

Dynamic Sensitivity Analysis of a Free–Free Aluminum Beam under Multi-Point Transient Impact Excitation Using Experimental Modal Analysis, Numerical Simulation, and Analytical Modeling with a Damage Identification Approach Based on an Enhanced Modal Assurance Criterion

Mehrdad Karimi¹, Masuod Javadi^{2*}

¹PhD Candidate, Graduate School, Shahid Sattari University

²Assistant Professor, Faculty of Aerospace Engineering, Shahid Sattari University

ABSTRACT

This study presents a baseline-free framework for damage identification in free-free aluminum beams under multi-point transient impact excitation. The beam responses were measured using accelerometers, and modal parameters were extracted through an integrated experimental, analytical, and numerical approach. Experimental modal testing was conducted with six and nine excitation points, showing that a higher number of excitation locations improves the accuracy of identified mode shapes and natural frequencies. The analytical model was developed using Euler–Bernoulli beam theory, while a finite element model was built in Abaqus and verified against the analytical and experimental results. Several damage scenarios involving transverse cracks with different depths and locations were simulated to evaluate the sensitivity of the proposed method. The key contribution of this study is an improved Modal Assurance Criterion (CT-MAC) that combines mode shape curvature with contourlet transform to obtain noise-robust features, which are then classified by a one-dimensional convolutional neural network (1D-CNN). The proposed approach achieves 94% accuracy in detecting crack location and severity, with strong robustness against measurement noise.

KEYWORDS

Multi-point impact excitation; Damage detection; Contourlet transform; Improved Modal Assurance Criterion (IMAC); Convolutional neural network (CNN); structural health monitoring (SHM);

Introduction

Beams have long been used in dynamic damage analysis because of their simplicity and relevance in structural engineering [1,2]. Free-free beams are especially suitable for modal testing since they vibrate without boundary constraints, making them useful for identifying changes in natural frequencies and mode shapes caused by damage such as cracks [3]. Crack formation reduces stiffness and alters dynamic characteristics, which makes vibration-based damage detection a practical method for structural health monitoring [4–6]. However, many conventional

approaches depend on baseline data from a healthy structure, which is often unavailable in real applications such as aerospace systems. In addition, frequency-based methods alone are often sensitive to noise and may not provide accurate information about damage location. For this reason, more advanced approaches based on modal curvature, signal processing, and machine learning have been proposed [7,8]. Recent studies have shown that contourlet transforms can improve damage-sensitive feature extraction because they preserve directional information better than wavelet transforms and reduce noise effects more effectively [9]. Similarly, curvature-

* Corresponding Author :javadi@ssau.ac.ir

based modal features have demonstrated strong sensitivity to local damage. These findings motivate the present study, which develops a baseline-free framework combining experimental modal testing, finite element simulation, analytical modeling, and enhanced feature extraction. The novelty of this work lies in integrating multi-point impact excitation, improved MAC analysis, contourlet-based curvature features, and a 1D-CNN classifier for accurate damage identification in free-free aluminum beams [8,9,10]. The proposed method is intended to overcome the limitations of baseline-dependent and noise-sensitive techniques while remaining suitable for practical SHM applications where healthy reference data is not available.

Methodology

The research employs a tripartite validation approach:

Analytical: Euler–Bernoulli beam theory is used to define baseline dynamic properties.

Numerical: A finite element model (FEM) is constructed in Abaqus using C3D8R elements, verified against analytical results with <3% error.

Experimental: Impact hammer testing is performed with 6 and 9 excitation points. The beam is suspended using elastic cords to simulate free-free boundary conditions.

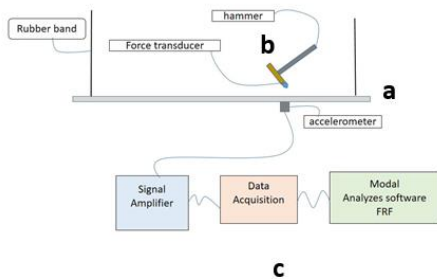


Figure 1. Experimental modal testing setup for the free-free aluminum beam: (a) overall view of the suspended beam using elastic cords to simulate free-free boundary conditions, (b) location of the calibrated impact hammer and the single axis accelerometer mounted with wax at the reference point, and (c) connection to the amplifier and data acquisition system.

Discussion and Results

The analytical results obtained in MATLAB show natural frequencies ranging from 89.74 Hz for the first bending mode to 1672.52 Hz for the sixth mode. The Abaqus results are very close to the analytical values, with an error of less than 3%, confirming the validity of the numerical model. Experimental results show that using 6 excitation points leads to larger deviations, especially in higher modes, while using 9 excitation points improves agreement with the analytical and

numerical data. This confirms that denser spatial excitation provides better reconstruction of modal shapes and more accurate curvature estimation. Damage simulations indicate that transverse cracks reduce the natural frequencies, with reductions reaching up to 50% for deep cracks. Higher modes are more sensitive to damage than lower modes. However, frequency changes alone mainly capture global stiffness loss and are not sufficient for precise crack localization. By contrast, modal curvature provides strong local sensitivity and reveals peak changes near the crack position. When combined with contourlet transform, the extracted features become more robust against noise. The proposed CT-MAC framework, together with the 1D-CNN classifier, achieves 94% accuracy in identifying both crack location and severity. The reported performance metrics show the superiority of the proposed method:

RMSE of crack location: 6.4 mm

RMSE of crack severity: 3.7%

AUC: 0.98

These results outperform frequency-based methods and standard MAC-based approaches. The method is also more robust than wavelet-curvature and CNN-based alternatives, demonstrating that contourlet-based feature extraction is more effective for this problem.

Table 1. Comparison of the Obtained Results

Mode Shape	Mode Type	Abaqus	Analytical Solution	STAR Software (6 Points)	STAR Software (9 Points)
1	Bending	87.872	89.79	94.79	78.53
2	Bending	242.58	246.33	185.31	205.65
3	Bending	476.76	485.18	461.17	401.68
4	Bending	783.07	802.11	635.94	643.00
5	Bending	1185.10	1198.24	—	—
6	Bending	1660.90	1673.48	—	—

Conclusions

This research introduces a comprehensive framework for dynamic sensitivity analysis and damage identification in free-free aluminum beams, integrating analytical, numerical, and experimental methods with an enhanced modal assurance criterion (CT-MAC). Key conclusions affirm the tripartite validation: analytical Euler–Bernoulli models and Abaqus simulations align with <3% frequency error, while experiments with 9 excitation points minimize discrepancies in higher modes compared to 6 points, underscoring the need for dense sampling in modal extraction. The enhanced CT-MAC, combining contourlet-transformed curvatures with 1D CNN, achieves 94% accuracy, RMSE of 6.4 mm (location) and 3.7% (depth), and AUC=0.98, outperforming traditional frequency-based (77% location improvement), standard MAC (68% depth), and wavelet

methods. Baseline-free operation eliminates healthy data needs, enhancing applicability in aerospace.

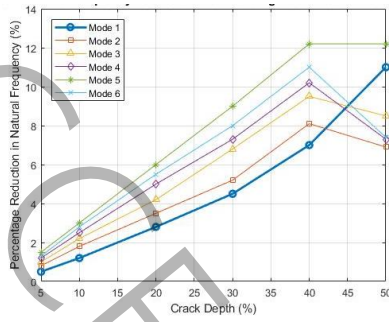


Figure 2. Percentage reduction in the natural frequencies of the six bending modes in the presence of a transverse crack with various depths (5% to 50%). شکل ۲

Noise robustness up to 5% and low false positives (6%) validate practical utility. Statistical confidence intervals mm for location indicate superior stability.

Table 2. Statistical Evaluation of the Performance of Different Methods

Method	RMSE of Crack Location (mm)	Mean Absolute Error	Standard Deviation	RMSE of Crack Severity (%)
FC	28.3	22.7	9.4	14.6
MAC+MLP	19.7	15.3	6.1	9.2
WC+CNN	12.4	9.6	4.3	6.2
IMAC+CT	6.4	4.8	2.1	3.1

Compared to studies on cantilever or fixed beams, this free-free focus addresses unique challenges like rigid mode exclusion. Innovations include directional feature extraction via contourlets over wavelets and CNN integration for nonlinear patterns. Future extensions could include multi-damage or real-time monitoring. Overall, this framework advances SHM by providing precise, robust damage detection, reducing errors by 68-77% versus baselines, and enabling early intervention in critical structures.

Table 2. Performance Comparison of Different Damage-Detection Methods

Damage Detection Method	Baseline Data Required	Noise Robustness	Crack Location RMSE (mm)	Crack Severity RMSE (%)
Natural Frequency Change	Yes	Low	28.3	14.6
Modal Curvature	Yes	Moderate	17.9	9.8
Wavelet Curvature	Yes	Moderate to High	12.4	6.2
Improved MAC with Proposed Contourlet	No	High	6.4	3.1

References

[1-10]

- [1] A.A. Fadlalla, Modal Analysis of Beams Using Finite Element Methods, *Journal of Civil and Construction Engineering Research (JCCER)*, 1(1) (2024).
- [2] M. Avcar, Free vibration analysis of beams considering different geometric characteristics and boundary conditions, *system*, 4(2) (2014) 2.
- [3] D.H. Nguyen, L.V. Ho, T. Bui-Tien, G. De Roeck, M.A. Wahab, Damage evaluation of free-free beam based on vibration testing, *Applied Mechanics*, 1(2) (2020) 142-152.
- [4] J. Pacheco-Chérrez, O. Probst, Vibration-based damage detection in a wind turbine blade through operational modal analysis under wind excitation, *Materials Today: Proceedings*, 56 (2022) 291-297.
- [5] M. Modesti, C. Gentilini, A. Palermo, E. Reynders, G. Lombaert, A two-step procedure for damage detection in beam structures with incomplete mode shapes, *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 15(2) (2025) 287-306.
- [6] T.T. Paulsen, G. Coppotelli, I.F. Santos, Remarks on the effects of the boundary conditions on the accuracy of the estimate of the modal parameters in operational modal analysis, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 47(11) (2025) 574.
- [7] Y. Zhang, S. Wei, B. Pang, H. Cheng, J. Guo, Double Damage Identification of Fully Free Beams Based on Curvature Modes, *Journal of Marine Science and Application*, (2025) 1-14.
- [8] B. Rajashekharan, M. Alapati, Impact of feature selection on predictive damage identification in beams using free vibration data-based machine learning algorithm, *Innovative Infrastructure Solutions*, 10(12) (2025) 581.
- [9] F. Sokhangou, L. Sorelli, L. Chouinard, P. Dey, D. Conciatori, Detecting multiple damages in UHPFRC beams through modal curvature analysis, *Sensors*, 24(3) (2024) 971.
- [10] A.M. Mohammadi, A. Soleymani, H. Jahangir, M. Khatibinia, J.V.A.d. Santos, H.M. Lopes, Damage Identification in Beams via Contourlet Transform of Shearography Modal Data, *Vibration*, 8(3) (2025) 53.

