نشريه مهندسي مكانيك اميركبير

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۴۹، شماره ۲، سال ۱۳۹۶، صفحات ۲۷۹ تا ۲۹۰ DOI: 10.22060/mej.2016.800

بهینهسازی الیاف پیزوالکتریک در پانل استوانهای هدفمند با لایههای پی.اف.آر.سی با روش الگوریتم ژنتیک

محمود شاکری*، سامان محمدنبی، سینا بهرامی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

چکیده: در این تحقیق به بهینهسازی الیاف پیزوالکتریک در پانل استوانهای هدفمند با لایههای کامپوزیتی از الیاف پیزوالکتریک به عنوان سنسور و محرک تحت تحریک الکتریکی و بار مکانیکی و شرایط تکیهگاهی ساده، گیردار، آزاد و ترکیب آنها پرداخته شده است. هدف، به دست آوردن درصد حجمی الیاف پیزوالکتریک در یک لایه پی.اف.آر.سی است به طوری که جابجایی شعاعی این لایه در راستای محیطی، معادل با لایه پیزوالکتریک باشد. به منظور بهینهسازی، الگوریتم ژنتیک به کار گرفته شده و مقدار پارامترهای مختلف الگوریتم با استفاده از روش میزانسازی پارامترها به دست آمده است. همچنین جهت صرفهجویی در وقت و اشغال کمتر حافظه، شبکههای عصبی مصنوعی، آموزش داده و به کار گرفته شدهاند. در پایان، نتایج برای تنش و جابجایی دو پانل با لایه پی.اف.آر.سی و پیزوالکتریک ارائه و مقایسه شده و تأثیر شرایط تکیهگاهی روی بهینهسازی و درصد مجمی به دست آمده، بررسی گردیده است. نتایج نشان میدهد که با ورود تکیهگاه گیردار به مسئله، افزایش بیشینه تنش فون

تاریخچه داوری: دریافت: ۲۰ اردیبهشت ۱۳۹۴ بازنگری: ۱۸ مهر ۱۳۹۴ پذیرش: ۹ اسفند ۱۳۹۴ ارائه آنلاین: ۱۹ آبان ۱۳۹۵

کلمات کلیدی: پانل هدفمند کامپوزیت الیاف پیزوالکتریک المان محدود بهینهسازی الگوریتم ژنتیک شبکههای عصبی

۱- مقدمه

در طول یک و نیم دهه اخیر، حس گرها و عمل گرهای پیزوالکتریک به طور گسترده در سازههای هوشمند با وزن کم و برای کنترل آنها استفاده شده است. در میان مواد هوشمند گوناگون، پیزوسرامیکها به دلیل مقاومت و سختی بالا، امکان به کارگیری در دامنه گستردهای از فرکانسهای تحریک، تولید نیروهای بزرگ، پاسخ سریع، عدم حساسیت به میدان مغناطیسی و دقت بسیار زیاد مورد توجه بیشتری قرار گرفتهاند. هر چند این مزایا باعث شده تا این مواد بیشتر از سایر مواد هوشمند مورد استفاده قرار گیرند اما معایبی نیز دارند. از جمله این معایب، میتوان به ترد و شکنندهبودن پیزوسرامیکها اشاره کرد؛ به این دلیل هنگام استفاده در حین فرآیند نصب و به کارگیری، امکان به وجود آمدن ترک وجود دارد. از طرف دیگر این مواد با سازههای منحنی شکل مانند پوستههای استوانهای و پانلها سازگار نیستند و همچنین نصب پیزوسرامیکها بر روی سازهها موجب تحمیل وزن اضافهای بر سیستم میشود.

به منظور بهبود ضعفهای بالا، از مواد مرکب تقویتشده با رشتههای پیزوالکتریک^۱ استفاده میشود که در آن رشتههای پیزوسرامیک در ماتریسی از مواد پلیمری قرار می گیرند. بدین ترتیب نقاط ضعف یاد شده بهبود مییابد.

علاوه بر آن، طبیعت انعطافپذیر فاز پلیمری این مواد، امکان نصب راحت ر چنین عمل گرها و حس گرهایی را بر سازههای دارای انحنا، فراهم مینماید.

در بهینهسازی الیاف پیزوالکتریک در پانل استوانهای هدفمند، مسئله بهینهسازی را میتوان به صورت یافتن بهترین کسر حجمی الیاف در لایه پی.اف.آر.سی تعریف کرد. این مسئله، با مشکلات متعددی همراه است. یکی از این مشکلات عدم وجود رابطه تحلیلی دقیق بین توابع هدف (جابجایی شعاعی، تنش و غیره) و متغیرهای طراحی (کسر حجمی) میباشد که باعث میشود استفاده از روشهای بهینهسازی گرادیانی که نیاز به تابع و مشتقات آن را دارند غیرممکن باشد. به همین دلیل الگوریتم ژنتیک به عنوان روش بهینهسازی انتخاب شده است.

در سالهای گذشته در زمینه اثر پیزوالکتریسیته، مواد هدفمند همراه با استفاده از پیزوالکتریکها و همچنین مواد مرکب تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک تحقیقات چشم گیری انجام شده است؛ در ادامه بخشی از این کارها مرور شده است.

بهرامی و همکاران [۱] برای یک پانل استوانهای هدفمند با لایههای پی.اف.آر.سی تحت بار دینامیکی و تحریک الکتریکی، تحلیل پیزوالاستیسیته سه بعدی ارائه کردند. بنا بر فرض، خواص ماده هدفمند از قانون توانی پیروی کرده و همچنین خواص موثر کامپوزیت پیزوالکتریک از خواص اجزای آن بر اساس فرضیات میدان یکنواخت به دست آمده است. معادلات دیفرانسیل

¹ Piezoelectric Fiber Reinforced Composites (PFRC) shakeri@aut.ac.ir: نویسنده عهدهدار مکاتبات

