



## شبیه‌سازی عددی موج‌ساز پیستونی به روش عددی لیتس بولتزمن با استفاده از هندسه سلولی چند لایه متحرک

احسان داورپناه<sup>۱</sup>، مرتضی عنبرسوز<sup>۲\*</sup>، احسان رجیبانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران

<sup>۲</sup>دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران

<sup>۳</sup>دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۳۰ مهر ۱۳۹۵

بازنگری: ۲۲ بهمن ۱۳۹۵

پذیرش: ۱۵ اسفند ۱۳۹۵

ارائه آنلاین: ۲۱ اسفند ۱۳۹۵

### کلمات کلیدی:

موج ساز

پیستون

لیتس بولتزمن

مش متحرک چهار لایه

**چکیده:** استفاده از سامانه‌های تولید موج برای مطالعه آزمایشگاهی اثر موج بر سازه‌های دریایی تاکنون مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. همچنین استفاده از روش‌های عددی با قابلیت شبیه‌سازی دینامیک موج در یک سیستم موج‌ساز عددی، به عنوان جایگزینی مناسب برای مطالعات هزینه‌بر تجربی، همواره مطرح بوده است. از آنجایی که نسبت‌های طول به ارتفاع و عمق به ارتفاع موج در بسیاری از موارد به طور قابل توجهی بزرگ‌تر از یک است، و از طرفی محاسبه دقیق هندسه موج نیاز به تمرکز بالای نقاط محاسباتی در محدوده مرز مشترک مایع-گاز دارد، روش‌های عددی که تاکنون ارائه شده‌اند، بسیار زمان‌بر می‌باشند. در این پژوهش، یک روش عددی سریع برای مدل‌سازی یک سامانه موج‌ساز پیستونی ارائه شده است که بر خلاف روش‌های قبلی از سرعت مناسبی برخوردار است. روش ارائه شده ترکیبی از روش لیتس بولتزمن با هندسه نقاط محاسباتی چند لایه متحرک و روش ونو برای اعمال شرط مرزی سینماتیکی سطح آزاد می‌باشد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی با تئوری موج‌ساز و نتایج آزمایشگاهی موجود برای موج‌ساز پیستونی مقایسه شده که تطابق بسیار خوبی بین آن‌ها مشاهده شده است.

### ۱- مقدمه

موج و عدم امکان بررسی تعامل دوسویه موج-جسم جامد متحرک، بسیاری از محققین را بر آن داشته تحقیقات خود را معطوف به توسعه روش‌های عددی حل موج نمایند. توسعه روش‌های عددی بر اساس دو دیدگاه کلی صورت گرفته است. در دیدگاه اول، تولید موج با فرض غیر لزج و غیر چرخشی بودن جریان سیال انجام می‌شود [۸-۱۲]. اما در کاربردهایی مانند سامانه‌های جذب انرژی از امواج آب که در آن‌ها نیروی درگ لزج قابل صرف‌نظر کردن نیست، این فرضیات قابل قبول نبوده و نیازی به گسترش روش‌هایی برای تولید امواج با در نظر گرفتن لزجت می‌باشد.

بنابراین، در دیدگاه دوم با در نظر گرفتن اثر لزجت، پدیده تولید موج سطحی مطالعه شده است. در این رویکرد عددی معمولاً محیط جریان به عنوان یک محیط دو جزئی، در نظر گرفته شده و محیط‌های پیوسته مایع و گاز به وسیله یک سطح مشترک از هم جدا شده‌اند. بنابراین فرایند حل شامل تعیین فصل مشترک به موازات حل جریان لزج می‌باشد که محل فصل مشترک عمدتاً با استفاده از دو روش علامت‌گذاری سلول‌های محاسباتی یا روش حجم سیال صورت پذیرفته است.

چن و استریت [۱۳]، با اصلاح روش علامت‌گذاری سلول‌های محاسباتی<sup>۱</sup>، که پیش‌تر به وسیله هارلو و ولش [۱۴] برای مطالعه جریان‌های

یکی از تمهیدات مهندسی برای مطالعه و بررسی اثر موج‌های سطحی بر سازه‌های ساحلی و بسیاری از زمینه‌های مرتبط با آن، استفاده از سامانه‌های موج‌ساز است. در این دسته از سامانه‌ها، موج‌های سطحی با حرکت متناوب رفت و برگشتی و یا زاویه‌ای یک پیستون تعبیه شده در یک تونل موج، ایجاد می‌شوند. شبیه‌سازی عددی تولید موج سطحی به وسیله موج‌ساز، به عنوان بدیلی، که بدان وسیله بتوان از هزینه و محدودیت‌های متوجه محاسبات آزمایشگاهی کاست، مورد توجه دسته‌ای از محققین قرار گرفته است. با این حال، شبیه‌سازی موج با استفاده از روش‌های عددی موجود دارای کاستی‌ها و نواقصی است. این نواقص عمدتاً متوجه عدم توانایی عموم این روش‌ها در به حساب آوردن اثر جسم جامد متحرک و عدم توانایی در معرفی مناسب مرز جاذب موج می‌باشد. در تاریخچه این مبحث، سه روش کلی برای شبیه‌سازی عملکرد ساز و کار موج مورد توجه بوده است [۱]: مدل‌سازی تحلیلی موج سطحی، مدل‌سازی عددی موج سطحی با فرض سیال غیرلزج، و مدل‌سازی عددی موج سطحی با فرض سیال لزج.

روش‌های تحلیلی ارائه شده در تاریخچه عمدتاً با فرض جریان غیر لزج ارائه شده‌اند [۷-۲]. اما پیچیدگی کار با عبارات مراتب بالاتر در حل تحلیلی

1 Marker and cell method (MAC)

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: anbarsouz@qiet.ac.ir

این نوع مدل‌سازی عددی بهره برده‌اند.

گرچه روش‌های عددی فوق، توانایی ایجاد یک موج دلخواه را به صورت مصنوعی دارند، با این حال تفاوت‌هایی بین تشکیل موج در محیط حقیقی و نتایج این نوع شبیه‌سازی‌ها وجود دارد. در مدل‌سازی بر اساس روش کسر حجمی سیال-جریان ورودی، مؤلفه‌های سرعت در مرز جریان ورودی بر اساس یک حل تحلیلی برای موج موردنظر تنظیم می‌شوند. بنابراین، سرعت در مرز ورودی در جهت عمودی تغییر می‌کند و این در حالی است که یک موج‌ساز پیستونی هیچ مؤلفه سرعتی در راستای عمودی ندارد. به طور مشابه، در روش تولید موج با استفاده از منبع جرم، شدت منبع جرم افزوده شده بر مبنای منحنی موج مورد نیاز محاسبه می‌شود. در نتیجه الگوی جریان تشکیل‌شونده در مجاورت محدوده اثر تابع منبع جرم، کاملاً با سینماتیک جریان سیال در اطراف پیستون موج‌ساز متفاوت است.

بنابراین توسعه روشی عددی برای شبیه‌سازی تشکیل و انتشار موج در سطح تونل موج که در آن بدون هیچ‌گونه پیش‌فرضی شرایط حقیقی عمل و عکس‌العمل سیال و جسم جامد متحرک لحاظ شده باشد، همچنان موضوع مهمی به شمار می‌رود. این هدف را می‌توان با مدل‌سازی حرکت خاص پیستون موج‌ساز در محیط سیال پیگیری کرد. در این حالت تنها لازم است تا دوره تناوب حرکت و طول کورس المان موج‌ساز و عمق محیط موج از پیش تعیین شود. پس از آن طول موج و ارتفاع موج با حل معادلات ناویر-استوکس به دست خواهد آمد.

وود و همکاران [۲۷] از نرم افزار فلونت<sup>۴</sup> برای شبیه‌سازی موج‌ساز پیستونی استفاده کردند. همچنین فیننگن و گوگین با استفاده از نرم افزار تجاری انسیس سی اف ایکس<sup>۵</sup> تولید و انتشار موج به وسیله المان متحرک باله‌ای<sup>۶</sup> را شبیه‌سازی کردند. در این شبیه‌سازی‌ها از روش شبکه دینامیکی غیرساختاریافته استفاده شده است. در این روش، در هر گام زمانی نیاز به تولید شبکه جدید متناسب با محل جدید جسم جامد متحرک می‌باشد. تولید شبکه جدید از لحاظ محاسباتی وقت‌گیر بوده و همچنین انتقال اطلاعات از شبکه قدیمی به شبکه در گام زمانی جدید، خطاهایی را ایجاد خواهد کرد. همچنین بر اساس یافته‌های فیننگن و گوگینس [۲۸]، تولید موج در نرم افزار انسیس سی اف ایکس و با استفاده از موج‌ساز باله‌ای تنها زمانی امکان پذیر است که عدد موج کمتر از ۰/۲ باشد.

علاوه بر تحقیقاتی که در زمینه تولید و انتشار موج با استفاده از روش‌های متعارف در دینامیک سیالات محاسباتی صورت پذیرفته است، تعداد اندکی از محققین هم به بررسی پدیده انتشار موج با استفاده از روش لیتیس بولتزمن پرداخته‌اند. در این میان اخیراً ژائو و همکاران [۲۹] با توسعه روش عددی لیتیس بولتزمن، روشی مناسب برای بررسی انتشار امواج با دامنه‌های کوتاه و متوسط ارائه کرده‌اند. علاوه بر مدلی که به وسیله ژائو و همکاران به منظور شبیه‌سازی انتشار امواج سطحی معرفی شده است، تعداد دیگری از محققین

شامل سطح آزاد معرفی شده بود، توانستند مسأله پیشروی تک موج در یک کانال کم عمق را مورد بررسی قرار دهند. همچنین تانگ و همکاران [۱۵] با استفاده از یک بیان دقیق ریاضی برای مرزهای جامد متحرک که اثرات لزجت و تنش سطحی در آن لحاظ شده بود، به توسعه تئوری عددی موج غیرخطی لزج پرداختند. پس از آن، هووانگ و همکاران [۱۶] با استفاده از یک مدل اصلاح شده روش علامت‌گذاری سلول‌های محاسباتی، در جهت شبیه‌سازی انتشار امواج لزج حاصل از حرکت موج‌ساز پیستونی اقدام کردند. روشی که به وسیله هووانگ و همکارانش ارائه شد [۱۶]، پس از آن به وسیله هووانگ و دونگ [۱۷] و دونگ و هووانگ [۱۸] برای ایجاد گونه‌های دیگری از امواج، شامل امواج با دامنه‌های کوتاه و متوسط و تک‌موج‌ها در محیط دو بعدی آب راه، مجدداً مورد استفاده قرار گرفت. ونگ و همکاران [۱۹] هم با استفاده از روشی مشابه، فرایند تولید و گسترش امواج در یک تونل موج با موج‌ساز پیستونی را شبیه‌سازی کردند.

