Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(6) (2021) 825-828
DOI: 10.22060/mej.2020.18465.6826

Actuators redundancy resolution scheme with computational time reduction purpose for parallel cable robots with considering the rupture limits of the cables

A. H. Felegari [1], S. J. Ahmadi* [2]

1 Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Shemiranat Center, Tehran, Iran
2 Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran

ABSTRACT: Cable parallel robots usually require at least one additional actuator force in addition to degrees of freedom to keep the cables in all directions in the workspace, which solves an optimization problem to determine the cable tensile force. In this paper, a convex optimization problem is formulated on a parallel cable robot using optimization conditions through the Karush-Kuhn-Tucker theory and the analytical-iteration method to achieve a minimum force vector of actuators that has less computational time and volume. Where the lower and upper limits of the optimization variables are applied, respectively, to ensure that the cables remain in tension and take into account the saturation limit of the actuators or the rupture limit of the cables (whichever is less), and equal constraints that the relationship between actuator force and force are expressed in the moving platform, defined by the force of the actuators as the sum of the basic solution and the homogeneous solution, -located in the null space of the transpose of Jacobin matrix. Comparison of the results of analytical-iterative solution presented in this paper with numerical algorithms of MATLAB software optimization shows that this method is much faster than these algorithms to converge to the optimal response.

Review History:

Received: May, 23, 2020
Revised: Sep. 20, 2020
Accepted: Nov. 14, 2020
Available Online: Dec. 06, 2020

Keywords:

Parallel cable robot
Redundant parallel robot
Redundancy resolution
Analytical solution
Karush-Kuhn-Tucker Theory

1. Introduction

In parallel cable robots, cable is used instead of rigid arms, which have significant advantages such as lower installation costs, simplicity in design, reduction of inertia and system mass, and so on. However, due to the fact that the cables cannot withstand the compressive force, one or more additional actuators are usually used in the robot to ensure that the cables remain in tension and the system is controlled. Cables are determined by solving an optimization problem. In practice, it is useful to consider redundancy when the computational time of the optimization algorithm is short without the need for very powerful and expensive processors so that these can be used for online applications. Oh and Agrawal [1] have proposed a numerical algorithm for redundancy resolution in which the inputs are all biased to become positive by using the null space contribution of feasible solution and can be directly applied to the robot as a tension force at a minimum-norm solution. Barrette and Gosselin [2] showed that redundancy resolution of cable robots can be considered as an optimization problem with equal and unequal constraints. Zhiwei Cui et al. [3] worked on a new geometric method for optimizing the cable-tension distribution in a cable-driven parallel robots with two degrees of redundancy, in comparison with conventional iteration methods, and also introduced a calculation algorithm for cable-tension polygons based on Graham's scanning. Xinyu Geng et al. [4] have proposed a novel measurement index of the magnitude of tensions analytically using the hyper sphere mapping algorithm, which has used the 2-norm quadratic programming of the forces to validate it. Taghirad and Bedoustani [5], instead of numerical methods, have presented an analytical-iterative method based on Karush-Kuhn-Tucker (KKT) theory, in which only the lower limit for the force of actuators is considered and by defining the force of actuators as the sum of the basic solution and the homogeneous solution, located in the null space of the transpose of Jacobin matrix, removes the equal constraint (the relationship between the actuators force and the moving platform force) and makes a significant improvement in the speed of achieving the optimization solution, which is the calculation of the actuators forces. An important point to note is that the use of closed-loop techniques and algorithms has industrial applications when the optimal problem converges to the solution in a short time, i.e. the problem is solved in a short time. The analytical method used in this paper ensures that the solution is achieved in a much shorter time than conventional numerical methods and with much higher accuracy.

In this paper, the nonlinear programming problem using KKT theory is used to solve the optimization problem to generate analytical solutions. Finally, by simulation in MATLAB software, it was observed that the elapsed time in the presented analytical method is much less than the usual numerical optimization methods.

*Corresponding author's email: sjahmadiedu@gmail.com

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

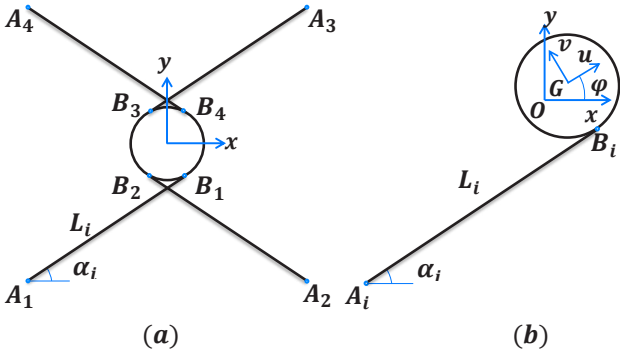


Fig. 1. 4RPR parallel planar manipulator (a) Schematic diagram of model (b) Kinematic configuration. ([6])

2. System Elements and Problem Formulation

This study was performed on a 4RPR parallel plate robot model shown in Fig. 1. In this robot, the moving platform is protected by four limbs with exactly the same kinematic chain.

The instantaneous orientation angle of the points Bi is defined as follows.

$$\varphi_i = \varphi + \theta_{B_i} \tag{1}$$

The position of the base points Ai is as follows.

$$A_i = \left[R_A \cos\left(\theta_{A_i}\right), R_A \sin\left(\theta_{A_i}\right) \right]^T \tag{2}$$

Optimal force distribution in cable robots is very important, which affects the maneuverability and efficiency of the system. The power required to perform the Maneuvers requested is distributed in a direction that uses as little energy as far as possible. Many parallel robots use redundancy in the actuator to solve the problem of singularity and to get it out of control. Due to the fact that cables can only be stretched, the redundancy resolution algorithm makes it possible to calculate the optimal tension force distribution in cables. The optimal problem as follows:

$$\begin{cases} \min f(y) = \|\tau\|_2^2 = \tau^T \tau = (\tau_0 + By)^T (\tau_0 + By) \\ \text{subject to} \quad \begin{cases} g(y) = \tau_{min} - (\tau_0 + By) \le 0 \\ h(y) = (\tau_0 + By) - \tau_{max} \le 0 \end{cases} \end{cases} \tag{3}$$

τ denotes the actuator forces vector defined by $\tau = \tau_0 + By$, τ_0 denotes the base pseudo-inverse solution of $F = A\tau$, y can be any arbitrary vector in $\mathbb{R}^{m-n}$, B orthonormal null space of $A = J^T$.

By applying the KKT conditions, the Lagrangian function $L(y)$ is formed by determining the lower bound Lagrangian coefficients $\mu = [\mu_1\ \mu_2 \dots \mu_m]^T$ and the upper boundary Lagrangian coefficients $\lambda = [\lambda_1\ \lambda_2 \dots \lambda_m]^T$ as as follows. These coefficients should never be negative.

$$\begin{aligned} L(y) = f(y) + \mu^T g(y) \tau_0^T \tau_0 + \tau_0^T By + y^T B^T \tau_0 + \\ y^T B^T By + \mu^T (\tau_{min} - \tau_0 - By) + \lambda^T (\tau_0 + By - \tau_{max}) \end{aligned} \tag{4}$$

The KKT necessary conditions for the optimal point yop are in the form of Eqs. (9) and (10).

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2\tau_0^T B + 2y_{op}^T B^T B - \mu^T B + \lambda^T B = 0 \tag{5}$$

$$(Gradient\ \ Conditions)$$

$$\mu^T g(y_{op}) = 0 \quad \& \quad \lambda^T h(y_{op}) = 0 \tag{6}$$

$$(Switching\ \ Conditions)$$

The Hessian matrix of Eq. (4) is the identity matrix that is clearly always positive definite and the quadratic Eq. (4) is always convex. Therefore, a sufficient condition for the global minimum is established, and we reached the answer at each stage. This solution is the global minimum, and there is no need to examine other cases, and the program ends immediately.

The simple expression of Eq. (6) is that for each of the unequal scalar constraints, it must be zero (i.e. the constraint on the boundary of the region is feasible), or the inequality coefficient is zero (i.e. the constraint is located within the boundary of the feasible solution region). With this argument, in each case 8 unknowns of the linear equations will be reduced.

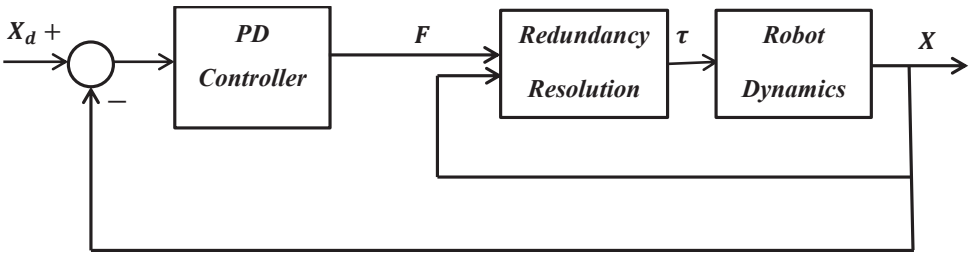


Fig. 2. Block diagram of the closed-loop control topology using an inverse dynamics control.

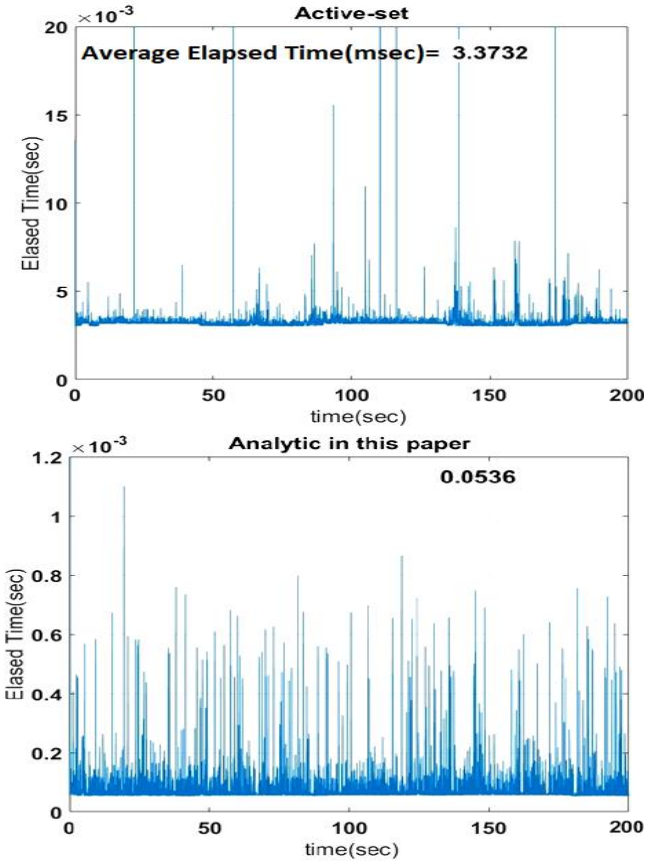


Fig. 3. Total elapsed time to calculate optimal forces in circular path at analytic-iterative redundancy resolution.

3. Results and Discussion

The loop-closed diagram block is shown in Fig. 2, where a decentralized Proportional – Derivative (PD) controller is provided for the closed-loop system.

The average elapsed time in the redundancy resolution method is given in Fig. 3 to follow the desired path in 200 seconds; the average elapsed time in our proposed method was 0.05ms, which is 63 times shorter than the active-set method.

4. Conclusions

In this paper, an analytical method for solving the redundancy resolution problem is described and run on a redundancy parallel cable robot, and the simulation results are extracted. This work is formulated on an optimization problem with equal constraints also unequal constraints on the upper and lower limits, but to simplify problem-solving the equations that express the relationship between the actuator forces and the forces applied to the moving platform have been removed. Nonlinear programming techniques, especially KKT theory, have been used to analyze and achieve analytical solutions. Subsequently, a suitable search algorithm is proposed to check the conditions until the solution is obtained. By extracting the simulation results, it is shown that the average elapsed time in the proposed analytical method in the loop-closed structure, significantly less than common other numerical-iteration optimization methods, and for real-time applications, it can replace numerical methods.

References

[1] S.-R. Oh, S.K. Agrawal, Cable suspended planar robots with redundant cables: Controllers with positive tensions, IEEE Transactions on Robotics, 21(3) (2005) 457-465.

[2] G. Barrette, C.m.M. Gosselin, Determination of the dynamic workspace of cable-driven planar parallel mechanisms, J. Mech. Des., 127(2) (2005) 242-248.

[3] Z. Cui, X. Tang, S. Hou, H. Sun, Non-iterative geometric method for cable-tension optimization of cable-driven parallel robots with 2 redundant cables, Mechatronics, 59 (2019) 49-60.

[4] X. Geng, M. Li, Y. Liu, Y. Li, W. Zheng, Z. Li, Analytical tension-distribution computation for cable-driven parallel robots using hypersphere mapping algorithm, Mechanism and Machine Theory, 145 (2020) 103692.

[5] H.D. Taghirad, Y.B. Bedoustani, An analytic-iterative redundancy resolution scheme for cable-driven redundant parallel manipulators, IEEE Transactions on Robotics, 27(6) (2011) 1137-1143.