جزئی شامل معادلات حرکت و معادله مکسول با روش المان محدود سه بعدی حل شده است. شاکری و همکاران [۲] در مقالهای به تحلیل دینامیکی پانل چندلایه با لایههای پیزوالکتریک با روش الاستیسیته سه بعدی پرداختهاند. در این تحقیق با فرض شرایط تکیهگاهی ساده، لایههای ارتوتروپ و طول بینهایت پانل، تحریک دینامیکی حل الاستیسیته ارائه شده است. معادلات جفتشده الکترومکانیکی به کمک توابع مثلثاتی از معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شدهاند و با روش المان محدود حلی پس کمانش ورق هدفمند با کامپوزیت تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک را که یک ورق مستطیلی هدفمند با کامپوزیت تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک را که انجام شده و از تئوری تنییر شکل برشی مرتبه بالا استفاده شده است. حل یا محرک به صورت دینامیکی تحت بارگذاری حرارتی – الکتریکی – مکانیکی انجام شده و از تئوری تنییر شکل برشی مرتبه بالا استفاده شده است. حل با روش المان محدود انجام گرفته و نقصهای هندسی ورق و تأثیرات دما در خواص ماده در نظر گرفته شده است.

همچنین در خصوص تاریخچه مطالعات پیرامون روش الگوریتم ژنتیک می توان به موارد زیر اشاره کرد. لیو و همکاران [۴] برای طراحی لایهچینی لمینیتها از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. آنها در این مطالعه ضخامت لایهها را ثابت در نظر گرفتند. بار کمانش بیشینه از طریق جایگشت تعدادی از مقادیر مجاز برای زوایای الیاف به دست آمد. شاکری و همکاران [۵] برای بیشینه کردن فرکانس طبیعی لمینیت از الگوریتم ژنتیک استفاده کرده و برای محاسبه تابع هدف نیز المان محدود را به کار بردند. در این مطالعه متغیر طراحی، لایهچینی در نظر گرفته شد.

۲ – الگوريتم ژنتيک

الگوریتم ژنتیک یک روش بهینهسازی الهام گرفته از طبیعت جاندار است که روشی عمومی از روش های فرا ابتکاری میباشد. این الگوریتم مبتنی بر تکرار است و اصول اولیه آن از علم ژنتیک اقتباس شده است. به همین دلیل واژگان استفاده شده در این الگوریتمها از زیستشناسی گرفته شدهاند. علم ژنتیک، علمی است که درباره چگونگی توارث و انتقال صفحات شدهاند. علم ژنتیک، علمی است که درباره چگونگی توارث و انتقال صفحات بیولوژیکی از نسلی به نسل بعد صحبت میکند. عامل اصلی این انتقال گونهای است که در نهایت ژنها و گراه میباشد و نحوه عملکرد آنها به ژنهای ضعیفتر از بین میروند. در واقع قانون انتخاب طبیعی برای بقا بیان میدارد که هرچه امکان تطبیق موجود بیشتر باشد بقای موجود امکان پذیرتر است و احتمال تولید مثل بیشتری برایش وجود دارد. الگوریتم ژنتیک با است و احتمال تولید مثل بیشتری برایش وجود دارد. الگوریتم ژنتیک با ایجاد یک جمعیت شروع میشوند. این جمعیت به وسیله اعمال اپراتورهای ژنتیکی به سمت کروموزومهای بهتر تکامل مییابد. در این روش متغیرهای طراحی که تابع هدف را تعریف مینمایند، توسط یک سری از اعداد نشان

داده می شوند. در ابتدا، جمعیت اولیهای به طور کاملاً تصادفی از اعداد تولید می شود. در الگوریتم ژنتیک دو عمل گر اصلی مورد استفاده قرار می گیرد: تقاطع و جهش. این عمل گرها روی کروموزومهایی اعمال می شوند که در ابتدا به وسیله روشهای مختلف انتخاب، گزینش شدهاند. پس از اعمال عمل گرها، فرزندان، جایگزین کروموزومهای پدر و مادر که از آنها تولد یافتهاند می شوند و جمعیت جدید ایجاد می شود. این چرخه تا زمانی ادامه می یابد که معیار توقف بهینه سازی ارضا شود.

۳- شبکههای عصبی مصنوعی

شبکه عصبی مصنوعی، سیستمی است شامل تعدادی بلوکهای ساده، تابعی و غیر خطی به نام نورون که قادر به تعلیم دیدن برای بازتولید رفتار توابع پیچیده هستند. به دلیل غیر خطی بودن، شبکه عصبی مصنوعی می تواند هر نوع مسئله ای را که با سیستمهای خطی قابل حل نمی باشد حل کند و به دلیل توانایی یادگیری، میتواند همچون یک سیستم قابل انطباق و انعطاف عمل نماید [8]. شبکههای عصبی مصنوعی از خصوصیات فیزیکی مسئله تأثير نمی گیرند بلکه تنها با استفاده از نتیجههایی که قبلا از حل یک مسئله گرفته شده است عمل گرهای ریاضی خود را به گونهای تنظیم می کنند که قادر به بازتولید رابطه بین ورودی و خروجی تابع میباشند؛ به عبارت دیگر شبکه عصبی مصنوعی با استفاده از نتایج محدودی از یک تابع با تغییر عمل گرهای ریاضی خود آموزش می بیند و پس از این قادر به بازتولید رفتار تابع مىباشد. شكل ۱ نشاندهنده يك عمل گر رياضي منفرد يا نورون است. در این عمل گر ریاضی، ورودی p یک اسکالر است و در گذر از اولین اتصال عمل گر در مقدار وزن W ضرب می شود. مقدار W_p پس از جمع با جمله بایاس b، مقدار ورودی به تابع تبدیل f را ایجاد می کند. بایاس، وزنی است که خروجی و ورودی یک نورون را به هم جفت نمی کند اما با ضرب شدن در یک سیگنال واحد به نورون معرفی میشود. به این ترتیب خروجی نورون با رابطه (۱) تعريف مي شود.

$$a = f\left(Wp + b\right) \tag{1}$$



Fig. 1. Single input neuron a) with bias b)without bias شکل ۱: نورون با یک ورودی الف) بدون بایاس [۷]

پارامترهای W و b قابل تنظیم هستند و تابع تبدیل f نیز توسط طراح انتخاب می شود. یادگیری، به معنای تغییر این پارامترها به گونه ای است که رابطه بین ورودی و خروجی با تابع خاصی مطابقت نماید. شکل ۲ روند کلی استفاده از یک شبکه عصبی مصنوعی را نشان می دهد.