تحلیل حساسیت دینامیکی تیر آلومینیومی دوسر آزاد تحت تحریک ضربه‌ای گذرای چندنقطه‌ای با استفاده از آنالیز مودال تجربی، شبیه‌سازی عددی و مدل‌سازی تحلیلی با رویکرد تشخیص آسیب مبتنی بر نوآوری معیار اطمینان مودال بهبود یافته

مهرداد کریمی^۱، مسعود جوادی^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده تحصیلات تکمیلی، دانشگاه شهید ستاری

۲- استادیار، دانشکده هوافضا، دانشگاه شهید ستاری*

چکیده

در این پژوهش، چارچوبی نوین برای شناسایی آسیب در تیرهای آلومینیومی با شرایط مرزی دوسر آزاد ارائه شده است که بدون نیاز به داده‌های مرجع سالم عمل می‌کند. تیر مورد بررسی تحت تحریک ضربه‌ای چندنقطه‌ای قرار گرفت و پاسخ‌های ارتعاشی آن با استفاده از شتاب‌سنج ثبت شد. برای استخراج دقیق پارامترهای مودال، از ترکیب روش‌های تجربی، تحلیلی و عددی بهره گرفته شد. در بخش تجربی، تست مودال با چکش ضربه‌ای در دو حالت شش و نه نقطه تحریک انجام شد و نتایج نشان داد افزایش نقاط تحریک دقت استخراج شکل‌مودها و فرکانس‌های طبیعی را بهبود می‌بخشد. مدل تحلیلی بر پایه نظریه اویلر برنولی و مدل عددی در نرم‌افزار آباکوس توسعه یافت و با داده‌های تجربی اعتبارسنجی شد. برای شناسایی آسیب، سناریوهایی با ترک عرضی در موقعیت‌ها و اعماق مختلف شبیه‌سازی گردید. نوآوری اصلی پژوهش، توسعه «معیار اطمینان مودال بهبود یافته» می‌باشد که با استفاده از انحناهای شکل‌مودها و تبدیل کانتورلت برای استخراج ویژگی‌های مقاوم به نویز و تغذیه آن‌ها به شبکه کانولوشنی یک‌بعدی است. این روش با دقت ۹۴٪ قادر به شناسایی محل و شدت ترک بوده و نسبت به روش‌های متداول مبتنی بر تغییر فرکانس یا معیار اطمینان مودال عملکرد بهتری دارد. همچنین، پایداری بالایی در برابر نویز اندازه‌گیری نشان داده و قابلیت تعمیم به کاربردهای هوافضا و سازه‌های بزرگ را داراست.

کلمات کلیدی :

تشخیص آسیب، تبدیل کانتورلت، معیار اطمینان مودال بهبود یافته، شبکه کانولوشنی، پایش سلامت سازه‌ای،

*Corresponding Author :javadi@ssau.ac.ir

بیش از یک قرن است که تیرها برای بررسی آسیب دینامیکی استفاده می‌شوند [۱] و [۲]. تیر آزاد-آزاد به دلیل ارتعاش آزاد، برای آنالیز مودال مناسب است. [۳]. آسیب‌ها تغییرات فرکانس، شکل‌مود و میرایی ایجاد می‌کنند [۴-۶]. شناسایی آسیب‌های سازه‌ای یکی از مهم‌ترین زمینه‌ها برای امنیت سازه است. ترک در تیر منجر به کاهش سختی، فرکانس و تغییر در میرایی می‌شود. شناسایی محل ترک و عمق آن را می‌توان از طریق تغییرات در مشخصات دینامیکی اندازه‌گیری کرد [۴] و [۵]. از آنجا که فرکانس‌های طبیعی با محل ترک و اندازه ترک رابطه نظری دارند، می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات در دو فرکانس طبیعی اول، داده‌های کافی را برای شناسایی نوع و عمق ترک فراهم می‌کند [۶]. روش‌های موجود اغلب به داده مرجع نیاز دارند و حساس به نویز هستند [۷-۹] برای پایش وضعیت سلامت ساختاری سازه‌هایی که تحت نیروهای آیرودینامیکی مرتعش می‌شوند، محاسبه نیروها در حوزه زمانی در امتداد پره‌ها و تخمین پاسخ سیستم با توجه به تحریکات تصادفی، نیاز است. برای همین موضوع، استفاده از روش الگوریتم تجزیه دامنه فرکانس، در جهت بدست آوردن پارامترهای مودالی و در نهایت تشخیص و مکان‌یابی آسیب‌های ناشی از تحریکات تصادفی بسیار حائز اهمیت است [۷]. در یک تحلیل جامع ارتعاشی تیر آلومینیومی دو سر آزاد با رویکرد سه‌وجهی (تحلیلی، تجربی و عددی)، روشی دو مرحله‌ای برای شناسایی آسیب مبتنی بر تغییرات انحنای مودال پیشنهاد شده است. ابتدا، با توجه به محدودیت تعداد حسگرها، شکل مود از داده‌های اندازه‌گیری شده بازسازی می‌شود. سپس با استفاده از معیار اطمینان مودال کلی، سناریوهای مختلف آسیب شامل محل و شدت کاهش سختی ارزیابی و موقعیت اولیه آسیب تخمین زده می‌شود. در مرحله دوم، این تخمین با محاسبه شاخص آسیب مبتنی بر انحنای مودال اعتبارسنجی می‌گردد. این روش قابلیت شناسایی هم‌زمان چند آسیب را داشته و صحت آن از طریق مدل‌سازی عددی و آزمایش‌های تجربی روی تیرهای فولادی و بتنی تأیید شده است [۸]. در چارچوب تحلیل مودال عملیاتی، با انجام آزمایش‌های مکرر روی تیر یک‌سر گیردار و تغییر شرایط مرزی، حساسیت پارامترهای مودال نسبت به روش‌های تخمین و تنظیمات اندازه‌گیری بررسی شده است. برای کاهش عدم قطعیت و بهبود دقت تخمین، از روش وزن‌دهی مبتنی بر معیار تضمین مودال استفاده شده که اثربخشی آن با تکرار آزمایش‌ها تأیید شده است. نتایج نشان می‌دهند که دقت تخمین فرکانس و شکل مود بیشتر از نسبت میرایی است و رابطه‌ای نسبی میان عدم قطعیت و دقت در تخمین فرکانس طبیعی وجود دارد [۹]. در سال‌های اخیر، روش‌های متعددی برای شناسایی آسیب در سازه‌های تیرمانند توسعه یافته‌اند. یکی از رویکردهای نوین، بهره‌گیری از تبدیل کانتورل برای استخراج شاخص‌های آسیب از دوران و خمیدگی‌های مودال در شرایط مرزی آزاد-آزاد است. نتایج یک مطالعه تجربی روی چهار تیر آلومینیومی آسیب‌دیده نشان داد که خمیدگی‌های مودال نسبت به دوران‌ها در تعیین محل و شدت آسیب عملکرد دقیق‌تری دارند. همچنین، وجود داده‌های مرجع سالم برای شناسایی آسیب‌های کوچک ضروری است. مقایسه با تبدیل ویولت نیز نشان داد که کانتورل نویز کمتری در نواحی سالم تولید می‌کند. در ادامه، روشی مبتنی بر مودهای خمیدگی برای شناسایی آسیب در بدنه کشتی با شرایط مرزی آزاد پیشنهاد شد. تحلیل عددی و آزمایشگاهی شش سناریوی آسیب نشان داد که این روش قادر است آسیب‌های هم‌زمان و پی‌درپی را با دقت بالا شناسایی کرده و امکان پایش ایمنی لحظه‌ای سازه را فراهم آورد [۱۰]. این مطالعه به بررسی تأثیر ویژگی‌های استخراج‌شده از داده‌های ارتعاش آزاد بر دقت شناسایی آسیب در تیرهای یک‌سر گیردار پرداخته است. با بهره‌گیری از ۵۰ مدل اجزای محدود و الگوریتم ماشین بردار پشتیبان، ویژگی‌هایی نظیر فرکانس‌های مودال، شکل مودهای پایه و پاسخ‌های آماری مدل‌سازی شده به‌عنوان ورودی مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج نشان داد که جابجایی‌های مودال آماری بیشترین حساسیت را نسبت به آسیب دارند و به‌عنوان مؤثرترین ویژگی برای پایش سلامت سازه معرفی می‌شوند [۱۱]. در این پژوهش، با بهره‌گیری از کرنش‌سنج و الگوریتم زیرفضای تصادفی، پارامترهای مودال کرنش استخراج و برای شناسایی آسیب در تیرهای فومی به‌کار گرفته شد. نتایج نشان داد که دومین فرکانس طبیعی، بر پایه نظریه اصلاح‌شده تیموشنکو، تخمین دقیقی از شدت آسیب ارائه می‌دهد. همچنین، شاخص تفاوت نرمال‌شده شکل مودال کرنش توانست محل آسیب را با دقت بالا شناسایی کند. این روش در برابر نویزهای شدید مقاوم بوده و هم‌خوانی خوبی با نتایج عددی و تحلیلی نشان داد. در مجموع، روش پیشنهادی موجب بهبود دقت در تعیین محل و شدت آسیب در سازه‌های فومی می‌شود [۱۲]. در این مطالعه، روشی ترکیبی برای شناسایی آسیب در تیرهای بتن مسلح به الیاف با عملکرد فوق‌العاده بالا ارائه شده که تحلیل خمیدگی مودال را با تبدیل ویولت خمیدگی تلفیق می‌کند. سه تیر آسیب‌دیده و یک تیر مرجع ساخته شده و پاسخ ارتعاش آزاد آن‌ها با استفاده از ۱۲ شتاب‌سنج ثبت گردید. همچنین، مدل‌سازی عددی برای اعتبارسنجی نتایج تجربی انجام شد. دو شاخص آسیب مبتنی بر اختلاف مربعی خمیدگی نسبت به تیر مرجع مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش ترکیبی پیشنهادی دقت بالایی در شناسایی نواحی آسیب‌دیده دارد [۱۳].

