



حل نیمه تحلیلی اثر نانوذرات و میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت از یک دیوار متخلخل

هادی جهانی^۱، عباس عباسی^۱، محمد کلتی^{۲*}، میلاد عظیمی^۳

^۱دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۳دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۶ مرداد ۱۳۹۴
بازنگری: ۱۶ بهمن ۱۳۹۴
پذیرش: ۲۳ فروردین ۱۳۹۵
ارائه آنلاین: ۲۰ آبان ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:

نانوسیال
انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد
محیط متخلخل
مگنتوهیدرودینامیک
روش تبدیل دیفرانسیلی

چکیده: در مقاله حاضر اثر نانوذرات بر میزان انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد غیر داری، روی سطح دیوار متخلخل عمودی تحت میدان مغناطیسی مطالعه شده است. دیوار با دمای سطح ثابت در مجاورت محیط با دمای T_{∞} قرار دارد. سیال پایه آب است که شامل نانوذرات مختلفی مانند CuO ، Al_2O_3 و Cu می‌باشد. جریان آرام و آب و نانوذرات در تعادل گرمایی فرض می‌شوند که شرط عدم لغزش بین آنها حاکم است. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر مسئله به معادلات دیفرانسیلی معمولی تبدیل و سپس این معادلات به روش تبدیل دیفرانسیلی حل می‌شوند. این روش حل نیمه‌تحلیلی با روش عددی رانگ کوتا مرتبه چهارم مقایسه شده و مطابقت‌های خوبی به دست آمده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که افزودن نانوذرات به سیال پایه آب باعث افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی شده و با افزایش درصد حجمی نانوسیال این مقدار بیشتر می‌شود. از طرف دیگر افزایش میدان مغناطیسی باعث کاهش ضریب انتقال حرارت بی‌بعد می‌شود.

۱- مقدمه

یک روش نو برای افزایش انتقال حرارت، استفاده از ذرات در مقیاس نانو در سیال پایه است. با توجه به بالا بودن ضریب هدایتی جامدات نسبت به سیال‌ها می‌توان انتظار داشت که ترکیب این دو باعث رشد بسیار خوبی در ضریب هدایت گرمایی و در نهایت افزایش توان جذب و یا دفع گرمایی شود. افزودن ذرات در ابعاد میلی‌متر و میکرومتر هر چند باعث افزایش ضریب هدایت گرما می‌شود ولی باعث افت فشار بسیار زیاد و یا ته‌نشینی ذرات می‌شود. در سال‌های اخیر با رشد فناوری ساخت و تولید، ذرات در مقیاس نانومتر تولید شده‌اند. اولین بار نانوسیال توسط چوی در سال ۱۹۹۵ معرفی شد [۱]. از جهت دیگر به علت کاربرد وسیع و روزافزون محیط متخلخل در زمینه‌های مختلف مهندسی همواره نیاز به مطالعات اساسی درباره چگونگی انتقال حرارت در محیط متخلخل وجود داشته است چرا که بررسی‌های دقیق، ابزاری برای بهبود بخشیدن به سیستم‌های مهندسی حاوی مواد متخلخل و بالا بردن کیفیت و کارایی آنها می‌باشد. از موارد کاربرد فوق می‌توان به راکتورهای کاتالیزوری شیمیایی، مبدل‌های حرارتی، وسایل الکترونیکی، مخازن نفتی و نمونه‌های دیگر از این دست اشاره نمود.

مورثی^۱ و سنق^۲ [۲] انتقال حرارت و جرم جابه‌جایی طبیعی در یک صفحه عمودی مسطح در محیط متخلخل را برای سیال آب بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که ضخامت لایه مرزی دمای بی‌بعد شده، با کاهش پارامتر شار گرمایی یعنی با تغییر حالت مکش به حالت پاشش، افزایش می‌یابد. با افزایش عدد گراشف، ضخامت لایه مرزی سرعت بی‌بعد کاهش و ضخامت لایه مرزی دمای بی‌بعد افزایش می‌یابد. کیشن^۳ و همکاران [۳] انتقال جرم و حرارت جابه‌جایی طبیعی آب از یک سطح عمودی که از هر دو طرف در یک محیط متخلخل قرار گرفته است را تحت تاثیر میدان مغناطیسی بررسی کردند. آنها نشان دادند که با افزایش میدان مغناطیسی، پروفیل سرعت بی‌بعد کاهش یافته و پروفیل دمای بی‌بعد در نزدیکی‌های دیوار با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی، افزایش می‌یابد؛ ولی در نقاط دور از دیوار پروفیل دما کاهش پیدا می‌کند. حمد^۴ [۴] اثر نانوذرات در جریان جابه‌جایی طبیعی روی یک صفحه افقی مسطح تحت تاثیر میدان مغناطیسی را بررسی کرد. او از نانوذراتی مانند مس، جیوه، اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم استفاده کرد. برای نانوسیال آب- مس با استفاده از مدل ماکسول^۵ نشان داد که

- 1 Murthy
- 2 Singh
- 3 Kishan
- 4 Hamad
- 5 Maxwell Model

همچنین افزایش میدان مغناطیسی که با عدد بی بعد هارتمن در مطالعه حاضر نشان داده شده است، باعث افزایش ضخامت لایه مرزی دمایی بی بعد و کاهش ضریب انتقال حرارت بی بعد می شود.

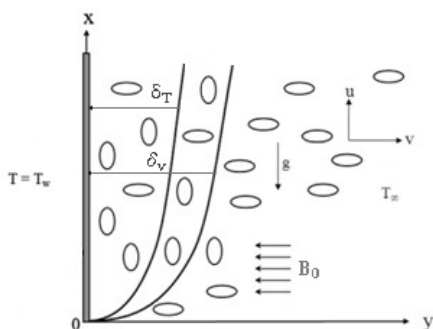


Fig. 1. Schematic view of the present problem

شکل ۱: نمای شماتیک از مسئله حاضر

۲- معادلات حاکم

با توجه به فرضیات مساله و مطابق شکل ۱ دمایی سطح دیوار T_w ثابت و در مجاورت دمایی محیط T_∞ قرار دارد:

همچنین سیال پایه آب است که شامل نانوذرات مختلفی مانند Al_2O_3 ، CuO و Cu بوده و تراکم ناپذیر فرض شده است. معادلات درون لایه مرزی نزدیک صفحه مسطح عمودی در مختصات دوبعدی کارترین و با توجه به مطالعه کیشن و همکاران [۳] در مورد پارامتر میدان مغناطیسی مطابق زیر می باشد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u + \frac{c\sqrt{K}}{v} u^2 = \frac{K}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right) - \frac{\sigma B_0^2 K}{\mu} u \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

شرایط مرزی عبارتست از:

$$y = 0 : v = v_w, T = T_w \quad (4)$$

$$y \rightarrow \infty : u = 0, T = T_\infty \quad (5)$$

که در آن σ ضریب هدایت الکتریکی، B_0 ضریب میدان مغناطیسی، μ لزجت سیال، v لزجت دینامیکی سیال، K قابلیت نفوذپذیری، g شتاب جاذبه، c ثابت تجربی و α ضریب نفوذپذیری حرارتی بوده، همچنین $v_w = Ex^{-1/2}$ که E ثابت حقیقی می باشد.