Fig. 2. An artificial neural networks chart شکل ۲: چارت یک شبکه عصبی مصنوعی

با اتمام مرحله آموزش، شبکه عصبی میتواند برای مدلسازی مورد استفاده قرار گیرد. نکته مهم تعداد لایهها میباشد؛ به طوری که در حل مسائل مهندسی شبکه نشانداده شده در شکل ۱ کفایت نمی کند. با اضافه کردن چند لایه میانی، شبکه توانایی تجزیه و تحلیلهای با درجه پیچیدگی بالاتر را خواهد داشت. فرآیندهای آموزش شبکه را میتوان به دو دسته کلی تقسیم کرد: ۱- آموزش با نظارت ۲- آموزش بدون نظارت. در این مقاله از آموزش با نظارت استفاده شده است.

٤- تحلیل پانل هدفمند با لایههای پی.اف.آر.سی

شماتیک مسئله به همراه پارامترهای هندسی، محل اعمال ولتاژ الکتریکی و لایه های تشکیل دهنده پانل در شکل ۳ نشان داده شدهاند. به منظور محاسبه خواص مؤثر لایه کامپوزیتی با الیاف پیزوالکتریک از خواص الیاف و ماتریس، مدلهای مختلفی وجود دارد. در این مقاله از مدل



Fig. 3. Geometrical parameters and the applied electrical voltage location شکل ۳: پارامترهای هندسی مسئله و محل اعمال ولتاژ الکتریکی

ارائه شده به وسیله کاپوریا و کوماری [۸] با اندکی تغییر استفاده شده است. در آن مدل از میدان الکتریکی در راستای عمود بر الیاف محوری و محیطی صرفنظر شده است و تنها میدان الکتریکی در راستای شعاعی اعمال شده است. اما در این مقاله، سادهسازی مذکور انجام نگرفته است. مدل ارائه شده یک مدل خطی میباشد؛ زیرا فرض بر این است که میدان الکتریکی و تنش ها کوچکاند. معادلات متشکله برای لایه پی.اف.آر.سی را میتوان به صورت یک ماتریس در رابطه (۲) نوشت.

$\int \sigma_1$		C_{11}	C_{12}	C_{13}	0	0	0	e_{11}	0	0	$\left \left[\varepsilon_1 \right] \right $	
σ_2		<i>c</i> ₁₂	$c_{22}^{}$	C_{23}	0	0	0	e_{12}	0	0	$ \mathcal{E}_2 $	
σ_3		<i>c</i> ₁₃	c_{23}	<i>c</i> ₃₃	0	0	0	e_{13}	0	0	$ \mathcal{E}_3 $	
τ ₂₃		0	0	0	C_{44}	0	0	0	0	0	γ_{23}	
$\{\tau_{13}\}$	} =	0	0	0	0	C 55	0	0	0	e_{35}	$\left\{ \gamma_{13} \right\}$	(٢)
<i>τ</i> ₁₂		0	0	0	0	0	C ₆₆	0	e_{26}	0	γ_{12}	()
D_1		<i>e</i> ₁₁	e_{12}	e_{13}	0	0	0	$\eta_{\scriptscriptstyle 11}$	0	0	$ E_1 $	
D_2		0	0	0	0	0	e_{26}	0	$\eta_{\scriptscriptstyle 22}$	0	$ E_2 $	
$\left[D_{3} \right]$	J	0	0	0	0	e_{35}	0	0	0	$\eta_{\scriptscriptstyle 33}$	$\left\lfloor E_3 \right\rfloor$	

در روش میدان یکنواخت، کرنشها و میدان الکتریکی دو فاز مختلف در راستای موازی با صفحه تماس آن دو، یکسان فرض می شوند. همچنین تنشهای صفحه تماس دو فاز و جابجایی الکتریکی در راستای عمود بر صفحه نیز در دو ماده برابر فرض می شوند.

۴- ۱ - استخراج معادلات المان محدود لايه پي.اف.أر.سي

در این بخش، با استفاده از روش المان محدود گلرکین و اعمال آن روی معادلات حرکت و معادله مکسول، معادلات جبری المان محدود برای مواد هدفمند و هوشمند به دست میآیند.

۴- ۱- ۱- معادلات دیفرانسیل حرکت

معادلات دیفرانسیل حرکت (معادلات تعادل) با فرض وجود نیروی اینرسی بر حسب تغییر مکانها و مؤلفههای تانسور تنش، در مختصات استوانهای، به صورت معادله (۳) است.

$$\frac{\partial \sigma_{r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{r} - \sigma_{\theta}}{r} = \rho \frac{\partial^{2} u_{r}}{\partial t^{2}}$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} = \rho \frac{\partial^{2} u_{\theta}}{\partial t^{2}} \qquad (\text{``)}$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \rho \frac{\partial^{2} u_{z}}{\partial t^{2}}$$

۴- ۱- ۲- معادله مکسول (تعادل بار الکتریکی)

در مواد پیزوالکتریک، میبایست معادله الکترواستاتیک مکسول نیز به همراه معادلات تعادل برقرار باشد.

$$\frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{D_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial D_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0$$
(*)

 $E_r = -\psi_r$

$$N_{6} = \frac{1}{8} (1+\zeta) (1+\zeta) (1-\mu)$$

$$N_{7} = \frac{1}{8} (1+\zeta) (1+\zeta) (1+\mu)$$

$$N_{8} = \frac{1}{8} (1+\zeta) (1-\zeta) (1+\mu)$$

$$N = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8\}$$

که در آن، *N* بردار تابع شکلی است. توابعی که متغیرهای مکان کلی را بر حسب متغیرهای مکان موضعی تعریف می کنند در روابط (۹) آمدهاند.

$$X = \Delta X^{e} x + X^{e}_{m}$$

$$\Delta X^{e} = \frac{X^{e}_{j} - X^{e}_{i}}{2}$$

$$X^{e}_{m} = \frac{X^{e}_{j} + X^{e}_{i}}{2}$$
(9)

که در آن X مربوط به مختصات کلی (θ و z) و x بیانگر مختصات موضعی (ζ و χ) کو $(\mu$) میباشد.