[6] H.D. Taghirad, Parallel robots: mechanics and control, CRC press, 2013.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. H. Felegari, S. J. Ahmadi, Actuators redundancy resolution scheme with computational time reduction purpose for parallel cable robots with considering the rupture limits of the cables, *Amirkabir J. Mech. Eng., 53 (6) (2021) 825-828.*

DOI: 10.22060/mej.2020.18465.6826

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ۶، سال ۱۴۰۰، صفحات ۳۴۷۹ تا ۳۴۹۶
DOI: 10.22060/mej.2020.18465.6826

طرح حل افزونگی عملگرها با هدف کاهش زمان محاسباتی برای ربات‌های موازی کابلی با درنظرگرفتن حد گسیختگی کابل

علی حیدر فعله گری[1]، سید جواد احمدی[2*]

۱- گروه مهندسی مکانیک دانشگاه پیام نور، مرکز شمیرانات، تهران، ایران
۲- گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

خلاصه: معمولا در ربات‌های موازی کابلی حداقل به یک نیروی محرک افزون‌تر علاوه بر درجات آزادی نیاز است تا کابل‌ها را در تمام جهت‌های فضای کاری در حال کشش نگه دارد که این موضوع حل یک مساله بهینه‌سازی برای تعیین نیروی کشش کابل‌ها را به دنبال دارد. در این مقاله، یک مساله‌ی بهینه‌سازی محدب، بر روی ربات موازی کابلی صفحه‌ای با بکارگیری شرایط بهینگی از طریق تئوری کاروش-کان-تاکر و روش تحلیلی-تکرار، جهت دستیابی به کمینه بردار نیرویی عملگرها که زمان و حجم محاسباتی کمتری داشته باشد، فرموله‌بندی شده‌است که در آن حدود پایین و بالای متغیرهای بهینه‌سازی به ترتیب، برای اطمینان از درکشش‌ماندن کابل‌ها و درنظرگرفتن حد اشباع عملگرها یا حد گسیختگی کابل‌ها (هر کدام کمتر باشد)، اعمال شده‌است و قیود مساوی که رابطه بین نیروی عملگرها و نیروی واردشده به پلتفرم متحرک را بیان می‌کنند، با تعریف نیروی عملگرها به صورت مجموع پاسخ پایه و همگن (که در فضای پوچی ماتریس ترانهاده ژاکوبین ربات قرار دارد) حذف شده‌اند. مقایسه نتایج حل تحلیلی-تکرار ارائه‌شده در این مقاله با الگوریتم‌های عددی بهینه‌سازی نرم‌افزار متلب نشان می‌دهد که این روش، بسیار سریع‌تر از این الگوریتم‌ها به پاسخ بهینه همگرا می‌باشد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۰۳
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۳۰
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۲۴
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۹/۱۶

کلمات کلیدی:
ربات موازی کابلی
ربات موازی افزونه
تفکیک افزونگی
حل‌تحلیلی
تئوری کاروش-کان-تاکر

۱- مقدمه

در ربات‌های موازی کابلی به جای بازوهای صلب از کابل استفاده می‌شود که دارای مزایای قابل توجهی از قبیل هزینه‌های نصب و راه‌اندازی کمتر، سادگی در طرح، کاهش اینرسی و جرم سیستم و ... می‌باشند. اما با توجه به این‌که کابل‌ها نمی‌توانند نیروی فشاری را تحمل کنند، جهت اطمینان از درکشش‌ماندن کابل‌ها و کنترل سیستم معمولا از یک یا چند عملگر اضافی در ربات بهره برده می‌شود، که در نتیجه آن لازم است که نیروی عملگرها که همان نیروی کشش کابل‌ها می‌باشد، توسط حل یک مساله بهینه‌سازی تعیین شود. از لحاظ عملی، درنظرگرفتن افزونگی زمانی مفید است که زمان محاسباتی الگوریتم بهینه‌سازی بدون نیاز به پردازنده‌های بسیار قوی و گرانقیمت، کم باشد. به‌گونه‌ای که برای کاربردهای برخط، قابل استفاده‌باشد. مقالات متعددی به حل این مساله بهینه‌سازی پرداخته‌اند. خواجه‌پور و همکاران [۱]، با افزودن دو عملگر اینرسی-چرخشی نامتعادل[1] به مجری نهایی[2] راه‌حلی برای مشکل مودهای غیرقابل کنترل در ربات‌های موازی کابلی صفحه‌ای، از طریق سیستم واکنش چندمحوری پیدا کرده‌اند. به گونه‌ای که ارتعاشات مجری نهایی را به طور موثر تنظیم نموده‌اند. شاو و همکاران [۲]، برای تحلیل مسیرهای دینامیک ربات‌های موازی کابلی فضایی با افزونگی تحریک، به‌جای روش‌های شبه استاتیک یا استاتیک، مدلی دینامیکی با درنظرگرفتن نیروی اینرسی مجری نهایی به عنوان نیروی گرانشی اضافی (گرانش معادل)، پیشنهاد نموده‌اند که دامنه فرکانسی شدنی مسیرهای دینامیکی معمولی برای ربات‌های موازی با ۴ کابل، به صورت تحلیلی با سه کابل استنتاج و شکاف بین فضاهای کاری دینامیک و استاتیک پر می‌شود. گگلاردینی و همکاران [۳]، برای حل مساله‌ی ربات‌های موازی کابلی با پیکربندی ثابت در محیط‌های شلوغ و درهم، که احتمال برخورد کابل‌ها زیاد است، نقاط اتصال کابل‌ها بر روی قاب پایه را در یک مجموعه‌ی احتمالی بزرگ از مکان‌های شدنی،

1 Unbalanced-rotational-inertia
2 End effector

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: sjahmadiedu@gmail.com

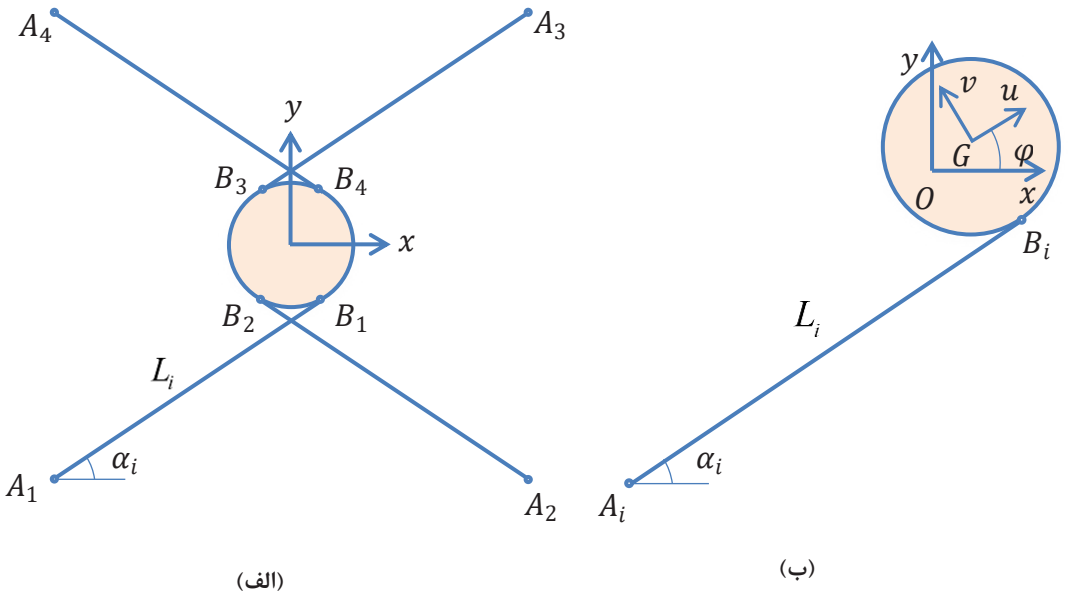
حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

قرار دادند که به سکوی متحرک اجازه طی مسیرهای بهینه برای دنبال‌کردن مسیر ازپیش‌تعیین‌شده را می‌دهد. به این منظور با تولید یک نقشه‌ی امکان‌سنجی، حداقل مجموعه‌ی پیکربندی‌ها تحلیل و در نهایت مساله برنامه‌ریزی پیکربندی مجدد گسسته‌ی متناظر، به صورت یک گراف نشان داده شده و با تابع هزینه تعریف‌شده توسط کاربر برای جستجوی پیکربندی بهینه، وزن‌دهی شده‌است. عباس‌نژاد و همکاران [۴]، یک ربات موازی صفحه‌ای افزونه قابل پیکربندی مجدد با مسیر حرکت بهینه، برای کاربردهای توانبخشی به گونه‌ای طراحی نمودند که هر گونه نیروها و گشتاورهای خارجی بر روی اندام هدف، می‌تواند با استفاده از کابل‌ها برای تمام حالت‌های عضو، نزدیک به مسیر در چرخه‌ی راه‌رفتن متعادل شود. لیم و همکاران [۵]، یک روش بهینه‌سازی در ربات‌های موازی کابلی با هر درجه افزونگی، با استفاده از شاخص سطح تنش، جهت بدست‌آوردن و تنظیم سیستماتیک و عملی سطح تنش‌های کابل و تنظیم سختی ربات پیشنهاد نموده‌اند که این راه‌حل کشش قابل تنظیم، برای هر حالت با استفاده از روش تصویر گرادیان اصلاح شده[1] بدست می‌آید. لاموری و گوتفارد [۶]، بر اساس فصل مشترک بین مجموعه قیدهای نامساوی بر روی مقادیر کشش کابل و فضای آفین، راه حل‌های کششی به پلتفرم متحرک، در تعادل استاتیکی یا دینامیکی، یک الگوریتم توزیع تنش با قابلیت زمان واقعی برای ربات‌های موازی کابلی با دو درجه افزونگی پیشنهاد نمودند. تقی‌راد و خسروی [۷]، برای کنترل ربات صفحه‌ای با درنظرگرفتن نامعینی‌های ساختاری و پارامتری، با درنظرگرفتن عدم قطعیت‌های ساختاریافته و بدون ساختار در دینامیک ربات، الگوریتم کنترلی تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر مقاوم[2] پیاده‌سازی کرده‌اند. گوسلین و گرنیر [۸]، با ارائه یک مدل استاتیکی برای ربات موازی کابلی، بر مبنای ماتریس نیروها و گشتاورها و درنظرگرفتن چهار شاخص عملکرد به منظور حل مساله‌ی نامقید مرتبط با توزیع نیروها، به مطالعه‌ی توزیع نیرو در این ربات‌ها پرداخته‌اند و به منظور به‌حداقل‌رساندن بزرگ‌ترین انحراف از نیروهای میانگین (یا دیگر مقادیر هدف)، با ارائه‌ی یک فرمول چند جمله‌ای غیرتکراری برای نرم ۴، توزیع نیروها در کابل‌ها را بهینه‌سازی نموده‌اند. یائو و همکاران [۹]، به بهینه‌سازی ابعادی ربات موازی کابلی جهت تلسکوپ رادیویی با دیافراگم ۵۰۰ متر، برای برآورده‌کردن نیاز فضای کاری و شرایط محدودیت‌ها از نظر کشش و سختی کابل پرداخته‌اند که از ساده‌سازی زنجیری[3] برای تنظیم معادلات تعادل کشش کابل و از یک روش تجربی با استفاده از قضیه باکینگهام برای تحلیل سختی و بدست‌آوردن مقدار سفتی استفاده‌کرده‌اند. بورگستروم و همکاران [۱۰]، برای ربات‌های موازی کابلی فرمول‌بندی جدیدی ارائه نموده‌اند که در آن با استفاده از یک متغیر کمکی، به محاسبه‌ی صریح نقطه شروع عملی و توزیع‌های کشش بهینه‌ی قابل اعتماد، به منظور هدایت تنش‌های کابل‌ها به سمت مناطق مورد نظر عملیات و غلبه بر محدودیت‌های تنش، می‌پردازد. صباغ نوین و همکاران [۱۱]، یک مساله برنامه‌ریزی حرکت برای ربات‌های موازی در حضور موانع استاتیک و دینامیک، مورد بررسی قرار داده‌اند و با استفاده از کوتاه‌ترین مسیر به عنوان تابع هدف، الگوریتمی پیشنهاد داده‌اند که دارای مزایایی مانند عدم‌افتادن در نقاط بهینه محلی و سرعت بالای محاسباتی می‌باشد. جانگ و بائه [۱۲]، یک ربات موازی کابلی برای کنترل دقیق نیروهای سیستم‌های اسکلت خارجی با یک ساختار فشرده، پیشنهاد داده‌اند که در آن یک کنترلر تناسبی و دیفرانسیلی[4] ، را با یک روش درجه دو خطی[5] ، با یک مشاهده‌گر اغتشاش[6] ، و یک فیلتر پیشرو ردیابی خطای فاز صفر[7] ، ترکیب کرده‌اند. بوسچر و همکاران [۱۳]، روشی تحلیلی بر مبنای مرزهای فضای امکان‌پذیر پیچش کابل ارائه کرده‌اند. اوه و آگراوال [۱۴]، الگوریتمی عددی برای تحلیل افزونگی پیشنهاد داده‌اند که در آن ورودی‌ها با استفاده از توزیع فضای پوچی جواب شدنی مثبت می‌شوند و به صورت نیروی کششی در نرم مینیمم قابل اعمال به ربات هستند. بارت و گوسلین [۱۵]، نشان دادند که تحلیل افزونگی در ربات‌های موازی کابلی به عنوان یک مساله بهینه‌سازی با قیدهای مساوی و نامساوی می‌تواند مورد بررسی قرارگیرد. بروکمن و همکاران [۱۶]، محاسبه‌ی توزیع نیرو بعنوان یک مساله‌ی بهینه‌ی مقید درنظرگرفته‌اند و الگوریتم‌های عددی مختلف برای توزیع نیرو در سیستم زمان واقعی (بلادرنگ) پیشنهاد نموده‌اند. حسن و خواجه‌پور [۱۷]، توزیع نیروی عملگرها در یک ربات کابلی را بعنوان یک مساله مسیریابی با ارائه دو راه‌حل، مینیمم‌کردن نرم دوم نیروها را در تنها کابل‌ها، یا کابل‌ها و عضوهای