در این مطالعه، روشی بدون نیاز به داده مرجع برای شناسایی آسیب‌های کوچک و متعدد در تیرهای فولادی ارائه شده است. این روش با بهره‌گیری از تحلیل حساسیت در بازه فرکانسی پنجم تا دهم فرکانس طبیعی، قادر به شناسایی دقیق آسیب‌هایی با شدت حداقل ۵ درصد بدون نیاز به نصب حسگر در نزدیکی محل آسیب است. برای افزایش دقت و پایداری، از یک چندجمله‌ای هموارساز جهت تخمین خمیدگی مرجع و فیلتر میانگین‌گیری گاوسی برای حذف نویز استفاده شده است. اعتبار روش به صورت عددی و تجربی تأیید شده و نتایج نشان‌دهنده عملکرد دقیق و پایدار آن در شناسایی آسیب هستند. [۱۴]. در این مقاله، روشی برای شناسایی آسیب در تیرهای آزاد با استفاده از داده‌های فرکانس طبیعی و به‌روزرسانی مدل عددی ارائه شده است. این روش با شبیه‌سازی و آزمایش روی تیرهای دارای یک یا دو ناحیه آسیب بررسی شده و نتایج نشان می‌دهد که در بیشتر موارد محل آسیب را با دقت خوبی شناسایی می‌کند. با این حال، در صورت نزدیکی نواحی آسیب، دقت روش کاهش می‌یابد. خطای مکانی حدود ۳٫۵ درصد در داده‌های تجربی قابل قبول ارزیابی شده و روش پیشنهادی به‌عنوان ابزاری مؤثر برای پایش سلامت تیرهای آزاد معرفی می‌شود [۱۵]. در این پژوهش، با استفاده از مودهای خمیدگی و نظریه اختلال، روشی کمی برای شناسایی آسیب‌های کوچک در تیر آلومینیومی یک‌سر گیردار ارائه شده است. مدل‌سازی درآب‌کوس و آزمایش‌های ارتعاشی با سیستم پیزوالکتریک لرزش‌سنج لیزری روشی^۱ انجام شده است. دو روش شاخص تشخیص آسیب^۲ و تابع توزیع تجمعی^۳ برای مکانیابی آسیب و پارامتر^۴ برای تحلیل شدت آسیب به کار رفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که این روش‌ها قادرند محل آسیب را با دقت بالا شناسایی کرده و شدت آسیب‌های کوچک را به‌طور مؤثر کمی‌سازی کنند [۱۶]. در این پژوهش نه تنها به اعتبارسنجی روش‌های تلفیقی می‌پردازیم، بلکه با معرفی چارچوب نوین معیار اطمینان مودال بهبود یافته، گامی فراتر در تشخیص آسیب برمی‌داریم که می‌تواند محدودیت‌های روش‌های سنتی را برطرف نماید.

۲- معادلات و طرح مسئله برای حل تحلیلی

مسئله حول محور تیر آلومینیومی به طول ۵۴۰ میلی‌متر، عرض ۴۵ میلی‌متر و ضخامت ۵ میلی‌متر انجام می‌شود. شرایط مرزی تیر به صورت دوسر آزاد بوده و چگالی سطح معادل ۲۷۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، مدول یانگ معادل ۷۰ گیگا پاسکال و ضریب پواسون ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است. از آنجا که شرایط مرزی تیر به صورت دوسر آزاد است، گشتاور و نیروی برشی در دوسر تیر معادل صفر می‌باشد. برای محاسبه فرکانس طبیعی بر حسب هرتز از معادله (۱) استفاده می‌شود [۱۷]

$$f_n = \frac{(\beta_n L)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \quad (1)$$

برای آشنایی بیشتر با معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی تیر با شرایط مرزی دو سر آزاد، از جمله استخراج روابط حاکم، تحلیل مودال و بررسی فرکانس‌های طبیعی، مطالعه‌ی مرجع [۱۷] توصیه می‌گردد. این منبع اطلاعات جامعی در زمینه مدل‌سازی ریاضی، شرایط مرزی و روش‌های حل تحلیلی ارائه می‌دهد که می‌تواند در درک دقیق‌تر پاسخ‌های ارتعاشی این نوع سازه‌ها بسیار مفید واقع شود. در حالت تحریک ضربه‌ای (به‌عنوان مثال، در آزمایش چکش ضربه‌ای)، پاسخ دینامیکی تیر در نقطه X در حوزه‌ی فرکانس، بر اثر نیروی اعمال شده در نقطه x_0 به صورت معادله (۲) بیان می‌شود [۱۸] و [۱۹]:

$$X(x, \omega) = H(x, \xi, \omega) F(\xi, \omega) \quad (2)$$

برای یک سیستم خطی با چند درجه آزادی، تابع رسیپتنس می‌تواند بر اساس مدهای ارتعاشی به صورت معادله (۳) بیان شود [۱۸] و [۱۹]:

$$H(x, x_0, \omega) = \sum \frac{\varphi_n(x)\varphi_n(x_0)}{m \times (\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta_n \omega_n \omega)} \quad (3)$$

رسیپتنس در واقع یک تابع انتقال دینامیکی است که میزان جابجایی حاصل از یک نیروی واحد را در هر فرکانس مشخص می‌کند. این تابع ویژگی‌های دینامیکی سیستم از جمله جرم، سختی و میرایی را در بر دارد. از دید فیزیکی، مقدار بزرگ رسیپتنس در یک

¹ PZT-SLDV

² D-index

³ CDF

فرکانس خاص نشان‌دهنده‌ی پدیده‌ی تشدید در آن فرکانس است، جایی که سازه نسبت به نیروی تحریک، بیشترین پاسخ جابجایی را نشان می‌دهد. که در آن تابع پاسخ فرکانسی سیستم بین نقطه تحریک x_0 و نقطه اندازه‌گیری شده x ، $\varphi_n(x)$ شکل مود سیستم در نقطه تحریک x و $\varphi_n(x_0)$ شکل مود در نقطه اندازه‌گیری شده x_0 ، ω_n^2 فرکانس طبیعی سیستم، ω فرکانس تحریک و ζ_n ضریب میرایی مود n تیر می‌باشد. یکی از روش‌های تحلیل مودالی روش سیرکل فیتینگ می‌باشد که در آن نمودار نایکوئست تابع پاسخ فرکانسی در نزدیکی هر فرکانس طبیعی به صورت یک دایره تقریب زده می‌شود که معادله کلی آن به صورت معادله (۴) آورده شده است [۱۸] و [۱۹]:

$$(\text{Re}(\alpha\omega) - \alpha)^2 + (\text{Im}(\alpha\omega) - b)^2 = R^2 \quad (4)$$

جایی که (a, b) مرکز دایره، و R شعاع دایره می‌باشد. به صورت کلی پاسخ تیر به تحریک چکش در حوزه فرکانس به صورت معادله (۵) بیان می‌شود که در آن تابع پاسخ فرکانسی سیستم و F_ω تبدیل فوریه نیروی تحریک می‌باشد [۱۸] و [۱۹]:

$$w(x, \omega) = H(x, x_0, \omega) \times F_\omega \quad (5)$$

معادله (۶) تابع وزنی، برای گره‌های مختلف تحریک چکش را نشان می‌دهد [۱۸] و [۱۹]:

$$s(x, t) = \left(\frac{1}{m}\right) \times \sum_n \varphi_n(x) \times \sin(\omega_n t) \quad (6)$$

معادله شکل مودهای ارتعاشی برای یک تیر با شرایط مرزی دو سر آزاد، در معادله (۶) ارائه شده است. که در آن $s(x, t)$ جابجایی کلی یا پاسخ دینامیکی سیستم، $\varphi_n(x)$ تابع شکل مود مکانی برای مود n ام، ω_n فرکانس طبیعی مود n ام و t زمان است. سیستم در نقطه $x = \beta_n$ مقادیر ویژه معادله مشخصه برای شماره شکل مود است، L طول تیر، و σ_n ضریب ثابت شکل مود است، $\varphi_n(x)$ تابع شکل مود مکانی برای مود n ام می‌باشد که به صورت معادله (۷) بیان می‌گردد، برای مقایسه شکل مودهای تجربی و عددی از معادله معیار اطمینان مودال که به صورت معادله (۸) نوشته می‌شود استفاده می‌گردد [۱۷]، [۱۸] و [۱۹]:

$$\varphi_n(x) = \cosh \beta_n x L - \cos \beta_n x L - \sigma_n (\sinh \beta_n x L - \sin \beta_n x L) \quad (7)$$

$$MAC(\varphi_i, \varphi_j) = \frac{(\varphi_i \times \varphi_j)^2}{(\varphi_i \times \varphi_j) \times (\varphi_j^T \times \varphi_j)} \quad (8)$$

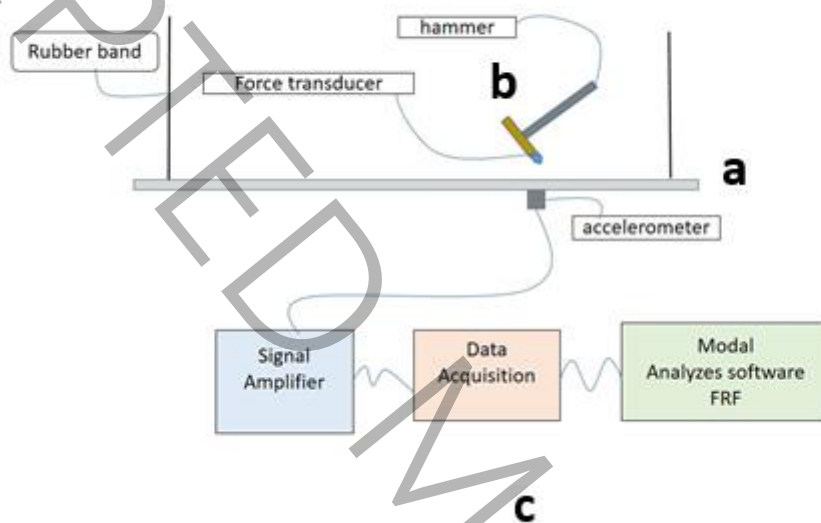
۳- تست تجربی

به منظور شبیه‌سازی شرایط مرزی آزاد-آزاد، مطابق با مشخصات ارائه‌شده در بخش ۲، تیر از دو انتها به وسیله طناب‌های الاستیک نرم به صورت معلق نگه‌داشته شد. به گونه‌ای که اثر سفتی طناب‌ها بر پاسخ دینامیکی سیستم به حداقل برسد. با این حال، باید توجه داشت که در عمل تحقق شرایط آزاد-آزاد به صورت کاملاً ایده‌آل امکانپذیر نیست و سختی جزئی طناب‌ها می‌تواند موجب جابه‌جایی جزئی فرکانس‌های طبیعی نسبت به مقادیر تئوریک شود؛ این موضوع یکی از دلایل اصلی اختلاف مشاهده‌شده میان نتایج تجربی و مدل‌های تحلیلی و عددی محسوب می‌شود.