۴-۴- روابط برای ماده هدفمند

خواص فیزیکی مواد هدفمند در راستای مشخصی مانند راستای شعاعی در استوانهها و پانلهای استوانهای به طور پیوسته تغییر میکنند. نحوه این تغییر را میتوان به کمک توابع تحلیلی بیان کرد. مهمترین توابعی که برای بیان نحوه تغییر خواص پیشنهاد شده است عبارتند از توابع نمایی، توابع یک یا چند جملهای، رابطه توانی و تابع توانی متاثر از دما. در این مقاله طبق مرجع یا چند تابع توانی که با رابطه (۱۰) مشخص شده برای تغییرات خواص ماده هدفمند استفاده شده است.

$$P(r) = \left(P_o - P_i\right) \left(\frac{r - r_i}{h}\right)^n + P_i \tag{1}$$

که در آن $P_o P_o P_o P_o$ و P(r) به ترتیب خواص در شعاع خارجی، خواص در شعاع داخلی و خواص در شعاع r است. همچنین h ضخامت پانل و r_i شعاع داخلی آن می باشد. شکل کلی معادلات متشکله ماده هدفمند همانند لایه پی.اف.آر.سی است با این تفاوت که ثوابت پیزوالکتریک صفر هستند. علاوه بر این، به دلیل ایزوتروپ بودن ماده هدفمند، ضرایب دی الکتریک در هر سه جهت با هم برابرند.

۴– ۵– همگذاری المانها

شکل کلی معادلات، به شکل رابطه (۱۱) است. این معادلات از نوع معادلات جبری خطی هستند. همان طور که گفته شد برای هر المان هشت گره با چهار درجه آزادی و جمعاً ۳۲ مجهول وجود دارد. در هنگام همگذاری، ضرایبی که دارای گره مشترک هستند با هم جمع می شوند. ۴- ۱- ۳- روابط کرنش-تغییر مکان و میدان الکتریکی-پتانسیل الکتریکی در دستگاه مختصات استوانهای، روابط کرنش- تغییر مکان با فرض کوچک بودن تغییر شکلها به شکل معادله (۵) است.

$$\varepsilon_{r} - u_{r,r}$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u_{r} + u_{\theta,\theta}}{r}$$

$$\varepsilon_{z} = u_{z,z}$$

$$\gamma_{z,\theta} = u_{\theta,z} + \frac{u_{z,\theta}}{r}$$

$$\gamma_{rz} = u_{z,r} + u_{r,z}$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \left(u_{r,\theta} - u_{\theta} + ru_{\theta,r} \right)$$
(δ)

در این روابط، علامت کاما (,) به معنای مشتق جزئی نسبت به نماد بعد از آن است. همچنین روابط میدان الکتریکی- پتانسیل الکتریکی در رابطه (۶) آمده است.

$$E_{\theta} = -\frac{\psi_{,\theta}}{r} \tag{(8)}$$
$$E_{z} = -\psi_{z}$$

که در آن ψ پتانسیل الکتریکی و E_i مؤلفه میدان الکتریکی در راستای i میباشد.

۴- ۲- دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم

با جایگذاری روابط (۵) و (۶) در رابطه (۲)، تنشها و جابجاییهای الکتریکی بر حسب مؤلفههای جابجایی و پتانسیل الکتریکی به دست میآیند. سپس نتیجه در معادلات (۳) و (۴) جایگذاری شده و برای هر المان ۴ معادله بر حسب چهار مجهول u_{θ} u_{θ} u_{θ} u_{θ} به دست خواهد آمد که به علت حجم بالای این معادلات از آوردن آنها صرفنظر می شود.

۴- ۳- حل دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم

برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی به دست آمده در بخش قبل، تمام معادلات در تابع شکلی ضرب شده و روی دامنه مکان، انتگرال آنها محاسبه شده است. المانها از نوع مکعبی مرتبه اول با ۸ گره در گوشهها انتخاب شدهاند. تابع شکلی به صورت تابعی خطی از مختصات موضعی کی کو μ به ترتیب در سه راستای r θ و z مطابق مرجع [۹] تعریف می شود. دامنه تغییرات مختصات موضعی بین ۱– تا ۱ است.

$$N_{1} = \frac{1}{8} (1-\xi)(1-\zeta)(1-\mu)$$

$$N_{2} = \frac{1}{8} (1-\xi)(1+\zeta)(1-\mu)$$

$$N_{3} = \frac{1}{8} (1-\xi)(1+\zeta)(1+\mu)$$

$$N_{4} = \frac{1}{8} (1-\xi)(1-\zeta)(1+\mu)$$

$$N_{5} = \frac{1}{9} (1+\xi)(1-\zeta)(1-\mu)$$
(Y)



۴– ۶– حل زمانی

پس از همگذاری ماتریسهای [M] ،[X] و بردار $\{f\}$ ، معادله در دامنه زمانی حل می شود. روشی که در این جا استفاده شده است، روش هوبولت غیر صریح تک مرحلهای است که در مرجع [11] آورده شده است. مزیت این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتمهای مشابه همانند نیومارک، حذف کردن پاسخهای فرکانس بالای نامطلوب در یک مرحله زمانی است. این خاصیت در روشهای عددی حل زمانی به استهلاک عددی معروف است. روش هوبولت با وجود حذف پاسخهای نامطلوب در پله زمانی اول، دقت خوبی در محاسبه پاسخهای فرکانس پایین دارد. روشهای هوبولت به خاطر همین مزیت در بسیاری از کدهای تجاری به کار گرفته شدهاند.

٥- اعتبارسنجي حل المان محدود

برای اعتبارسنجی حل ارائه شده، پانل استوانهای هدفمند با لایههای پیزوالکتریک به طور کامل در نرمافزار انسیس مدل شده است و تنشها در لحظه ۰/۰۱ ثانیه مقایسه شدهاند.