۲-۱- خواص ترموفیزیکی نانوسیال

برای چگالی، لزجت دینامیکی و ظرفیت گرمایی نانوسیال در فشار ثابت می توان از روابط زیر استفاده کرد [۸]:

$$\rho_{nf} = \rho_f (1 - \varphi) + \rho_s \varphi \quad (6)$$

با افزایش پارامتر مگنتوهیدرودینامیک، ضخامت لایه مرزی دمایی بی بعد، افزایش و ضخامت لایه مرزی سرعت بی بعد، کاهش می یابد. او همچنان نشان داد که ضریب انتقال حرارت بی بعد، با ضریب حجمی نانوذرات و پارامتر مگنتوهیدرودینامیک رابطه عکس داشته و با افزایش این پارامترها، دچار کاهش می شود. محمودی^۱ و همکاران [۵] اثر مگنتوهیدرودینامیک جابه جایی طبیعی با نانوسیال آب-مس در یک کانال مثلثی را مطالعه کردند. آنها برای نشان دادن تاثیر نانوسیال از مدل پتل استفاده کرده و نشان دادند که عدد ناسلت متوسط با افزایش ضریب حجمی و با کاهش پارامتر مگنتوهیدرودینامیک کاهش می یابد. آنها همچنین نتیجه گرفتند که ضخامت لایه مرزی سرعت بی بعد، با افزایش ضریب حجمی در نزدیکی دیوار افزایش یافته ولی در فواصل دورتر از ابتدای دیوار، این ضخامت کاهش می یابد. رسکا^۲ و همکاران [۶] جابه جایی مرکب غیر دارسی از یک صفحه افقی در یک محیط متخلخل اشباع شده را در آب مطالعه کردند. آنها دمایی در یک محیط متخلخل اشباع شده را در آب مطالعه کردند. آنها دمایی در یک صفحه افقی در راستای افقی متغیر در نظر گرفته و از نانوذرات مس، اکسید آلومینیم و اکسید تیتانیوم با استفاده از مدل ماکسول برای مطالعه خود بهره گرفتند. آنها نشان دادند که ضخامت لایه مرزی دمایی بی بعد، با کاهش پارامتر جابه جایی مرکب، افزایش پارامتر اینرسی و همچنین افزایش ضریب حجمی، افزایش می یابد. ضخامت لایه مرزی سرعت بی بعد، با افزایش پارامتر جابه جایی مرکب نه تنها دچار افزایش می شود بلکه مقدار اولیه آن نیز افزایش می یابد. آنها همچنان نشان دادند که ضخامت لایه مرزی سرعت بی بعد در نزدیکی دیوار با افزایش ضریب حجمی کاسته شده ولی در انتهای دیوار با ضریب تاثیر کمتری افزایش می یابد. ضریب انتقال حرارت بی بعد، با افزایش ضریب حجمی، کاهش پارامتر اینرسی و افزایش پارامتر جابه جایی مرکب افزایش می یابد. واسو^۳ و همکاران [۷] اثر مگنتوهیدرودینامیک در انتقال جرم و حرارت جابه جایی آزاد از یک کره واقع شده در محیط متخلخل و غیر دارسی را مطالعه کردند. آنها نشان دادند که با افزایش پارامتر مگنتوهیدرودینامیک از عدد صفر تا ده ضخامت لایه مرزی دمایی بی بعد افزایش جزئی می یابد ولی ضخامت لایه مرزی سرعت بی بعد با نسبت بیشتری کاهش می یابد. همچنین با افزایش عدد پرانتل هم پروفیل دمایی بی بعد و هم سرعت بی بعد کاهش می یابد. برای نرخ شار جرمی نیز نتیجه گرفتند که با افزایش آن ضخامت لایه های مرزی مشابه عدد پرانتل کاهش می یابند.

در این مقاله، محیط متخلخل به صورت ایزوتروپ، همگن و جریان غیر دارسی فرض شده و کلیه خواص ترمودینامیکی ثابت در نظر گرفته می شود و اثر پارامترهای مختلف مانند ضریب حجمی φ ، پارامتر شار جرمی f_w ، عدد گراشف و پارامتر مغناطیسی، روی جریان و انتقال حرارت به وسیله پروفیل سرعت و دمایی بی بعد، بررسی شده و همچنین عدد ناسلت محاسبه می شود. افزودن نانوذرات به سیال پایه آب باعث افزایش انتقال حرارت جابه جایی طبیعی شده و با افزایش درصد حجمی نانوسیال، این مقدار زیاد می شود.

1 Mahmoudi

2 Rosca

3 Vasu

$$Gr = \frac{c\sqrt{K}Kg\beta_T(T_w - T_\infty)}{v^2} \quad (17)$$

شرایط مرزی جدید عبارتند از:

$$f(0) = f_w \quad \theta(0) = 1 \quad (18)$$

$$f'(\infty) = 0 \quad \theta(\infty) = 0 \quad (19)$$

f_w پارامتر سرعت جریان جرمی است که برابر است با [۲]:

$$f_w = -\frac{2E}{\sqrt{\alpha K g \beta_T (T_w - T_\infty)}} \quad (20)$$

ضریب انتقال حرارت بی بعد را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{Nu}{Ra_x^{1/2}} = -\frac{k_{nf}}{k_f} \theta'(0) \quad (21)$$

۲-۳- حل نیمه تحلیلی به روش تبدیل دیفرانسیلی (دی.تی.ام.)

اگر $x(t)$ در بازه D تجزیه شود به طوری که $t=t_i$ نقطه ای در بازه D باشد. تابع $x(t)$ را می توان با یک سری مناسب که مرکز آن در نقطه t_i قرار گرفته باشد نشان داد؛ تابع بسط سری تیلور برای $X(t)$ به صورت زیر است [۹]:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=t_i} \quad \forall t \in D \quad (22)$$

در یک حالت خاص، اگر $t_i=0$ در نظر بگیریم، آنگاه سری (۲۲) را می توان به شکل زیر بسط داد:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t)^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=0} \quad \forall t \in D \quad (23)$$

که تبدیل دیفرانسیل تابع $x(t)$ برابر است با [۹]:

$$X(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(H)^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=0} \quad \forall t \in D \quad (24)$$

$x(t)$ تابع اصلی و $X(k)$ تابع تبدیل شده است. گستره دیفرانسیلی $X(k)$ در بازه $t \in [0, H]$ است که H عدد ثابتی فرض می شود. تابع تبدیل معکوس $X(k)$ به صورت زیر است:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^k X(k) \quad (25)$$

تابع $x(t)$ شامل ضرایب $X(k)$ است که مقدار آن، از مجموع ضرایب $X(k)$ با ضریب $(t/H)^k$ به دست می آید. در کاربرد، یک انتخاب صحیح برای عدد ثابت H ، با در نظر گرفتن تعداد زیاد گسسته های k ، می تواند سرعت رسیدن به جواب را کاهش یا افزایش دهد. با فرض H برابر با یک، اگر

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (7)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (\rho C_p)_f (1-\varphi) + (\rho C_p)_s \varphi \quad (8)$$

و در نهایت برای ضریب هدایت حرارتی موثر از مدل پتل و همکاران [۸] استفاده می شود که در آن ضریب هدایت حرارتی موثر به صورت تابعی از دمای نانوسیال، قطر نانوذرات و سیال پایه، غلظت حجمی و اثرات حرکت براونی نانوذرات می باشد:

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \left[1 + \frac{k_s A_s}{k_f A_f} + ck_s Pe \frac{A_s}{k_f A_f} \right] \quad (9)$$