تحریک سازه با استفاده از چکش ضربه‌ای کالیبره‌شده و در دو آرایش متفاوت شامل شش و نه نقطه تحریک انجام گرفت. انتخاب این دو تعداد نقطه، با هدف بررسی تأثیر تراکم نقاط تحریک و اندازه‌گیری بر دقت استخراج پارامترهای مودال، به ویژه شکل‌مودها در مودهای بالاتر، صورت پذیرفت. در آرایش شش نقطه‌ای، تحریک در فواصل یکنواخت در طول تیر اعمال شد که حداقل الزامات آزمایش مودال را برآورده می‌کند. در مقابل، آرایش نه نقطه‌ای با افزایش تراکم نقاط، امکان بازسازی دقیق‌تر تغییرات مکانی شکل‌مودها و کاهش خطاهای ناشی از نمونه‌برداری مکانی را فراهم می‌سازد. شتاب سنجی که بوسیله یک موم چسبان در گره سوم در تیر اول و گره چهارم در تیر دوم که در قسمت زیرین تیر قرار گرفته است، تحریکات مکانیکی را به سیگنال الکتریکی تبدیل کرده و به سیستم آمپلی فایر ارسال می‌کند تا سیگنال‌ها جهت پردازش تقویت شود، خواص مکانیکی مانند ضریب پواسون، مدول یانگ و چگالی سطح مقطع برای آلومینیوم در نظر گرفته می‌شود. شبکه بندی سطح مورد نظر از نوع مثلثی انتخاب شده تا بتواند نقاط سیستم سیستم داده بردار^۱ سیگنال

^۱ DAQ: Data Acquisition

های آنالوگ گرفته شده از آمپلی فایر را به دیجیتال تبدیل کرده و مستقیماً به کامپیوتر جهت ثبت و تحلیل داده‌ها ارسال می‌کند. داده های جمع آوری شده در نرم افزار استار آپدیت شده و توابع و سیگنال‌های تابع پاسخ فرکانسی سیستم نمایش داده می‌شود. نتایج حاصل از این مقایسه نشان داد که در حالی که فرکانس‌های طبیعی استخراج شده در هر دو آرایش اختلاف محدودی دارند، دقت شکل مودها، به‌ویژه در مدهای میانی و بالاتر، در حالت نه نقطه‌ای به‌طور محسوس افزایش می‌یابد. این بهبود نقش تعیین‌کننده‌ای در تحلیل‌های مبتنی بر انحنای مودال دارد، زیرا محاسبه مشتقات مکانی به کیفیت بازسازی شکل مودها وابسته است. نتایج این مقایسه، مستقیماً در طراحی و توسعه چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته مبتنی بر تبدیل کانتورلت مورد استفاده قرار گرفته‌اند تا حساسیت روش پیشنهادی نسبت به آسیب‌های موضعی افزایش یابد. شکل ۱ شماتیک کاملی از ستاپ آزمایش مودال تجربی تیر آلومینیومی را نشان می‌دهد.



ستاپ آزمایش مودال تجربی تیر آلومینیومی دوسر آزاد (a): نمای کلی تیر معلق با طناب‌های الاستیک برای شبیه‌سازی شرایط مرزی آزاد-آزاد، (b) موقعیت چکش ضربه‌ای کالیبره شده و شتاب‌سنج تک‌محوره چسبانده شده با موم در نقطه مرجع، (c) اتصال به آمپلی فایر و سیستم اکتساب داده.

Figure 1. Experimental modal testing setup for the free-free aluminum beam: (a) overall view of the | suspended beam using elastic cords to simulate free-free boundary conditions, (b) location of the calibrated impact hammer and the single axis accelerometer mounted with wax at the reference point, and (c) connection to the amplifier and data acquisition system

۴- پیاده‌سازی مدل عددی تیر آلومینیومی دوسر آزاد با آسیب در نرم‌افزار آباکوس

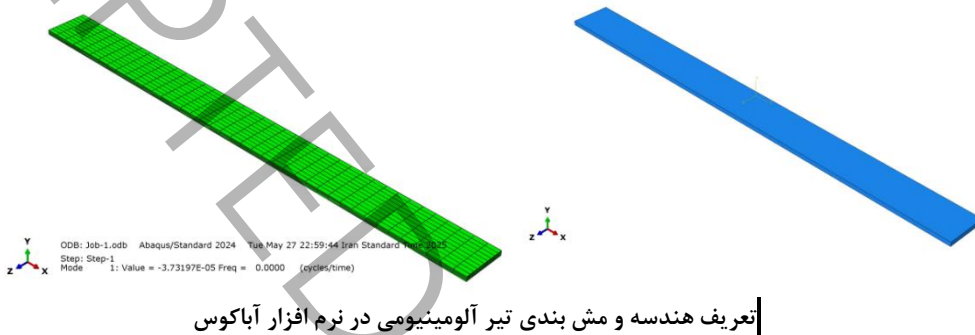
به‌منظور تحلیل عددی رفتار دینامیکی تیر آلومینیومی دوسر آزاد و فراهم‌سازی داده‌های لازم برای توسعه و ارزیابی چارچوب تشخیص آسیب پیشنهادی، یک مدل اجزای محدود دقیق در نرم‌افزار آباکوس ایجاد شد. هندسه تیر مطابق با نمونه آزمایشگاهی تعریف گردید و خواص مکانیکی ماده آلومینیوم شامل مدول یانگ، ضریب پواسون و چگالی، بر اساس مشخصات واقعی نمونه اعمال شد. شرایط مرزی آزاد-آزاد با حذف حرکت صلب سازه به‌صورت عددی پیاده‌سازی گردید تا از بروز مدهای صلب در تحلیل مودال جلوگیری شود. برای اطمینان از دقت استخراج مدهای ارتعاشی و تحلیل، مش‌بندی مناسبی با استفاده از المان‌های سه‌بعدی^۱ انجام گردید. سپس تحلیل به‌صورت تحلیل مقدار ویژه^۲ انجام شد تا فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای متناظر ساختار محاسبه شود.

¹ C3D8R

² Eigen Frequency Extraction

در این بخش، ۱۲۰ سناریوی آسیب شامل ترک‌های عرضی با عمق‌های مختلف (۵ تا ۵۰ درصد ضخامت تیر) و موقعیت‌های متفاوت در طول تیر به صورت سیستماتیک شبیه‌سازی شد. مدل‌سازی ترک‌ها به گونه‌ای انجام گرفت که کاهش موضعی سختی خمشی ناشی از آسیب به درستی در پاسخ مودال سازه منعکس شود. برای هر سناریوی آسیب، تحلیل مودال انجام شده و فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مدهای متناظر استخراج گردیدند. این مجموعه داده، مبنای اصلی آموزش و ارزیابی چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته مبتنی بر تبدیل کانتورلت را تشکیل می‌دهد.

نتایج تحلیل عددی تیر سالم ابتدا با حل تحلیلی و داده‌های آزمایش مودال تجربی مقایسه شد تا صحت مدل‌سازی اجزای محدود و دقت پیاده‌سازی شرایط مرزی ارزیابی گردد. پس از اعتبارسنجی مدل، نتایج مربوط به سناریوهای آسیب تعریف شده در این بخش برای بررسی حساسیت فرکانس‌های طبیعی، شکل‌مدها و به ویژه انحنای مودال نسبت به تغییرات موضعی سختی مورد استفاده قرار گرفت. این تحلیل‌ها نشان داد که اگرچه تغییرات فرکانس طبیعی در برخی مدها محدود است، اما انحنای مودال اطلاعات غنی‌تری از حضور و شدت ترک ارائه می‌دهد که نقش کلیدی در موفقیت روش پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت ایفا می‌کند.



تعریف هندسه و مش بندی تیر آلومینیومی در نرم افزار آباکوس

Figure 2. Geometric definition and meshing of the aluminum beam in Abaqus software.

۵- صحت سنجی سه‌گانه (تحلیلی-عددی-تجربی)

در این بخش نتایج حل تحلیلی، تجربی و عددی سیستم به صورت جداگانه به گونه‌ای بررسی شده است که نتایج تست تجربی به صورت توابع پاسخ فرکانسی و شکل مدها در نرم افزار استار نمایش داده شد و در انتها صحت سنجی و مقایسه فرکانس‌ها و شکل مدهای سیستم تحریک شده در تمامی روش‌های حل، آورده شده است.