۵–۱– پانل هدفمند استوانهای با لایههای پیزوالکتریک، چهار طرف تکمهگاه ساده

هندسه پانل استوانهای مطابق شکل ۴ است. پارامترهای مربوط به مشخصات فیزیکی مسئله در رابطه (۱۲) آورده شده است.





 $S = 10, \quad \theta_m = 60^\circ, \quad L = 1 \text{ m}, \quad R = 1 \text{ m}$ (17)

که در آن S نسبت شعاع میانگین به ضخامت کل پانل است. پتانسیل الکتریکی اعمال شده روی سطح بیرونی محرک، ۰/۰۱ ولت و بار مکانیکی که بر سطح بیرونی محرک اعمال میشود نیز از نوع بار فشاری و یکنواخت است. رابطه (۱۳) بار مکانیکی اعمال شده را بیان میکند که در آن $\alpha=1$ ۳۱۰۰ و I^{-0}_0 فرض شده است. همچنین روابط (۱۴) شرایط مرزی چهار طرف پانل را نشان میدهد. رابطه (۱۵) شرط مرزی سطح بیرونی پانل و رابطه (۱۶) شرط مرزی سطح داخلی پانل را نشان میدهد. برای حل زمانی نیز از پلههای s²-۱۰

$$Q_0(\theta, z, t) = Q_0(1 - e^{-\alpha t})$$
(17)

$$\begin{aligned} u_r &= \sigma_{\theta} = \tau_{\theta z} = \psi = 0 & \theta = 0, \theta_m \\ u_r &= \sigma_z = \tau_{z\theta} = \psi = 0 & z = 0, l \end{aligned}$$

$$r = r_b \begin{cases} \tau_{ro} = \tau_{rz} = 0\\ \psi = 0.01\\ \sigma_r = Q\left(\theta, z, t\right) \end{cases}$$
(1 Δ)

$$r = r_a , \quad \sigma_r = \tau_{r\theta} = \tau_{rz} = \psi = 0 \tag{(15)}$$

PZT-) مشخصات فیزیکی پانل هدفمند در جدول ۱ و لایه پیزوالکتریک (-PZT) مشخصات فیزیکی (-PZT محنین در تمام نمودارها، بی بعدسازی (4 تنش ها از تقسیم آنها بر Q_0 به دست آمده است. برای بی بعدسازی مختصات شعاعی و محیطی نیز از روابط (۱۷) استفاده شده است که در آن Θ مختصات

محیطی وسط پانل، R مختصات شعاعی صفحه میانی پانل، H ضخامت کل پانل و _سھ اندازہ کمان پانل است.

$$Residual = \sum_{i=1}^{N} \left(u_{r(i)}^{PFRC} - u_{r(i)}^{piezo} \right)^2$$
(1Y)

نتایج برای توزیع تنش شعاعی و پتانسیل الکتریکی در راستای شعاعی، به عنوان نمونه در شکلهای ۵ و ۶ آورده شده است که مطابقت خوبی با هم دارند.

جدول ۱: خواص لايه هدفمند Table 1. Properties of FG layer

$ ho(kg/m^3)$	V	E (GPa)	لايه هدفمند
21.2	•/٣٣۴	٧٠	داخل Al
۳۸۰۰	•/٢٢	۳۸۰	خارج Al ₂ O ₃

Al و Al₂O₃ به ترتیب دارای مقاومت کششی Al-O3 و Al و ۳۲۰۰۰-۳۷۸۰-psi

در حالت استاتیکی، اعتبارسنجی برای لایه چینی ۹۰/۰ با مشخصات $\theta_s = 70^\circ$ با مربوطه در $\theta_s = 70^\circ$ و $S = 70^\circ$ با مرجع [۱۲] انجام شده و نمودارهای مربوطه در شکلهای ۷ و ۸ آمده است.



Fig. 5. Radial stress distribution along the radial direction شکل ۵: توزیع تنش شعاعی در راستای شعاعی



در تمام مسائلی که حل آنها با استفاده از روشهای عددی همچون المان محدود به دست میآید، از مهمترین کارهای بعد از یافتن پاسخ مسئله، بررسی همگرایی پاسخ با تغییر دادن تراکم شبکهبندی است. به این منظور تعداد تقسیمها را در عدد ثابت بزرگتر از یک ضرب (در هر راستا) و پاسخهای به دست آمده را با هم مقایسه میکنند. در این مقاله نیز از آنجایی که حل با روش المان محدود سه بعدی به دست آمده، این مطالعه انجام شده است. در این حالت بار مکانیکی، ولتاژ تحریک، شرایط مرزی چهار طرف، سطح خارجی و داخلی پانل همانند قسمت قبل میباشد شکلهای ۹ شعاعی برای سه حالت مش بندی است. شکلها بیانگر همگرایی پاسخ است. همچنین در همه شکلها مش بندی به صورت سه عدد کنار هم نوشته شده به طور مثال شبکهبندی "۲۰٬۲۰٬۴۰" بیانگر مشی است که تقسیمات شعاعی آن ۴۰ و تقسیمات محیطی و طولی آن ۲۰ است.

٦- معادلسازی-پانل با چهار طرف تکیهگاه ساده

در اینجا هدف معادلسازی، جابجایی شعاعی میباشد. رابطه (۱۸)، تابع هدف بهینهسازی را نشان میدهد.

$$Residual = \sum_{i=1}^{N} \left(u_{r(i)}^{PFRC} - u_{r(i)}^{piezo} \right)^2$$
(1)

پيزوالكتريك	لايه	خواص	:۲	جدول	
Table 2 Propert	ies o	f niezoe	lec	etric lav	е

C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₂₂	C ₂₃	C ₃₃	C ₄₄	C ₅₅	C ₆₆	
				(GPa)					Tensile
۱۱۵	<u>۷۴</u> /۳	76/2	١٣٩	ΥΥ/٨	١٣٩	۳۰/۶	۲۵/۵	20/8	Strength
<i>e</i> ₁₁	<i>e</i> ₁₂	<i>e</i> ₁₃	e ₂₆	e ₃₅	η ₁₁	$\eta_{_{22}}$	$\eta_{_{33}}$	ρ	
		(f/m)				(10 ⁻⁹ C/m ²)		(Kg/m^3)	(MPa)
۱۵/۱	$-\Delta/\Upsilon$	$-\Delta/\Upsilon$	17/Y	١٢/٧	۵/۶۲	8/48	8/48	٧۶٠٠	۴۸