که در آن

$$\frac{A_s}{A_f} = \frac{d_f}{d_s} \frac{\varphi}{1-\varphi} \quad (10)$$

$$Pe = \frac{u_s d_s}{\alpha_f} \quad (11)$$

که در آن c عددی ثابت است که مطابق محدوده وسیعی از نتایج تجربی برابر با ۲۵۰۰۰ می باشد [۸]. d_f قطر مولکول های سیال پایه است که برای آب در تمام مقاله حاضر برابر با ۰/۲۷۸ نانومتر لحاظ میشود. d_s قطر نانوذرات، K_b ثابت بولتزمن و u_s سرعت حرکت براونی نانوذرات است که از رابطه (۱۲) به دست می آید [۸].

$$u_s = \frac{2k_b T}{\pi \mu_f d_s^2} \quad (12)$$

۲-۲- بی بعدسازی معادلات

برای بی بعد کردن معادلات از متغیرهای زیر استفاده شده است [۳]:

$$v = -\frac{\alpha}{2x} Ra_x^{1/2} (f - \eta f') \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (13)$$

$$Ha^2 = 1 + \frac{\sigma B_0^2 K}{\rho v} \quad (14)$$

بعد از تبدیل و بی بعدسازی ها و اعمال روابط مربوط به خواص ترموفیزیکی نانوسیال روابط زیر حاصل می شود:

$$f'' \left[1 + Ha^2 (1-\varphi)^{2.5} \right] + 2Grff'' = \left[(1-\varphi) + \frac{\rho_s \beta_s}{\rho_f \beta_f} \varphi \right] (1-\varphi)^{2.5} \theta' \quad (15)$$

$$\theta'' + \left[\frac{\left(\frac{1-\varphi}{2} \right) + \frac{\rho_s c_{p_s}}{2\rho_f c_{p_f}} \varphi}{\left[1 + \frac{k_s A_s}{k_f A_f} + ck_s Pe \frac{A_s}{k_f A_f} \right]} \right] f \theta' = 0 \quad (16)$$

که در آن، Gr عدد گراشف است [۲].

با توجه به اعداد به دست آمده، ضرایب سری در فضای تبدیل به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \theta(\eta) &= 1 - 1.0702 \times 10^{-1} \eta^1 - 1.65546 \times 10^{-2} \eta^2 \\ &+ 2.5453 \times 10^{-3} \eta^3 - 6.8123 \times 10^{-5} \eta^4 \\ &- 4.2151 \times 10^{-6} \eta^5 + 3.2404 \times 10^{-7} \eta^6 \\ &- 4.9558 \times 10^{-9} \eta^7 - 1.9165 \times 10^{-10} \eta^8 \\ &+ 9.8223 \times 10^{-12} \eta^9 - 1.0515 \times 10^{-13} \eta^{10} \\ &- 2.9574 \times 10^{-15} \eta^{11} + 1.1367 \times 10^{-16} \eta^{12} \\ &- 9.3616 \times 10^{-19} \eta^{13} - 2.0687 \times 10^{-20} \eta^{14} \\ &+ 6.3615 \times 10^{-22} \eta^{15} - 4.2565 \times 10^{-24} \eta^{16} \\ &- 7.7462 \times 10^{-26} \eta^{17} + 1.9850 \times 10^{-27} \eta^{18} \\ &- 1.1184 \times 10^{-29} \eta^{19} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} f(\eta) &= -1 + 4.6125 \times 10^{-1} \eta^1 - 2.4690 \times 10^{-2} \eta^2 \\ &- 2.5461 \times 10^{-3} \eta^3 + 9.6680 \times 10^{-5} \eta^4 \\ &+ 3.6030 \times 10^{-5} \eta^5 - 8.1846 \times 10^{-7} \eta^6 \\ &- 5.3391 \times 10^{-7} \eta^7 + 1.1880 \times 10^{-8} \eta^8 \\ &+ 7.7559 \times 10^{-9} \eta^9 - 2.2128 \times 10^{-10} \eta^{10} \\ &- 1.0886 \times 10^{-10} \eta^{11} + 4.1059 \times 10^{-12} \eta^{12} \\ &+ 1.4779 \times 10^{-12} \eta^{13} - 7.1047 \times 10^{-14} \eta^{14} \\ &- 1.9550 \times 10^{-14} \eta^{15} + 1.1507 \times 10^{-15} \eta^{16} \\ &+ 2.5416 \times 10^{-16} \eta^{17} - 1.7753 \times 10^{-17} \eta^{18} \\ &- 3.2712 \times 10^{-18} \eta^{19} \end{aligned} \quad (35)$$

تابع‌های به دست آمده برای پروفیل دما و جابه‌جایی از روش دی.تی.ام به تعداد ۲۰ جمله است. بدیهی است هرچه تعداد ضرایب بالاتر باشد، دقت روش بیشتر می‌شود. در حالت کلی روش دی.تی.ام برای شرایط مرزی کاملاً همگرا نیست و برای بهبود این روش از تقریب پده^۱ استفاده می‌شود.

۳- صحت‌سنجی روش تبدیل دیفرانسیلی با روش عددی

در ادامه مقایسه روش دی.تی.ام با روش رانگ کوتای مرتبه چهارم آورده شده است. در رانگ کوتا از روش شوتینگ با گام ۰/۰۵ استفاده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود این نتایج کاملاً با نتایج عددی مطابقت دارد. قابل ذکر است که برای پروفیل دمای بی‌بعد از تقریب پده [۸/۸] و برای سرعت بی‌بعد از تقریب پده [۶/۶] استفاده شده است.

در شکل‌های ۲ و ۳ مقایسه پروفیل سرعت بی‌بعد و دمای بی‌بعد به دست آمده از روش دی.تی.ام-پده و رانگ-کوتا مرتبه ۴ برای نانوسیال آب-مس برای f_w های مختلف و با شرایط $Gr=0$ ، $\varphi=0/0.5$ و $Ha=1$ مشاهده می‌شود. نتایج به دست آمده از روش دی.تی.ام کاملاً با روش عددی مطابقت دارد.

جدول ۱ اختلاف به دست آمده از روش دی.تی.ام-پده و رانگ-کوتا مرتبه ۴ را برای نانوسیال آب-مس با شرایط $Gr=0$ ، $\varphi=0/0.5$ و $Ha=1$ و برای دو حالت $f_w=1$ و $f_w=-1$ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود

تابع را با سری محدود بسط دهیم، $X(t)$ را می‌توان به صورت زیر ساده بیان کرد:

$$x(t) = \sum_{k=0}^n (t)^k X(k) \quad (26)$$

اکنون معادلاتی که در بخش قبل بی‌بعد شده‌اند، در فضای تبدیل دیفرانسیلی تحلیل خواهد شد. بدین منظور فرض خواهد شد:

$$f(\eta) \rightarrow F(k) \quad \theta(\eta) \rightarrow T(k) \quad (27)$$

حال با توجه به تعریف تابع تبدیل از تبدیل‌های زیر استفاده می‌شود:

$$f''(\eta) = (k+2)(k+1)F(k+2) \quad (28)$$

$$f(\eta)f''(\eta) = \sum_{l=0}^k F(l)(k+2-l)F(k+2-l) \quad (29)$$

$$\theta'(\eta) = (k+1)T(k+1) \quad (30)$$

$$\theta''(\eta) = (k+2)(k+1)T(k+2) \quad (31)$$

$$f(\eta)\theta'(\eta) = \sum_{l=0}^k F(l)(k+1-l)T(k+1-l) \quad (32)$$

با اعمال معادلات (۲۷) تا (۳۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} &(k+2)(k+1)F(k+2) \left[1 + Ha^2 (1-\varphi)^{2.5} \right] \\ &+ 2Gr \sum_{l=0}^k F(l)(k+2-l)F(k+2-l) = \\ &\left[(1-\varphi) + \frac{\rho_s \beta_s}{\rho_f \beta_f} \varphi \right] (1-\varphi)^{2.5} (k+1)T(k+1) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &(k+2)(k+1)T(k+2) \\ &+ \left[\frac{(1-\varphi)}{2} + \frac{\rho_s c_{p_s}}{2\rho_f c_{p_f}} \varphi \right] \sum_{l=0}^k F(l)(k+1-l)T(k+1-l) = 0 \end{aligned}$$