در سال ۱۹۸۱، هرت و نیکولز [۲۰]، با استفاده از روش کسر حجمی سیال<sup>۱</sup>، اثر سطح آزاد بر جریان را در محاسبه وارد کردند. پس از آن بسیاری از تحلیل‌های عددی تونل موج، بر اساس این روش انجام شده است. تاریخچه استفاده از روش کسر حجمی سیال در تولید امواج لزج را می‌توان در دو گروه عمده دسته‌بندی کرد. در گروه اول که تحت عنوان روش حجم سیال-جریان ورودی<sup>۲</sup> شناخته می‌شود، شرایط مرزی بر اساس تغییر ارتفاع سطح آزاد و حل تحلیلی میدان جریان موج دار، تنظیم می‌شوند. لین و لیو [۲۱] اولین کسانی بودند که تونل موج را به این ترتیب شبیه‌سازی کردند. همچنین این روش به وسیله تراش و دروک [۲۲] با اعمال اثر مرز جاذب موج، به کار برده شد. با این حال، لای و فلیمنگ [۱۰] و اپسلی و هوو [۲۳] مدل‌سازی تونل موج را با بهره‌گیری از دیدگاه حجم محدود-جریان ورودی و در یک محیط سه بعدی انجام دادند.

گروه دوم از مدل‌های عددی که بر مبنای استفاده از روش کسر حجمی سیال معرفی شده‌اند، روش‌های تولید داخلی موج<sup>۳</sup> هستند. در این روش‌ها، با اعمال یک منبع جرم با شدت متغیر در محدوده‌ای مشخص از میدان محاسباتی، موج مورد نظر در سطح آب ایجاد می‌شود. در این روش عددی، جریان متناوباً در محدوده عمل منبع جرم تزریق و یا مکیده شده به نحوی که اثر آن، تشکیل موج مورد نظر در سطح باشد. تاکنون انواع مختلفی از امواج اعم از موج‌های منظم، نامنظم، موج‌های استوکسی مرتبه دوم و بالاتر و تک موج با استفاده از این روش تولید شده‌اند. این مدل‌سازی عددی به شکل مؤثری به وسیله کاواساکی [۲۴] و به منظور مطالعه در مورد تغییر شکل امواج ضمن عبور از یک موج‌شکن مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین هیو و تانیموتو [۲۵] از این نوع مدل‌سازی برای بررسی تعاملات موج-سازه استفاده کرده‌اند. به علاوه هور و همکاران [۲۶] برای تعیین اندازه نیروهای عرضی وارده بر سازه‌های سه بعدی متصل به یک موج‌شکن متخلخل، از

4 Fluent  
5 Ansys CFX  
6 Flap-type wavemaker

1 Volume-Of-Fluid (VOF)  
2 VOF-Inflow  
3 Internal wave generation

که در این روابط  $V$ ،  $\vec{\tau}$ ،  $p$ ،  $\rho$  و  $g$  به ترتیب بردار سرعت، تانسور تنش، فشار، چگالی و شتاب ثقل هستند. با در نظر گرفتن فشار هر نقطه به عنوان حاصل جمع دو فشار هیدرواستاتیکی ( $p_H$ ) و هیدرودینامیکی ( $p_D$ ) داریم:

$$p = p_H + p_D \quad (3)$$

که در آن فشار هیدرواستاتیکی عبارتست از:

$$p_H = \rho_0 g (d + \eta - y) \quad (4)$$

که در آن  $d$  عمق آب است. بنابراین معادله بقاء مومنتم را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V = -\frac{1}{\rho} \nabla p_D + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau} - g \nabla \eta \quad (5)$$

در این رابطه  $\eta(x,t)$  تابع ارتفاع سطح است که تابع مختصه افقی و زمان می‌باشد. در شکل ۱، شمایی کلی از دستگاه مختصات در نظر گرفته شده برای حل مسأله و نسبت آن با تابع تراز موج نشان داده شده است.

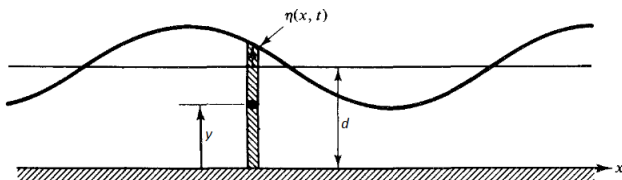


Fig. 1. Coordinate system and height function descriptions

شکل ۱: تعریف دستگاه مختصات و تابع ارتفاع سطح

شرط مرزی سینماتیکی مرز مشترک دو فاز عبارتست از [۲۹]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_s \frac{\partial \eta}{\partial x} = v_s \quad (6)$$

که در این رابطه  $v_s$  و  $u_s$  مؤلفه‌های سرعت در سطح مشترک مایع-گاز هستند.

### ۳- روش عددی

به منظور حل همزمان معادلات ناویر-استوکس و معادله انتقال سینماتیکی مرز، در این پژوهش به ترتیب از روش‌های عددی لیتیس بولتزمن و روش ونو ضمنی مرتبه پنجم استفاده شده است.

۳-۱- حل معادلات حاکم بر جریان سیال با استفاده از روش لیتیس بولتزمن در روش لیتیس بولتزمن [۳۴]، ذراتی مجازی واقع بر هر نقطه از فضای محاسباتی در نظر گرفته می‌شوند که تنها مجاز به حرکت در جهات محدود و مشخصی هستند. مجموعه این جهات حرکت اصطلاحاً لیتیس خوانده شده و بسته به نوع معادلات و بعد فضای محاسباتی دارای اشکال مختلفی است.

پدیده‌های شامل سطوح موج دار را با استفاده از روش لیتیس بولتزمن بررسی کرده‌اند. در این زمینه نیشی و دوآن [۳۰] با استفاده از روش لیتیس بولتزمن که پیش از آن به وسیله بوگنر و رود [۳۱] برای شبیه‌سازی فصل مشترک مایع-جامد-گاز ارائه شده بود، به بررسی مسأله جابه‌جایی سطح موج در حدود ساحلی پرداخته‌اند. اما واردل و لی [۳۲] هم با استفاده از ترکیب دو روش المان محدود و لیتیس بولتزمن چگونگی تغییرات سطح موج را بررسی کرده‌اند. در مسأله مورد توجه این دو محقق، محیط انتشار موج و عامل انتشار موج به ترتیب فضای بین دو استوانه هم مرکز و چرخش استوانه داخلی در نظر گرفته شده‌اند. در نهایت آخرین تحقیق مرتبط با زمینه انتشار امواج سطحی که در آن از روش لیتیس بولتزمن بهره گرفته شده است اختصاص به توریمبرت و همکاران [۳۳] دارد. این محققین با استفاده از کد محاسباتی پرونده باز پالابوس<sup>۱</sup> مسأله نوسانات یک المان شناور جاذب انرژی موج را بررسی کرده‌اند. در این تحقیق هم مشابه کار بوگنر و رود و همچنین تحقیق نیشی و دوآن هندسه سطح مشترک با دیدگاهی ملهم از روش حجم سیال به محیط محاسباتی مورد نظر معرفی شده است.

اگر چه در روش ارائه شده در مرجع [۲۹]، حل میدان موج سطحی با استفاده از نقاط غیر یکنواخت امکان‌پذیر شده است، اما به دلیل نیاز به تراکم بالای نقاط محاسباتی در این روش، هزینه محاسباتی بالائی دارد. در مقاله حاضر، از نقاط محاسباتی متحرک استفاده شده است که به دلیل کاهش تعداد نقاط محاسباتی مورد نیاز، هزینه محاسباتی را شدیداً کاهش می‌دهد. در این پژوهش، علاوه بر بارگذاری مناسب روش لیتیس بولتزمن برای شبیه‌سازی امواج سطحی، از هندسه نقاط محاسباتی متحرک چهار لایه به منظور محاسبه دقیق جریان در محدوده موج و متصل به المان‌های متحرک استفاده شده است. به این ترتیب ریزترین نقاط و لایه‌های دوم و سوم متصل به آن‌ها در فضای محاسباتی همراه با موج در جهت عمودی و همراه با پیستون در جهت افقی حرکت می‌کنند. استفاده از این روش، تشکیل نقاط محاسباتی را تا ۲۴ برابر کاهش داده است. نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی و تحلیلی موجود برای انتشار یک تک موج و امواج سینوسی تولید شده توسط یک موج‌ساز پیستونی مقایسه شده، که تطابق بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

### ۲- معادلات حاکم

معادلات ناویر-استوکس حاکم بر جریان دوبعدی یک سیال نیوتنی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\nabla V = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau} + g \quad (2)$$

بر فیزیک مسأله (در این جا اعداد رینولدز و فرود جریان) است؛ پایین نویسنده  $i$  مبین جهت شبکه و بالانویس‌های  $^{\circ}$  و  $'$ ، متناظر با شرایط تابع توزیع در حالت تعادل و پس از برخورد هستند. همچنین تابع  $F_i$  معرف نیروی کالبدی در آحاد شبکه می باشد. رابطه توزیع تعادلی عبارتست از:

$$f_i^0(\bar{x}, t) = \rho w_i \cdot \left( 1 + \frac{e_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{|u|^2}{2c_s^2} \right) \quad (9)$$

در این رابطه  $w$ ، تابع وزن و در مورد شبکه D2Q9 برای جهت صفر، جهات ۱-۴ و جهات ۵-۸ به ترتیب برابر با  $0/44$ ،  $0/11$  و  $0/27$  می باشد. به علاوه  $c_s$ ، سرعت صوت در شبکه و برابر با  $0/577$  است. روابط لازم برای تعیین سرعت‌ها، چگالی و نیروی کالبدی شبکه در هر نقطه از فضا به صورت زیر می باشند:

$$\rho = \sum_i f_i \quad (10-الف)$$

$$\rho u = \sum_i e_i f_i + \frac{\delta t}{2} F_c \quad (10-ب)$$

$$F_i = W_i \left[ \frac{e_i \cdot F_c}{c_s^2} + \frac{u F_c : (e_i e_i - c_s^2 I)}{c_s^4} \right] \quad (10-ج)$$

که در این رابطه:

$$F_c = \left( -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, 0 \right) \quad (11)$$

بنابراین با مشخص بودن تابع سطح در هر گام زمانی مقدار  $F_c$  و پس از آن  $F_i$  و مؤلفه‌های سرعت و چگالی بر اساس مقادیر معلوم تابع توزیع محاسبه می شوند. همچنین مقدار تابع توزیع تعادلی بر اساس معادله (۹) به عنوان تابعی از سرعت و چگالی در تمام نقاط غیر مرزی محاسبه خواهد شد. در نهایت با محاسبه تغییرات تابع توزیع در زمان و مکان از طریق دو مرحله و روابط (۸-الف) و (۸-ب) شرایط جدید تابع توزیع در همه نقاط محاسبه خواهد شد.