1 Modified gradient projection method
2 Proportional–Integral–Derivative (PID)
3 Catenary
4 Proportional–Derivative (PD)
5 LQ
6 DOB
7 ZPET

اضافی مطالعه کردند. کوی و همکاران [۱۸]، برای سختی متغیر ربات‌های موازی کابلی افزونه، یک مدل سفتی استاتیک برای تحلیل رابطه‌ی بین کشش کابل و سختی ربات ایجاد و یک چندضلعی کشش کابل معرفی نموده‌اند و روشی شامل رابطه بین نیروی خارجی و مقدار تغییر موقعیت سکوی متحرک برای اندازه‌گیری تغییر سختی سیستم، پیشنهاد نموده‌اند. گونزالس و همکاران [۱۹]، برای بهبود اتصال بین قاب ثابت و مجری نهایی ربات‌های کابلی صفحه‌ای و فضایی، طراحی جدیدی شامل اضافه‌نمودن قرقره‌ها به اتصالات بین کابل‌ها و مجری نهایی، انجام دادند که منجر به کاهش خطاهای سینماتیک و دینامیک سیستم و هم‌ارزشدن با معادلات مدل نقطه به نقطه خواهدشد. رشید و همکاران [۲۰]، مفهوم جدیدی از ربات‌های موازی کابلی قابل پیکربندی مجدد را معرفی کرده‌اند که می‌توانند فضای کاری شدنی ربات‌های موازی کابلی کلاسیک را با اصلاح معماری هندسی، افزایش‌دهند. ربات موازی کابلی صفحه‌ای مورد بررسی متشکل از چهار کابل و یک جرم نقطه‌ای که بر روی دو پایه‌ی متحرک نصب شده که به سیستم اجازه می‌دهد تا ربات را به طور خودکار پیکربندی نماید سپس الگوریتمی برای محاسبه‌ی توزیع تنش بصورت شدنی و پیوسته در زمان واقعی، به گونه‌ای که تعادل استاتیکی پایه‌ها و پلتفرم متحرک توسط کابل‌ها فراهم شود، ارائه گردیده‌است. ژیوی کوی و همکاران [۲۱]، بر روی روش هندسی جدیدی برای بهینه‌سازی توزیع تنش در یک ربات موازی کابلی با دو درجه افزونگی، در مقایسه با روش‌های تکرار معمول، مطالعه و در الگوریتم پیشنهادی، برای تعیین چند ضلعی تنش کابل‌ها از روش اسکن گراهام استفاده نموده‌اند. ژینیو ژنگ و همکاران [۲۲]، یک نشانگر اندازه‌گیری جدید برای محاسبه‌ی دامنه‌ی تنش‌ها به صورت تحلیلی با استفاده از الگوریتم نگاشت ابر کره[1] پیشنهاد نموده‌اند که برای صحه‌گذاری آن از برنامه‌ی درجه دو نرم دوم نیروها، استفاده کرده‌اند. تقی‌راد و بدوستانی [۲۴]، به جای روش‌های عددی، روشی تحلیلی-تکرار بر پایه تئوری کاروش-کان-تاکر[2] ، ارائه کرده‌اند که در آن تنها حد پایین را برای نیروی عملگرها لحاظ نموده و از طریق تعریف نیروی عملگرها به صورت مجموع پاسخ پایه و پاسخ همگن، که در فضای پوچی ماتریس ترانهاده ژاکوبین ربات قرار دارد، قید مساوی (رابطه بین نیروی عملگرها و نیروی پلتفرم متحرک) را حذف کرده‌اند و بهبود قابل توجهی در سرعت دستیابی به جواب مساله بهینه‌سازی که محاسبه نیروی عملگرها می‌باشد، بوجود آوردند. مروری بر ادبیات تحقیق نشان می‌دهد که تاکنون حل تحلیلی افزونگی ربات کابلی با درنظرگرفتن حد بالای اشباع صورت نگرفته‌است. این مقاله یک توسعه به کارهای انجام‌شده در مراجع [۱۴ و ۲۴] می‌باشد. مشابه با این دو مرجع، با تعریف نیروی عملگرها به صورت مجموع پاسخ پایه و همگن (که در فضای پوچی ماتریس ترانهاده ژاکوبین ربات قرار دارد)، قیود مساوی که رابطه بین نیروی عملگرها و نیروی وارد شده به پلتفرم متحرک را بیان می‌کنند، حذف شده‌اند. در حالی‌که در مرجع [۲۴]، حدود بالای اشباع عملگرها در طرح تحلیلی افزونه در نظر گرفته نشده‌است، در این مقاله این حدود در نظر گرفته شده‌است. نکته مهمی که باید مورد توجه قرار گیرد، این است که استفاده از تکنیک‌ها و الگوریتم‌های حلقه بسته زمانی کابرد صنعتی دارد که مساله بهینه مورد نظر در زمان کوتاهی به جواب همگرا شود؛ یعنی مساله در زمان کوتاهی حل شود. روش تحلیلی مورد استفاده در این مقاله دستیابی به پاسخ را در زمان بسیار کوتاه‌تر از روش‌های عددی معمول و با دقت به مراتب بالاتر تضمین می‌کند. در این مقاله مساله برنامه‌ریزی غیرخطی با بکارگیری تئوری کاروش-کان-تاکر برای حل مساله بهینه‌سازی جهت تولید پاسخ تحلیلی استفاده شده‌است. در نهایت با شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب[3] مشاهده گردید، زمان سپری‌شده در روش تحلیلی ارائه‌شده به مراتب کمتر از روش‌های بهینه‌سازی عددی معمول می‌باشد. ساختار این مقاله در بخش‌های زیر سازماندهی شده‌است؛ در بخش دوم عناصر سیستم و مکانیزم ربات کابلی افزونه بعنوان مساله مورد بررسی در این مقاله تشریح گردیده‌است. در بخش سوم به تشریح مساله افزونگی پرداخته شده‌است که در قسمت اول آن فرمول‌بندی معادلات، تابع هزینه و قیود مساله بیان شده‌است. در قسمت دوم، با استفاده از تئوری کاروش-کان-تاکر و تشکیل معادله‌ی لاگرانژ جهت تابع هزینه به حل مساله بهینه‌سازی از طریق روش تحلیلی-تکرار ارائه‌شده پرداخته شده‌است و در قسمت سوم از این بخش، محدب‌بودن تابع لاگرانژ و در نتیجه شرط کافی برای بهینگی فراگیر اثبات می‌گردد. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی عددی ارائه شده‌است که شامل نمودار نیروی عملگرها و نمودارهای زمان صرف‌شده به کمک روش تحلیلی-تکرار

1 Hypersphere
2 Karush-Kuhn-Tucker (KKT)
3 MATLAB



شکل ۱. ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{R}PR$ (الف) طرح شماتیک مدل (ب) پیکربندی سینماتیکی ([۲۵])

Fig. 1. 4RPR parallel planar manipulator (a) Schematic diagram of model (b) Kinematic configuration ([25])

ارائه‌شده در این مقاله و سایر روش‌های بهینه‌سازی عددی می‌باشد. سپس به کمک نمودارها مزایای روش ارائه‌شده در این مقاله نسبت به روش‌های عددی متداول بیان شده‌است و نهایتا در بخش پنجم و پایانی نتایج بدست‌آمده ارائه شده‌اند.

۲. عناصر سیستم و تشریح مکانیزم

این مطالعه روی مدل ربات موازی کابلی صفحه‌ای[1] انجام شده‌است که در شکل ۱ نشان داده شده است [۲۵]. در این ربات، پلتفرم متحرک توسط چهار عضو با زنجیره‌ی سینماتیکی کاملا یکسان محافظت می‌شود. هر عضو رابط مبنای ثابت را به پلتفرم متحرک توسط یک مفصل لولایی[2]، به دنبال آن یک مفصل کشویی[3] و یک مفصل لولایی دیگر متصل می‌کند. هر مفصل کشویی جهت مدلسازی هر یک از عضوها به صورت سیلندر-پیستون و بعنوان محرک کابل به کار می‌رود. به منظور جلوگیری از تکینگی در موقعیت مرکز ربات، عضوها به صورت ضربدری قرار می‌گیرند. همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده‌است. A_i نقاط مبنای ثابت عضوها، B_i نقاط اتصال عضوها به پلتفرم متحرک، L_i طول عضوها و α_i زوایای عضوها را نشان می‌دهد. G موقعیت مرکز پلتفرم متحرک و φ زاویه پلتفرم متحرک نسبت به مبنای ثابت می‌باشد. بنابراین درجات آزادی سیستم به صورت سه درجه آزادی[4] به همراه یک درجه اضافی در عملگرها می‌باشد. در این آنالیز بردار گرانش در جهت Z در نظر گرفته شده‌است. موقعیت‌های نقاط اتصال مبنای ثابت و پلتفرم متحرک به طور کامل در [۲۴ و ۲۵]، و آنالیز سینماتیکی و دینامیکی ربات در [۲۵] آمده است. چهارچوب ثابت[5] در نقطه‌ی O به مبنای ثابت متصل شده‌است. مرکز دایره‌ی نقطه مبنا از نقاط مبنای ثابت عضوها می‌گذرد. بعلاوه یک چهارچوب مختصات متحرک[6] در نقطه‌ی G به پلتفرم متحرک متصل شده‌است. فرض می‌شود در وضعیتی که ربات در مرکز قرار دارد، نقطه A_i روی فاصله شعاعی R_A از نقطه O و نقطه B_i روی فاصله شعاعی R_B از نقطه G در صفحه xy واقع است، به منظور مشخص‌نمودن هندسه‌ی ربات θ_{A_i} و θ_{B_i} را بعنوان زوایای مطلق نقاط A_i و B_i در حالت مرکزی نسبت به چهارچوب ثابت تعریف می‌کنیم. زاویه‌ی جهت لحظه‌ای نقاط B_i به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\varphi_i = \varphi + \theta_{B_i} \qquad (۱)$$

موقعیت نقاط مبنای A_i به صورت زیر می‌باشد.

$$\mathbf{A_i} = \left[R_A \cos\left(\theta_{A_i}\right), R_A \sin\left(\theta_{A_i}\right) \right]^T \qquad (۲)$$

1 4RPR
2 Revolute joint (R)
3 Prismatic joint (P)
4 $\mathbf{X} = [x_G, y_G, \varphi]$
5 $O : xy$
6 $G : uv$

جدول ۱. پارامترهای هندسی و جرمی ربات موازی 4RPR ([۲۵])

Table 1. Geometric and inertial parameters of the 4RPR parallel manipulator ([25])

پارامتر	توصیف	مقدار	واحد
R_A	شعاع نقاط مبنای ثابت A_i	۹۰۰	m
R_B	شعاع نقاط پلتفرم متحرک B_i	۱۰	m
θ_{A_i}	زوایای نقاط مبنای ثابت A_i	[-۱۳۵°, - ۴۵°, ۴۵°, ۱۳۵°]	deg
θ_{B_i}	زوایای نقاط پلتفرم متحرک B_i	[-۴۵°, - ۱۳۵°, ۱۳۵° , ۴۵°]	deg
M	جرم پلتفرم متحرک	۲۵۰۰	Kg
I_m	ممان اینرسی پلتفرم متحرک	۳/۵×۱۰^{۵}	Kg.m^2
ρ_m	چگالی کابل بر طول	۰/۲۱۵	Kg/m

جهت شبیه‌سازی عددی، مقدار پارامترهای هندسی و جرمی مورد استفاده از مرجع [۲۵] برداشته شده‌است و در جدول ۱ آمده است.

۳. تحلیل افزونگی

توزیع بهینه نیرو در ربات‌های کابلی بسیار مهم است که بر روی مانورپذیری و کارایی سیستم تاثیر می‌گذارد. توان مورد نیاز جهت انجام مانورهای خواسته‌شده، در جهتی توزیع می‌گردد که حتی‌الامکان از کمترین انرژی، استفاده کند. بسیاری از ربات‌های موازی جهت حل مشکل تکینگی و ازکنترل‌خارج‌شدن آن، از افزونگی در عملگر بهره می‌برند. با توجه به این موضوع که کابل‌ها تنها می‌توانند تحت کشش قرار گیرند، الگوریتم حل افزونگی امکان محاسبه بهینه‌ترین توزیع نیروی کششی در کابل‌ها را امکان‌پذیر می‌کند.

