, *Analytical chemistry*, 74(19) (2002) 5084-5091.
- [2] V.E. Papadopoulos, I.N. Kefala, G. Kaprou, G. Kokkoris, D. Moschou, G. Papadakis, E. Gizeli, A. Tserepi, A passive micromixer for enzymatic digestion of DNA, *Microelectronic Engineering*, 124 (2014) 42-46.
- [3] A. Ahmadian Yazdi, A. Sadeghi, M.H. Saidi, Electrokinetic mixing at high zeta potentials: Ionic size effects on cross stream diffusion, *Journal of Colloid and Interface Science*, 442 (2015) 8-14.
- [4] A. Alizadeh, L. Zhang, M. Wang, Mixing enhancement of low-Reynolds electro-osmotic flows in microchannels with temperature-patterned walls, *Journal of Colloid and Interface Science*, 431 (2014) 50-63.
- [5] S. Ebrahimi, A. Hasanzadeh-Barforoushi, A. Nejat, F. Kowsary, Numerical study of mixing and heat transfer in mixed electroosmotic/pressure driven flow through T-shaped microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 75 (2014) 565-580.
- [6] R. Peng, D. Li, Effects of ionic concentration gradient on electroosmotic flow mixing in a microchannel, *Journal of Colloid and Interface Science*, 440 (2015) 126-132.
- [7] S. Bera, S. Bhattacharyya, On mixed electroosmotic-pressure driven flow and mass transport in microchannels, *International Journal of Engineering Science*, 62 (2013) 165-176.
- [8] A.K. Nayak, Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 75 (2014) 135-144.
- [9] Y.Y. Liang, G.A. Fimbres Weihs, D.E. Wiley, Approximation for modelling electro-osmotic mixing in the boundary layer of membrane systems, *Journal of Membrane Science*, 450 (2014) 18-27.
- [10] C.O. Ng, C. Qi, Electroosmotic flow of a power-law fluid in a non-uniform microchannel, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 208-209 (2014) 118-125.
- [11] J. Jamaati, H. Niazmand, M. Rensizbulut, Investigation of electrokinetic mixing in 3D non-homogenous

- of Dean Flow Micromixer, in: *Proceeding of COMSOL Conference*, Boston, 2013.
- [35] F.M. Mastrangelo, F. Pennella, F. Consolo, M. Rasponi, A. Redaelli, F.M. Montevocchi, U. Morbiducci, Micromixing and Microchannel Design: Vortex Shape and Entropy, in: *2nd Micro and Nano Flows Conference*, West London, 2009.
- [36] G. Zongyu, J.J. Chen, An analysis of the entropy of mixing for granular materials, *Powder Technology*, 266 (2014) 90-95.
- [37] M. Wang, J. Wang, S. Chen, N. Pan, Electrokinetic pumping effects of charged porous media in microchannels using the lattice Poisson-Boltzmann method, *J. Colloid Interface Sci.*, 304(1) (2006) 246-253.
- [38] J.H. Masliyah, *Electrokinetik transport phenomena*, Alberta Oil Sands Technology and Research Authority, Canada, 1994.
- [39] E.B. Cummings, S.K. Griffiths, R.H. Nilson, P.H. Paul, Conditions for similitude between the fluid velocity and electric field in electroosmotic flow, *Analytical chemistry*, 72(11) (2000) 2526-2532.
- [40] J.G. Santiago, Electroosmotic Flows in Microchannels with Finite Inertial and Pressure Forces, *Analytical chemistry*, 73(10) (2001) 2353-2365.
- [41] C.E. Shannon, A mathematical theory of communication, *Bell Syst. Technol. J.*, 27 (1948) 379-423, 623-656.
- [42] W. Weaver, C.E. Shannon, *The Mathematical Theory of Communication*, University of Illinois Press, United State of America, 1963.
- [43] R.J. Hunter, *Zeta Potential in Colloid Science*, Academic Press, United State of America, 1981.
- [44] S.A. Mirbozorgi, H. Niazmand, M. Renksizbulut, Electro-Osmotic Flow in Reservoir-Connected Flat Microchannels With Non-Uniform Zeta Potential, *Journal of Fluids Engineering*, 128(6) (2006) 1133-1143.
- electrokinetics, *Journal of Chemical Physics*, 125 (20) (2006) 204716
- [25] Y. Ren, D. Stein, Slip-enhanced electrokinetic energy conversion in nanofluidic channels, *Nanotechnology*, 19 (19) (2008) 195707.
- [26] C.I. Bouzigues, P. Tabeling, L. Bocquet, Nanofluidics in the debye layer at hydrophilic and hydrophobic surfaces, *Physical Review Letters*, 101 (11) (2008) 114503.
- [27] S. Chakraborty, Generalization of interfacial electrohydrodynamics in the presence of hydrophobic interactions in narrow fluidic confinements, *Physical Review Letters*, 100 (9) (2008) 097801.
- [28] J. Yang, D.Y. Kwok, Effect of liquid slip in electrokinetic parallel-plate microchannel flow, *Journal of Colloid and Interface Science*, 260 (1) (2003) 225-233.
- [29] H.M. Park, Y.J. Choi, A method for simultaneous estimation of inhomogeneous zeta potential and slip coefficient in microchannels, *Analytical Chimica. Acta.*, 616 (2) (2008) 160-169.
- [30] H.M. Park, T.W. Kim, Simultaneous estimation of zeta potential and slip coefficient in hydrophobic microchannels, *Analytical Chimica. Acta.*, 593 (2) (2007) 171-177.
- [31] A. Alam, A. Afzal, K.Y. Kim, Mixing performance of a planar micromixer with circular obstructions in a curved microchannel, *Chemical Engineering Research and Design*, 92 (3) (2014) 423-434.
- [32] N. Solehati, J. Bae, A.P. Sasmito, Numerical investigation of mixing performance in microchannel T-junction with wavy structure, *Computers & Fluids*, 96 (2014) 10-19.
- [33] M.M. Afsari, *Joule heating effects in electroosmotic flow through microchannel*, Birjand University, Birjand, 2012.
- [34] P. Fodor, B. Vyhnalek, M. Kaufman, Entropic Evaluation

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. R. Farahinia, J. Jamaati, H. Niazmand, Study of Slip Effect on Electro-osmotic Micromixer Performance Based on Entropy Index, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(3) (2017) 535-548.
DOI: 10.22060/mej.2016.776