### ۳-۲- هندسه سلول‌های محاسباتی

در این تحقیق از هندسه نقاط چهار لایه متحرک استفاده شده است. نمایه‌ای از هندسه سلولی چهار لایه متداخل در شکل ۳ مشاهده می شود. در فرآیند محاسبات انتشار موج سطحی، سلول‌های ریزترین لایه به موقعیت سطح موج و همچنین به سایر سطوح جامد اختصاص داده می شوند. در استفاده از هندسه سلولی چند لایه، الگوریتم لتیس بولترمن استاندارد

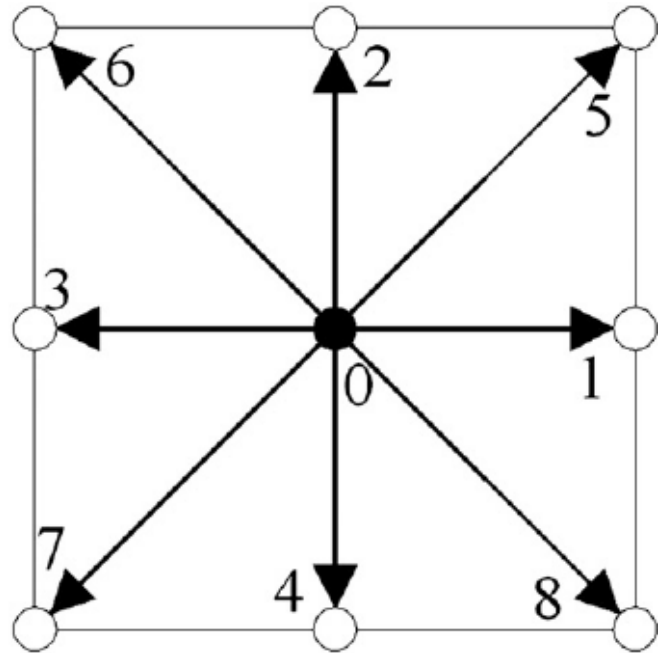


Fig. 2. The D2Q9 grid with one centered and eight directional distributions

### شکل ۲: شبکه D2Q9 با یک توزیع مرکزی و هشت توزیع جهتی

در این تحقیق، برای مدل سازی پدیده انتشار موج سطحی از شبکه متداول D2Q9 (شکل ۲)، که دارای ۹ جهت و مناسب برای حل معادلات ناویر-استوکس در فضای دو بعدی است، استفاده شده است. به هر جهت در شبکه لتیس یک سرعت معین ( $e_i$ ) اختصاص داده می شود. برای شبکه D2Q9، به طور خاص  $e_i$ ، عبارتست از:

$$e_i = \begin{cases} (0,0) & ; i = 0 \\ (\pm 1, 0) & ; i = 1, 3 \\ (0, \pm 1) & ; i = 2, 4 \\ (\pm 1, \pm 1) & ; i = 5 - 8 \end{cases} \quad (7)$$

در عملیات محاسباتی، معادل با تعداد ذرات موجود در هر جهت شبکه، یک مقدار حقیقی متغیر با زمان تحت عنوان تابع توزیع ( $f$ ) در نظر گرفته می شود و پارامترهای سینماتیکی سیال به عنوان تابعی صریح از مقدار توابع توزیع در هر نقطه تعیین خواهند شد. به علاوه، در روش لتیس بولترمن، در هر مرحله از محاسبات تابع توزیع طی دو مرحله برخورد و انتقال به ترتیب در زمان و فضا تغییر می کند. بیان ریاضی این دو مرحله به صورت زیر است:

$$f_i'(\bar{x}, t) = f_i(\bar{x}, t) - \frac{1}{\tau} (f_i(\bar{x}, t) - f_i^0(\bar{x}, t)) + \delta t F_i \quad (8-الف)$$

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i'(\bar{x}, t) \quad (8-ب)$$

در این روابط RC یک ضریب تخفیف و تابع پارامترهای بی بعد حاکم

انتقال استاندارد بنا شده است معرفی می‌شود. جزئیات این الگوریتم چهار مرحله‌ای در قالب شکل ۴، توضیح داده شده است. در این شکل هندسه دو لایه سلولی ریز و درشت به همراه نمایشی یک بعدی از توابع توزیع اختصاص یافته به هر سلول محاسباتی نمایش داده شده است. هر سلول محاسباتی شامل دو تابع توزیع است که به وسیله فلش‌های جهتی نمایش داده شده‌اند. تغییر رنگ فلش‌ها در هر مرحله نسبت به حالت قبل بیانگر رخداد برخورد است. همچنین توابع توزیع انتقال یافته به هر سلول از سلول‌های همسایه واقع در خارج از شکل، به رنگ مشکی نمایانده شده‌اند. دو لایه ریز و درشت سلولی در یک محدوده مشخص همپوشانی دارند که با توجه به شکل ۴ این موقعیت برابر با سلول دوم درشت (با شمارش از سمت چپ سلول‌های درشت) و برابر با موقعیت‌های سلولی سوم و چهارم در لایه ریز (با شمارش از سمت راست) می‌باشد. بر اساس شکل ۴، الگوریتم در چهار گام محاسباتی زیر اجرا می‌شود.

۱. اجرای مرحله برخورد در شبکه سلولی درشت که شامل سلول‌های درشت در محدوده همپوشانی خواهد بود. با توجه به شکل ۴، اجرای این مرحله با تغییر رنگ فلش‌هایی که مبین توابع توزیع هستند از مشکی (شرایط اولیه) به رنگ‌های سبز و آبی، به نمایش گذارده شده است.

۲. در گام دوم لازم است تا مقدار تابع توزیع در سلول‌های ریز در محدوده همپوشانی با استفاده از مقدار جدید توابع توزیع در هندسه سلولی درشت‌تر بازسازی شود. با توجه به شکل دوم فلش‌های توابع توزیع در محدوده همپوشانی هم‌رنگ با جهت‌های مشابه در سلول درشت‌تر شده‌اند و به این ترتیب مقدار تابع توزیع در سلول‌های ریز برابر با مقدار مشابه در هندسه بزرگ‌تر در نظر گرفته می‌شود.

۳. اجرای مرحله پخش در سلول‌های ریز، به استثنای سلول‌های ریز واقع در محدوده همپوشانی (گام ۳ الف)) و پس از آن اجرای  $\sqrt{n}-1$  مرتبه‌ای مرحله انتقال در سلول‌های ریز (گام ۳ ب)). با توجه به شکل، مشاهده می‌شود اجرای گام ۳ الف) سبب تغییر تابع توزیع در سلول‌های ریز اول و دوم (بروز یافته با تغییر رنگ به قرمز- بنفش و نارنجی-ارغوانی) می‌شود. به علاوه اجرای ۲ مرتبه‌ای مرحله انتقال، سبب تغییر تابع توزیع چپ گرا در هر دو سلول سوم و چهارم، به ترتیب از آبی به بنفش و از آبی به ارغوانی می‌شود.

۴. سرانجام در گام چهارم ابتدا مقدار تابع توزیع در سلول‌های محاسباتی درشت واقع در محدوده همپوشانی برابر با مقدار معدل مشابه در سلول‌های ریز واقع در این محدوده قرار خواهد گرفت. سپس مرحله انتقال در سلول‌های درشت‌تر رخ خواهد داد.

جزئیات بیشتر در مرجع [۳۵] آمده است، اگر چه در مرجع [۳۵] در مورد چگونگی متحرک‌سازی هندسه‌های سلولی چند لایه بحثی نشده است، اما

## شبکه سلولی اول

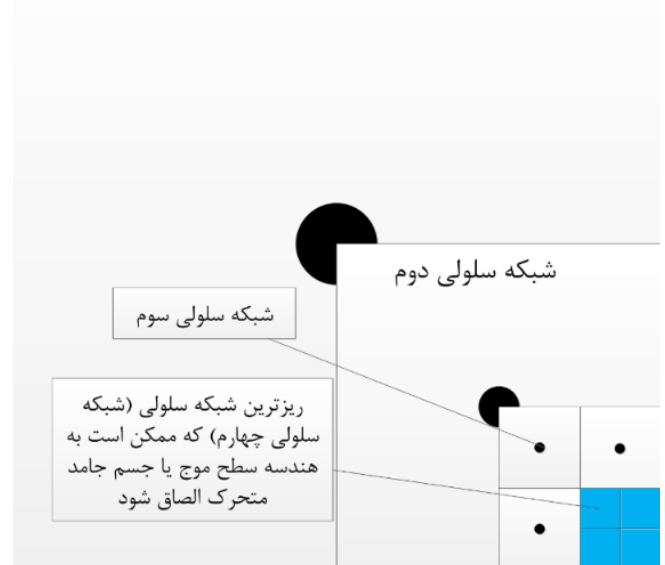


Fig. 3. The geometry of the computational cells in four layers

شکل ۳: هندسه سلول‌های محاسباتی در چهار لایه متداخل

برای بزرگ‌نمایی  $n$  ( $n$ ) یک عدد صحیح مثبت و در حل دو بعدی مبین نسبت مساحت درشت به سلول ریز است و می‌تواند اعداد ۴، ۹، ۱۶، ۲۵ و ... باشد) به یک الگوریتم چهار مرحله‌ای جدید تغییر می‌یابد. در این شرایط رابطه بین گام مکانی و گام زمانی در دو شبکه درشت (با زیرنویس  $c$ ) و شبکه ریز (با زیرنویس  $f$ ) بر اساس ضریب بزرگ‌نمایی به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \Delta x_c &= \sqrt{n} \Delta x_f \\ \Delta t_c &= \sqrt{n} \Delta t_f \end{aligned} \quad (12)$$

در این صورت با توجه به برابری لزجت سینماتیکی (در ابعاد فیزیکی) در دو گروه سلولی درشت و ریز ( $\nu_c = \nu_f$ ) و با توجه به رابطه بین لزجت سینماتیکی و ضریب تخفیف شبکه به صورت:

$$\nu = \frac{2RC - 1}{6} \frac{\delta x^2}{\delta t} \quad (13)$$

در نهایت رابطه بین ضریب تخفیف در شبکه‌های درشت و ریز به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$RC_c = \frac{RC_f - 1/2}{\sqrt{n}} + \frac{1}{2} \quad (14)$$