۳-۱- فرمول‌بندی مساله

برای ارتباط بین نیروی کابل‌ها در فضای مفصلی و فضای کاری، از رابطه‌ی (۳) استفاده می‌کنیم [۲۵]،

$$\mathbf{A}=\mathbf{J}^{\mathrm{T}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F}=\mathbf{A}\boldsymbol{\tau} \quad , \quad \mathbf{A}\in \mathrm{R}^{n\times m} \qquad (۳)$$

در رابطه‌ی (۳)، m تعداد عملگرهای سیستم یا تعداد کابل‌ها، n تعداد درجات آزادی سیستم و $\mathbf{A}$ ماتریس ساختار می‌باشد که یک ماتریس انتقال غیرمربعی است و نیروی کابل‌ها[1] را در فضای مفصلی به نیرو و گشتاورهای[2] اعمالی به مجری نهایی در فضای کاری اعمال می‌کند. با استفاده از شبه معکوس، حداقل نرم اقلیدسی بردار $\boldsymbol{\tau}$ بدست می‌آید [۲۵]،

$$\boldsymbol{\tau}_0=\mathbf{A}^{\dagger}\mathbf{F} \quad , \quad \mathbf{A}^{\dagger}=\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} \quad , \quad if\ m>n \qquad (۴)$$

مجموعه همه‌ی جوابهایی که معادله‌ی (۳) را ارضا می‌کند، به صورت معادله‌ی زیر بیان می‌شوند [۲۵]،

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_0+\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\dagger}\mathbf{A}\right)\mathbf{y} \quad , \quad \mathbf{y}\in \mathrm{R}^{m-n} \qquad (۵)$$

معادله‌ی (۵) از دو بخش پاسخ پایه (اولیه) $\boldsymbol{\omega}_g$ و پاسخ همگن $\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\dagger}\mathbf{A}\right)\mathbf{y}$ تشکیل شده‌است. پاسخ پایه شرط سینماتیکی را ارضا می‌کند و پاسخ همگن در فضای پوچی ماتریس ساختار $\mathbf{A}$ قرار دارد که قید محدودیت‌های نیرویی را تضمین می‌کند. پاسخ همگن توسط فضای پوچی ماتریس $\mathbf{A}$ به ازای هر بردار دلخواه $\mathbf{y}$ ساخته خواهدشد. همچنین $\mathbf{I}_{m\times m}$ ماتریس همانی و $\mathbf{y}$ هر بردار دلخواه در $\mathbb{R}^{m-n}$ می‌تواند باشد. در مرجع [۲۵] به منظور عملیاتی‌شدن بهتر مساله بردارهای ستونی مستقل خطی ماتریس $\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\dagger}\mathbf{A}\right)$ را جمع‌آوری و متعامدسازی[3] کرده و آن را ماتریس $\mathbf{B}$ نام گذاشته‌اند. در این مقاله، برای محاسبه‌ی $\mathbf{B}$ ، که از بردارهای ستونی مستقل خطی متعامد فضای پوچی ماتریس $\mathbf{J}^{\mathrm{T}}$ تشکیل شده‌است. در نرم‌افزار

1 $\tau_{m\times 1}$

2 $\mathbf{F}_{n\times 1}$

3 Orthonormalizing

متلب (دستور $null\left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\right)$) که بر اساس تجزیه مقادیر منفرد[1] ، (تشکیل بردارهای پایه متعامد از بردارهای ستونی مستقل ماتریس متقارن $\mathbf{V}$ آن)[2] عمل می‌کند، استفاده شده‌است. بنابراین مجموعه‌ی همه جواب‌های بهینه‌ای که قید مساوی را ارضا می‌کند، به صورت رابطه‌ی (۶) خواهد شد [۲۵].

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y} \quad , \quad \mathbf{y}\in \mathrm{R}^{m-n} \tag{۶}$$

رتبه‌ی ماتریس $\mathbf{J}^{\mathrm{T}}_{n\times m}$ برابر n است. بنابراین رتبه‌ی $\mathbf{B}$ که فضای پوچی متعامد آن است. برابر $(m-n)$ و بعد[3] ماتریس $\mathbf{B}$ ، برابر $m\times(m-n)$ می‌باشد. با توجه به مکانیزم مورد مطالعه در این مقاله، $\boldsymbol{\tau}$ و y_{op} تک‌بعدی و اسکالر می‌باشد. در ادامه اثبات می‌گردد با تعریف $\boldsymbol{\tau}$ به صورت معادله‌ی (۶)، معادله‌ی (۳) که قید مساوی مساله بهینه‌سازی می‌باشد همواره ارضا می‌گردد و نیازی به حضور قید مساوی در مساله نیست و از آن حذف می‌گردد. با ضرب هر دو طرف معادله‌ی (۵) در $\mathbf{A}$ و ساده‌کردن آن به صورت زیر، معادله‌ی (۳) شکل می‌گیرد،

بنابراین موضوع بیان‌شده اثبات و نشان داده شد که بخش دوم معادله‌ی (۶) در فضای پوچی ماتریس $\mathbf{A}$ قرار دارد.

پس مساله‌ی بهینه به صورت معادله (۷) تبدیل خواهد شد.

$$\begin{cases}\min f\left(\mathbf{y}\right)=\left\|\boldsymbol{\tau}\right\|_2^{\,2}=\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}=\left(\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y}\right)\\ subject\,to\quad\begin{cases}g\left(\mathbf{y}\right)=\boldsymbol{\tau}_{min}-\left(\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y}\right)\le 0\\ h\left(\mathbf{y}\right)=\left(\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y}\right)-\boldsymbol{\tau}_{max}\le 0\end{cases}\end{cases} \tag{۷}$$

در معادله‌ی (۷) توابع $g\left(\mathbf{y}\right)$ و $h\left(\mathbf{y}\right)$ به ترتیب قیود نامساوی حدهای بالا و پایین و $f\left(\mathbf{y}\right)$ تابع هزینه می‌باشد.

۳-۱-۱- اعمال شرایط کاروش-کان-تاکر

با اعمال شرایط کاروش-کان-تاکر[4] ، تابع لاگرانژ $L\left(\mathbf{y}\right)$ با تعیین ضرایب لاگرانژ مرز پایین $\mu=\left[\mu_1\ \mu_2\dots\mu_m\right]^T$ و ضرایب لاگرانژ مرز بالا $\lambda=\left[\lambda_1\ \lambda_2\dots\lambda_m\right]^T$ به صورت معادله (۸) تشکیل می‌گردد که این ضرایب همواره بایستی نامنفی باشند.

$$\begin{aligned}L\left(\mathbf{y}\right)=&f\left(\mathbf{y}\right)+\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}g\left(\mathbf{y}\right)\boldsymbol{\tau}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_0+\boldsymbol{\tau}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{y}+\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_0\\&+\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{y}+\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\tau}_{min}-\boldsymbol{\tau}_0-\mathbf{B}\mathbf{y}\right)+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y}-\boldsymbol{\tau}_{max}\right)\end{aligned} \tag{۸}$$

شرایط لازم کاروش-کان-تاکر برای نقطه‌ی بهینه‌ی $\mathbf{y}_{op}$ به صورت معادلات (۹) و (۱۰) می‌باشد.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{y}}=2\boldsymbol{\tau}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{B}+2\mathbf{y}_{op}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}-\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}=0 \tag{۹}$$

$$\left(Gradient\ \ Conditions\right)$$

بعلاوه، برای ضرایب لاگرانژ نامنفی ω ، بایستی، شرط دوم کاروش-کان-تاکر به صورت معادله‌ی (۱۰) ارضا گردد [۲۸]،

$$\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}g\left(\mathbf{y}_{op}\right)=0 \quad \&\quad \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}h\left(\mathbf{y}_{op}\right)=0 \tag{۱۰}$$

$$\left(Switching\ \ Conditions\right)$$

همان‌گونه که در سطور قبلی بیان گردید. بردارهای ستونی ماتریس $\mathbf{B}$ متعامد هستند، بنابراین $\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}=\mathbf{I}$.

با نوشتن ترانهاده‌ی معادله‌ی (۹) و بازنویسی معادله‌ی (۱۰) مجموعه معادلات (۱۱) تشکیل می‌گردد،

$$\begin{cases}2\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_0+2\mathbf{y}_{op}-\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}+\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}=0\\ \boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\tau}_{min}-\boldsymbol{\tau}_0-\mathbf{B}\mathbf{y}_{op}\right)=0\\ \boldsymbol{\lambda}^{T}\left(\boldsymbol{\tau}_0+\mathbf{B}\mathbf{y}_{op}-\boldsymbol{\tau}_{max}\right)=0\end{cases} \tag{۱۱}$$

۳-۲- تشریح حل مساله

سطرهای دوم و سوم معادله‌ی (۱۱) را می‌توان به صورت معادلات

1 Singular Value Decomposition (svd)

2 به صورت $\mathbf{A}_{m\times n}$ این روش ماتریس را به سه ماتریس دیگر تجزیه می‌کند. برای مثال ماتریس $\mathbf{A}=\mathbf{U}_{m\times m}\mathbf{S}_{m\times n}\mathbf{V}^{T}{}_{n\times n}$ نوشته می‌شود.

3 Size

4 *KKT*

$$\mu_i g_i\left(y_{op}\right)=0 \quad \& \quad \lambda_i h_i\left(y_{op}\right)=0 \quad \forall i=1,2,\ldots,m \tag{۱۲}$$

اسکالر (۱۲) نوشت،

برای برقراری معادله‌ی (۱۲)، با توجه به اینکه باید ، $\mu_i \geq 0$ ، $g_i\left(y_{op}\right)\leq 0$ ، $\lambda_i \geq 0$ و $h_i\left(y_{op}\right)\leq 0$ باشد. حالت‌های معادله (۱۳) قابل وقوع می‌باشند،

$$\begin{cases}\mu_i=0 \;\; if \quad g_i\left(y_{op}\right)<0\\ \mu_i\geq 0 \;\; if \quad g_i\left(y_{op}\right)=0\end{cases}$$
$$\begin{cases}\lambda_i=0 \;\; if \quad h_i\left(y_{op}\right)<0\\ \lambda_i\geq 0 \;\; if \quad h_i\left(y_{op}\right)=0\end{cases} \tag{۱۳}$$

با توجه به مکانیزم مورد مطالعه در این مقاله ، $m=۴$ و $n=۳$ است بنابراین $\mathbf{y}_{op}$ طبق معادله‌ی (۵) یک‌بعدی و اسکالر می‌باشد و می‌توان $\mathbf{B}$ را به صورت مولفه‌ای $\mathbf{B}=\left[b_۱ \;\; b_۲ \;\; b_۳ \;\; b_۴\right]^T$ نوشت بنابراین رابطه‌ی اول معادله‌ی (۱۱) به صورت معادله (۱۴) درمی‌آید.

مجهولات معادله‌ی (۱۴)، عبارتند از $\mu_i, \lambda_i \left(\forall i=۱,۲,۳,۴\right)$ و y_{op} که جمعا ۹ مجهول خواهندشد.

$$b_1\mu_1+b_2\mu_2+b_3\mu_3+b_4\mu_4-b_1\lambda_1-b_2\lambda_2 -b_3\lambda_3-b_4\lambda_4=2\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_0+2y_{op} \tag{۱۴}$$

برای قیدهای فعال روی مرز پایین می‌توان نوشت.

همچنین برای قیدهای فعال روی مرز بالا می‌توان نوشت.

$$g_i\left(y_{op}\right)=0 \;\Rightarrow\; \tau_{min_i}-\tau_{0_i}-b_i y_{op}=0 \Rightarrow \quad y_{op}=\left(\tau_{min_i}-\tau_{0_i}\right)/b_i \;, \quad \forall i=1,2,3,4 \tag{۱۵}$$

$$h_i\left(y_{op}\right)=0 \;\Rightarrow\; \tau_{0_i}+b_i y_{op}-\tau_{max_i}=0 \Rightarrow \quad y_{op}=\left(\tau_{max_i}-\tau_{0_i}\right)/b_i \;, \quad \forall i=1,2,3,4 \tag{۱۶}$$

۳-۳- بررسی محدب‌بودن تابع لاگرانژ (بررسی شرط کافی برای بهینگی فراگیر)

با بازنویسی معادله‌ی (۸) به صورت معادله (۱۷):

$$L(\mathbf{y})=\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{y}+(\boldsymbol{\tau}_0^{\mathrm{T}}\mathbf{B}-\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\mathbf{B})\mathbf{y}+ \cdot\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_0+\boldsymbol{\tau}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_0+\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\tau}_{min}-\boldsymbol{\tau}_0\right)+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\tau}_0-\boldsymbol{\tau}_{max}\right) \tag{۱۷}$$

$H(\mathbf{y}^*)=\left[\frac{\partial^2\mathbf{L}}{\partial_{y_i}\partial_{y_j}}\right]=\left[\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\right]=\mathbf{I}$ ماتریس هسیان معادله‌ی (۱۷) می‌باشد که در آن $\mathbf{I}$ ماتریس همانی است که به وضوح همواره معین مثبت و معادله‌ی درجه دوم (۱۷) همیشه محدب[1] است. بنابراین شرط کافی برای مینیمم فراگیر محرز می‌باشد و در هر مرحله به جواب رسیدیم این جواب مینیمم فراگیر است و نیاز به بررسی حالت‌های دیگر نیست و بلافاصله برنامه خاتمه می‌یابد.

۴. الگوریتم حل مساله

بیان ساده‌ی معادلات (۱۲) و (۱۳) به این صورت است که برای هریک از قیود اسکالر نامساوی، یا باید مقدار قید نامساوی صفر باشد (یعنی قید فعال و روی مرز ناحیه جواب عملی[2] باشد)، یا ضریب قید نامساوی صفر باشد (یعنی قید داخل مرز ناحیه جواب عملی باشد). با این استدلال، در هر حالت ۸ مجهول از معادلات خطی کاسته خواهدشد. تمام وضعیت‌ها و ترکیبات حاصل از آن، همچنین بررسی امکان تحقق آن‌ها در جدول ۲ به ترتیب، از ایده‌آل‌ترین حالت، که همه نیروها روی مرز پایین واقع شوند و تمام عملگرها کمترین نیرو را اعمال می‌نمایند، تا بدترین حالت، که همه نیروها روی مرز بالا قرار گیرند و تمام عملگرها بیشترین نیرو را اعمال می‌نمایند، بررسی شده‌است. در صورت دستیابی به پاسخ بهینه در هر حالت، با توجه به محدب‌بودن مساله، این جواب، بهینه فراگیر نیز می‌باشد و بلافاصله برنامه خاتمه می‌یابد و نیازی به بررسی سایر وضعیت‌ها نیست. تحدب مساله بهینه‌سازی در بخش قبل بررسی و اثبات گردید.