	Table 3. Properties of matrix of PFRC layer								
C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₂₂	C ₂₃	C ₃₃	C ₄₄	C ₅₅	C ₆₆	
				(GPa)					Tensile
٣/٧۴	1/17	1/17	٣/٧۴	1/17	٣/٧۴	۱/۳۱	١/٣١	١/٣١	Strength
<i>e</i> ₁₁	<i>e</i> ₁₂	<i>e</i> ₁₃	e ₂₆	e ₃₅	η_{II}	η_{22}	$\eta_{_{33}}$	ρ	
		(f/m)				(10 ⁻⁹ C/m ²)		(Kg/m^3)	(MPa)
•	•	•	•	•	•/۲۴۲	•/747	•/747	۱۰۰۰	٧٢

40,20,20 27,13,13

18,9,9

جدول ۳: خواص ماتریس لایه پی.اف.اَر.سی Table 3. Properties of matrix of PFRC layer

همچنین لایههای پیزوالکتریک به کار رفته در پانل استوانهای که فرآیند معادل سازی برای آن ها انجام گرفته، دارای مشخصات هندسی به شرح زیر: معادل سازی برای آن ها انجام گرفته، دارای مشخصات هندسی به شرح زیر: $H_{piezo}/R_m = \cdot / \cdot 1$ و خواص آورده شده در جدول ۲ هستند.

2



که در آن N تعداد نقاط مد نظر میباشد. همچنین معادل سازی برای

پانل با نسبت شعاع میانگین به ضخامت $S=\delta$ انجام شده است. خواص

لایه هدفمند، الیاف و ماتریس (اپوکسی) لایه پی.اف.آر.سی از جداول ۱ تا

۳ پیروی میکنند.







-0.1

 \overline{r}

0

0.1 0.2

0.3 0.4 0.5

-0.2

-0.15 L -0.5

-0.4 -0.3

بار مکانیکی وارده، شرایط مرزی چهار لبه، سطح خارجی و سطح داخلی پانل به ترتیب از روابط (۱۴) تا (۱۶) پیروی می کنند؛ با این تفاوت که در بار مکانیکی Q_0 -1e8 و در خصوص شرط مرزی سطح خارجی، که در بار مکانیکی $\Psi^{-0.01(1-e^{-\alpha})}$ و در خصوص شرط مرزی سطح خارجی، عنوان تنش تسلیم کل سازه به دست آورد. برای پیدا کردن این تنش از رابطه موجود در مرجع [۱۳] استفاده شده است. به منظور داشتن یک تقریب بسیار نزدیک به واقعیت، تنش تسلیم مؤثر سازه در واقع میانگین حد بالا و حد پایین در هر درصد حجمی در نظر گرفته شده است. با پیدا شدن تنش تسلیم موثر سایم می مینود. بالا و مد موثر سازه، این تنش با تنش فون میسز مقایسه می شود.

برای آموزش شبکههای عصبی از نمونههای آموزش استفاده میشود. در اینجا ۵۰ مثال آموزش برای به دست آوردن لایه پی.اف.آر.سی معادل با هدف جابجایی شعاعی انتخاب گردید. ویژگیهای شبکه استفاده شده برای این مسئله شامل تعداد لایههای پنهان، توابع انتقال و تعداد نورونها در جدول ۴ آمده است.

جدول ٤: ساختار شبکه آموزش داده شده برای پانل چهار طرف تکیهگاه ساده (S=0)

 Table 4. Structure of trained neural network for simply supported panel (S=5)

لايه ششم	لايه پنجم	لايه چهارم	لايه سوم	لايه دوم	لايه اول
نورون TF	نورون TF	نورون TF	نورون TF	نورون TF	نورون TF
Tansig \ •	Tansig ۲۰	Tansig ۱۵	Tansig \ •	Tansig ۲۰	Tansig \

کارایی شبکه آموزش داده شده با شبیه سازی آن با ورودی های مجموعه آموزش سنجیده شده است. بیشترین مقدار قدر مطلق خطای مشاهده شده در این مجموعه به دست آمده و در جدول ۵ آورده شده است. چنانچه دیده میشود، آموزش مناسب شبکه ها توانایی تقریب بسیار نزدیک دقیق رفتار سازه را مهیا می سازد.

جدول ۵: بیشترین مقدار خطای شبکه آموزش داده شده برای پانل چهار طرف تکیهگاه ساده (S=0)

Table 5. Maximum error of trained neural network for simply sup-
ported panel (S=5)

نام شبکه	بیشترین مقدار خطا(٪)
Net_SSSS	١/۴٧

در جدول ۶ ویژگیهای شبکه عصبی به کار گرفته شده برای بیشینه تنش فون میسز آورده شده است.

در این حالت نیز بیشترین مقدار قدر مطلق خطای مشاهده شده در این مجموعه به دست آمده و در جدول ۷ آورده شده است.

ميسز	فون	تنش	بيشينه	براى	شده	داده	أموزش	شبكه أ	: ساختار	جدول ٦:
			(S=0)	ساده	ه گاه م	، تکيا	بار طرف	پانل چھ	ļ.	

 Table 6. Structure of trained neural network of maximum Von Mises

 stress for simply supported panel (S=5)

لايه ششم	لايه پنجم	لايه چهارم	لايه سوم	لايه دوم	لايه اول
نورون TF	نورون TF	نورون TF	نورون TF	نورون TF	نورون TF
Tansig \ •	Tansig ۲۰	Tansig ۱۵	Tansig \ •	Tansig ۲۰	Tansig \

جدول ۷: بیشترین مقدار خطای شبکه آموزش داده شده برای بیشینه تنش فون میسز پانل چهار طرف تکیه گاه ساده (S=0)

Table 7. Maximum error of trained neural network of Von Mises stressfor simply supported panel (S=5)

نام شبکه	بیشترین مقدار خطا(٪)
Net_sigma_SSSS	٠/٩

در این حالت احتمال جهش و احتمال تقاطع از روش میزانسازی پارامترها به ترتیب ۰/۰۲ و ۰/۶ به دست آمدهاند. همچنین تعداد افراد جمعیت نیز ۲۰ فرد می باشد. در شکل ۱۱ روند رشد تابع ارزیابی بر حسب نسلها قابل مشاهده می باشد.