علاوه بر تعیین رابطه بین ضرایب تخفیف شبکه‌های ریز و درشت، باتوجه به عدم برابری گام زمانی در دو شبکه سلولی ریز و درشت، لازم است تا الگوریتم استاندارد لئیس بولتزمن به شکل مناسبی تغییر یابد. در این قسمت یک الگوریتم محاسباتی چهار مرحله‌ای که بر پایه مراحل برخورد و



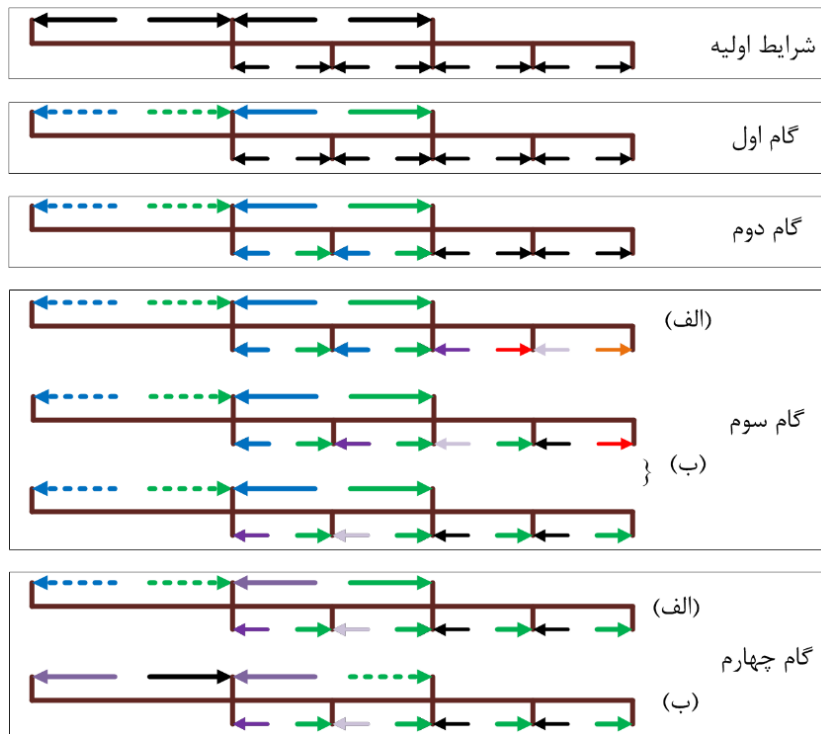


Fig. 4. Graphical presentation of the four-level modified Lattice-Boltzmann method for computations on a multi-layer computational grid

شکل ۴: نمایش تصویری مراحل چهار گانه الگوریتم اصلاح شده بولتزمن برای انجام محاسبات در هندسه سلولی چند لایه

بستر چیدمان درشت‌تر تنها شامل انتقال توابع توزیع و اجرای مقتضی گام دوم الگوریتم چهار مرحله ایست. بنابراین در هر دو حالت تبدیل توابع توزیع بین شبکه‌های درشت و ریز و همچنین ضمن جابه‌جایی چیدمان‌های سلولی نیازمند به استفاده از هرگونه الگوریتم میان‌بایی خاص در فضا و زمان نیستیم. در شکل ۶ نمونه‌ای از کاربرد هندسه سلولی متحرک نشان داده شده است. در بخش الف این شکل، وضعیت ابتدایی سطح بدون موج و چیدمان شبکه‌های سلولی در ریزترین لایه به نمایش درآمده است. همچنین در بخش ب نشان داده شده است که چگونه هندسه سلول‌های محاسباتی با تغییر ارتفاع سطح، جابه‌جا شده و موج را دنبال کرده‌اند.

### ۳-۳- شرایط مرزی

اما علاوه بر الگوریتم کلی حل که اجمالاً توضیح داده شد، در مورد مسأله پیش رو، دو نکته دیگر برای تکمیل فرآیند حل به وسیله روش عددی لیتیس بولتزمن باید به شکل مناسبی ارائه شود. در مرحله اول، لازم است تا چگونگی تغییرات توزیعات در مرزها مشخص شود و در مرحله دوم بایستی الگوریتم مناسبی برای حل معادله سینماتیکی سطح آزاد (رابطه (۶)) مورد استفاده قرار گیرد.

مرزهای اصلی یک تونل موج مطابق با شکل ۷ (الف)، شامل یک سطح آزاد و سه سطح مرز جامد ساکن آ-ب، ب-ج و ج-د و مرز جامد متحرک پیستون با حرکت رفت و برگشتی می‌باشد. همچنین مرز آ-د به عنوان یک مرز فشار ثابت در نظر گرفته می‌شود.

در صورت لزوم می‌توان با انجام دو گام زیر و بدون از بین رفتن کیفیت نتایج موجود در شبکه ریز، سلول‌های محاسباتی ریزتر را در بستر هندسه سلولی درشت‌تر جابجا کرد.

الف) بازتوزیع-انتقال توزیعات هر سلول به موقعیت دو سلول قبل‌تر در خلاف جهت جابجایی مش  
ب) اجرای گام دوم در سلول‌هایی که در مرحله الف از بازتوزیع تغذیه نشده‌اند.

در شکل ۵ چگونگی این روند به نمایش درآمده است. در این شکل نشان داده شده است که با جابه‌جایی هندسه موج از موضع اولیه به یک وضعیت ثانویه، لازم است به جهت حفظ هندسه موج در ریزترین لایه سلول‌های محاسباتی، شبکه سلولی از فاصله  $z_2$  تا  $z_7$  به فاصله  $z_1$  تا  $z_6$  جابه‌جا شود. در این صورت آن گونه که در این شکل نشان داده شده است، در ابتدا، مقدار تابع توزیع در هر ردیف سلول‌های محاسباتی به دو ردیف قبل‌تر انتقال داده می‌شود (این فرآیند با استفاده از فلش‌های خمیده قرمز رنگ نمایش داده شد است)؛ همچنین پس از آن، مقدار نامعلوم تابع توزیع در سلول‌های آبی رنگ که در ردیف‌های اول و دوم چیده شده‌اند، با تکرار گام دوم در الگوریتم چهار مرحله‌ای، از مقدار معلوم تابع توزیع در زیر لایه درشت‌تر تعیین خواهند شد. براساس توضیح الگوریتم چهار مرحله‌ای، تبدیل تابع توزیع از شبکه درشت به شبکه ریز (گام دوم) تنها با برابر قرار دادن مقادیر متناظر با هم صورت می‌پذیرد؛ همچنین تبدیل توابع توزیع در شبکه ریز به مقادیر متناظر در شبکه درشت‌تر (گام ۴ (الف)) با استفاده از یک معدل‌گیری ساده صورت می‌گیرد. به علاوه روش معرفی شده برای جابه‌جایی چیدمان سلولی ریز در

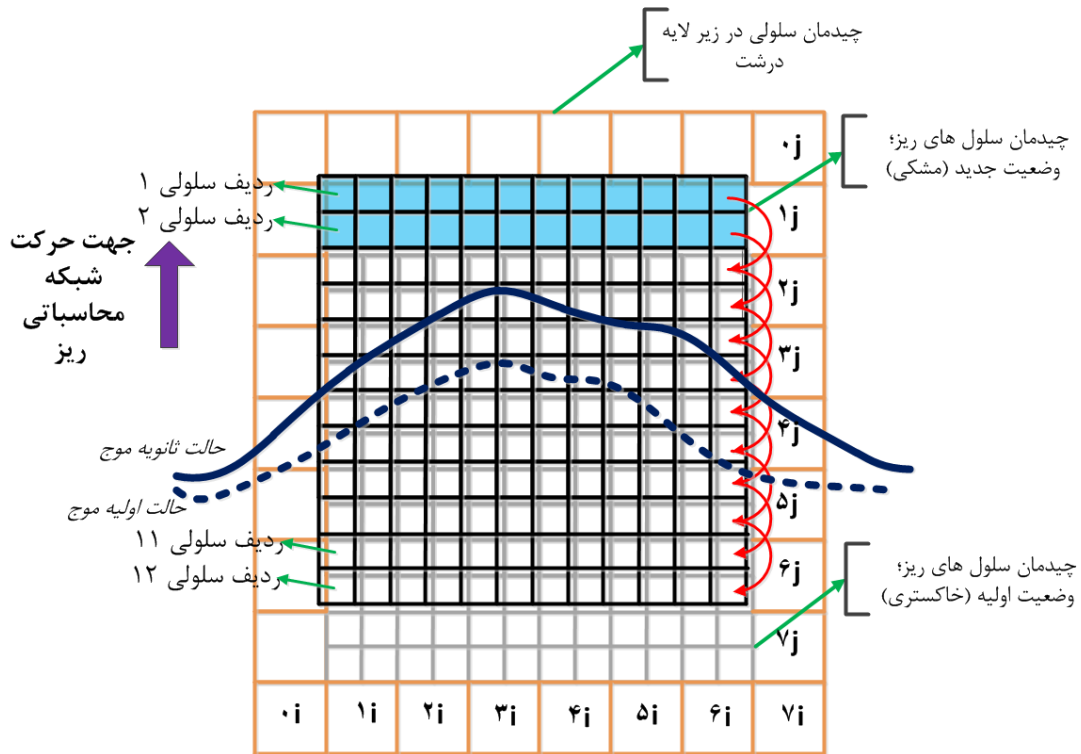


Fig. 5. A schematic of the computational cells' movements and determination of the new status of the cells in accordance to their previous conditions and the coarser sub-layer grids

شکل ۵: نمایه‌ای از چگونگی جابه‌جایی سلول‌های محاسباتی و تعیین شرایط جدید سلول‌ها بر اساس وضعیت پیشین سلول‌ها و زیر لایه سلولی درشت‌تر

علاوه بر مرزهای اصلی، به منظور جذب انرژی موج در دو انتهای تونل موج و جلوگیری از بازتاب موج در دو انتهای تونل موج، دو المان موج‌شکن که شامل توزیع غیر یکنواخت سلول‌های جامد ناهمگن هستند، در این دو انتها تعبیه شده‌اند (شکل‌های ۵ (ب) و ۵ (ج))، که در فرایند شبیه‌سازی با آن‌ها مشابه مرزهای جامد ساکن برخورد می‌شود.

### ۳-۱- مرزهای جامد ساکن و متحرک

ضمن محاسبه با استفاده از الگوریتم تلیس بولتزمن (معادلات ۷-الف) و (۷-ب))، در شبکه‌های واقع بر نقاط مرزی جهاتی وجود دارند که در مرحله انتقال از هیچ شبکه همسایه‌ای تغذیه نمی‌شوند. مسأله اعمال شرایط مرزی در الگوریتم تلیس بولتزمن معطوف به تعیین این توزیعات مجهول با استفاده از شرایط معلوم در مرز است. در این پژوهش، برای تعیین توزیعات مجهول در مرزهای جامد ساکن از الگوریتم انعکاس [۳۴] استفاده شده است. همچنین برای تعیین شرایط تابع توزیع در مرز جامد متحرک از الگوریتم انعکاس اصلاح شده لد [۳۴] استفاده می‌شود.