شرایط مرزی نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} F(0) &= f_w & F(1) &= \alpha \\ T(0) &= 1 & T(1) &= \beta \end{aligned} \quad (34)$$

باید دقت شود در این روش به جمله‌های دوم سری نیاز می‌باشد، اما با توجه به شرایط مرزی مسئله که به صورت لایه مرزی بوده و شرط در بی‌نهایت است، به اجبار باید جمله‌های دوم را به صورت مجهول در نظر گرفته و سایر جملات نیز بدین روش به دست می‌آیند. سپس از شرایط مرزی $\theta'(\infty)=0$ و $f'(\infty)=0$ می‌توان مجهولات α و β را به دست آورد. برای مثال برای نانوسیال آب-مس در حالت پاشش و با فرض $Gr=0$ ، $\varphi=0/0.5$ و $Ha=1$ ، و مجهولات α و β به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = 0/461257, \quad \beta = -0/107$$

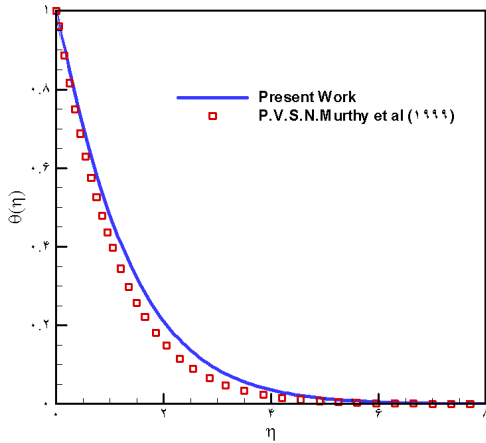


Fig. 4. Comparison of the nondimensional temperature results with Murthy for $Gr=1$ and $f_w=1$

شکل ۴: مقایسه پروفیل دمای به دست آمده با کار مورثی هنگامی که $f_w=1$ و $Gr=1$

جدول ۱: مقایسه روش دی.تی.ام با رانگ-کوتا مرتبه چهارم برای سرعت بی بعد به دست آمده نانوسیال آب-مس برای f_w برابر با یک

Table 1. Comparison of DTM and 4th order Runge-Kutta results for Cu-water nondimensional velocity profiles at $f_w=1$

خطا	حل عددی	دی.تی.ام	η
./.....	./۴۶۱۲۵۷	./۴۶۱۲۵۷	۰
./...۱۴۶	./۳۶۳۷۸۹	./۳۶۳۹۳۵	۰/۵
./...۳۲۸	./۲۸۲۷۷۹	./۲۸۳۱۰۷	۱
./...۵۵۰	./۲۱۷۰۹۴	./۲۱۷۶۴۴	۱/۵
./...۸۷۱	./۱۶۴۷۷۴	./۱۶۵۶۴۵	۲
./...۱۱۳۲	./۱۲۳۸۱۹	./۱۲۴۹۵۱	۲/۵
./...۱۲۷۸	./۰۹۲۱۸۶	./۰۹۳۴۶۴	۳
./...۱۱۲۴	./۰۶۱۸۱۳	./۰۶۹۳۰۷	۳/۵
./...۸۱۵	./۰۵۰۷۷۴	./۰۵۰۸۸۹	۴
./...۰۶۱۱	./۰۳۶۳۰۳	./۰۳۶۹۱۴	۴/۵
./...۰۵۹۰	./۰۲۵۷۵۶	./۰۲۶۳۴۶	۵
./...۰۲۷۶	./۰۱۸۰۹۸	./۰۱۸۳۷۴	۵/۵
./...۰۹۸	./۰۱۲۲۷۳	./۰۱۲۳۷۱	۶
./...۰۳۲	./۰۰۷۸۲۴	./۰۰۷۸۵۶	۶/۵
./...۰۰۶	./۰۰۴۴۵۷	./۰۰۴۴۶۳	۷
./...۰۰۲	./۰۰۱۹۱۲	./۰۰۱۹۱۴	۷/۵
./.....	./.....	./.....	۸

اختلاف بین نتایج به دست آمده جزئی و قابل چشم پوشی است.

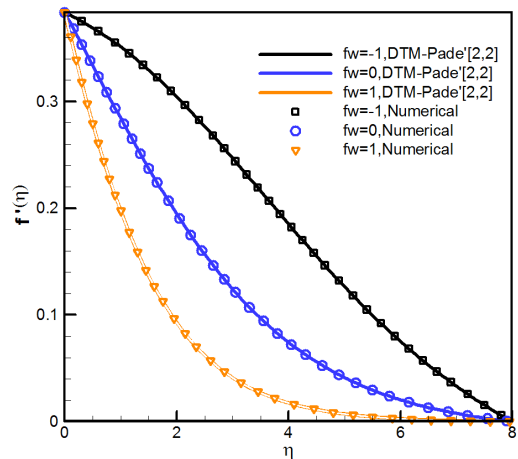


Fig. 2. Comparison of Cu-water nanofluid nondimensional velocity profiles between DTM and 4th order Runge-Kutta results

شکل ۲: مقایسه روش دی.تی.ام با رانگ-کوتا مرتبه چهارم برای پروفیل سرعت بی بعد نانوسیال آب-مس

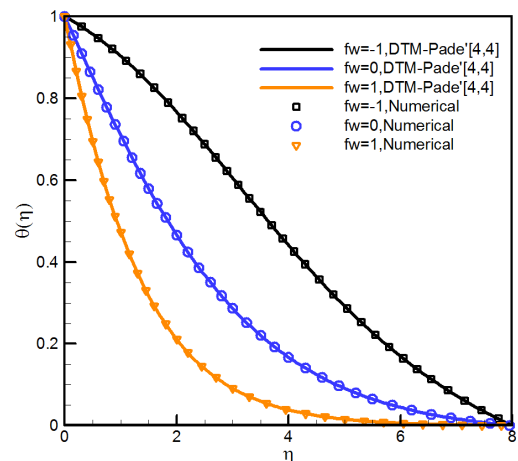


Fig. 3. Comparison of Cu-water nanofluid nondimensional temperature profiles between DTM and 4th order Runge-Kutta results

شکل ۳: مقایسه روش دی.تی.ام با رانگ-کوتا مرتبه چهارم برای پروفیل دمای بی بعد نانوسیال آب-مس

۴- نتایج

در شکل ۴ پروفیل دمای بی بعد با کار مورثی مقایسه شده است. شکل ۴ برای $f_w=1$ و $Gr=1$ بررسی شده است. همانطور که مشاهده می شود نتایج به خوبی با کار مورثی منطبق است. در این حالت میانگین خطا ۰.۹٪ می باشد. اختلاف جزئی که مشاهده می شود به این دلیل است که مورثی در کار خود انتقال جرم و ضریب انبساط تراکمی را در نظر گرفته است و این پارامتر به طور غیر مستقیم در پروفیل دمای بی بعد تاثیرگذار است. در حالی که در مطالعه حاضر اثرات ضریب انبساط تراکمی بررسی نشده و قابل چشم پوشی است.