۵-۱- نتایج حاصل از حل تحلیلی به صورت برنامه نویسی در متلب

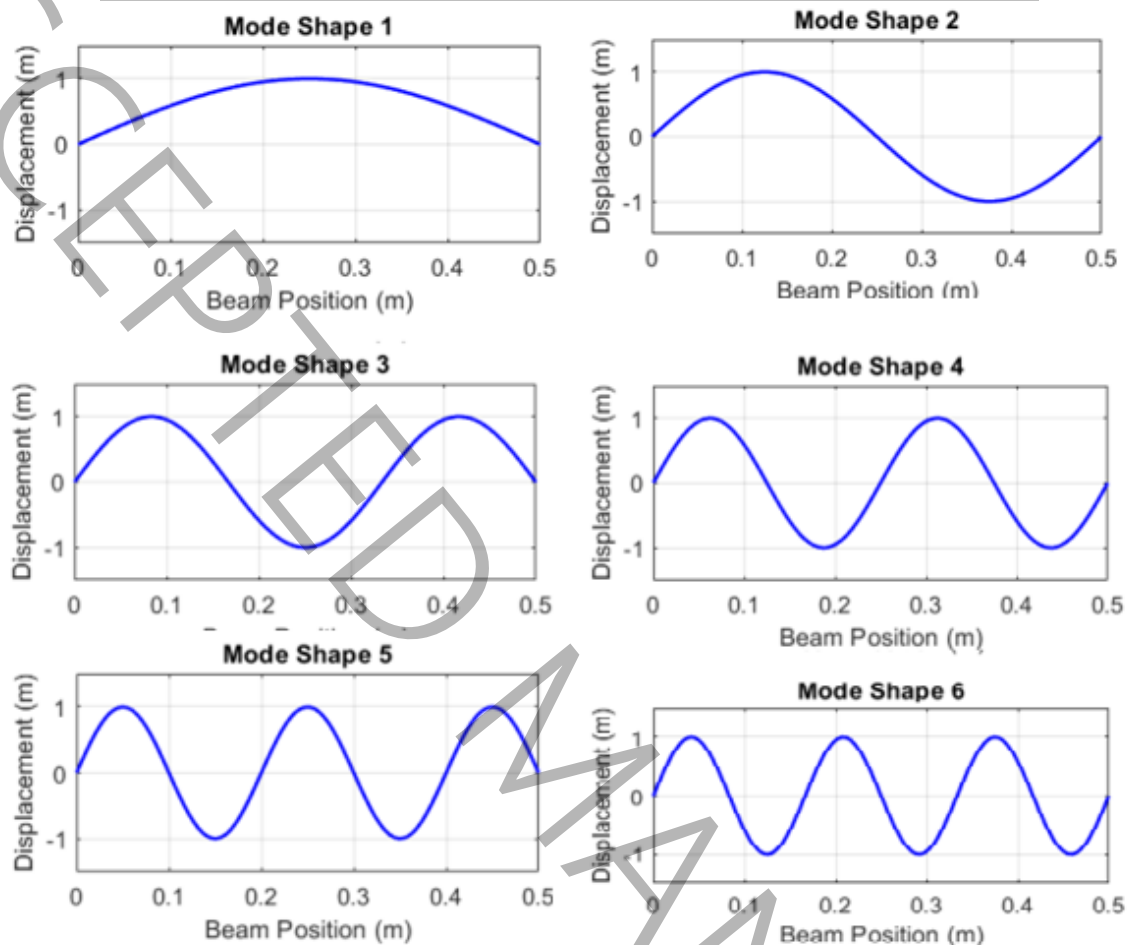
جدول ۱ نتایج حاصل از تحلیل سیستم را با توجه به تعداد گره‌ها و شماره مدهای ارتعاشی مورد بررسی نشان می‌دهد. به طور کلی، با افزایش شماره مود، مقادیر مربوط به فرکانس‌های طبیعی نیز افزایش می‌یابد. این روند افزایشی بیانگر آن است که مدهای بالاتر دارای رفتار ارتعاشی پیچیده‌تری بوده و انرژی بیشتری برای تحریک آن‌ها مورد نیاز است. در ناحیه فرکانس‌های پایین‌تر، حساسیت ارتعاشی سیستم بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد، چرا که این مدها معمولاً نقش تعیین‌کننده‌ای در پاسخ دینامیکی سازه دارند. در این تیر، کمترین فرکانس طبیعی سیستم برابر با ۸۹/۷۴ هرتز و بیشترین فرکانس طبیعی برابر با ۱۶۷۲/۵۲ هرتز به دست آمده است که نشان‌دهنده گستره قابل توجهی از رفتار ارتعاشی سیستم تحت بررسی می‌باشد. به منظور اعتبارسنجی نتایج تحلیلی، از روش برنامه‌نویسی در محیط نرم‌افزار متلب استفاده شد. با بهره‌گیری از دستورات تخصصی مربوطه، مقادیر فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای متناظر استخراج گردید. این نتایج در جدول ۱ و همچنین در اشکال ۳ تا ۸ به صورت تصویری ارائه شده‌اند تا درک بهتری از نحوه توزیع مدها و رفتار ارتعاشی سیستم فراهم گردد.

فرکانس طبیعی بدست آمده از برنامه نویسی متلب

Table 1. Natural frequencies obtained from MATLAB programming

شماره مد	$\beta n L \cong (2n+1)\pi/2$	فرکانس طبیعی (HZ)
۱	۴/۷۳	۸۹/۷۴
۲	۷/۸۵۳	۲۴۷/۳۷

۴۸۵/۱۷	۱۰/۹۹۶	۳
۸۰۱/۶۷	۱۴/۱۳۷	۴
۱۱۹۷/۶۱	۱۷/۲۷۹	۵
۱۶۷۲/۵۲	۲۰/۴۲	۶



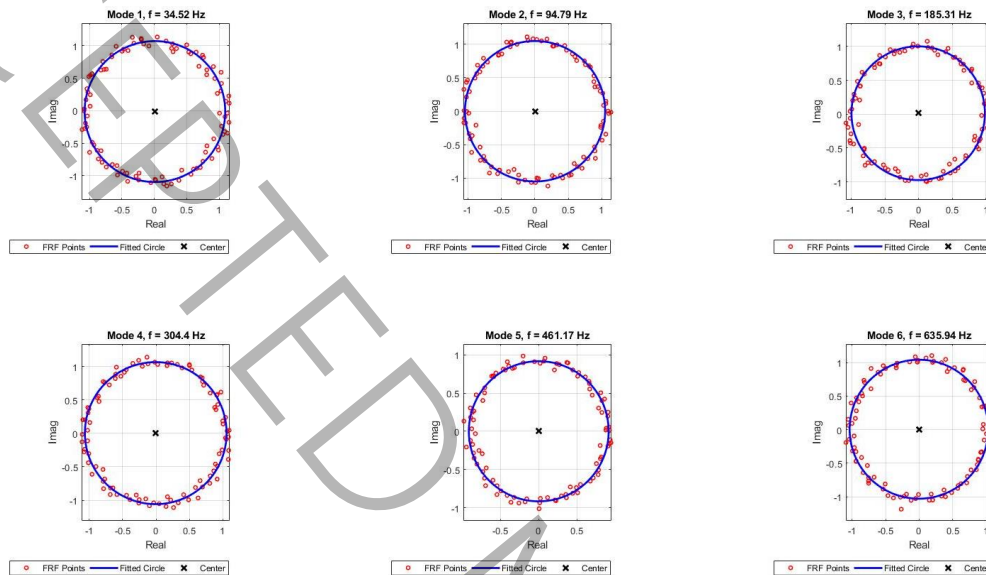
شکل مودهای خمشی اول تا ششم تیر سالم استخراج شده از حل تحلیلی در متلب نرمال سازی نسبت به بیشینه جابجایی.

Figure 3. First to sixth bending mode shapes of the intact beam, extracted from the analytical solution in MATLAB and normalized with respect to the maximum displacement

لازم به ذکر است که در این تحلیل، دو مود اول به عنوان مودهای صلب در نظر گرفته نشده اند و محاسبه فرکانس های طبیعی از اولین مود خمشی آغاز شده است. این تصمیم به منظور تمرکز بر رفتار ارتعاشی واقعی سیستم اتخاذ شده است، چرا که مودهای صلب معمولاً فاقد تغییر شکل قابل توجه بوده و در تحلیل های دینامیکی سازه ای نقش کمتری ایفا می کنند. بر اساس نتایج حاصل از حل تحلیلی در محیط نرم افزار متلب، کمترین فرکانس طبیعی ثبت شده برابر با $۸۹/۷۴$ هرتز و بیشترین فرکانس محاسبه شده برابر با $۱۶۷۲/۵۲$ هرتز می باشد. این مقادیر کاملاً با نتایج عددی حاصل از روش تحلیلی کلاسیک مطابقت دارند و اعتبار مدل سازی را تأیید می کنند. شکل ۳ نمایش دهنده مودهای ارتعاشی استخراج شده از حل تحلیلی است. با افزایش فرکانس طبیعی، الگوهای نوسانی سیستم پیچیده تر شده و به صورت موج های سینوسی با دامنه و تعداد گره های بیشتر امتداد می یابند. این رفتار نشان دهنده افزایش تعداد نقاط تغییر جهت در شکل مودها و حساسیت بیشتر سیستم نسبت به تحریک های فرکانسی بالاتر است. در ادامه، برای تحلیل آماری و هندسی فرکانس های طبیعی، از روش سیرکل فیتینگ استفاده شده است. این روش با تمرکز بر تجمع فرکانس ها در ناحیه ای خاص از فضای مختصات، امکان مدل سازی هندسی توزیع فرکانس ها را فراهم می سازد. به منظور تعیین دقیق پارامترهای دایره، از الگوریتم حداقل مربعات^۱ بهره گرفته

^۱ (Least Squares)

شده است. نتایج حاصل از این روش نشان می‌دهد که داده‌های تصادفی فرکانس‌های طبیعی با نویز گوسی به میزان ۰/۱، به خوبی بر روی یک دایره فیت شده‌اند. همچنین مقدار خطای ریشه میانگین مربعات^۱ برابر با ۰/۱۱۹۷۸ به دست آمده که نشان‌دهنده دقت قابل قبول مدل سیرکل فیتینگ می‌باشد. نکته قابل توجه آن است که در فرکانس دوم، بیشترین مقدار رسپتانس برابر با ۰/۸۶ ثبت شده است که بیانگر پاسخ دینامیکی قابل توجه سیستم در آن مود خاص می‌باشد. در شکل ۴ نمودار پراکندگی تصادفی فرکانس‌های طبیعی نمایش داده شده است که تطابق مناسبی بین نقاط نویزی (با رنگ قرمز) و دایره فیت‌شده را نشان می‌دهد، و صحت روش فیتینگ را تأیید می‌نماید.