می‌توان سه نقطه‌ی کاری برای هر یک از عملگرها بصورت، روی حد پایین، ما بین حد پایین و بالا و روی حد بالا در نظر گرفت. بر این اساس، تعداد وضعیت‌های ممکن از لحاظ تعداد عملگرهایی که در سه

1 Convex
2 Feasible region

جدول ۲. وضعیت‌ها و تعداد مراحل تکرار روش تحلیلی-تکرار ارائه‌شده

Table 2. Situations and number of iterations steps of the presented analytical-iterative method

شماره وضعیت	تعداد قیدهای فعال روی مرز پایین	تعداد قیدهای داخل مرز	تعداد قیدهای فعال روی مرز بالا	تعدد حالتهای تکرار در هر وضعیت
(۱)	۴	۰	۰	$\binom{۴}{۴}=۱$
(۲)	۳	۱	۰	$\binom{۴}{۳}=۴$
(۳)	۲	۲	۰	$\binom{۴}{۲}=۶$
(۴)	۱	۳	۰	$\binom{۴}{۱}=۴$
(۵)	۲	۱	۱	$\binom{۴}{۲}\times\binom{۲}{۱}=۱۲$
(۶)	۱	۲	۱	$\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۲}=۱۲$
(۷)	۱	۱	۲	$\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۱۲$
(۸)	۰	۴	۰	$\binom{۴}{۴}=۱$
(۹)	۳	۰	۱	$\binom{۴}{۳}=۴$
(۱۰)	۲	۰	۲	$\binom{۴}{۲}=۶$
(۱۱)	۱	۰	۳	$\binom{۴}{۱}=۴$
(۱۲)	۰	۳	۱	$\binom{۴}{۳}=۴$
(۱۳)	۰	۲	۲	$\binom{۴}{۲}=۶$
(۱۴)	۰	۱	۳	$\binom{۴}{۱}=۴$
(۱۵)	۰	۰	۴	$\binom{۴}{۴}=۱$

نقطه‌ی کاری مذکور می‌توانند قرار گیرند از رابطه‌ی زیر، که مجموع جملات تصاعد حسابی زیر می‌باشد بدست می‌آید:

$$\sum_{i=1}^{m+1} i = 1+2+\ldots+(m+1) = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \quad (۱۸)$$

m تعداد عملگرها است که در ربات مورد مطالعه، ۴ می‌باشد پس تعداد وضعیت‌های ممکن ۱۵ وضعیت خواهدشد که تمام $۳^۴ = ۸۱$ حالت ممکن را پوشش می‌دهد (جدول ۲). با بررسی دقیق‌تر جدول ۲ وضعیت‌های مندرج را بر اساس تعداد نیروهای فعال روی مرزها و دستگاه معادلات بوجودآمده از لحاظ سازگاری می‌توان به چهار دسته‌ی زیر تقسیم نمود.

* دسته‌ی نخست وضعیت‌هایی که هر چهار نیروی عملگر همزمان روی حدهای اشباع بالا یا پایین (ترکیبی از این دو) هستند (وضعیت‌های ۱، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۵)، در این حالت‌ها چون مقدار هر چهار نیرو معلوم است در صورت برقراری معادلات قیود مساوی نیروهای مفروض جواب بهینه می‌باشد.

* دسته‌ی دوم (وضعیت‌های ۲، ۳، ۵، ۶، ۷، ۱۳ و ۱۴)، شامل حالت‌هایی است که در آنها، در دستگاه معادلات قیود مساوی[1]، تعداد معادلات از تعداد مجهولات بیشتر می‌باشند. بنابراین تنها در صورتی

1 $F = A\tau$

دارای جواب می‌باشند که دستگاه معادلات قیود مساوی سازگار باشند. در ادامه شرط سازگاری بررسی می‌گردد. در این وضعیت‌ها تعداد قیدهای فعال روی مرزهای پایین و بالا (یا ترکیبی از هر دو)، دو یا سه قید فعال می‌باشد با توجه به این‌که در ربات مورد مطالعه y_{op} یک‌بعدی و اسکالر می‌باشد از معادلات (۱۵) یا (۱۶) به ازای هر قید فعال یک مقدار برای y_{op} بدست می‌آید در حالی‌که y_{op} اسکالر است و فقط یک مقدار می‌تواند داشته‌باشد بنابراین همه‌ی مقادیر بدست‌آمده برای y_{op} باید یکسان باشد به عنوان مثال در وضعیت (۳) که دو قید فعال روی مرز پایین است از معادله‌ی (۲۲) :

$$\begin{cases} y_{op} = \left(\tau_{min_i} - \tau_{0_i}\right)/b_i \\ y_{op} = \left(\tau_{min_j} - \tau_{0_j}\right)/b_j \end{cases} \Rightarrow y_{op}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\left(\tau_{min_i} - \tau_{0_i}\right)/b_i \\ \left(\tau_{min_j} - \tau_{0_j}\right)/b_j\end{bmatrix}$$

* که یک دستگاه معادلات خطی با دو معادله و یک مجهول[1] می‌باشد بنابراین تنها در صورتی دارای جواب است که سازگار باشد و شرط سازگاری برابربودن رتبه‌ی ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ و ماتریس افزوده $\begin{bmatrix}1 & \left(\tau_{min_i} - \tau_{0_i}\right)/b_i \\ 1 & \left(\tau_{min_j} - \tau_{0_j}\right)/b_j\end{bmatrix}$ می‌باشد. واضح است که رتبه‌ی ماتریس ضرایب یک است بنابراین جهت سازگاری معادلات باید رتبه‌ی ماتریس افزوده هم یک باشد بنابراین با سازگاری معادلات و بدست‌آمدن مقدار یکتا برای y_{op} ، این مقدار را در معادله‌ی (۱۳) جاگذاری و بردار $\boldsymbol{\tau}$ محاسبه می‌گردد. صحت بردار $\boldsymbol{\tau}$ را می‌توان از معادله‌ی (۳) بررسی نمود اگر رابطه‌ی $F = A\tau$ برقرار بود مقدار بدست‌آمده قابل قبول می‌باشد. این تحلیل برای سایر وضعیت‌های این دسته نیز قابل تعمیم می‌باشد.

* دسته‌ی سوم (وضعیت‌های ۴ و ۱۲)، که در آنها تنها یک نیروی فعال روی مرزها موجود است و تعداد معادلات با مجهولات برابر است. در این وضعیت‌ها یک قید فعال روی مرزها وجود دارد و مابقی عملگرها داخل مرزها قرار دارند بنابراین معادلات ناسازگار نخواهند شد و همه‌ی ضرایب لاگرانژ بجز ضریب لاگرانژ قید فعال صفر خواهند شد. در وضعیت (۴) یک قید فعال روی مرز پایین وجود دارد بنابراین ابتدا از معادله‌ی (۱۵) مقدار y_{op} را محاسبه و با جاگذاری آن در معادله‌ی (۱۴)، رابطه‌ی $\mu_i = 2\left(B^{\mathrm{T}}\tau_0 + y_{op}\right)/b_i$ ، برای محاسبه ضریب لاگرانژ این قید فعال بدست خواهد آمد سپس از معادله (۷) قیدهای نامساوی باید محاسبه گردد و در ادامه شرط نامنفی‌بودن ضریب لاگرانژ و ارضاشدن قیود نامساوی را کنترل می‌کنیم. اگر شروط برقرار بود؛ نیروی عملگرها از طریق رابطه‌ی $\tau = \tau_0 + By_{op}$ محاسبه می‌گردد و برنامه پایان می‌یابد. در وضعیت (۱۲) که تنها یک قید فعال روی مرز بالا است، برای محاسبه‌ی ضریب لاگرانژ این قید فعال، از معادله‌ی (۱۶) مقدار y_{op} را محاسبه نموده و با قراردادن آن در معادله‌ی (۱۴)، رابطه‌ی $\lambda_i = 2\left(B^{\mathrm{T}}\tau_0 + y_{op}\right)/b_i$ برای محاسبه این قید حاصل می‌شود. در ادامه شروط نامنفی‌بودن این ضریب و برقراری قیدهای نامساوی را که از رابطه (۷) محاسبه می‌گردد کنترل می‌کنیم اگر شروط برقرار بود؛ نیروهای عملگر از رابطه‌ی $\tau = \tau_0 + By_{op}$ محاسبه می‌گردد و برنامه پایان می‌یابد.

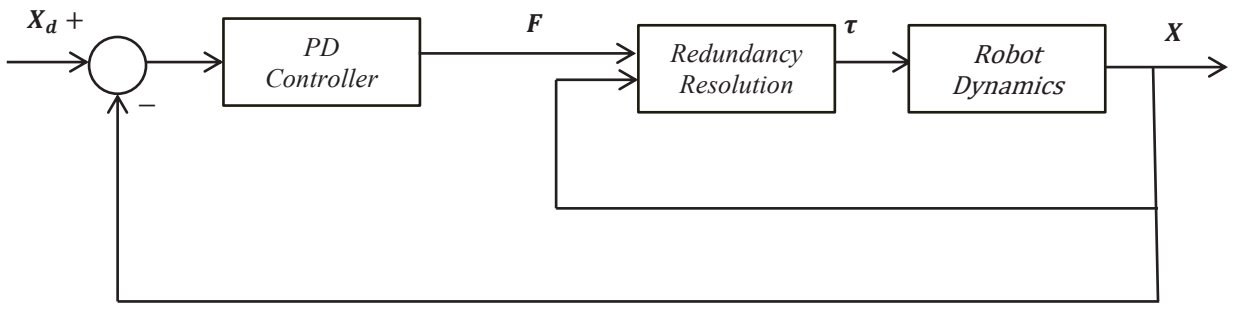
* دسته‌ی چهارم (وضعیت ۸)، که در آن همه‌ی نیروهای عملگر ما بین حدهای پایین و بالا می‌باشند و هیچ نیروی فعالی روی مرزها نیست. در این وضعیت همه‌ی عملگرها داخل مرزها قرار دارند و چون هیچ قید فعالی وجود ندارد، همه‌ی ضرایب لاگرانژ برابر صفر می‌شوند. بنابراین از معادله‌ی (۱۴)، $y_{op} = -B^{\mathrm{T}}\tau_0$ بدست می‌آید و با قراردادن آن در معادله‌ی (۷) در صورت برقراری قیدهای نامساوی، این حالت پذیرفته‌شده و از معادله‌ی (۶)، $\tau = \tau_0 + By_{op}$ جواب بهینه بدست می‌آید.

نتایج ناشی از شبیه‌سازی‌ها در این مقاله بیانگر آن است که حالت‌های دسته‌های اول و دوم اتفاق نیفتاد و حالت‌های دسته‌ی سوم (وضعیت‌های ۴، ۸ و ۱۲) به وقوع پیوست. اگر در پایان مراحل تکرار که محدود به حالات مندرج در جدول ۲ است، به جواب نرسیدیم، به این نتیجه می‌رسیم که با شرایط داده‌شده در معادله‌ی (۷)، مساله جواب ندارد.

۵. پیاده سازی نتایج

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی بر روی مدل ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{R}PR$ که جزئیات آن در بخش ۲ بیان گردید، انجام شده‌است و عملکرد آن در سیستم کنترل حلقه‌بسته ارزیابی می‌شود. بلوک دیاگرام حلقه‌بسته در شکل ۲ نشان داده شده‌است. که در

1 y_{op}



شکل ۲. بلوک دیاگرام جانمایی (توپولوژی) کنترل حلقه‌بسته با استفاده از کنترل دینامیک معکوس

Fig. 2. Block diagram of the closed-loop control topology using an inverse dynamics control

آن، یک کنترلر مشتق‌گیر-تناسبی نامتمرکز برای سیستم حلقه‌بسته لحاظ شده‌است.

برای دستیابی به ردیابی مسیر مجری نهایی، بردار موقعیت مرکز جرم مجری نهایی که در مختصات مبنای ثابت زمین بیان شده است[1] باید از مقدار مطلوب[2] پیروی کند. جهت دستیابی به این هدف سه نیروی تعمیم‌یافته[3] موثر بر مجری نهایی، با یک قانون کنترل مشتق‌گیر-تناسبی نامتمرکز به صورت روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\mathbf{F}_{\text{des}} = -\mathbf{k}_{\text{d}}\left(\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_{\text{des}}\right) - \mathbf{k}_{\text{p}}\left(\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\text{des}}\right) \qquad (۱۹)$$

که $\mathbf{k}_{\text{p}}$ و $\mathbf{k}_{\text{d}}$ به ترتیب ماتریس بهره‌های تناسبی و مشتقی نسبت به موقعیت مجری نهایی می‌باشند.

روش تحلیلی استفاده‌شده در این مقاله با سه روش عددی مجموعه فعال[4] ، نقطه داخلی[5] و برنامه‌ی درجه دوم متوالی[6] مقایسه شده‌است. همه‌ی شبیه‌سازی‌ها به کمک نرم‌افزار متلب نسخه R2017a و در لپ‌تاپ Duo CPU cor2 :1520 Del Vostro 2.66GHz@ T9950 با 4GB :RAM انجام شده‌است و از تابع fmincon در محیط متلب برای هر سه روش عددی به منظور بهینه‌سازی استفاده شده‌است. جهت شبیه‌سازی دو مسیر خطی و دایره‌ای برای ربات در نظر گرفته شده‌است که نتایج آن به صورت مجزا در ادامه آمده‌است.