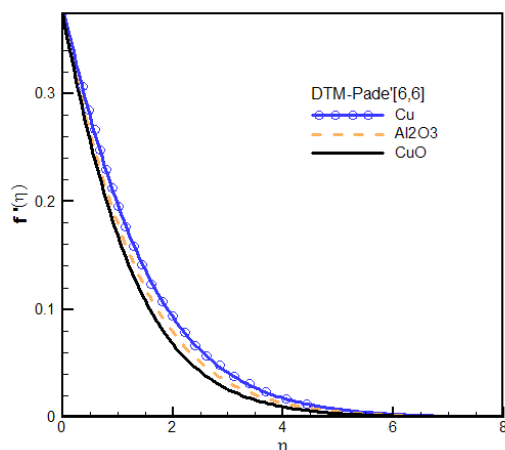


Fig. 6. The effect of different nanoparticles on $f'(\eta)$

شکل ۶: تغییرات پروفیل سرعت بی‌بعد برای نانوذرات مختلف

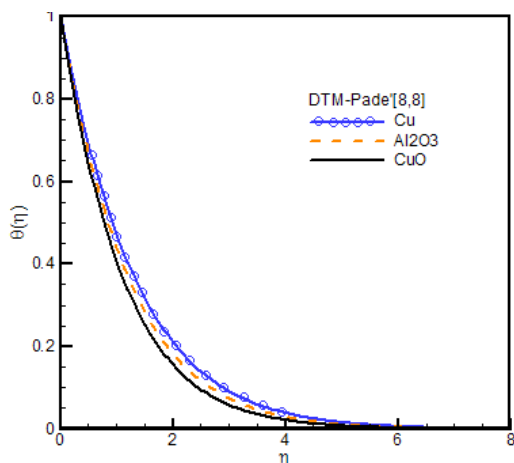


Fig. 7. The effect of different nanoparticles on nondimensional temperature profile $\theta(\eta)$

شکل ۷: تغییرات پروفیل دمای بی‌بعد برای نانوذرات مختلف

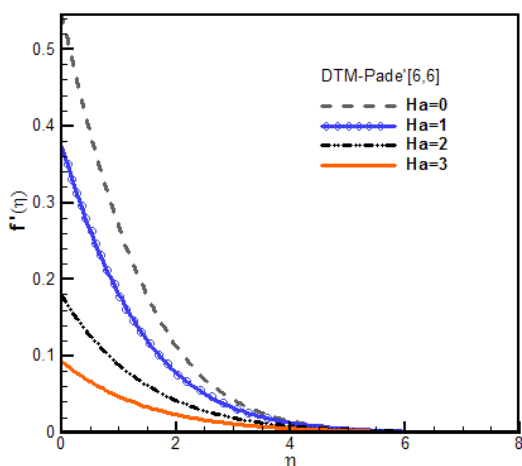


Fig. 8. The effect of Ha on $f'(\eta)$ for Al_2O_3 -water nanofluid

شکل ۸: تغییرات پروفیل سرعت نانوسیال آب-اکسید آلومینیم برای اعداد هارتمن متفاوت

در شکل ۴ عدد ناسلت محلی بر حسب شار جرمی هنگامی که $Gr=0$ ، با کار مورثی مقایسه شده است. همانطور که دیده می‌شود با افزایش شار جرمی عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد. اختلاف جزئی بین کار حاضر و کار مورثی همانطور که اشاره شد به دلیل در نظر گرفتن ضریب انبساط تراکمی است. به‌عنوان مثال در $f_w=1$ حداقل خطا ۷٪ می‌باشد و میانگین خطا ۱۲٪ است. قابل ذکر است برای مقایسه نتایج به دست آمده با کار مورثی، از نانوذرات و اثر آن در انتقال حرارت و همچنین از پارامتر مگنتوهیدرودینامیک صرف نظر شده است

تغییرات پروفیل سرعت بی‌بعد و دمای بی‌بعد برای نانوذرات مختلف مانند Cu و Al_2O_3 ، CuO با شرایط $Gr=1$ ، $f_w=1$ و $Ha=1$ در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود استفاده از نانوذرات Cu در مقایسه با سایر ذرات سرعت بالاتری دارد و در پروفیل دمای بی‌بعد نیز به دلیل هدایت حرارتی بالا ضخامت بیشتری از سایر ذرات داراست. در حالی که نانوذره CuO ضریب هدایت گرمایی کمتری دارد و به همین دلیل ضخامت لایه مرزی ایجادشده آن از سایر نانوذرات کمتر است. اثر پارامتر مگنتوهیدرودینامیک (عدد هارتمن Ha) در پروفیل‌های سرعت و دمای بی‌بعد در شکل‌های ۸ و ۹ با شرایط $Gr=1$ و $f_w=1$ بررسی شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود ضخامت لایه مرزی سرعت بی‌بعد به شدت تحت تاثیر عدد هارتمن است و با افزایش آن هم لایه مرزی به شدت کاهش می‌یابد و نیز تنش برشی دیواره به شدت کاهش پیدا می‌کند. ضخامت لایه مرزی دمای بی‌بعد با افزایش پارامتر مگنتوهیدرودینامیک افزایش می‌یابد. در واقع با افزایش عدد هارتمن، نیروی لورنتس^۱ به شدت افزایش می‌یابد و باعث شتاب دادن به ذرات می‌شود ولی این نیرو باعث خنثی شدن نیروی شناوری شده و در نهایت منجر به کاهش حرکت جریان و افزایش ضخامت لایه مرزی دما می‌شود.

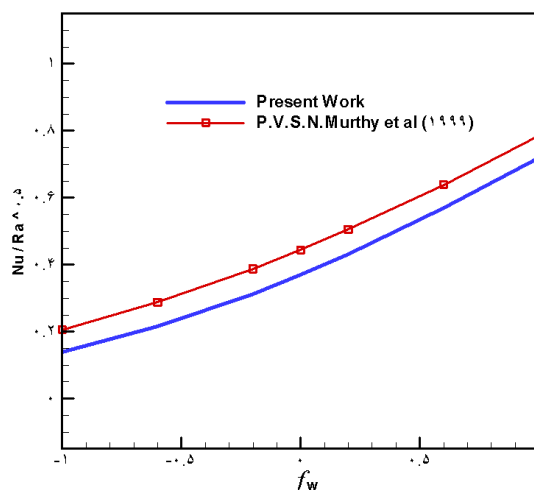


Fig. 5. Comparison of the heat transfer results with Murthy for $Gr=0$

شکل ۵: مقایسه ضریب انتقال حرارت به دست آمده بر حسب شار جرمی با کار مورثی، هنگامی که $Gr=0$

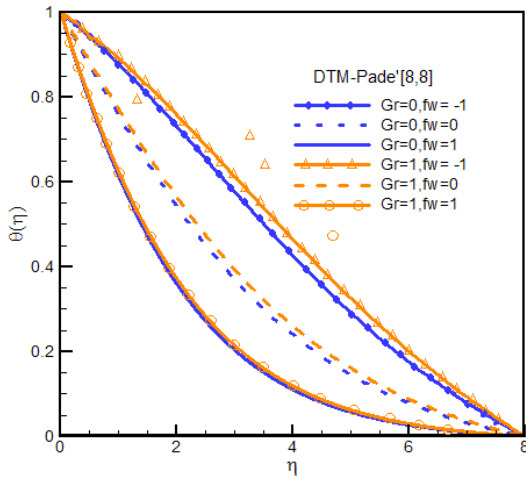


Fig. 11. non-dimensional temperature profiles of Cu-water nanofluid for various f_w and Gr