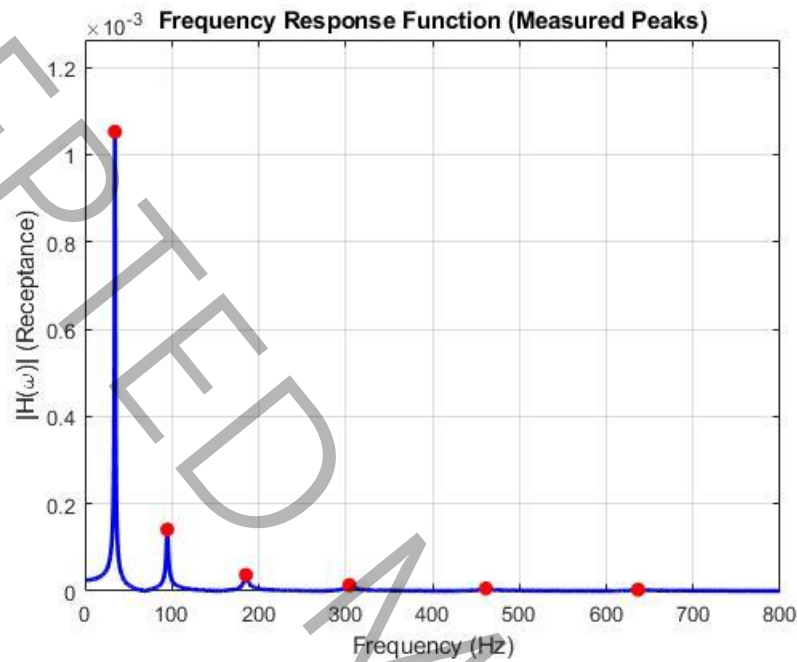
نمودار سیرکل فیتینگ بر حسب داده‌های خروجی از نرم‌افزار استار

Figure 4. Circle-fitting diagram based on the output data from STAR software.

برای ارزیابی میزان حساسیت سیستم به تحریک‌های خارجی یا وقوع پدیده رزونانس در فرکانس‌های خاص، از روش پیک‌پیکینگ استفاده می‌شود. در این روش، مقدار قله رزونانس به صورت عددی بر $(\sqrt{2})$ تقسیم می‌گردد تا معیاری برای تحلیل پاسخ ارتعاشی سیستم در اطراف فرکانس‌های طبیعی به دست آید. پیک-پیکینگ به عنوان یک شاخص کلیدی، نشان‌دهنده شدت افزایش پاسخ ارتعاشی سیستم در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی است. به عبارت دیگر، هرچه مقدار پیک-پیکینگ بالاتر باشد، سیستم در برابر تحریک‌هایی که در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی رخ می‌دهند، واکنش شدیدتری نشان می‌دهد و پاسخ ارتعاشی بزرگ‌تری تولید می‌کند. این ویژگی برای تحلیل رفتار دینامیکی و طراحی کنترل ارتعاشات در سیستم‌های مهندسی اهمیت بالایی دارد. علاوه بر این، از روش پیک‌پیکینگ می‌توان برای تخمین ضریب میرایی سیستم نیز بهره گرفت. با بررسی شکل ۵ که نمودار رسپتانس را بر حسب فرکانس نمایش می‌دهد، مشاهده می‌شود که چندین پیک رزونانسی در بازه فرکانسی ۰ تا ۱۶۰۰ هرتز رخ داده‌اند. هر یک از این پیک‌ها نمایانگر یک فرکانس طبیعی سیستم هستند. بیشترین پیک مشاهده شده در فرکانس ۳۴/۵۲ هرتز رخ داده است که معرف اولین مود ارتعاشی غیرصفر سیستم می‌باشد. سایر پیک‌ها در فرکانس‌های ۹۴، ۱۸۵، ۳۰۴، ۴۶۱ و ۶۳۵ هرتز ظاهر شده‌اند که به ترتیب نشان‌دهنده مدهای ارتعاشی بالاتر هستند. با افزایش فرکانس، دامنه پیک‌ها کاهش می‌یابد که این موضوع بیانگر کاهش حساسیت سیستم در فرکانس‌های بالاتر و افت پاسخ ارتعاشی آن است.

$$^1 \text{ Root Means Square} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (d_i)^2}$$

بر اساس نتایج حاصل از برنامه‌نویسی در محیط متلب، ضریب میرایی سیستم به صورت تقریبی برابر با $0.124/0$ محاسبه شده است. همچنین مقدار پیک‌پیکینگ برابر با $41/15$ به دست آمده که نشان‌دهنده حساسیت قابل توجه سیستم در فرکانس‌های پایین‌تر است. علاوه بر آن، پهنای باند نیم‌دامنه^۱ برابر با $2/4$ هرتز ثبت شده است که در تحلیل دقیق‌تر رفتار فرکانسی سیستم نقش مهمی ایفا می‌کند. برای استخراج دقیق فرکانس‌ها و ضرایب میرایی، از روش سیرکل‌فیتینگ در نرم‌افزار استار استفاده شد. این روش به دلیل دقت بالاتر نسبت به روش پیک‌پیکینگ، توانایی تفکیک بهتر مدهای نزدیک به هم و حساسیت کمتر به نویز را دارد و به همین دلیل انتخاب گردیده است.



تغییرات رسپتانس در محدوده فرکانس ۰ تا ۱۶۰۰

Figure 5. Variations of receptance within the frequency range of 0 to 1600.

۵-۲- نتایج حاصل از داده‌های تست تجربی در نرم‌افزار استار

داده‌های جمع‌آوری شده از تست تجربی به صورت فایل در نرم‌افزار تحلیل سیگنال استار قابل اجرا بوده و پس از تحلیل رزونانس‌ها در سراسر بازه فرکانسی، نتایج حاصل از فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی استخراج شده از نرم‌افزار استار به شرح جداول ۲ و ۳ می‌باشند. مدهای صلب (با فرکانس نزدیک به صفر) حذف شده‌اند تا تمرکز بر مدهای خمشی باشد. میرایی با روش پهنای باند نیم‌دامنه محاسبه شده است. در آزمایش اولیه با ۶ نقطه تحریک، بیشترین فرکانس در مود ششم حدود $635/94$ هرتز و کمترین در مود اول معادل $94/79$ هرتز است (مدهای صلب مانند $34/52$ هرتز به عنوان حرکت صلب در نظر گرفته و حذف شدند). در حالت ۹ نقطه، فرکانس مود اول $78/53$ هرتز نزدیک به مقدار تحلیلی $89/74$ هرتز است. مقادیر حاصل در این حالت نسبت به روش‌های تحلیلی و عددی اختلاف بیشتری داشتند. علت اصلی این اختلاف، کم بودن تعداد نقاط تحریک و در نتیجه عدم شناسایی دقیق شکل مودها است که با افزایش تعداد نقاط فرکانس به فرکانس‌های حقیقی نزدیک‌تر می‌شود، به منظور بهبود دقت، آزمایش مجدداً با ۹ نقطه تحریک و اندازه‌گیری انجام شد. نتایج این حالت نشان داد که فرکانس‌های به دست آمده به مقادیر تحلیلی و عددی نزدیک‌تر هستند؛ به عنوان مثال، فرکانس مود اول در حدود $78/53$ هرتز بسیار نزدیک به مقدار تحلیلی $79/89$ هرتز به دست آمد. همچنین در مدهای دوم و سوم نیز همپوشانی بهبود قابل توجهی نسبت به حالت ۶ نقطه مشاهده شد.

¹ (Half-Power Bandwidth)

در بررسی میرایی نیز مشاهده گردید که در مود اول، میرایی حدود $1/0.4$ هرتز معادل $3/0.2$ درصد در نظر گرفته شده و در مود ۶ که بالاترین فرکانس را شامل می‌شود، میرایی به مقدار $0/17$ درصد کاهش چشمگیری داشته است. این روند نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس طبیعی، میزان میرایی کاهش می‌یابد.

به صورت کلی، نتایج آزمایش با ۹ نقطه تحریک علاوه بر کاهش اختلاف با مقادیر تحلیلی و عددی، شکل مودهای واضح‌تر و همپوشانی بهتری را نشان داده و بیانگر آن است که افزایش تعداد نقاط تحریک باعث بهبود قابل توجه دقت استخراج مودال تجربی می‌شود.

۵-۳- اصلاح ایرادات مرتبط با آزمایش

۵-۳-۱- محدودیت‌های آزمایشگاهی

اگرچه برای شبیه‌سازی شرایط مرزی آزاد-آزاد از آویزهای الاستیک نرم استفاده شده است، تحقق شرایط مرزی کاملاً آزاد در محیط آزمایشگاهی به صورت ایده‌آل امکان‌پذیر نیست. سختی باقیمانده طناب‌ها می‌تواند منجر به جابه‌جایی جزئی فرکانس‌های طبیعی نسبت به مقادیر تئوریک شود. با این حال، این اثر در تمامی آزمایش‌ها یکنواخت بوده و بنابراین تأثیر معناداری بر تحلیل‌های مقایسه‌ای انجام‌شده در این پژوهش ندارد.

همچنین، در این مطالعه از یک شتاب‌سنج استفاده شده است تا از اثر جرم افزوده حسگر و پیچیدگی‌های اجرایی اجتناب شود؛ شرایطی که در کاربردهای واقعی پایش سلامت سازه‌ای بسیار رایج است. هرچند استفاده از چند حسگر می‌تواند دقت مکانی را افزایش دهد، چارچوب پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبود یافته و تبدیل کانتورلت با اتکا بر بازسازی شکل مود و ویژگی‌های مبتنی بر انحنای مودال، حتی در شرایط اندازه‌گیری کم‌حسگر نیز قادر به تشخیص دقیق آسیب است.

لازم به تأکید است که روش پیشنهادی ماهیتی بدون نیاز به مقدار پایه^۱ دارد و به داده‌های مرجع سازه سالم وابسته نیست. این ویژگی، آن را به گزینه‌ای مناسب برای پایش سلامت سازه‌ای در حال بهره‌برداری، بزرگ‌مقیاس و غیرقابل دسترس تبدیل می‌کند.

پارامترهای دینامیکی حاصل از تست تجربی ۶ نقطه در نرم افزار استار

Table 2. Dynamic parameters obtained from the experimental six-point test in STAR software.