### ۳-۲- مرز فشار ثابت و سطح مشترک

در مورد مرز آ-د مقدارهای مجهول تابع توزیع در هر نقطه مرز با استفاده از الگوریتم انحراف از حالت تعادلی تعیین می‌شوند. بیان ریاضی متناظر با این الگوریتم به شکل زیر است:

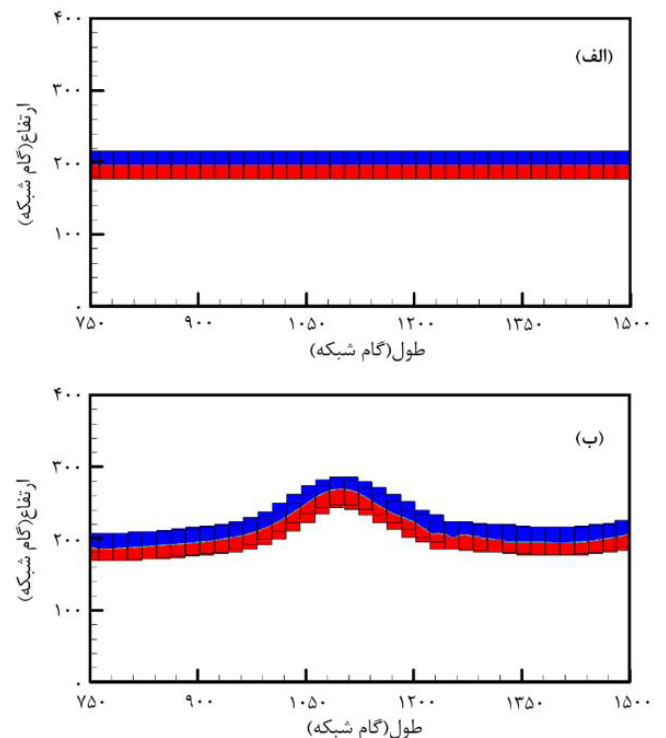


Fig. 6. Arrangement of the 4<sup>th</sup> layer computational cells at the free surface, a) still water level and b) free surface as the wave passes.

شکل ۶: چیدمان سلول‌های محاسباتی لایه چهارم در سطح آزاد (الف) سطح بدون موج (ب) سطح ضمن عبور موج

$$\begin{cases} \rho_b = 1 \\ \frac{\partial u_b}{\partial y} = 0 \\ v_b = 0 \end{cases} \quad (16)$$

در این کار برای مرزهای آ-ب، ب-ج، و ج-د از شرط مرزی انعکاس، استفاده شده است.

$$f_i(x_b, t) = f_{i^*}(x_b, t) \quad (17)$$

که  $i^*$  مبین جهت معکوس جهت  $i$ ، در شبکه است. اما برای نقاط واقع بر سطح مشترک، جهات مجهول در مرز مشترک جهتهایی هستند که حاصل ضرب سرعت جهتی و بردار نرمال بر سطح ( $n$ ) کوچکتر از صفر باشد، یعنی:

$$e_i \cdot n < 0 \quad (18)$$

که مقدار بردار نرمال بر سطح بر اساس مقدار تابع سطح و از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$n = (n_1, n_2)$$

$$n_1 = -\frac{\frac{\partial \eta}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + 1}} \quad (19)$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + 1}}$$

در این شرایط مجدداً برای تعیین مجهولات مرز از الگوریتم انحراف از حالت تعادل (رابطه ۱۱)) استفاده می‌شود، با این تفاوت که فشار در مرز ثابت و برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین مقدار سرعت‌ها در مرز بر اساس روشی که در بخش ۳-۴ برای حل معادله سینماتیکی موج آمده است تعیین می‌شوند.

#### ۳-۴- شرط مرزی سینماتیکی در سطح آزاد آب

برای اعمال شرط مرزی سینماتیکی سطح لازم است تا مؤلفه‌های سرعت در سطح مشترک به شکل مناسبی تعیین شوند. برای این منظور، با استفاده از یک بسط سه نقطه‌ای، مقادیر  $u_s$  و  $v_s$  از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned} u_s &= Au_{i,j} + Bu_{i,j-1} + Cu_{i,j-2} \\ v_s &= Av_{i,j} + Bv_{i,j-1} + Cv_{i,j-2} \end{aligned} \quad (20)$$

از آنجایی که چیدمان نقاط در روش لنیس بولتزمن مربعی و هم فاصله است، روابط لازم برای تعیین ضرایب  $A$ ،  $B$  و  $C$ ، به صورت زیر می‌باشند:

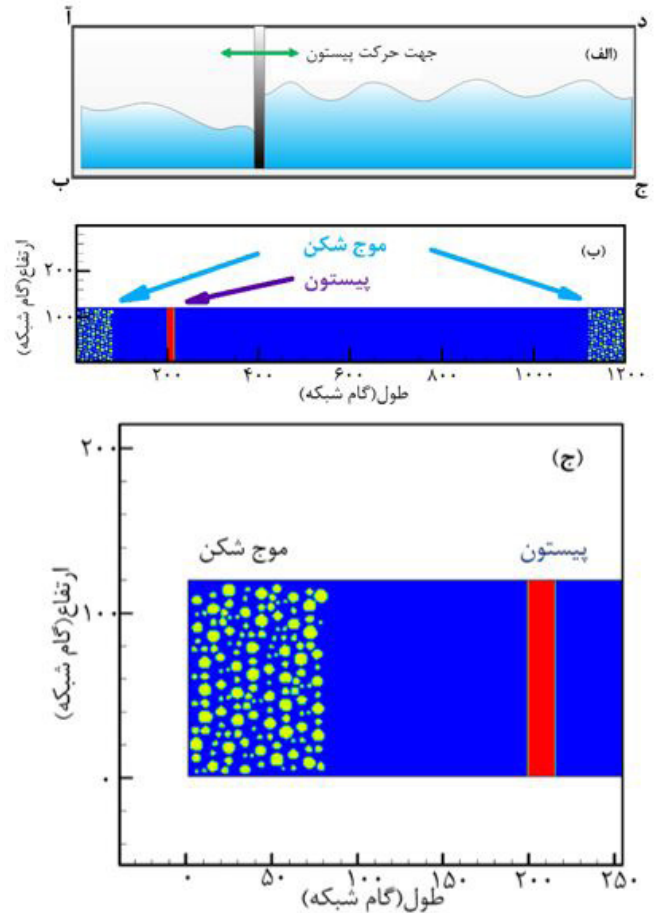


Fig. 7. (a) Computational domain and the boundaries, (b) Geometry of the breakwater at both ends, (c) Magnification of the breakwater at the first boundary.

شکل ۷: (الف) هندسه میدان محاسباتی و مرزها (ب) هندسه موج شکن‌ها در دو انتهای میدان محاسباتی (ج) بزرگ‌نمایی موج شکن عددی در مرز ابتدایی

$$\begin{aligned} f_i(x_b, t) &= f_i^0(x_b, t) \\ &+ (f_i(x_b + e_i, t) - f_i^0(x_b + e_i, t)) \end{aligned} \quad (15)$$

که  $x_b$  بردار موقعیت نقطه مرزی است و  $i$  معرف جهت تابع توزیع مجهول در مرز است. جهات مجهول در مرزهای میدان محاسباتی جهات به سمت داخل هستند که پس از برخورد و در مرحله انتقال از هیچ نقطه داخلی تغذیه نمی‌شوند. به طور مثال برای خط آ-د با توجه به شکل ۲، جهات ۴، ۷ و ۸، جهات مجهولی هستند که مقدار تابع توزیع در این جهات باید بر اساس رابطه (۱۱)، تعیین شود. برای اجرای رابطه (۱۱) در مرز لازم است تا مقدار تابع توزیع تعادلی در مرز ( $f_i^0(x_b, t)$ ) بر اساس مقادیر سرعت‌ها و چگالی در مرز و با استفاده از رابطه (۹)، تعیین شود. برای تعیین توزیع تعادلی در مرز آ-د، فشار برابر با فشار اتمسفر، تغییرات مؤلفه افقی سرعت در راستای  $y$ ، برابر با صفر و سرعت عمودی برابر با صفر فرض شده است.



$$\frac{V_{piston}(t)}{S} = \frac{7.6}{\tau} \operatorname{sech}^2 7.6 \left( \frac{t}{\tau} - \frac{1}{2} \right) \quad (26)$$

که در این رابطه  $S$  و  $T$ ، به ترتیب طول کورس حرکت پیستون و دوره تناوب موج بوده و به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$S = \frac{2H}{kd} \quad (27)$$

$$\tau = \frac{2}{kc} \left( 3.80 + \frac{H}{d} \right) \quad (28)$$

برای بررسی تک‌موج، عمق آب برابر با  $0/3$  متر و ارتفاع موج  $0/09$  متر در نظر گرفته شده است. مطابق با شکل ۸، ابعاد کلی میدان محاسباتی  $120$  در  $3000$  واحد گام شبکه در نظر گرفته شده است. همچنین ابعاد شبکه‌های سلولی در ریزترین لایه تا درشت‌ترین لایه برابر با  $24$  در  $24$ ،  $20$  در  $20$ ،  $16$  در  $16$  و  $375$  در  $16$  در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین با کاهش تعداد سلول‌های محاسباتی، سرعت محاسبات در مقایسه با حالتی که سلول‌های محاسباتی دارای چیدمان یکنواخت و بدون تنظیم بزرگ‌نمایی در اطراف فصل مشترک مایع-گاز باشند،  $2/32$  برابر شده و حل مسأله حدود  $6$  دقیقه طول می‌کشد. در شکل ۸، تغییرات سطح آزاد آب با حرکت موج‌ساز پیستونی درون آن نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پس از گذشت دو ثانیه از شروع حرکت پیستون، موج به شکل نهایی خود رسیده و پس از آن با یک منحنی ثابت از پیستون دور شده است. در شکل ۹ بردارهای سرعت جریان در سه زمان مختلف نشان داده شده است. با حرکت افقی پیستون، سیال به سمت جلو و بالا حرکت می‌کند و شکل موج روی سطح آزاد ایجاد می‌شود. در شکل ۱۰ منحنی موج با حل حاصل از تئوری بوزینسک در سه زمان مختلف،  $3$ ،  $3/5$  و  $4$  ثانیه پس از تولید موج، مقایسه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، شکل تک موج به دست آمده از شبیه‌سازی به خوبی با نتایج حل تحلیلی معادله بوزینسک تطابق دارند.