شکل ۱۱: تغییرات پروفیل دمای بی بعد نانوسیال آب-مس برای اعداد گراشف و f_w های متفاوت

تغییرات ناسلت محلی با عدد هارتمن Ha و برای ضریب حجمی ϕ مختلف، برای نانوسیال آب-مس با شرایط $f_w=1$ و $Gr=1$ در شکل ۱۲ آورده شده است. با افزایش پارامتر مگنتوهیدرودینامیک، عدد ناسلت کاهش می یابد، زیرا در حقیقت با افزایش میدان مغناطیسی نیروی حجمی تولید می شود که نیروی لورنتس به وجود آمده نیروی شناوری را خنثی کرده و باعث تغییر نرخ انرژی و کاهش انتقال حرارت می شود. در حالیکه با اضافه شدن نانوذرات و افزایش مقدار آن عدد ناسلت محلی افزایش می یابد. برای مثال برای $\phi=0.01$ ، $\phi=0.03$ و $\phi=0.05$ برای نانوسیال ذکر شده نسبت به سیال پایه ضریب انتقال حرارت بی بعد به ترتیب 1.17% ، $0.5/1$ و $0.8/5$ افزایش خواهد یافت.

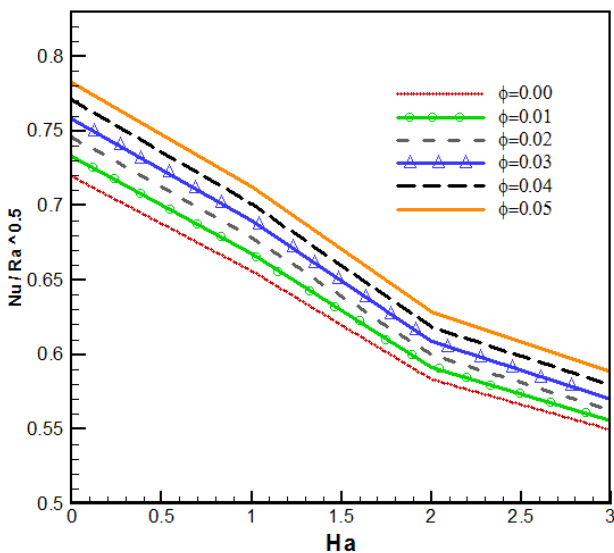


Fig. 12. Nusselt number for Cu-water nanofluid at different Ha and concentrations

شکل ۱۲: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد نانوسیال آب-مس با Ha و ϕ های متفاوت

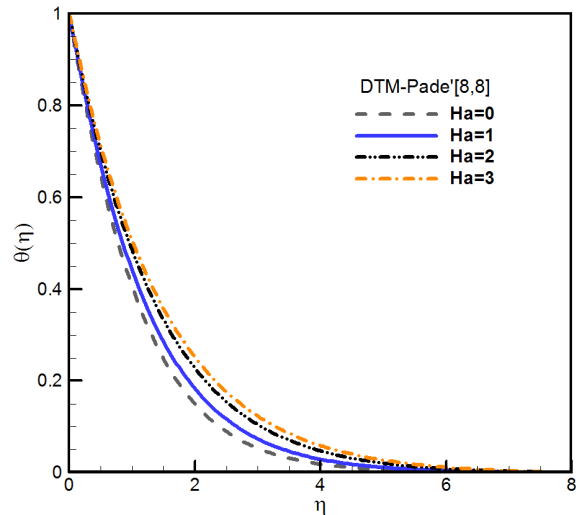


Fig. 9. The effect of Ha on $\theta(\eta)$ for Al_2O_3 -water nanofluid

شکل ۹: تغییرات پروفیل دمای بی بعد نانوسیال آب-اکسید آلومینیم برای اعداد هارتمن متفاوت

اثر عدد گراشف و f_w در پروفیل های سرعت و دمای بی بعد در شکل ۱۰ و ۱۱ برای $\phi=0.05$ بررسی شده است. برای سرعت بی بعد با افزایش عدد گراشف نه تنها ضخامت لایه مرزی کاهش می یابد بلکه مقدار اولیه آن نیز تحت تاثیر قرار می گیرد و تنش برشی دیواره اولیه کاهش می یابد. برای پروفیل دمای بی بعد با افزایش عدد گراشف ضخامت لایه مرزی دمای بی بعد افزایش می یابد. در واقع عدد گراشف معیاری از جدا کردن سیال از میان دیوار نفوذپذیر بوده و هرچه کوچک تر باشد این جدایش کمتر و ضخامت لایه مرزی دما نیز کوچک تر می شود.

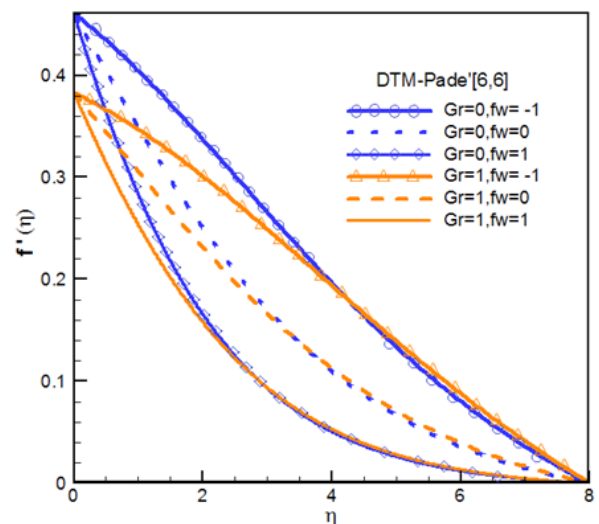


Fig. 10. non-dimensional velocity profiles of Cu-water nanofluid for various f_w and Gr

شکل ۱۰: تغییرات پروفیل سرعت بی بعد نانوسیال آب-مس برای اعداد گراشف و f_w های متفاوت

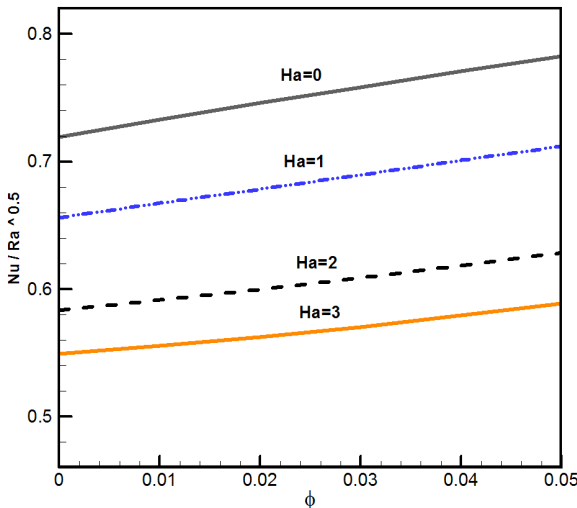


Fig. 14. Nusselt number of Cu-water nanofluid at different ϕ and Ha
 شکل ۱۴: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد آب-مس با ϕ و Ha