شماره مود	فرکانس (هرتز)	میرایی درصد	میرایی (هرتز)
	۳۴/۵۲	۳/۰۲	۱/۰۴
۱	۹۴/۷۹	۱/۴	۱/۳۳
۲	۱۸۵/۳۱	۰/۶۱	۱/۱۴
	۳۰۴/۴	۰/۴۱	۱/۲۶
۳	۴۶۱/۱۷	۰/۲۴	۱/۱۱
۴	۶۳۵/۹۴	۰/۱۷	۱/۰۸

پارامترهای دینامیکی حاصل از تست تجربی ۹ نقطه در نرم افزار استار

Table 3. Dynamic parameters obtained from the experimental nine-point test in STAR software.

شماره مود	فرکانس (هرتز)	میرایی درصد	میرایی (هرتز)
	۲۶/۸۲	۳/۰۲	۱/۰۴
	۵۲/۶۸	۱/۴	۱/۳۳
۱	۷۸/۵۳	۱/۱۴۵۸	۱/۲
	۱۷۷/۶۳	۰/۷۸	۱/۰۹
۲	۲۰۵/۶۵	۰/۶۱	۱/۰۵

^۱ baseline-free

۱/۰۲	۰/۵۲	۳۶۰/۷۹	
۱/۰۲۶	۰/۴۱	۴۰۱/۶۸	۳
۱/۰۱۱	۰/۲۴	۵۵۰/۳۳	
۱/۰۰۸	۰/۱۷	۶۴۳/۰۵	۴

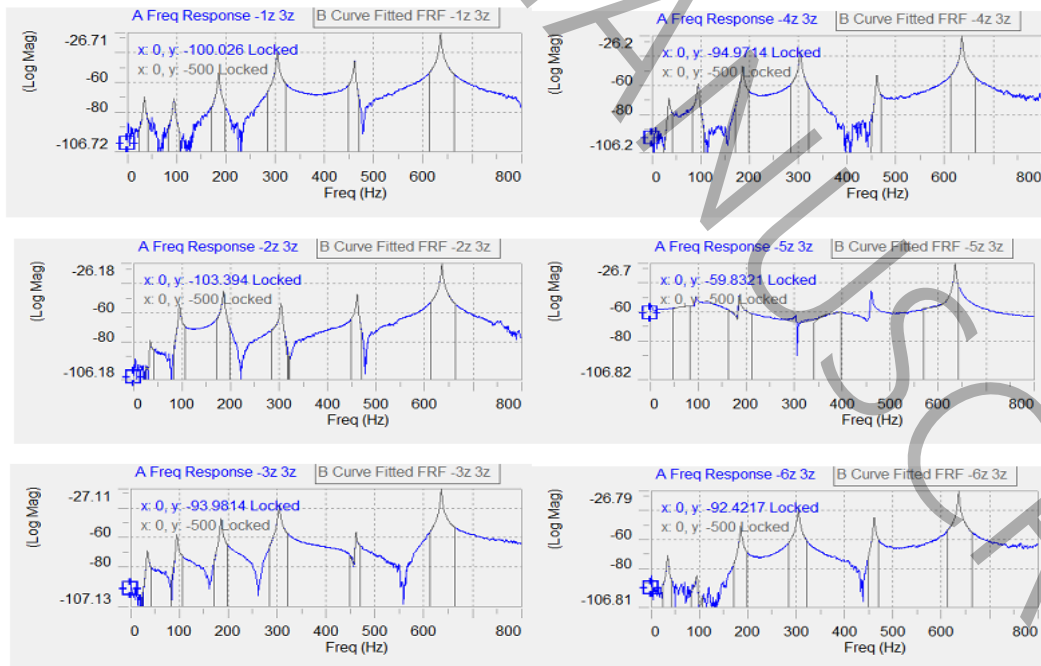
جدول ۴ مقادیر اختلاف فاز (درجه) و دامنه ($m/s^2/N$) را بر اساس نقاط مختلف تحریک نشان می‌دهد. این مقادیر از تابع پاسخ فرکانسی در نرم‌افزار استار استخراج شده‌اند.

مقدار اختلاف فاز و دامنه را بر اساس تحریک نقاط مختلف نشان می‌دهد

Table 4. Phase and amplitude deviations based on excitation at different points.

پاسخ نقطه ۳											
تحریک نقطه ۱		تحریک نقطه ۲		تحریک نقطه ۳		تحریک نقطه ۴		تحریک نقطه ۵		تحریک نقطه ۶	
دامنه	فاز	دامنه	فاز	دامنه	فاز	دامنه	فاز	دامنه	فاز	دامنه	فاز
۰/۰۰۳۷	۲۵۷/۵۷	۰/۰۰۱۴	۲۱/۱۳	۰/۰۰۵۱	۷۶/۲۴	۰/۰۰۴۸	۷۷/۶۱	۰/۰۰۱۲	۸۲/۴۱	۰/۰۰۴۳	۲۶۰/۲۲۵۰
۰/۰۰۱۳	۵۹/۴۸	۰/۰۰۲۹۳	۲۱۳/۱۲	۰/۰۱۷۴	۲۳۹/۱	۰/۰۱۷	۵۹/۲۳	۰/۰۰۲۷	۵۹/۳۰۹۸	۰/۰۰۴۸	۲۴۳/۷۹۲۴
۰/۰۴۱۵	۲۲۲	۰/۱۴۹۳	۳۱/۱۹	۰/۰۶۹۴	۴۲/۱۱	۰/۰۶۳۵	۴۰/۷۴	۰/۰۸۲۷	۲۲۲/۳۵۹۶	۰/۰۲۹۷	۲۱۹/۸۷۶۲
۰/۱۹۹۷	۲۷/۵۱	۰/۳۱۴۹	۱۳/۳۶	۰/۲۳۴۷	۲۰۷/۵۱	۰/۲۱۷۹	۲۷/۷۱	۰/۰۳۴۳	۲۱۱/۲۱۱	۰/۱۵۹۲	۲۰۷/۴۵۳۵
۰/۰۸۱۸	۱۹/۳۴	۰/۰۳۱۴	۱۹/۳۶	۰/۰۳۱۴	۱۹/۲۴	۰/۰۱۸۹	۱۱/۸	۰/۰۶۰۶	۱۹۹/۲۶	۰/۰۷۷۴	۱۹/۶۱۹۴
۰/۶۰۰۴	۱۹۴/۰۶	۰/۶۵۳۴	۱۹۴/۳۲	۰/۶۵۳۴	۱۹۴/۳۲	۰/۵۹۲۶	۱۴/۰۸	۰/۵۸۷۶	۱۹۴/۸۸۵	۰/۶۳۳۱	۱۴/۳۴۹

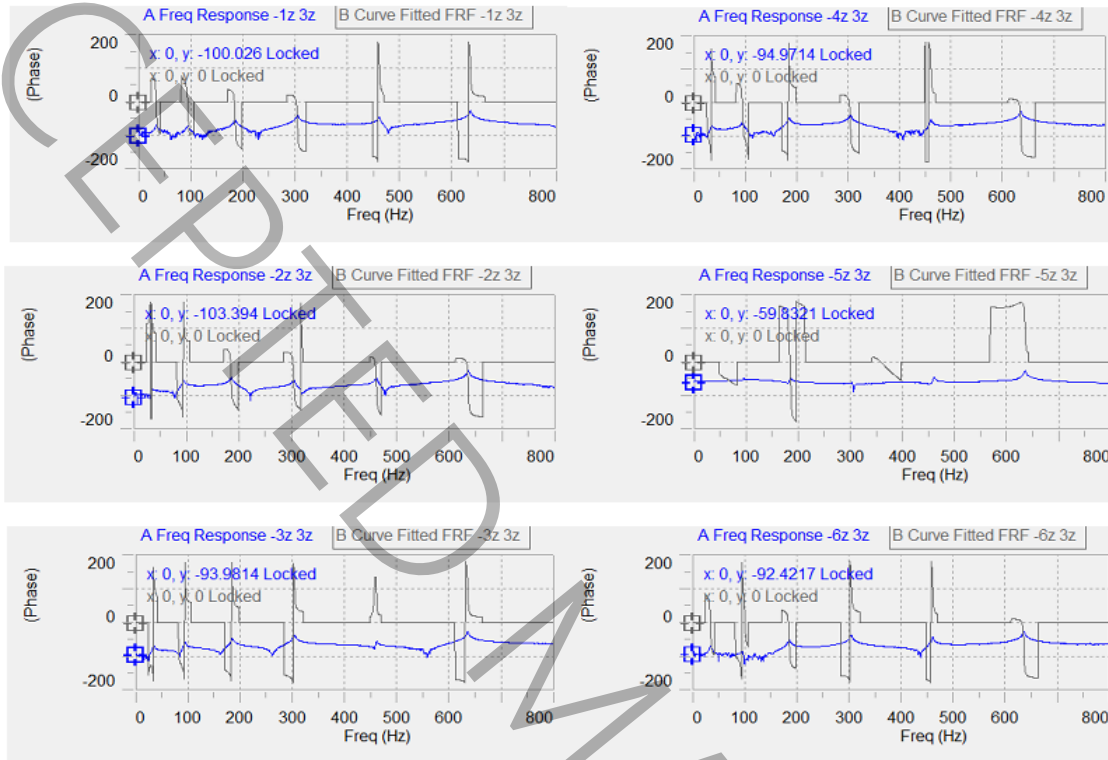
با توجه به شکل ۶ که پاسخ فرکانسی دامنه و پاسخ فرکانسی فاز را بر اساس مقیاس لگاریتمی در بازه فرکانسی نشان می‌دهد می‌توان به این نتیجه رسید که در نمودار دامنه، در فرکانس‌های پایین (۰ تا ۱۱۰ هرتز) پاسخ بسیار ضعیف بوده و مقدار تقریباً صفر را دارد.



نمودار تابع پاسخ فرکانسی بر اساس نقاط تحریک استخراج شده از نرم‌افزار استار

Figure 6. Frequency response function (FRF) diagram based on the excitation points extracted from STAR software.