ابتدا یک مسیر خطی در مختصات دکارتی، با ۱۰۰ متر حرکت پلتفرم متحرک در جهات x و y و تغییرات زاویه‌ای حدود ۴۵ درجه در ۲۰۰ ثانیه، جهت شبیه‌سازی لحاظ گردیده‌است. حرکت ربات در حلقه‌ی بسته با مسیر مطلوب قابل ردیابی است. شکل‌های ۳ و ۵ ردیابی مسیر مطلوب ربات و شکل ۴ ردیابی خطای آن را نشان می‌دهد.

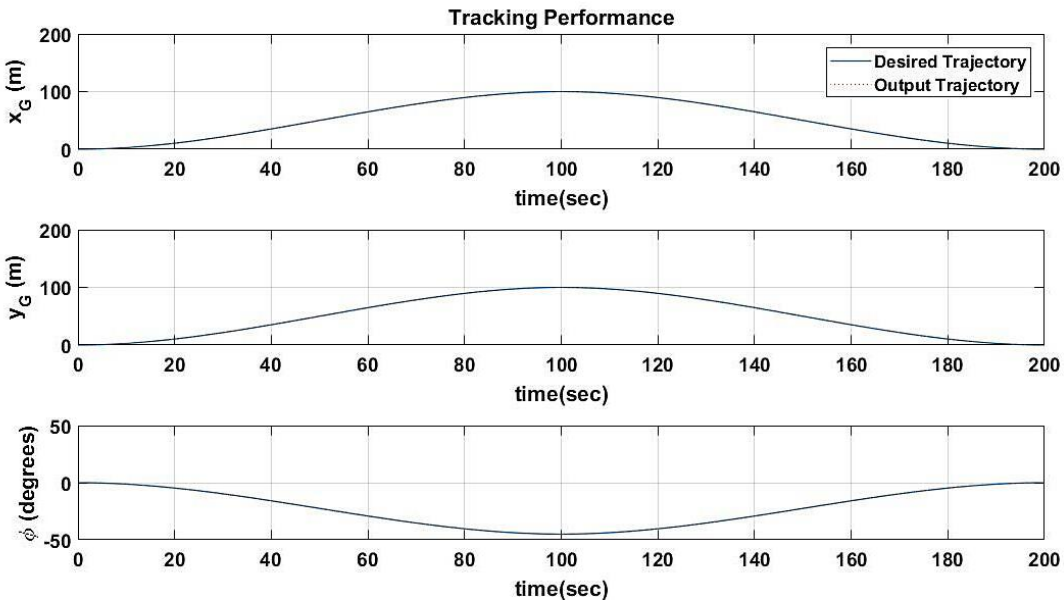
ترکیب نیروهای عملگر (نیروی کابل‌ها) در نمودارهای شکل ۶ نشان داده شده است. مقدار مینیمم لحاظشده برای نیروهای عملگر در بهینه‌سازی $\tau_{min} = [۵\ ۵\ ۵\ ۵]^T$ N و مقدار ماکزیمم $\tau_{max} = [۳۳۰\ ۳۳۰\ ۳۳۰\ ۳۳۰]^T$ N می‌باشد. همان‌گونه که در نمودارها دیده می‌شود. همه نیروها در محدوده‌ی تعیین‌شده قرار دارند و کابل‌ها در کشش باقی می‌مانند. بنابراین روشن است که روش تحلیل افزونگی پیشنهادی توانایی تصویر نیروهای دکارتی به نیروهای کشش در کابل‌ها را دارا می‌باشد.

نمودارهای شکل ۷ زمان صرف‌شده برای اجرای مسیر خطی شکل ۴، جهت محاسبه‌ی طرح حل افزونگی از طریق روش‌های مختلف را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، بیشترین زمان صرف‌شده در روش پیشنهادی این مقاله ۰/۶۲ ms است، که به مراتب از روش‌های دیگر کمتر است. همچنین میانگین زمان صرف‌شده که برای اجرای روش پیشنهادی در هر مرحله بسیار بهتر از سایر روش‌ها می‌باشد.

میانگین زمان صرف‌شده جهت طی مسیر خطی شکل ۴،که در روش تحلیل افزونگی، استفاده شده است، در جدول ۳ آورده شده‌است. برای دنبال‌کردن مسیر مطلوب در زمان ۲۰۰ ثانیه، میانگین زمان صرف‌شده در روش پیشنهادی ما ۰/۱۲ ms بوده است، که ۴۹ برابر کوتاه‌تر از روش برنامه‌ی درجه دوم متوالی که سریع‌ترین روش در میان روش‌های شبیه سازی عددی است، می‌باشد. همچنین روش نقطه داخلی به اندازه ۱۴۱ برابر کندتر از روش پیشنهادی این مقاله

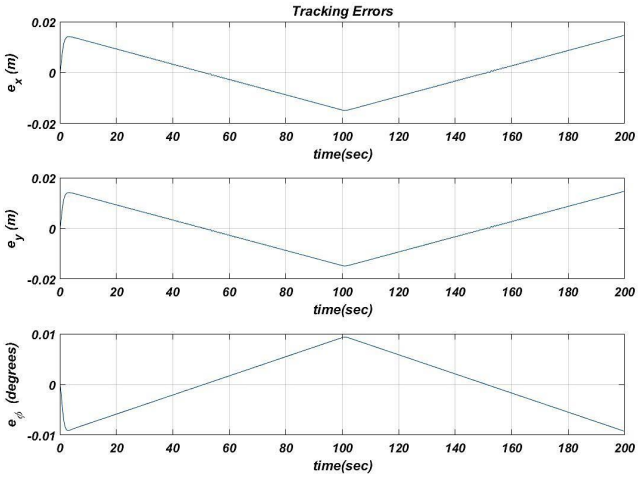
---

1 $\mathbf{X}=[x_G\ ,y_G\ ,\varphi]$
2 Desired Value
3 Generalized forces
4 Active-set
5 Interior-point
6 Sequential quadratic programing (sqp(



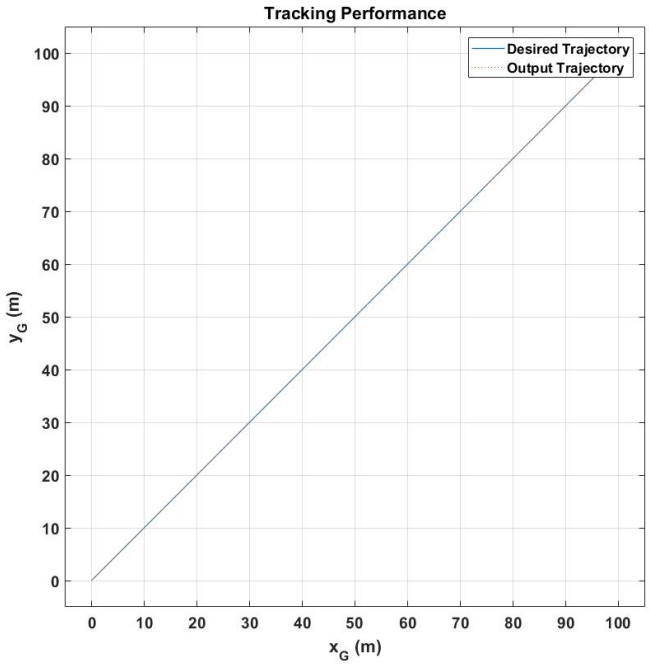
شکل ۳. ردیابی مسیر خطی مطلوب ربات موازی صفحه‌ای بر حسب زمان

Fig. 3. Tracking the desired linear path of the planar 4RPR manipulator over time



شکل ۴. ردیابی خطاهای مسیر خطی مطلوب ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{R}PR$ بر حسب زمان

Fig. 4. Tracking the desired linear path errors of the planar 4RPR manipulator over time

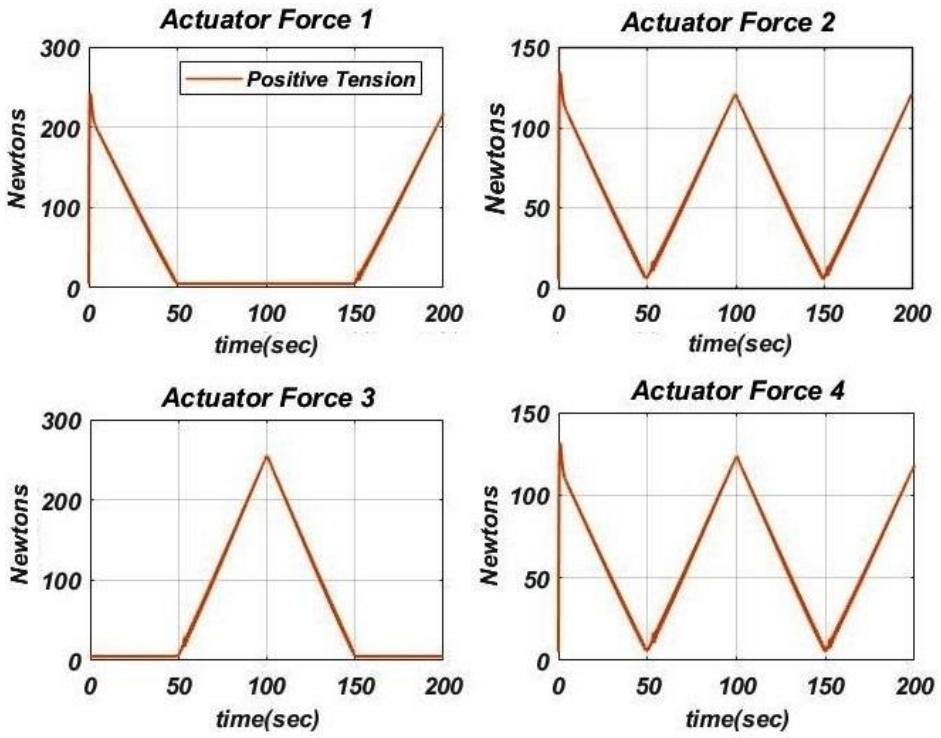


شکل ۵. ردیابی مسیر خطی مطلوب ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{R}PR$

Fig. 5. Tracking the desired linear path of the planar 4RPR manipulator

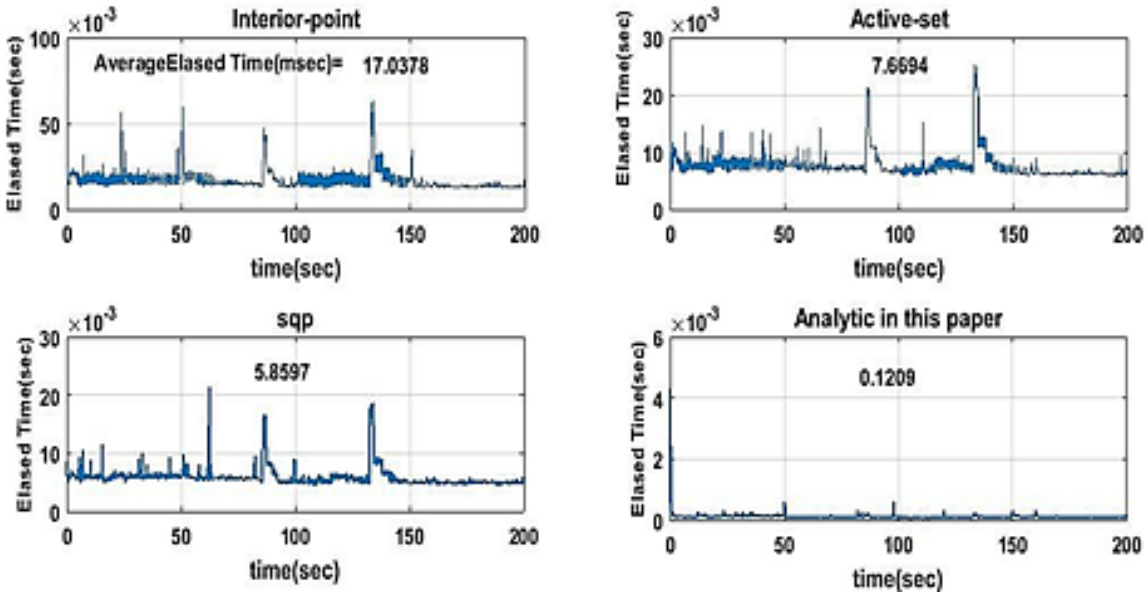
عمل می‌کند.