#### ۴-۲- حل موج متناوب سینوسی

پس از تک‌موج، در این قسمت به بررسی توانایی مدل عددی گسترش داده شده در شبیه‌سازی امواج متوالی سینوسی پرداخته شده است. به منظور بررسی میزان دقت روش عددی نتایج حاصل با نتایج تجربی اورسل و همکاران [۳۷] و نتایج تئوری موج ساز مدسن [۴] مقایسه شده‌اند.

در این قسمت، حرکت یک موج‌ساز پیستونی درون آب با عمق  $0/2$  متر و در یک کانال با طول  $8$  متر در نظر گرفته شده است که طول کورس حرکت پیستون  $5/73$  سانتی‌متر و دوره تناوب حرکت آن  $0/96$  ثانیه می‌باشد. در شکل ۹ چگونگی تشکیل موج در تونل عددی در چند گام زمانی به نمایش در آمده است. تعداد سلول‌های محاسباتی مورد استفاده در چهار لایه مش متحرک برابر با  $79750$  واحد است که یک سوم تعداد سلول‌های

$$A = \left[ \left( j\epsilon + \frac{j-1}{2} \right) \left( j\epsilon + j - 1 + \frac{j-2}{2} \right) \right] / [(2j-1)(j-1)]$$

$$B = \left[ j(\epsilon - 0.5) \left( j\epsilon + j - 1 + \frac{j-2}{2} \right) \right] / \left[ -\frac{(2j-1)}{2} \left( \frac{2j-3}{2} \right) \right] \quad (21)$$

$$B = \left[ j(\epsilon - 0.5) \left( j\epsilon + \frac{j-1}{2} \right) \right] / \left[ -(j-1) \left( \frac{2j-3}{2} \right) \right]$$

که در این روابط:

$$\epsilon(i, t) = \min(\eta(i, t) - j); j \leq \eta(i, t) \quad (22)$$

علاوه بر این، برای پیشگیری از عدم دقت در تعیین منحنی سطح و جلوگیری از کنگره‌ای شدن آن، باید دقت تعیین عبارت  $\partial\eta/\partial x$  تا حد امکان بالا باشد. برای تعیین این عبارت در محاسبات از الگوریتم ونو پنج نقطه‌ای در نقاط مرکزی و در نقاط  $i=2$  و  $i=i_{max-1}$  از مشتقات مرتبه دوم پیشرو و پس رو و در نهایت در نقاط ابتدا و انتها از مشتقات مرتبه اول پیشرو و پس رو استفاده شده است.

#### ۴- نتایج و بحث

##### ۴-۱- حل تک موج

در ابتدا به منظور بررسی اعتبار روش عددی معرفی شده در این مقاله، مسأله انتشار تک موج در سطح مشترک مایع-گاز بررسی شده است. رابطه تئوری بوزینسک [۴] برای هندسه سطح، به شکل زیر ارائه شده است.

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 k(x - ct) \quad (23)$$

که در این رابطه،  $H$  ارتفاع موج،  $k$  عدد موج و  $c$  معرف سرعت موج می‌باشد. مقادیر عدد موج و سرعت موج به صورت تابعی از عمق آب ( $d$ ) و ارتفاع موج ( $H$ ) عبارتند از:

$$k = \sqrt{\frac{3H}{4d^3}} \quad (24)$$

$$c = \sqrt{g(H + d)} \quad (25)$$

به منظور تشکیل تک موج بوزینسک از حرکت انتقالی پیستون استفاده شده است. بنا بر تئوری انتشار تک موج که به وسیله گورینگ [۳۶] ارائه شده است، سرعت پیستون را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

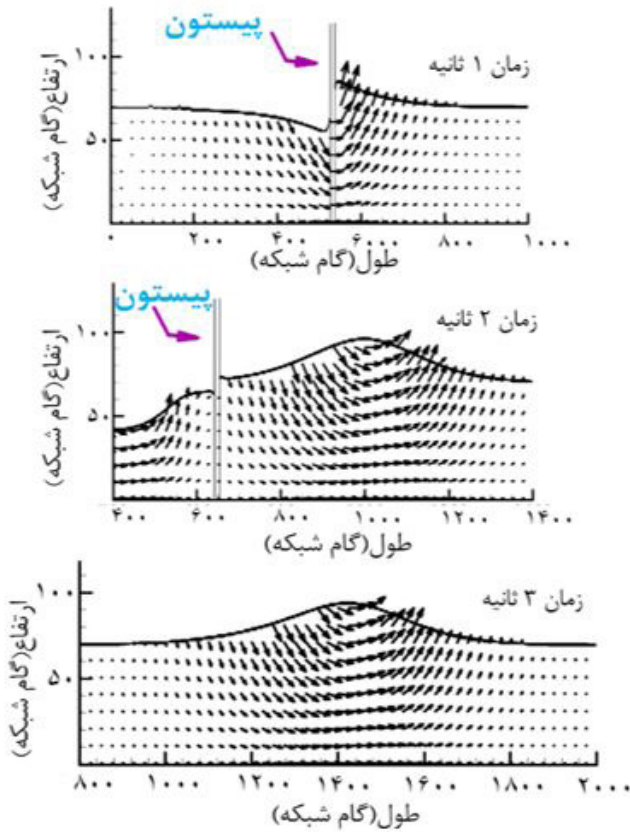


Fig. 9. Velocity vectors distributions at three instances of the solitary wave movement.

شکل ۹: بردارهای سرعت در سه زمان متفاوت از انتشار تک موج سطحی

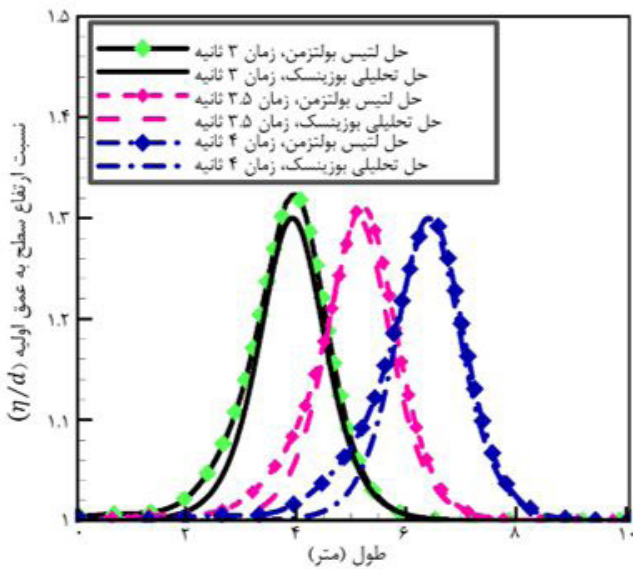


Fig. 10. Comparing the results of the Lattice-Boltzmann method for the solitary wave profile with those of the wavemaker theory.

شکل ۱۰: مقایسه تغییرات زمانی منحنی تک موج محاسبه شده به وسیله روش عددی لتیس بولتزمن و حل تئوری موج ساز

در همه محاسبات عددی انجام شده در این تحقیق، پیستون موج ساز در فاصله‌ای برابر با یک ششم طول کانال از ابتدای کانال قرار گرفته است و

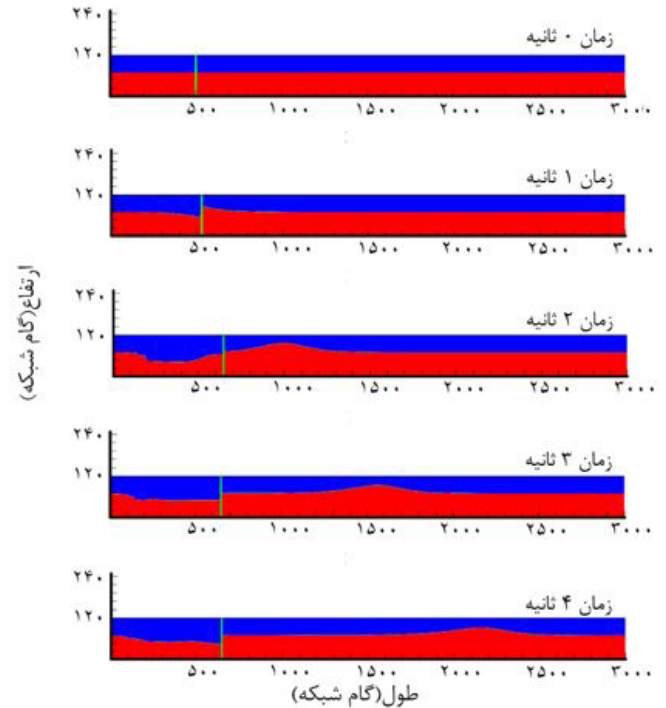


Fig. 8. Time evolutions of the generated solitary wave profile due to the piston movement.

شکل ۸: تغییرات زمانی شکل تک موج ایجاد شده به وسیله حرکت پیستون

محاسباتی در توزیع یکنواخت مش  $(3000 \times 120 = 360000)$  است. همان طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، پس از چند دوره از نوسان موج ساز، شکل موج در تونل به یک شکل ثابت میل می‌کند و خوشبختانه این مطلب نشان‌گر اثر مناسب مرزهای ساده جاذب در دو انتهای میدان محاسباتی است که از تداخل موج‌های رفت و برگشتی جلوگیری کرده‌اند.

در شکل ۱۲، ارتفاع نقطه‌ای روی سطح موج به فاصله یک سوم طول کانال از ابتدای کانال در مقایسه با حل تئوری موج ساز نشان داده شده است. آن گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، تغییرات ارتفاع موج پس از دو نوسان به یک شکل نسبتاً ثابت رسیده و نتایج شبیه‌سازی تطابق بسیار خوبی با نتایج تحلیلی دارند. مجدداً با توجه به این شکل می‌توان نتیجه گرفت که المان‌های موج‌شکن تعبیه شده در دو انتهای میدان محاسباتی به صورت مناسبی از تشکیل موج‌های برگشتی و تداخل با موج در بالادست جلوگیری کرده‌اند.

نتایج عددی همچنین با نتایج تجربی اورسل [۳۷] مقایسه شده است. اورسل آزمایش‌های خود را بر روی کانالی به طول ۱۰۰ فوت که در انتهای آن مانعی با شیب ۱:۱۵ برای جذب انرژی موج قرار گرفته بود انجام داد. آزمایش‌های اورسل در دو دسته امواج انجام شده است: امواج با نسبت ارتفاع به طول موج کوچک (تیزی کم)  $(0.02 \leq H/L \leq 0.03)$  و امواج با نسبت ارتفاع به طول موج بزرگ (تیزی زیاد)  $(0.045 \leq H/L \leq 0.048)$  صورت گرفته است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، با ۸ نمونه از نتایج اورسل، شامل چهار نمونه برای تیزی زیاد و چهار نمونه برای تیزی کم مقایسه شده‌اند.