Fig. 11. Trend of increasing the target function for the optimization of simply supported panel (S=5) شکل ۱۱: روند افزایش تابع هدف در بهینهسازی پانل چهار طرف تکیهگاه ساده با (S=3) (شبکه عصبی)

در نهایت درصد حجمی الیاف پیزوالکتریک، % ۲۰/۴۸ به دست می آید. اکنون، نتایج به دست آمده برای هر دو پانل استوانهای – یکی با لایههای پیزوالکتریک و دیگری با لایههای پی.اف.آر.سی معادل بررسی می گردد. در شکلهای ۱۲ تا ۱۴، به عنوان نمونه، توزیع تغییر مکان محیطی و تنش شعاعی در راستای شعاعی و تغییر مکان شعاعی برای نقاط طرح در راستای محیطی رسم شده است.



Fig. 14. Comparison of panel with piezoelectric layer and panel with equivalent PFRC layer: Radial displacement distribution along circumferential direction

شکل ۱۶: مقایسه پانل با لایههای پیزوالکتریک و پانل با لایههای پی.اف. اَر.سی معادل: توزیع جابجایی شعاعی در راستای محیطی

جدول ۸: مقایسه تکیهگاههای مختلف Table 8. Comparison of different supports

نوع تكيه گاه	$v_p(\%)$	مجموع مربعات اختلاف جابجاییها
SSSS	۲۰/۴۸	۲/۷۸×۱۰ ^{-۱۲}
CCFF	۵۵/۴۳	۲/۶۱×۱+ ^{-۱۲}
CCCC	۷۱/۲۰	١/٨۴×١٠-١.

فن آوری پیشرفته، نظیر صنایع هوافضا، صنایع هسته ای، سیستمهای تبدیل انرژی و غیره به کار گرفته شده اند. کنترل این پانل ها به کمک مواد هوشمند نظیر پیزوالکتریک ها غالب توجه پژوه شگران را به خود جلب کرده است. در این میان محدودیت های استفاده از مواد پیزوالکتریک، از قبیل ناساز گاری در نصب در سازه های دارای انحنا همچون پانل های استوانه ای، امکان جدایش پیزوسرامیک ها از سازه ها و قوع و رشد ترک در آن ها، موجب استفاده از مواد مرکب تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک (پی.اف.آر.سی) به جای حس گرها و عمل گرهای پیزوالکتریک شده است.

در ایران علاوه بر موارد ذکر شده تحت عنوان محدودیتهای استفاده از مواد پیزوالکتریک، به علت وجود شرایط اقتصادی و سیاسی خاص، مسئله در دسترس بودن یا تهیه این مواد در مقیاس مقادیر بالا نیز مطرح است. به همین دلیل استفاده از مواد مرکب تقویت شده با رشتههای پیزوالکتریک اهمیت دو چندان پیدا میکند. به عبارت دیگر اگر بتوان برای کنترل سازهها از قبیل پانلهای استوانهای به جای مواد پیزوالکتریک پرکاربرد و به تبع آن دشوار در تهیه، از مواد پی.اف.آر.سی به گونهای استفاده کرد که در هدف مورد نظر که در این تحقیق جابجایی شعاعی (خیز) در نظر گرفته شده و هر



Fig. 12. Comparison of panel with piezoelectric layer and panel with equivalent PFRC layer: Circumferential displacement distribution along thickness direction

شکل ۱۲: مقایسه پانل با لایههای پیزوالکتریک و پانل با لایههای پی.اف. ار.سی معادل: توزیع جابجایی محیطی در راستای ضخامت



Fig. 13. Comparison of panel with piezoelectric layer and panel with equivalent PFRC layer: Radial stress distribution along thickness direction

شکل ۱۳: مقایسه پانل با لایههای پیزوالکتریک و پانل با لایههای پی.اف. آر.سی معادل: توزیع تنش شعاعی در راستای ضخامت

۷- بررسی اثر تکیهگاهی

به منظور بررسی اثر تکیهگاه روی بهینهسازی، یک بار چهار طرف پانل تحت تکیهگاه گیردار قرار گرفته و بار دیگر تنها دو لبه آن که در امتداد طولی قرار دارند گیردار شده و دو طرف دیگر آزاد در نظر گرفته میشود. در جدول ۸ درصدهای حجمی به دست آمده برای سه نوع تکیهگاه آورده شده است. در این جدول *C*، *S* و *F* به ترتیب به تکیهگاه ساده، گیردار و آزاد اشاره دارند.

۸- نتیجه گیری

در دهههای اخیر، پانلهای استوانهای هدفمند در بسیاری از صنایع با

هدف دیگری نیز میتواند باشد، پاسخ یکسانی داشته باشند، نه تنها برای نصب و به کارگیری در سازههای منحنی شکل مشکلی به وجود نخواهد آمد و احتمال جدایش و شکست نیز کاهش پیدا میکند بلکه موفقیت بزرگی در زمینه فائق آمدن بر شرایط موجود حاصل شده است. از جمله نتایج مهم حاصل از این تحقیق، در ادامه آورده شده است.