در نمودار شکل ۸، مقایسه‌ای بین روش تحلیلی مطرح‌شده در این مقاله با یکی از روش‌های عددی از طریق تعداد تکرارها در هر مرحله، نشان داده شده‌است. این شکل نشان می‌دهد که تعداد تکرارها در روش تحلیلی این مقاله بین ۱ تا ۵ تکرار شده است که در حدود نیمی از مراحل در همان تکرار اول به نتیجه رسیده‌است. در حالی‌که در روش عددی نقطه داخلی نشان داده در نمودار، تکرارها به ۲۲ تکرار هم می‌رسد. که برتری روش بیان‌شده نسبت به روش های عددی مرسوم از این منظر هم واضح و مناسب برای کاربردهای



شکل ۶. نیروی عملگرها (کشش در کابل‌ها) در ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{RPR}$ جهت ردیابی مسیر خطی

Fig. 6. The force of actuators (tension in cables) in the planar 4RPR manipulator for linear path tracking



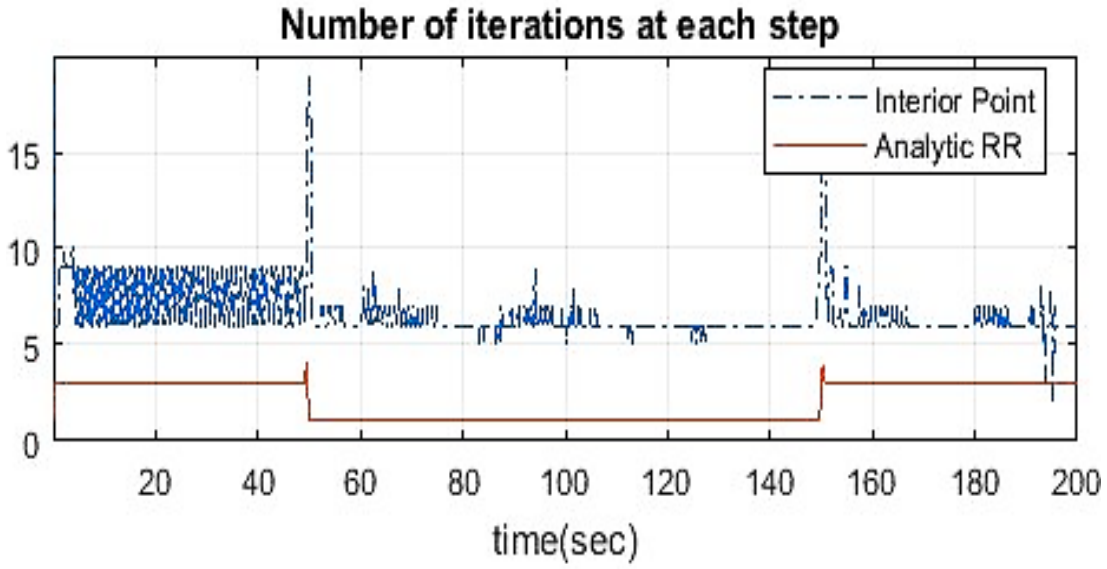
شکل ۷. زمان‌های صرف‌شده در تمام مراحل تکرار در ردیابی مسیر خطی برای محاسبه نیروهای بهینه در روش حل افزونگی تحلیلی ارائه‌شده و سایر روش‌های بهینه‌سازی عددی

Fig. 7. Total elapsed time to calculate optimal forces in linear path at analytic-iterative redundancy resolution and other numerical optimizations methods at all iterations

جدول ۳. میانگین زمان صرف‌شده در ردیابی مسیر خطی جهت اجرای حل تحلیلی این مقاله، در مقایسه با سایر روش‌های بهینه‌سازی عددی

Table 3. The average elapsed time to perform the analytical resolution for tracking the linear path of this paper, compared to other numerical optimization methods

الگوریتم	میانگین زمان صرف‌شده در هر تکرار (میلی ثانیه)	مقایسه سرعت
روش پیشنهادی	۰/۱۲۰۹	۱
روش نقطه داخلی	۱۷/۰۳۸۷	۱۴۱
روش عددی مجموعه فعال	۷/۶۶۹۴	۶۳
روش عددی برنامه‌ی درجه دوم متوالی	۵/۸۵۹۷	۴۹



شکل ۸. تعداد تکرارها در هر مرحله در روش مطرح‌شده در این مقاله در مقایسه با الگوریتم نقطه داخلی جهت ردیابی مسیر خطی

Fig. 8. Number of iterations at each step in the proposed method in this paper in comparison with the Interior-point algorithm for linear path tracking

برخط[1] می‌باشد.

مسیر شبیه‌سازی‌شده دوم برای پلتفرم متحرک، یک مسیر دایره‌ای است که شعاع مسیر ۱۰۰ متر می‌باشد. حرکت ربات در حلقه‌ی بسته با مسیر مطلوب قابل ردیابی است. شکل‌های ۹ و ۱۱ ردیابی مسیر مطلوب ربات را نشان می‌دهد. و شکل ۱۰ ردیابی خطای آن را نشان می‌دهد.

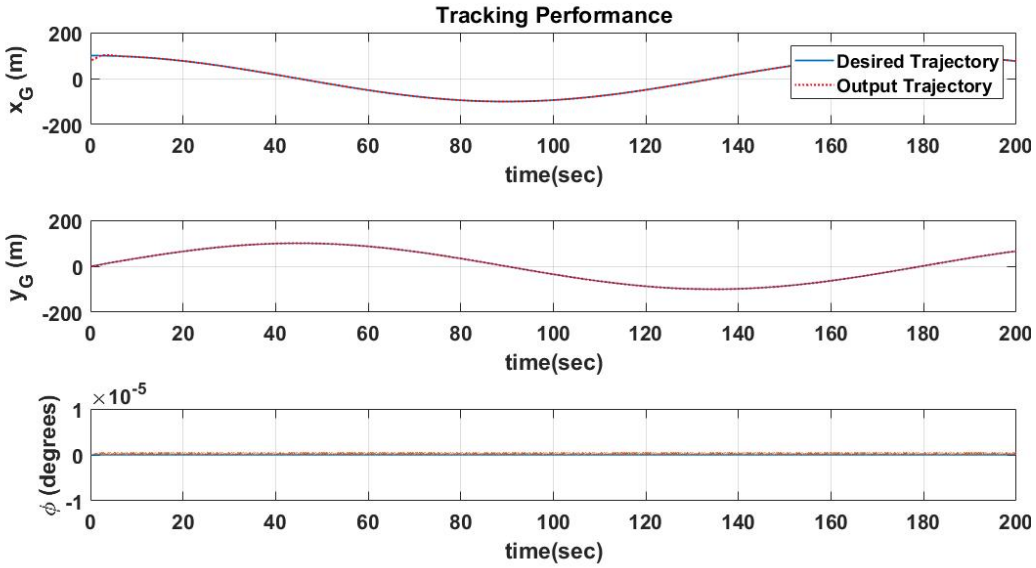
ترکیب نیروهای عملگر (نیروی کابل‌ها) در نمودارهای شکل ۱۲ نشان داده شده است. مقدار مینیمم و ماکزیمم درنظرگرفته‌شده برای نیروهای عملگر در بهینه‌سازی می‌باشد. نمودارها در کشش ماندن کابل‌ها همچنین در محدوده مجاز قرارداشتن نیروها را نشان می‌دهد.

نمودارهای شکل ۱۳ زمان صرف‌شده برای طی این مسیر دایره‌ای، جهت محاسبه‌ی طرح حل افزونگی از طریق روشهای مختلف را نشان می‌دهد. بیشترین زمان صرف‌شده در این مسیر با روش پیشنهادی این مقاله ms ۱/۱۱ است، که به مراتب از روش‌های دیگر کمتر است. میانگین زمان صرف‌شده برای این طی این مسیر که در روش تحلیل افزونگی، استفاده شده است، در جدول ۴ آورده شده‌است. برای طی این مسیر در زمان ۲۰۰ ثانیه، میانگین زمان صرف‌شده در روش پیشنهادی مقاله حاضر ms ۰/۰۵ گردید، که ۵۵ برابر کوتاه‌تر از روش برنامه‌ی درجه دوم متوالی بعنوان سریع‌ترین روش در میان روش‌های شبیه‌سازی عددی و ۱۶۴ برابر سریع‌تر از روش نقطه داخلی بعنوان کندترین روش شبیه‌سازی عددی عمل می‌کند.

نتیجه‌گیری

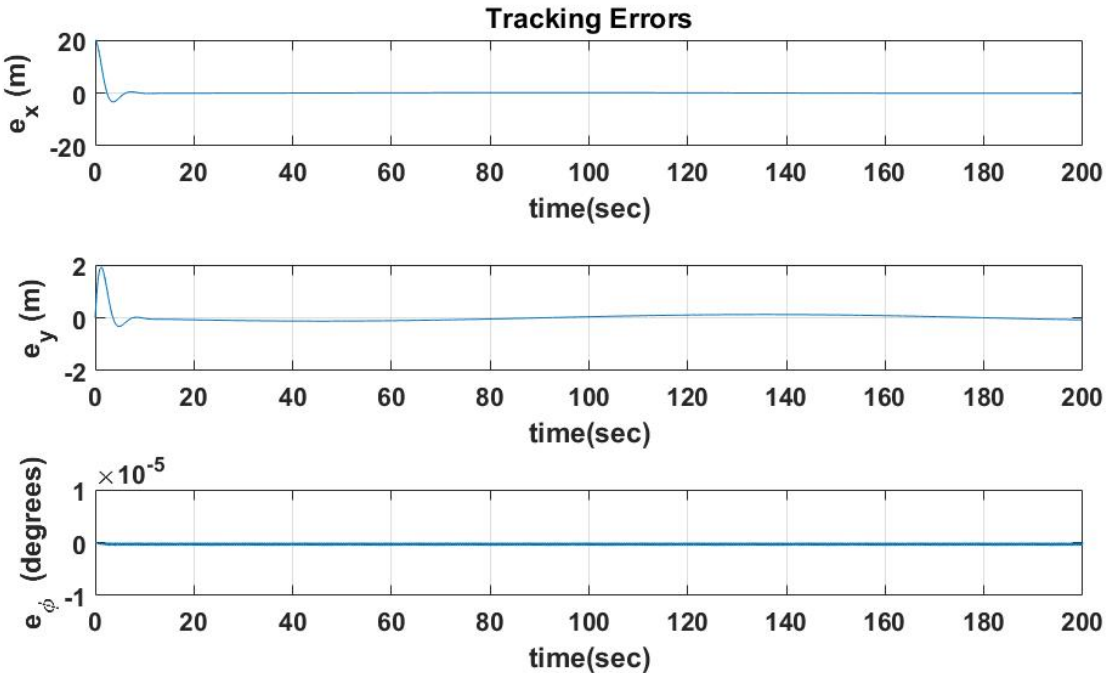
در این مقاله یک روش تحلیلی برای حل مساله‌ی افزونگی بیان گردیده‌است و روی ربات موازی کابلی با عملگر افزونه با جزئیات اجرا و نتایج شبیه‌سازی استخراج گردیده‌است. این امر بر روی یک مساله بهینه‌سازی با قیدهای مساوی و نیز قیدهای نامساوی روی حدود

1 Online



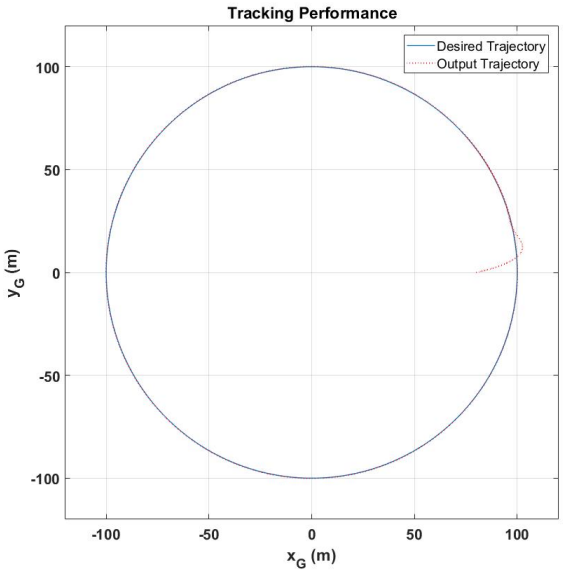
شکل ۹. ردیابی مسیر دایره‌ای مطلوب ربات موازی صفحه‌ای بر حسب زمان

Fig. 9. Tracking the desired circular path of the planar 4RPR manipulator over time



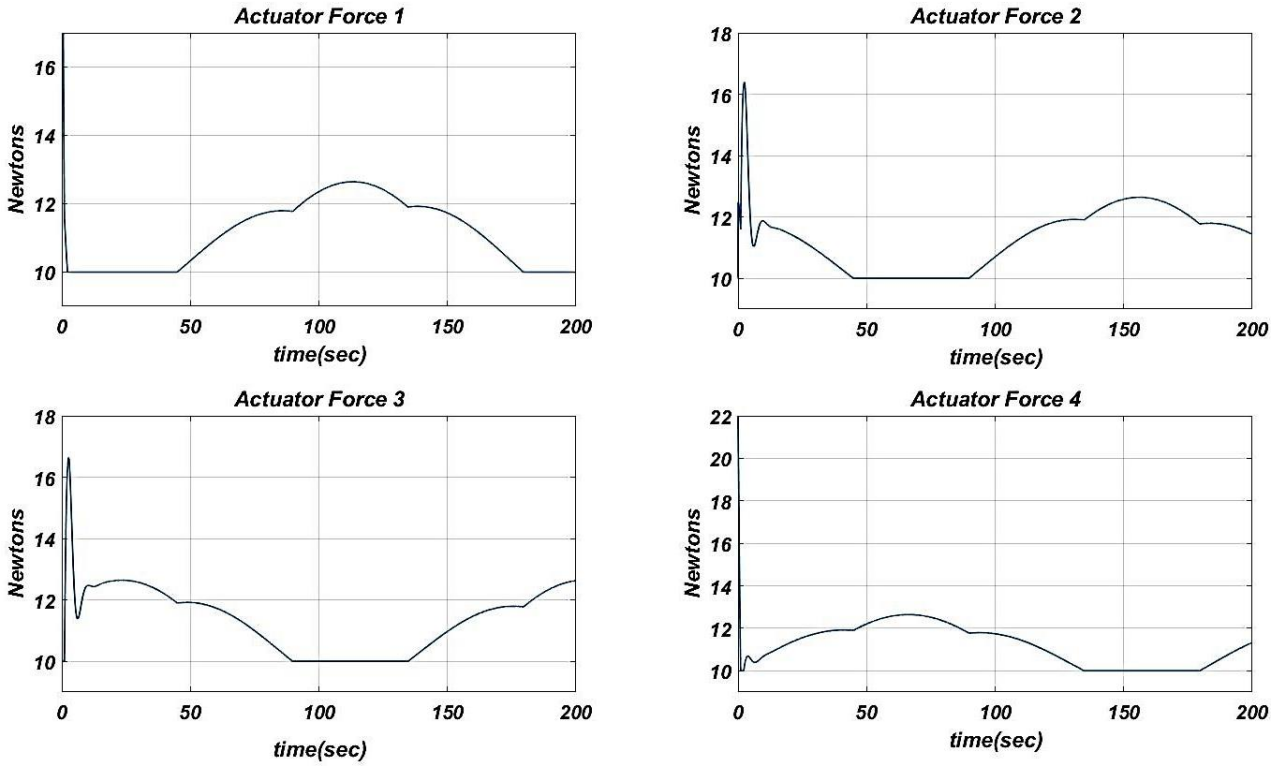
شکل ۱۰. ردیابی خطاهای مسیر دایره‌ای مطلوب ربات موازی صفحه‌ای بر حسب زمان