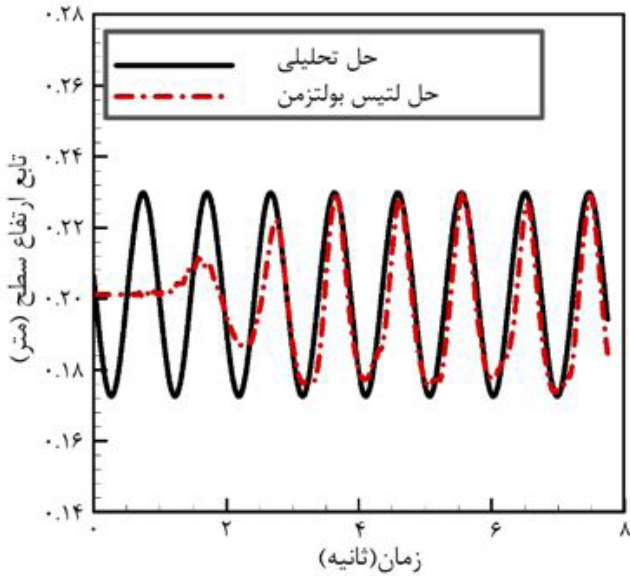


Fig. 12. Comparing the water level elevations at a distance of 1/3th of the tunnel length from the left side of the tunnel with those of the wave-maker theory, at the same conditions with those of Fig. 9.

شکل ۱۲: مقایسه تغییرات ارتفاع سطح در نقطه‌ای به فاصله یک سوم طول کانال از ابتدا، با نتایج تئوری موج ساز، در شرایط متناظر با شکل ۹.

در آحاد شبکه عددی به قدر کافی کوچک (از مرتبه  $10^{-1}$ ) باشد، در غیر این صورت ماخ جریان در اثر عبارت منبع  $g \frac{d\eta}{dx}$ ، سریعاً رشد کرده و از حد مجاز عبور می‌کند و در نتیجه فرآیند محاسبه دچار خطا می‌شود. این خطا ممکن است در تعیین شکل موج یا حتی به شکل بدتری باعث شکست فرآیند محاسبه شود. بنابراین در شرایطی که نسبت  $H/L$  کوچک است، باید با استفاده از یک تدبیر محاسباتی از انجام محاسبه در نقاط کم ارزش پرهیز نمود. در جدول ۱ نسبت تعداد سلول‌های محاسباتی با توزیع یکنواخت به تعداد کاهش یافته سلول‌های محاسباتی ۴ لایه متحرک ( $NUC^2/NUC^1$ ) که در هر حالت شبیه‌سازی به کار گرفته شده‌اند، آمده است. بدیهی است که هر چقدر این نسبت بزرگتر از یک باشد، هزینه محاسباتی به طور نسبی بیشتر کاهش می‌یابد.

برای تعیین مقدار ارتفاع موج،  $H$ ، مقدار متوسط زمانی ارتفاع موج در دو نقطه به فاصله یک سوم و یک دوم طول کانال از ابتدای کانال در ضمن چند پیروید حرکت پیستون محاسبه شده و میانگین این دو مقدار در جدول ۱ لحاظ شده است. طول موج،  $L$ ، هم به همین شیوه تعیین شده است. نتایج موجود در جدول حکایت از دقت مناسب نتایج حاصل از محاسبات عددی در قیاس با نتایج آزمایشگاهی و تئوری دارد.

در نهایت به منظور ایجاد درک بهتری از میزان و نحوه کاهش تعداد سلول‌های محاسباتی که سبب افزایش سرعت محاسبات می‌شود، چگونگی تغییرات نسبت  $NUC/NUC^1$ ، در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، استفاده از مش متحرک چند لایه در امواج کوتاه به

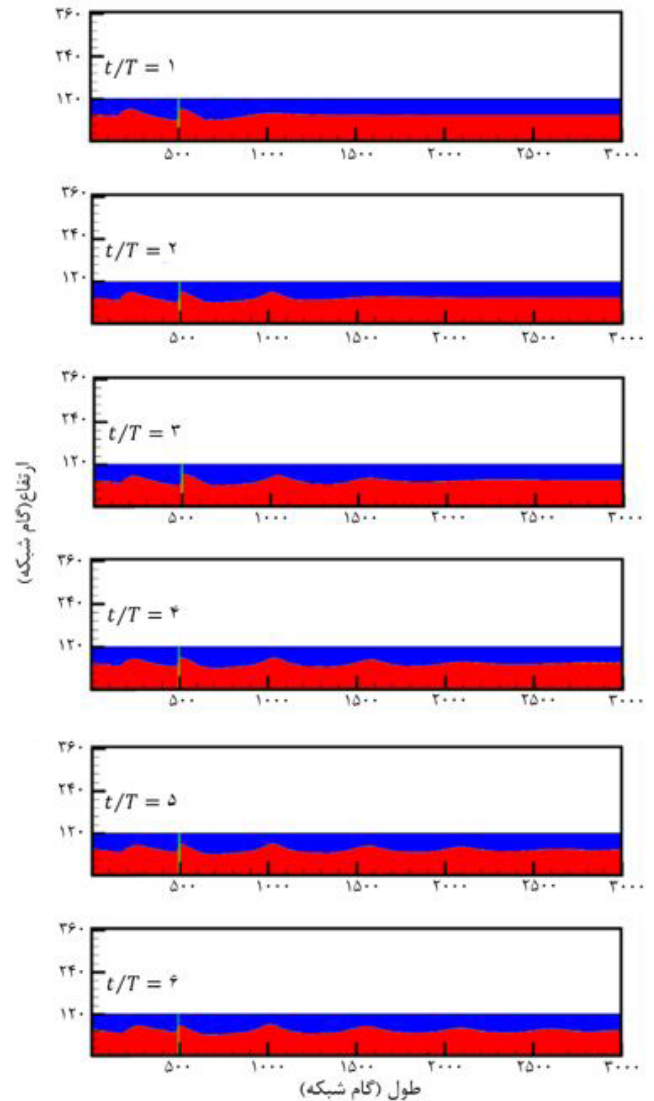


Fig. 11. Generation of a steep wave inside the wave-tunnel, the piston stroke is 5.73cm, water depth is 0.2m and piston motion period is 0.96s.

شکل ۱۱: تشکیل موج تیز در تونل موج، در این حالت طول کورس برابر با  $5/73$  سانتی متر، عمق آب  $2/10$  متر و پیروید نوسانات پیستون برابر با  $96/10$  ثانیه می‌باشد.

طول هر یک از دو المان موج شکن واقع شده در ابتدا و انتهای کانال برابر با یک شانزدهم طول کانال می‌باشد. در جدول ۱ نتایج حل تئوری موج ساز مدسن، نتایج آزمایشگاهی اورسل و نتایج حاصل از این تحقیق عددی برای نسبت‌های  $H/S$  و  $H/L$  مختلف با هم مقایسه شده‌اند. همچنین نسبت ابعاد میدان محاسباتی یکنواخت لازم برای انجام محاسبات به تعداد سلول‌های چهار لایه متحرکی که عملاً در محاسبات از آن‌ها استفاده شده نیز در جدول آورده شده است. در حقیقت در صورتی که از یک الگوریتم عددی برای کاهش تعداد سلول‌های محاسباتی استفاده نشود، شبیه‌سازی انتشار موج در شرایطی که نسبت  $H/L$  عددی کوچک است، نیازمند تعداد زیاد سلول محاسباتی در هر یک از دو جهت اصلی میدان محاسباتی خواهد بود. این واقعیت به این نکته بر می‌گردد که در معادله ۱۰ باید مقدار شتاب ثقل ( $g$ )

- 1 Number of uniform cells
- 2 Number of non-uniform cells

می‌تواند به شکل مؤثری از زمان لازم برای محاسبه بکاهد. همچنین در این تحقیق نشان داده شد که استفاده از آرایه‌ای از نقاط جامد ناهمسان به عنوان جاذب موج می‌تواند به شکل مناسبی از برگشت امواج برخوردار به مرز انتها و تداخل نامناسب امواج پیشگیری کند. نتایج روش عددی مورد نظر در زمینه محاسبه تک موج و امواج سینوسی به شکل مناسبی با نتایج آزمایشگاهی و تئوری موجود مطابقت دارد و از آنجایی که در تشکیل موج از یک مرز جامد متحرک (پیستون) استفاده شده است می‌توان برای شبیه‌سازی سایر اثرات شامل مرزهای جامد متحرک در زمینه‌های دیگر مرتبط با حوزه‌های موج و انرژی هم از روش ارائه شده بهره گرفت.

### فهرست علائم

$C$	سرعت موج، m/s
$C_s$	سرعت صوت در لئیس
$d$	عمق، m
$e$	سرعت لئیس
$f$	تابع توزیع
$g$	شتاب ثقل، $m/s^2$
$H$	ارتفاع موج، m
$k$	عدد موج
$L$	طول موج، m
$n$	نسبت بزرگنمایی شبکه سلول‌های ریزتر به شبکه سلول‌های درشت‌تر
$p$	فشار، $N/m^2$
$RC$	ضریب تخفیف

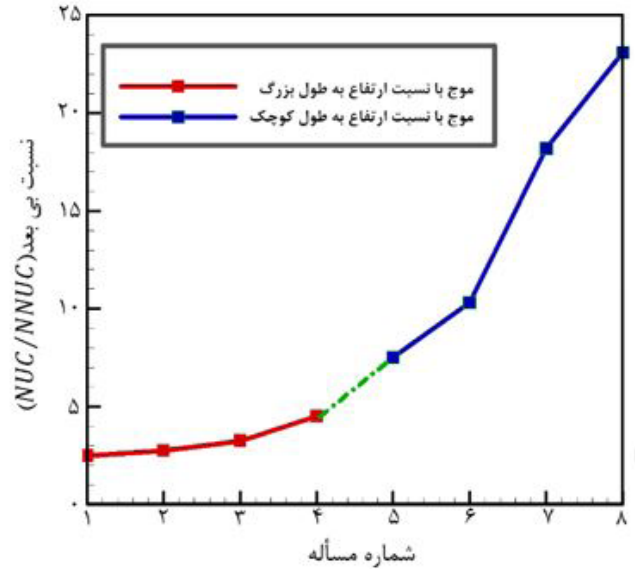


Fig. 13. The ratio of the required cells in a uniform grid to the required cells in the current numerical simulations for cases mentioned in Table 1 (cases 1 to 8).