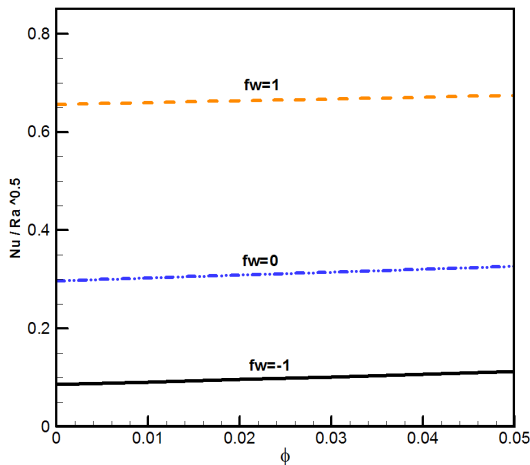


Fig. 15. Variation of Nusselt number with f_w for CuO-water nanofluid
 شکل ۱۵: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد آب-اکسیدمس با f_w

برای نانوذرات CuO ، Al_2O_3 و Cu با شرایط $f_w=1$ ، $Gr=1$ ، $Ha=0$ و $Ha=0$ بررسی شده است. از میان نانوذرات، نانوذره مس اثر برجسته‌ای در افزایش نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی دارد. همچنین مشاهده می‌شود که نانوذرات CuO پایین‌ترین نرخ انتقال حرارت را داراست. زیرا CuO کمترین هدایت گرمایی را نسبت به Al_2O_3 یا Cu دارد، در حالیکه مس بالاترین ضریب پخش گرمایی را نسبت به سایر نانوذرات داراست.

برای نانوذرات CuO ، Al_2O_3 و Cu با شرایط $f_w=1$ ، $Gr=1$ ، $Ha=0$ و $Ha=0$ بررسی شده است. از میان نانوذرات، نانوذره مس اثر برجسته‌ای در افزایش نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی دارد. همچنین مشاهده می‌شود که نانوذرات CuO پایین‌ترین نرخ انتقال حرارت را داراست. زیرا CuO کمترین هدایت گرمایی را نسبت به Al_2O_3 یا Cu دارد، در حالیکه مس بالاترین ضریب پخش گرمایی را نسبت به سایر نانوذرات داراست.

تغییرات ناسلت محلی با عدد هارتمن و برای نانوذرات متفاوت با شرایط بررسی شده، نانوذره مس با ضریب هدایت گرمایی بالاتر باعث افزایش انتقال حرارت بیشتر می‌شود، برای مثال برای نانوسیال آب-مس با تغییر عدد هارتمن از ۰ تا ۳، عدد ناسلت محلی از ۰/۲۱ به ۰/۶۸ کاهش می‌یابد.

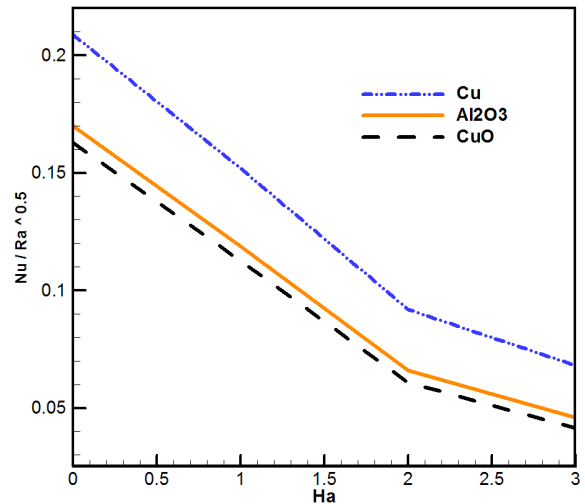


Fig. 13. Variation of Nusselt number with Ha for different nanoparticles

شکل ۱۳: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد نانوذرات مختلف با Ha

در شکل ۱۴ تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد برای نانوسیال آب-مس با ضریب حجمی ϕ و عدد هارتمن با شرایط $Gr=1$ ، $f_w=-1$ نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش ضریب حجمی، ضریب انتقال حرارت بی بعد افزایش می‌یابد. زیرا با توجه به بالا بودن ضریب هدایتی جامدات نسبت به سیال پایه آب می‌توان انتظار داشت که ترکیب این دو باعث رشد بسیار خوبی در ضریب هدایت گرمایی و در نهایت افزایش توان جذب و یا دفع گرمایی از آنها شود. از طرفی دیگر با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت محلی کاهش می‌یابد، به طور مثال برای نانوسیال ذکر شده در $\phi=0/05$ و برای $Ha=1$ ، $Ha=2$ و $Ha=3$ نسبت به $Ha=0$ به ترتیب ۲۰٪، ۲۵٪ و ۲۰٪ عدد ناسلت محلی کاهش خواهد یافت.

تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد برای نانوسیال آب-مس با ضریب حجمی ϕ و شار جرمی f_w با شرایط $Gr=1$ و $Ha=1$ در شکل ۱۵ نشان داده شده است. از میان حالت‌های مختلف شار جرمی همان‌طور که از شکل پیداست حالت مکش $f_w=1$ بیشترین عدد ناسلت محلی را داراست در حالی که حالت پاشش $f_w=-1$ در پایین‌ترین سطح است.

در حالت مکش برای نانوسیال ذکر شده در $\phi=0/05$ نسبت به حالت دیوار نفوذناپذیر $f_w=0$ ضریب انتقال حرارت بی بعد، برابر افزایش خواهد یافت. در حالیکه برای حالت پاشش به یک سوم کاهش می‌یابد.

در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد برای نانوسیال‌های مختلف با ضریب حجمی ϕ ، با شرایط متفاوت $f_w=1$ ، $Gr=1$ ،

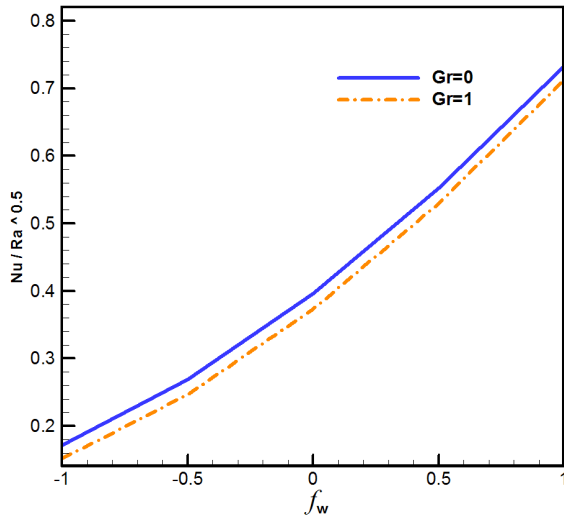


Fig. 18. Variation of Nusselt number with f_w for Cu-water nanofluid at $Gr=0$ and $Gr=1$

شکل ۱۸: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد نانوسیال آب-مس با f_w و اعداد گراشف برابر با ۰ و ۱