Fig. 10. Tracking the desired circular path errors of the planar 4RPR manipulator over time



شکل ۱۱. ردیابی مسیر دایره‌ای مطلوب ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{R}PR$

Fig. 11. Tracking the desired circular path of the planar 4RPR manipulator



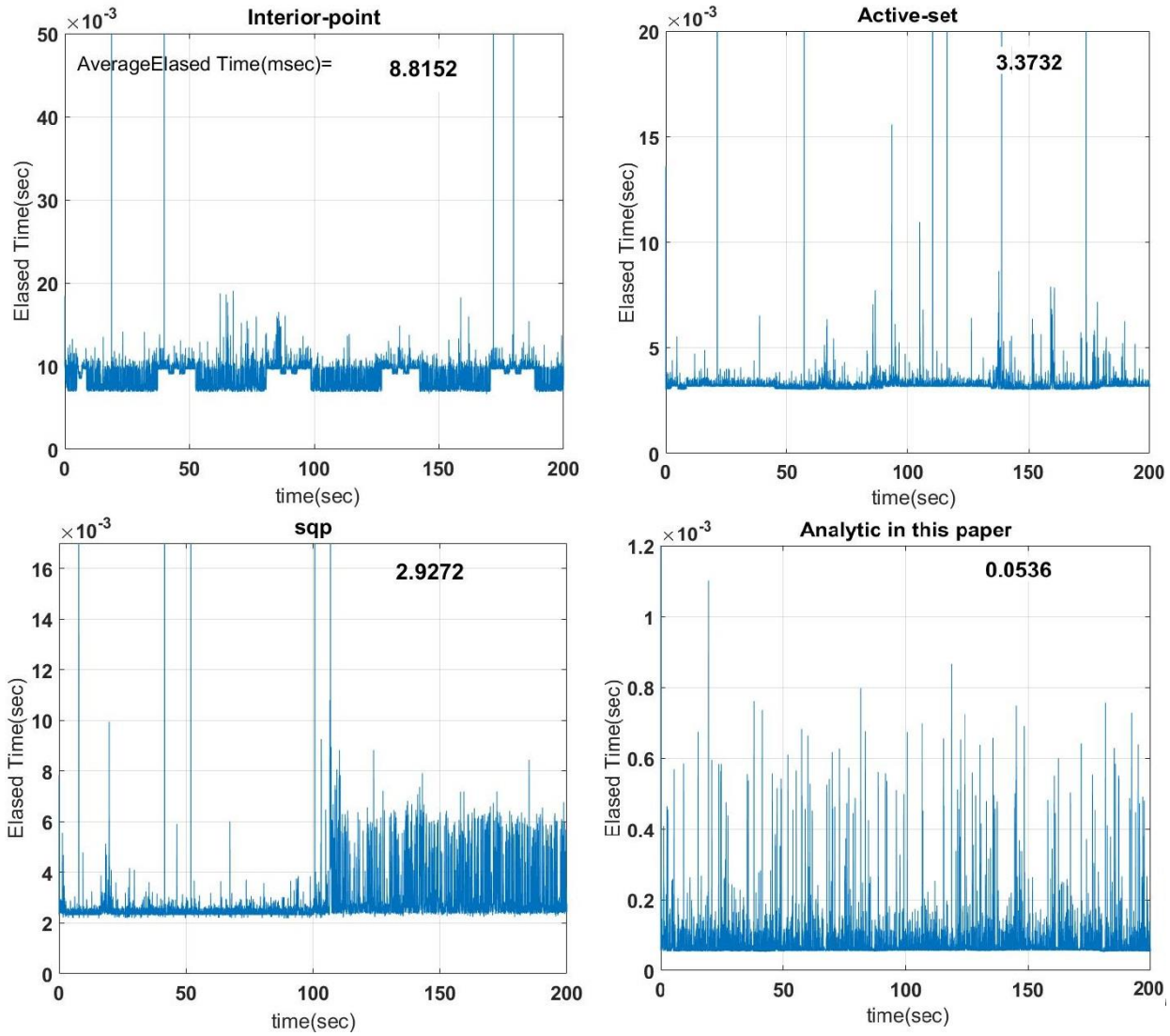
شکل ۱۲. نیروی عملگرها (کشش در کابل‌ها) در ربات موازی صفحه‌ای $4\underline{R}PR$ جهت ردیابی مسیر دایره‌ای

Fig. 12. The force of actuators (tension in cables) in the planar 4RPR manipulator for circular path tracking

جدول ۴. میانگین زمان صرف‌شده در ردیابی مسیر دایره‌ای جهت اجرای حل تحلیلی این مقاله، در مقایسه با سایر روش‌های بهینه‌سازی عددی

Table 4. The average elapsed time to perform the analytical resolution for tracking the circular path of this paper, compared to other numerical optimization methods

الگوریتم	میانگین زمان صرف‌شده در هر تکرار (میلی ثانیه)	مقایسه سرعت
روش پیشنهادی	۰/۰۵۳۶	۱
روش عددی نقطه داخلی	۸/۸۱۵۲	۱۶۴
روش عددی مجموعه فعال	۳/۳۷۳۲	۶۳
روش عددی برنامه‌ی درجه دوم متوالی	۲/۹۲۷۲	۵۵



شکل ۱۳. زمان‌های صرف‌شده در تمام مراحل تکرار در ردیابی مسیر دایره‌ای برای محاسبه نیروهای بهینه در روش حل افزونگی تحلیلی ارائه‌شده و سایر روش‌های بهینه‌سازی عددی

Fig.13. Total elapsed time to calculate optimal forces in circular path at analytic-iterative redundancy resolution and other numerical optimizations methods at all iterations

بالا و حدود پایین فرمول‌بندی شده‌است. تکنیک‌های برنامه‌نویسی غیرخطی، بخصوص تئوری کاروش-کان-تاکر برای آنالیز و دستیابی به پاسخ تحلیلی استفاده شده‌است. متعاقب آن یک الگوریتم جستجوی مناسب جهت بررسی شرایط تا دستیابی به جواب پیشنهاد شده است. با استخراج نتایج شبیه‌سازی نشان داده‌شد، که میانگین زمان صرف‌شده در روش تحلیلی مطرح‌شده، در ساختار حلقه‌بسته به میزان قابل

ملاحظه‌ای کمتر از سایر روش‌های بهینه‌سازی عددی-تکرار متداول و شناخته شده‌است و برای کاربردهای زمان واقعی[1] می‌تواند جایگزین روش‌های عددی متداول گردد.

مراجع

[1] M. Rushton, H. Jamshidifar, A. Khajepour, Multiaxis reaction system (MARS) for vibration control of planar cable-driven parallel robots, IEEE Transactions on Robotics, 35(4) (2019) 1039-1046.

[2] Z. Shao, T. Li, X. Tang, L. Tang, H. Deng, Research on the dynamic trajectory of spatial cable-suspended parallel manipulators with actuation redundancy, Mechatronics, 49 (2018) 26-35.

[3] L. Gagliardini, S. Caro, M. Gouttefarde, A. Girin, Discrete reconfiguration planning for cable-driven parallel robots, Mechanism and Machine Theory, 100 (2016) 313-337.

[4] G. Abbasnejad, J. Yoon, H. Lee, Optimum kinematic design of a planar cable-driven parallel robot with wrench-closure gait trajectory, Mechanism and Machine Theory, 99 (2016) 1-18.

[5] W.B. Lim, S.H. Yeo, G. Yang, Optimization of tension distribution for cable-driven manipulators using tension-level index, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 19(2) (2013) 676-683.

[6] J. Lamaury, M. Gouttefarde, A tension distribution method with improved computational efficiency, in: Cable-driven parallel robots, Springer, 2013, pp. 71-85.

[7] M.A. Khosravi, H.D. Taghirad, Robust PID control of fully-constrained cable driven parallel robots, Mechatronics, 24(2) (2014) 87-97.

[8] C. Gosselin, M. Grenier, On the determination of the force distribution in overconstrained cable-driven parallel mechanisms, Meccanica, 46(1) (2011) 3-15.

[9] R. Yao, X. Tang, J. Wang, P. Huang, Dimensional optimization design of the four-cable-driven parallel manipulator in fast, IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 15(6) (2009) 932-941.

[10] P.H. Borgstrom, B.L. Jordan, G.S. Sukhatme, M.A. Batalin, W.J. Kaiser, Rapid computation of optimally safe tension distributions for parallel cable-driven robots, IEEE Transactions on Robotics, 25(6) (2009) 1271-1281.

[11] R.S. Novin, A. Karimi, M. Yazdani, M. Tale Masouleh, Optimal motion planning for parallel robots via convex optimization and receding horizon, Advanced Robotics, 30(17-18) (2016) 1145-1163.

[12] Y. Jung, J. Bae, An asymmetric cable-driven mechanism for force control of exoskeleton systems, Mechatronics, 40 (2016) 41-50.

[13] P. Bosscher, A.T. Riechel, I. Ebert-Uphoff, Wrench-feasible workspace generation for cable-driven robots, IEEE Transactions on Robotics, 22(5) (2006) 890-902.

[14] S.-R. Oh, S.K. Agrawal, Cable suspended planar robots with redundant cables: Controllers with positive tensions, IEEE Transactions on Robotics, 21(3) (2005) 457-465.

[15] G. Barrette, C.m.M. Gosselin, Determination of the dynamic workspace of cable-driven planar parallel mechanisms, J. Mech. Des., 127(2) (2005) 242-248.

[16] T. Bruckmann, A. Pott, M. Hiller, Calculating force distributions for redundantly actuated tendon-based Stewart platforms, in: Advances in Robot Kinematics, Springer, 2006, pp. 403-412.

[17] M. Hassan, A. Khajepour, Optimization of actuator forces in cable-based parallel manipulators using convex analysis, IEEE Transactions on Robotics, 24(3) (2008) 736-740.

[18] Z. Cui, X. Tang, S. Hou, H. Sun, Research on controllable stiffness of redundant cable-driven parallel robots, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 23(5) (2018) 2390-2401.

[19] A. Gonzalez-Rodriguez, F. Castillo-Garcia, E. Ottaviano, P. Rea, A. Gonzalez-Rodriguez, On the effects of the design of cable-Driven robots on kinematics and dynamics models accuracy, Mechatronics, 43 (2017) 18-27.

[20] T. Rasheed, P. Long, D. Marquez-Gamez, S. Caro,

1 Real time

657-687.

[28] J.S. Arora, INTRODUCTION TO OPTIMUM DESIGN, EDITION, THIRD ed., 2012.

[29] A. Nasr, S.A. Moosavian, Multi-objective optimization design of spatial cable-driven parallel robot equipped with a serial manipulator, Modares Mechanical Engineering, 16(1) (2016) 29-40.

[30] M. Agahi, L. Notash, Redundancy resolution of wire-actuated parallel manipulators, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 33(4) (2009) 561-573.

[31] T.F. Coleman, Y. Li, An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds, SIAM Journal on optimization, 6(2) (1996) 418-445.

[32] W.W. Hager, H. Zhang, A new active set algorithm for box constrained optimization, SIAM Journal on Optimization, 17(2) (2006) 526-557.

Tension distribution algorithm for planar mobile cable-driven parallel robots, in: Cable-Driven Parallel Robots, Springer, 2018, pp. 268-279.

[21] Z. Cui, X. Tang, S. Hou, H. Sun, Non-iterative geometric method for cable-tension optimization of cable-driven parallel robots with 2 redundant cables, Mechatronics, 59 (2019) 49-60.

[22] X. Geng, M. Li, Y. Liu, Y. Li, W. Zheng, Z. Li, Analytical tension-distribution computation for cable-driven parallel robots using hypersphere mapping algorithm, Mechanism and Machine Theory, 145 (2020) 103692.

[23] H.D. Taghirad, M.A. Nahon, Dynamic analysis of a macro–micro redundantly actuated parallel manipulator, Advanced Robotics, 22(9) (2008) 949-981.

[24] H.D. Taghirad, Y.B. Bedoustani, An analytic-iterative redundancy resolution scheme for cable-driven redundant parallel manipulators, IEEE Transactions on Robotics, 27(6) (2011) 1137-1143.

[25] H.D. Taghirad, Parallel robots: mechanics and control, CRC press, 2013.

[26] H. Taghirad, A. Khalilpour, M. Aliyari, M. Tale Masouleh, Appling evolutionary algorithms in multi objective optimization of planar cable-driven parallel robots, Modares Mechanical Engineering, 14(5) (2014) 44-54.

[27] H.D. Taghirad, M. Nahon, Kinematic analysis of a macro–micro redundantly actuated parallel manipulator, Advanced Robotics, 22(6-7) (2008)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

A. H. Felegari, S. J. Ahmadi, Actuators redundancy resolution scheme with computational time reduction purpose for parallel cable robots with considering the rupture limits of the cables, Amirkabir J. Mech. Eng., 53 (6) (2021) 3479-3496.

DOI: 10.22060/mej.2020.18465.6826