شکل ۱۳: نسبت تعداد سلول‌های لازم در حل یکنواخت به تعداد سلول‌های به کار رفته در حل عددی برای مسائل مندرج در جدول ۱ (مسائل ۱ تا ۸)

شکل قابل توجهی تعداد سلول‌های محاسباتی مورد نیاز را کاهش خواهد داد.

### ۵- نتیجه گیری

در این پژوهش یک روش عددی سریع برای شبیه‌سازی دو بعدی تونل موج عددی و بر اساس روش عددی لئیس بولتزمن ارائه شده است. به جهت انجام محاسبات از هندسه سلول‌های محاسباتی چند لایه متحرک استفاده شده که تدارک این نوع آرایش سلولی به ویژه برای شبیه‌سازی امواج کوتاه

جدول ۱: مشخصه‌های موج ساز پیستونی و نتایج آزمایشگاهی، تئوری و عددی برای پارامترهای بی بعد  $H/L$ ،  $H/S$

Table 1. Piston wavemaker characteristics and the experimental, analytical and numerical results at various dimensionless parameters of  $H/L$  and  $H/S$ .

شماره حالت	دوره تناوب (ثانیه)	کوریس پیستون (سانتی متر)	عمق آب (متر)	$(H/S)_{theor}$	$(H/S)_{meas}^*$	$(H/S)_{num}$	$(H/L)_{theor}$	$(H/L)_{num}$	$NUC/NNUC$
امواج با نسبت $H/L$ بالا									
۱	۰/۷۹	۲/۵۴	۰/۶۰۹۶	۱/۹۹	۱/۸۸	۲/۰۱	۰/۰۴۸۸	۰/۰۵۳۷	۲/۵
۲	۰/۸۵	۳/۱۵	۰/۴۵۷۲	۱/۸۵	۱/۶۷	۱/۸۷	۰/۰۴۸۵	۰/۰۵۰۱	۲/۷۵
۳	۰/۹۵	۴/۵۰	۰/۳۰۴۸	۱/۳۹	۱/۲۲	۱/۱۸	۰/۰۴۳۹	۰/۰۴۵۱	۳/۲۵
۴	۰/۹۶	۵/۷۳	۰/۲۰۱۲	۱/۰۵	۰/۹۰	۰/۹۵	۰/۰۴۰۹	۰/۰۴۲۲	۴/۵
امواج با نسبت $H/L$ پایین									
۵	۰/۹۲	۱/۵۱	۰/۷۳۱۵	۱/۹۷	۱/۹۰	۱/۹۲	۰/۰۲۳۰	۰/۰۲۸۸	۷/۵
۶	۱/۱۱	۱/۵۶	۰/۷۳۱۵	۱/۸۲	۱/۷۷	۱/۷۸	۰/۰۱۵۳	۰/۰۱۸۲	۱۰/۳
۷	۱/۲۷	۱/۸۸	۰/۵۰۹۰	۱/۳۲	۱/۲۰	۱/۳۳	۰/۰۰۹۴	۰/۰۱۱۳	۱۸/۲
۸	۲/۰۹	۲/۰۶	۰/۴۷۸۵	۰/۷۰	۰/۶۸	۰/۷۳	۰/۰۰۹۶	۰/۰۱۱۸	۲۳/۱



(1983) 285-297.

- [9] M. Brorsen, J. Larsen, Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method, *Coastal Engineering*, 11(2) (1987) 93-113.
- [10] B. Li, C.A. Fleming, Three-dimensional model of Navier-Stokes equations for water waves, *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, 127(1) (2001) 16-25.
- [11] G. Wei, J.T. Kirby, A. Sinha, Generation of waves in Boussinesq models using a source function method, *Coastal Engineering*, 36(4) (1999) 271-299.
- [12] S.-X. Liu, B. Teng, Y.-X. Yu, Wave generation in a computation domain, *Applied mathematical modelling*, 29(1) (2005) 1-17.
- [13] R.K.-C. Chan, R.L. Street, A computer study of finite-amplitude water waves, *Journal of Computational Physics*, 6(1) (1970) 68-94.
- [14] F.H. Harlow, J.E. Welch, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of fluids*, 8(12) (1965) 2182..
- [15] C. Tang, V. Patel, L. Landweber, Viscous effects on propagation and reflection of solitary waves in shallow channels, *Journal of Computational Physics*, 88(1) (1990) 86-113.
- [16] C.-J. Huang, E.-C. Zhang, J.-F. Lee, Numerical simulation of nonlinear viscous wavefields generated by piston-type wavemaker, *Journal of Engineering Mechanics*, 124(10) (1998) 1110-1120.
- [17] C.-J. Huang, C.-M. Dong, On the interaction of a solitary wave and a submerged dike, *Coastal Engineering*, 43(3) (2001) 265-286.
- [18] C.-M. Dong, C.-J. Huang, Generation and propagation of water waves in a two-dimensional numerical viscous wave flume, *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, 130(3) (2004) 143-153.
- [19] H.-W. Wang, C.-J. Huang, J. Wu, Simulation of a 3D numerical viscous wave tank, *Journal of Engineering Mechanics*, 133(7) (2007) 761-772.
- [20] C.W. Hirt, B.D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of computational physics*, 39(1) (1981) 201-225.
- [21] P. Lin, P.L.-F. Liu, A numerical study of breaking waves in the surf zone, *Journal of fluid mechanics*, 359(1) (1998) 239-264.
- [22] P. Troch, J. De Rouck, An active wave generating-absorbing boundary condition for VOF type numerical model, *Coastal Engineering*, 38(4) (1999) 223-247.
- [23] D. Apsley, W. Hu, CFD simulation of two-and three-dimensional free-surface flow, *International Journal for*

طول کورس پیستون، m	$S$
زمان، s	$t$
دوره تناوب موج	$T$
مؤلفه‌های بردار سرعت، m/s	$(u, v)$
بردار سرعت، m/s	$V$
تابع وزن	$W$
مؤلفه‌های موقعیت فضایی، m	$(x, y)$

#### علامت یونانی

چگالی، $\text{kg/m}^3$	$\rho$
تانسور تنش برشی، N/m	$\vec{\tau}$
تابع ارتفاع سطح موج، m	$\eta$
<b>زیرنویس</b>	
جهت در لیتیس	$i$
موقعیت نقاط فصل مشترک مایع-گاز	$S$
<b>بالانویس</b>	
شرایط تعادلی	$0$
شرایط پسا برخورد	'

#### منابع

- [1] M. Anbarsooz, M. Passandideh-Fard, M. Moghiman, Fully nonlinear viscous wave generation in numerical wave tanks, *Ocean Engineering*, 59 (2013) 73-85.
- [2] T. Havelock, LIX. Forced surface-waves on water, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and *Journal of Science*, 8(51) (1929) 569-576.
- [3] J.M. Hyun, Theory for hinged wavemakers of finite draft in water of constant depth, *journal of Hydronautics*, 10(1) (1976) 2-7.
- [4] O.S. Madsen, On the generation of long waves, *Journal of Geophysical Research*, 76(36) (1971) 8672-8683.
- [5] R. Flick, R. Guza, Paddle generated waves in laboratory channels, in: *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, American Society of Civil Engineers*, 1980.
- [6] W. Moubayed, A. Williams, Second-Order Bichromatic Waves Produced By Generic Planar Wavemaker In A Two-Dimensional Wave Flume, *Journal of fluids and structures*, 8(1) (1994) 73-92.
- [7] H.A. Schäffer, Second-order wavemaker theory for irregular waves, *Ocean Engineering*, 23(1) (1996) 47-88.
- [8] J. Larsen, H. Dancy, Open boundaries in short wave simulations—a new approach, *Coastal Engineering*, 7(3)



- [31] S. Bogner, U. Rude, Simulation of floating bodies with the lattice Boltzmann method, *Computers & Mathematics with Applications*, 65(6) (2013) 901-913.
- [32] K.E. Wardle, T. Lee, Finite element lattice Boltzmann simulations of free surface flow in a concentric cylinder, *Computers & Mathematics with Applications*, 65(2) (2013) 230-238.
- [33] Y. Thorimbert, J. Latt, L. Cappiotti, B. Chopard, Virtual wave flume and Oscillating Water Column modeled by lattice Boltzmann method and comparison with experimental data, *International Journal of Marine Energy*, 14 (2016) 41-51.
- [34] A.J. Ladd, Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2. Numerical results, *Journal of Fluid Mechanics*, 271 (1994) 311-339.
- [35] M. Rohde, D. Kandhai, J. Derksen, H. Van den Akker, A generic, mass conservative local grid refinement technique for lattice-Boltzmann schemes, *International journal for numerical methods in fluids*, 51(4) (2006) 439-468.
- [36] D.G. Goring, *Tsunamis--the propagation of long waves onto a shelf*, California Institute of Technology, 1978.
- [37] F. Ursell, R.G. Dean, Y. Yu, Forced small-amplitude water waves: a comparison of theory and experiment, *Journal of Fluid Mechanics*, 7(01) (1960) 33-52.
- [24] K. Kawasaki, Numerical simulation of breaking and post-breaking wave deformation process around a submerged breakwater, *Coastal Engineering Journal*, 41(03n04) (1999) 201-223.
- [25] P.D. Hieu, K. Tanimoto, Verification of a VOF-based two-phase flow model for wave breaking and wave-structure interactions, *Ocean engineering*, 33(11) (2006) 1565-1588.
- [26] D.-S. Hur, N. Mizutani, D.-S. Kim, Direct 3-D numerical simulation of wave forces on asymmetric structures, *Coastal engineering*, 51(5) (2004) 407-420.
- [27] D.J. Wood, G.K. Pedersen, A. Jensen, Modelling of run up of steep non-breaking waves by fluent, Preprint series. *Mechanics and Applied Mathematics*, [http://urn. nb. no/URN: NBN: no-23418\(2001\)..](http://urn.nb.no/URN:NBN:no-23418(2001)..)
- [28] W. Finnegan, J. Goggins, Numerical simulation of linear water waves and wave-structure interaction, *Ocean Engineering*, 43 (2012) 23-31.
- [29] Z. Zhao, P. Huang, Y. Li, J. Li, A lattice Boltzmann method for viscous free surface waves in two dimensions, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 71(2) (2013) 223-248.
- [30] Y. Nishi, P.V. Doan, Hybrid boundary condition combined with data assimilation for simulations of free surface flows using lattice Boltzmann method, *Computers & Fluids*, 88 (2013) 108-114.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

E. Davarpanah, M. Anbarsooz, E. Rajabiani, Numerical Simulation of a Piston-Type Wavemaker using Lattice-Boltzmann Method with Moving Nested Grids, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 50(4) (2018) 799-812.  
DOI: 10.22060/mej.2017.12040.5246