۵- نتیجه گیری و جمع بندی

در مطالعه حاضر، تاثیر نانوذرات بر میزان انتقال حرارت جابه جایی آزاد روی سطح دیوار متخلخل عمودی تحت میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار گرفت. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر آن تبدیل به معادلات دیفرانسیل معمولی شده و به روش دی.تی.ام حل شدند. سپس با فرض جریان آرام، تعادل گرمایی آب و نانوذرات و شرط عدم لغزش بین آنها، به منظور بررسی تغییرات حاصله در ضرایب هدایت حرارتی و مشاهده تاثیر نانوذرات به سیال پایه مانند Cu ، Al_2O_3 ، CuO در ضخامت لایه مرزی دمایی بی بعد، سرعت بی بعد و ضریب انتقال حرارت بی بعد از روش پتل استفاده شد. در انتها اثر پارامترهای مختلف مانند ضریب حجمی ϕ ، پارامتر شار جرمی f_w ، عدد گراشف و پارامتر مغناطیسی روی جریان و انتقال حرارت به وسیله پروفیل سرعت و دمایی بی بعد و همچنین عدد ناسلت محلی بررسی شد. در مجموع نتایج به دست آمده شامل موارد زیر است:

- افزودن نانوذرات به سیال پایه آب باعث افزایش انتقال حرارت جابه جایی طبیعی می شود و با افزایش درصد حجمی نانوسیال این مقدار زیاد می شود.
- استفاده از نانوسیال آب-مس به دلیل هدایت گرمایی بالا، باعث افزایش بیشتر عدد ناسلت محلی نسبت به سایر نانوذرات شده و می توان نتیجه گیری کرد که ضریب هدایت گرمایی یک پارامتر مهم برای انتخاب نانوذره استفاده شده در نانوسیال است.
- یکی از پارامترهای مهم در انتقال حرارت طبیعی عدد گراشف است که با افزایش آن، ضخامت لایه مرزی دمایی بی بعد افزایش می یابد. این در حالی است که ضریب انتقال حرارت بی بعد با کاهش آن، افزایش می یابد.

اثر عدد گراشف بر انتقال حرارت برای نانوسیال آب-مس را در شکل ۱۷ با شرایط $\phi=0.05$ و $Ha=1$ می توان مشاهده کرد. پارامتر شار جرمی متغیر و بازه آن از -۱ تا +۱ است. همانطور که مشاهده می شود با افزایش عدد گراشف از صفر به یک، ضریب انتقال حرارت بی بعد کاهش می یابد. در واقع با کاهش عدد گراشف جدایش سیال از دیوار کمتر می شود که باعث کاهش ضخامت مرزی دمایی بی بعد و افزایش انتقال حرارت می شود. برای مثال در عدد $Gr=0$ نسبت به $Gr=1$ برای نانوسیال آب-مس در حالت $Ha=1$ و $\phi=0.05$ عدد ناسلت محلی از 0.73 به 0.71 می باشد.

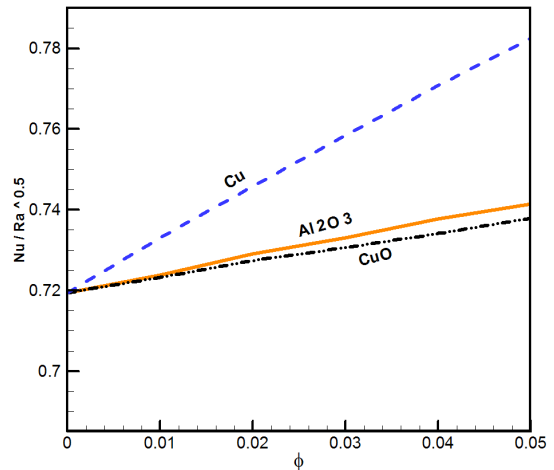


Fig. 16. Variation of Nusselt number with ϕ for different nanoparticles at $Ha=0$ and $f_w=0$

شکل ۱۶: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد نانوذرات مختلف با ϕ هنگامی که $Ha=0$ و $f_w=0$

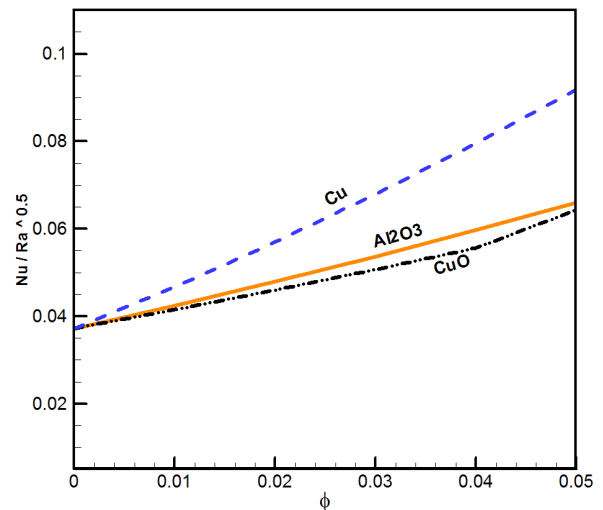


Fig. 17. Variation of Nusselt number with ϕ for different nanoparticles at $Ha=2$ and $f_w=-1$

شکل ۱۷: تغییرات ضریب انتقال حرارت بی بعد نانوذرات مختلف با ϕ هنگامی که $Ha=2$ و $f_w=-1$

Communications in Heat and Mass Transfer, 38 (2013): 487-492.

- [5] Mahmoudi, A. H., I. Pop and M. Shahi, " Effect of magnetic field on natural convection in a triangular enclosure filled with nanofluid" *International Journal of Thermal Sciences*, 59 (2012): 126-140.
- [6] Rosca, A. V., N. C. Rosca, T. Grosan and I. Pop, " Non-Darcy mixed convection from a horizontal plate embedded in a nanofluid saturated porous media" *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 39 (2012): 1080-1085.
- [7] Vasu, B., V. R. Prasad and O. Anwar B'eg, " Thermo-Diffusion and Diffusion-Thermo Effects on MHD Free Convective Heat and Mass Transfer from a Sphere Embedded in a Non-Darcian Porous Medium" *Journal of Thermodynamics*, 10 (2012): 1155-1172.
- [8] Patel, H.E., T. Pradeep, T. Sundararajan, A. Dasgupta, N. Dasgupta and S.K. Das, "A microconvection model for thermal conductivity of nanofluid" *Pramana- Journal of Physics*, 65 (2005): 863-869.
- [9] Abdel-Halim and I.H. Hassan, "Differential transformation technique for solving higher-order initial value problems" *Appl. Math. Comput*, 154 (2004): 299-311.

- افزایش میدان مغناطیسی که با عدد بی بعد هارتمن نشان داده شده است، باعث افزایش ضخامت لایه مرزی دمای بی بعد و کاهش ضریب انتقال حرارت بی بعد می شود.

- روش نیمه تحلیلی دی. تی. ام یک روش کارآمد، دقیق و قابل استفاده به جای روش های عددی است.

منابع

- [1] Choi., S.U.S., "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles", *Development and Applications of Non-Newtonian Flows*, 66 (1995) 99-105.
- [2] Murthy, P. V. S. N. and P. Singh, " Heat and mass transfer by natural convection in a non-Darcy porous medium" *ActaMechanica* 138 (1999): 243-254.
- [3] Kishan, N., S. Maripala and C. Srinivas Reddy, " MHD Effects on free Convective Heat and Mass Transfer in a Doubly Stratified Non-Darcy Porous Medium" *International Journal of Engineering Science and Technology*, 3 (2011): 5450-5462.
- [4] Hamad, M. A. A., " Analytical solution of natural convection flow of a nanofluid over a linearly stretching sheet in the presence of magnetic field" *International*

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

H. Jahani, A. Abbassi, M. Kalteh, M. Azimifar, "Semi-Analytic Solution of Nanofluid and Magnetic Field Effects on Heat Transfer from a Porous Wall", *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 49(1) (2017) 161-170.
DOI: 10.22060/mej.2016.805