- با آن که لایههای پی.اف.آر.سی به منظور نزدیک تر شدن توزیع جابجایی شعاعی در سطح خارجی محرک در هر دو پانل طراحی شدهاست، ولی توزیع جابجایی شعاعی در تمامی ضخامت پانل تقریباً یکسان است و اختلافهای بسیار اندکی هم که مشاهده می شود، در طول پانل هدفمند است.
- توزیع جابجایی شعاعی در راستای محیطی، در دو حالت پانل با لایههای پیزوالکتریک و پانل با لایههای پی.اف.آر.سی با دقت بسیار خوبی روی هم منطبق اند.
- با توجه به اینکه ضخامت لایه پیزوالکتریک چهار برابر کوچکتر از ضخامت لایه پی.اف.آر.سی میباشد در نتیجه تنشهای شعاعی در طول ضخامت پانل استوانهای در حالتی که از لایه پیزوالکتریک استفاده شده، بیشتر از پانل با لایه پی.اف.آر.سی است.
- با آنکه ضخامت کل پانل با لایههای پی.اف.آر.سی بیشتر از پانل با لایههای پیزوالکتریک است و باعث استفاده بیشتر از مواد خواهد بود؛ اما عمده ماده استفاده شده در پانل با لایههای پی.اف. آر.سی، ماتریس اپوکسی است که به نسبت ماده پیزوالکتریک، مادهای در دسترستر می.اشد.
- در حالت CCFF، چون در دو طرف پانل تکیه گاه گیردار وجود دارد، ماکزیمم تنش فون میسز بیشتر از حالت چهار طرف تکیه گاه ساده می باشد و از آن جایی که با افزایش درصد حجمی، بیشینه تنش فون میسز کاهش می یابد، لایه پی.اف.آر.سی در درصدهای حجمی بالاتر معادل لایه پیزوالکتریک می شود. در حالت CCCC، نیز تنش فون میسز بیشتر از دو حالت قبل می باشد.
- وقتی تکیهگاه گیردار وارد مسئله می شود سهم لایه پیزوالکتریک
 در تحمل تنش شعاعی _r نسبت به حالت چهار سر ساده، بیشتر
 خواهد شد.
- استفاده از شبکههای عصبی مصنوعی علاوه بر تقریب تابع با خطای کم، از لحاظ زمانی بسیار باصرفه است. به گونهای که برای یک فرآیند بهینهسازی با ۱۵۰ نسل و تعداد ۲۰ فرد، در صورت استفاده مستقیم از روش المان محدود و در نظر داشتن این واقعیت که محاسبه تابع هدف هر فرد زمانی حدود ۳۰ دقیقه میباشد، کل فرآیند بهینهسازی حدوداً دو ماه به طول میانجامد؛ این در حالی است که با آموزش یک شبکه عصبی مصنوعی با ۵۰ داده با زمان آموزش یک روز، زمان کل فرآیند بهینهسازی به کمتر از ۵ دقیقه کاهش مییابد. این نتیجه، اهمیت و لزوم استفاده از شبکههای

عصبی را در این تحقیق روشن می کند.

- در شرایط بارگذاری و ولتاژ تحریک یکسان، استفاده از تکیهگاه ساده در چهار طرف پانل میتواند در درصدهای حجمی پایین پاسخی بسیار نزدیک به پیزوالکتریک دهد.
- با ورود تکیهگاه گیردار به مسئله در دو یا چهار طرف پانل بیشینه تنش فون میسز افزایش مییابد؛ این خود باعث رسیدن به درصدهای حجمی زیاد میشود که مطلوب نیست.
- با طراحی مناسب لایه پی.اف.آر.سی میتوان در درصدهای حجمی بسیار پایین (زیر ۵۰ درصد) به پاسخ پیزوالکتریک رسید.

منابع

- [1] S. Bahrami, H.R. Ovesy, M. Shakeri, Dynamic analysis of functionally graded circular cylindrical panel with piezoelectric fiber composite actuator and sensor, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, (2014) 1-17.
- [2] M. Shakeri, M.R. Eslami, A. Daneshmehr, Dynamic analysis of thick laminated shell panel with piezoelectric layer based on three dimensional elasticity solution, *Computers & Structures*, 84(22-23) (2006) 1519-1526.
- [3] H.S. Shen, A comparison of buckling and postbuckling behavior of FGM plates with piezoelectric fiber reinforced composite actuators, *Composite Structures*, 91(3) (2009) 375-384.
- [4] B. Liu, T. Haftka Raphael, A. Akgün Mehmet, A. Todoroki, Permutation genetic algorithm for stacking sequence design of composite laminates, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186(2-4) (2000) 357-372.
- [5] Shakeri, M.H. Yas, M.G. Gol, Optimal stacking sequence of laminated cylindrical shells using genetic algorithm, in: *In Proceedings of the 9th EASEC*, Bali, Indonesia, 2003.
- [6] Z. Raida, Modeling EM Structures in the Neural Network Toolbox of MATLAB." Department of Radio Electronics, Brno University of Technology, Czech Republic, 2000.
- [7] H. Demuth, M. Beale, M. Hagan, Neural Network Toolbox, MathWorks Inc, 2009.
- [8] S. Kapuria, P. Kumari, Three-dimensional piezoelasticity solution for dynamics of cross-ply cylindrical shells integrated with piezoelectric fiber reinforced composite actuators and sensors, *Composite Structures*, 92(10) (2010) 2431-2444.
- [9] S. Bahrami, Analysis of FG panel with piezoelectric layer under dynamic loading, AmirKabir University of Technology, Iran (Islamic Republic of), 1391.
- [10] C.T. Loy, J.N. Reddy, Vibration of functionally graded

piezoelectric (FGP) shell panel based on threedimensional elasticity theory, *Applied Mathematical Modelling*, 36(11) (2012) 5320-5333.

[13] J.G. Andrew, S.V. Senthil, Multi-objective optimization of functionally graded materials with temperaturedependent material properties, *Materials & Design*, 28(6) (2007) 1861-1879. cylindrical shells, *International Journal of Mechanics* and Science, 414 (1999) 309-324.

- [11] J. Chung, G.M. Hulbert, family of single-step Houbolt time integration algorithms for structural dynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 118(1-2) (1994) 1-11.
- [12] M. Javanbakht, A.R. Daneshmehr, M. Shakeri, A. Nateghi, The dynamic analysis of the functionally graded

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

M. Shakeri, S. Mohammad Nabi, S. Bahrami, "Optimization of Piezoelectric Fibers in FG Panel with PFRC Layers by

Using Genetic Algorithms" *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(2) (2017) 279-290. DOI: 10.22060/mej.2016.800