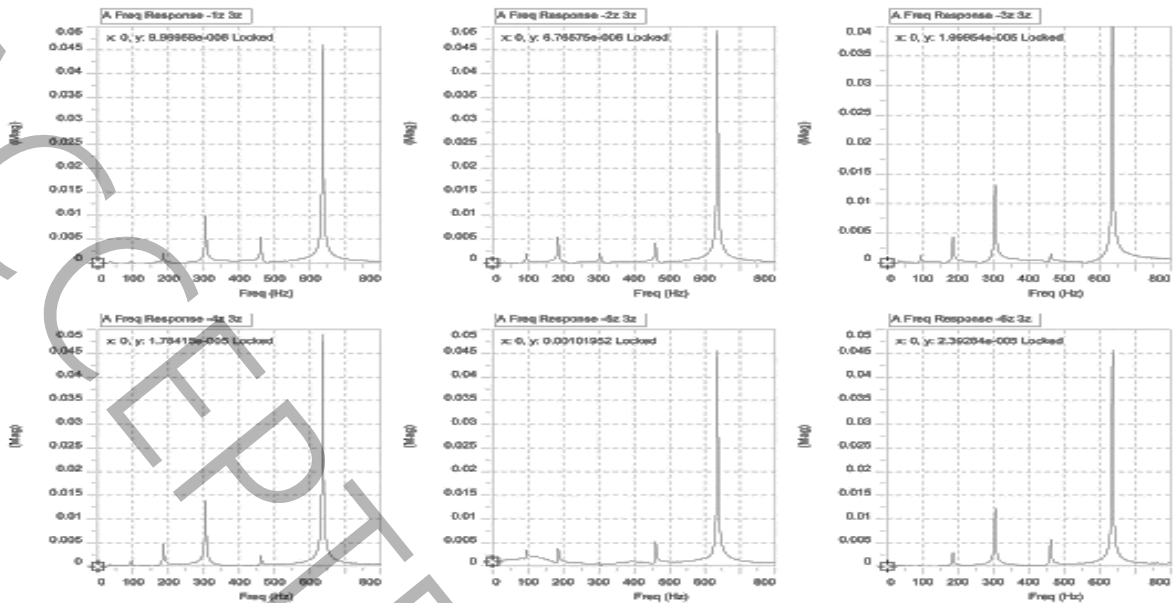
این الگو نشان دهنده یک فیلتر بالاگذر است که فرکانس‌های پایین را تضعیف می‌کند. پیک اول در محدوده فرکانس تقریباً ۱۰۰ تا ۲۰۰ هرتز با دامنه ۰/۰۰۲ که نسبتاً ضعیف است رخ می‌دهد. پیک دوم در محدوده ۲۰۰ تا ۳۰۰ هرتز با دامنه تقریبی ۰/۰۱ با رزونانس متوسط و پیک سوم در حدود ۴۴۰ تا ۴۸۰ هرتز با بیشینه دامنه ۰/۰۰۶ با رزونانس نسبتاً ضعیف است رخ می‌دهد و پیک چهارم در محدوده ۶۲۰ تا ۶۴۰ هرتز با بیشینه دامنه ۰/۰۴۶ قوی رخ می‌دهد. به صورت کلی از نمودار دامنه می‌توان دریافت که این سیستم یک فیلتر مرتبه ۴ یا بالاتر است که می‌توان برای تحلیل مناسب هارمونیک از آن استفاده کرد.



نمودار فاز بر اساس نقاط تحریک استخراج شده از نرم‌افزار استار

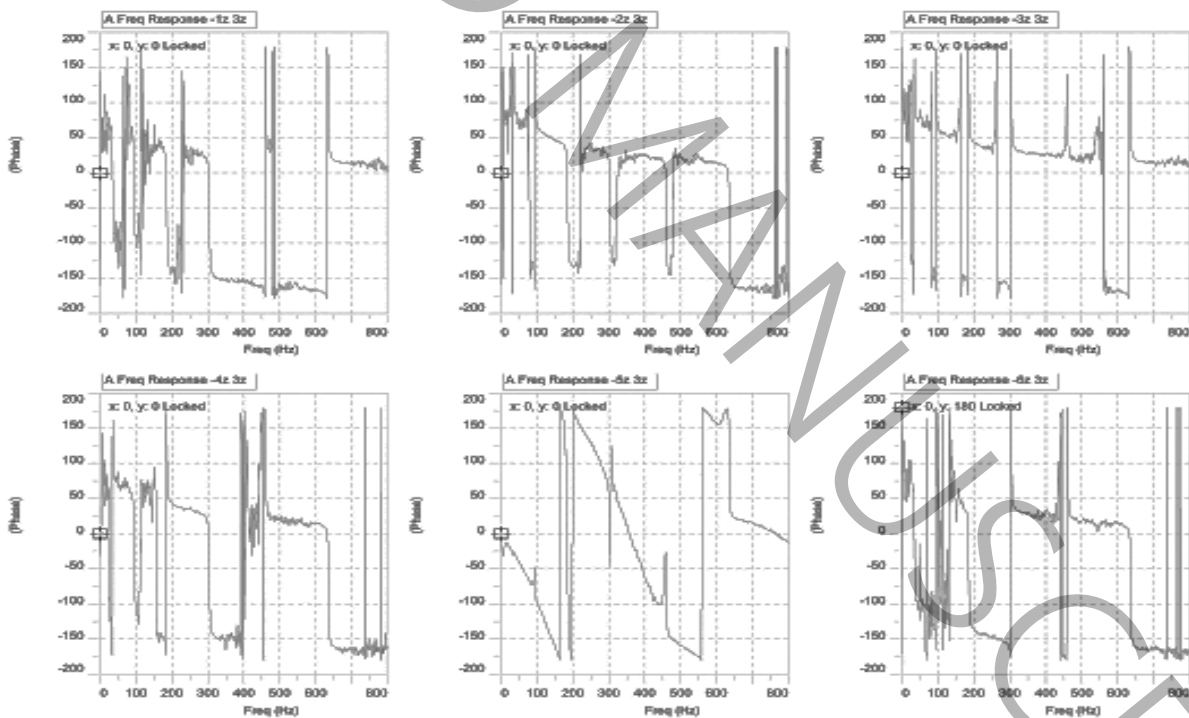
Figure 7. Phase diagram based on the excitation points extracted from STAR software.

شکل ۷ نمودار فاز پاسخ غیر خطی سیستم را نشان می‌دهد که نوسانات شدید و تغییرات ناگهانی فاز بین -180 الی $+180$ درجه رخ می‌دهد. هر تغییر ناگهانی در قله یا دره فاز دقیقاً با فرکانس‌های رزونانس در نمودار دامنه مطابقت داشته و در فرکانس‌های حدود ۲۰۰، ۴۰۰ و ۶۰۰ هرتز تغییرات فاز ۳۶۰ درجه‌ای مشاهده می‌شود. به صورت کلی در این نمودار، نوسانات آرام فاز بین ۲۰ تا ۱۰۰ درجه رخ داده است.



نمودار تغییرات دامنه در بازه فرکانس در نرم افزار استار برای شش نقطه استخراج شده از نرم افزار استار

Figure 8. Amplitude variation diagram over the frequency range in STAR software for the six excitation points extracted from the software.

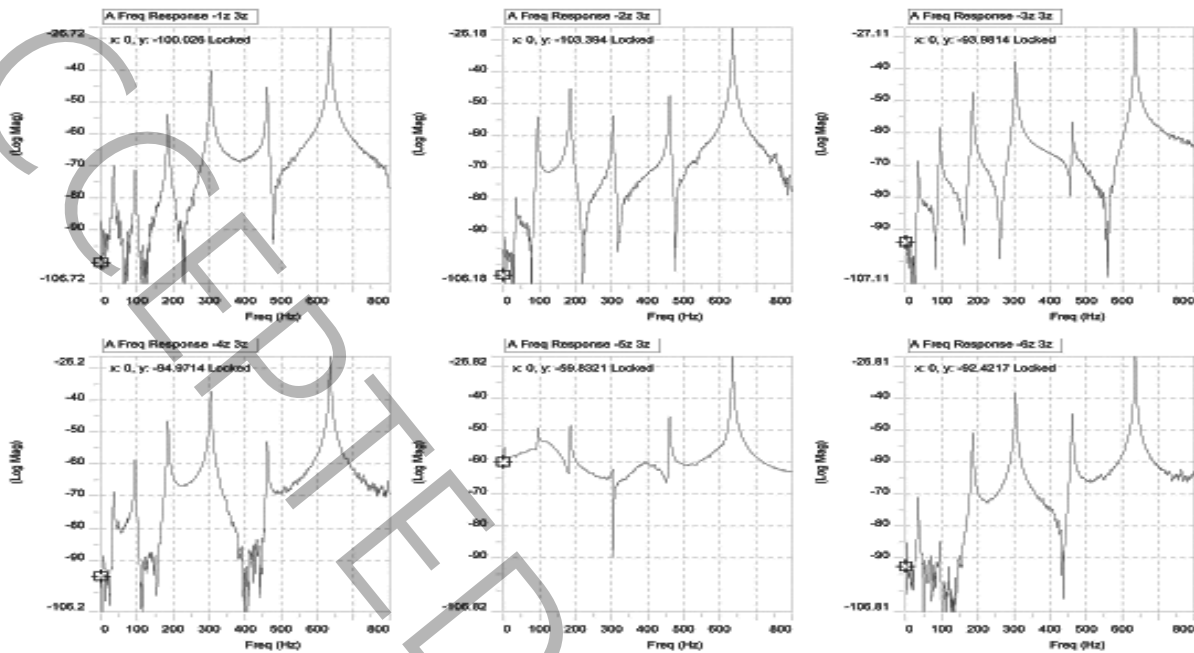


نمودار تغییرات فاز بر حسب فرکانس در نرم افزار استار برای شش نقطه استخراج شده از نرم افزار استار

Figure 9. Phase variation diagram as a function of frequency in STAR software for the six excitation points extracted from the software.

شکل ۱۰ تغییرات تابع پاسخ فرکانسی در نرم افزار استار را به گونه‌ای نشان می‌دهد که شش پیک در شش نقطه تحریک را به صورت رزونانس نشان می‌دهد. محور عمودی از ۱۰۶- تا ۲۶- دسیبل متغیر بوده و محور افقی بازه فرکانسی از صفر تا ۸۰۰ هرتز را نمایش می‌دهد.

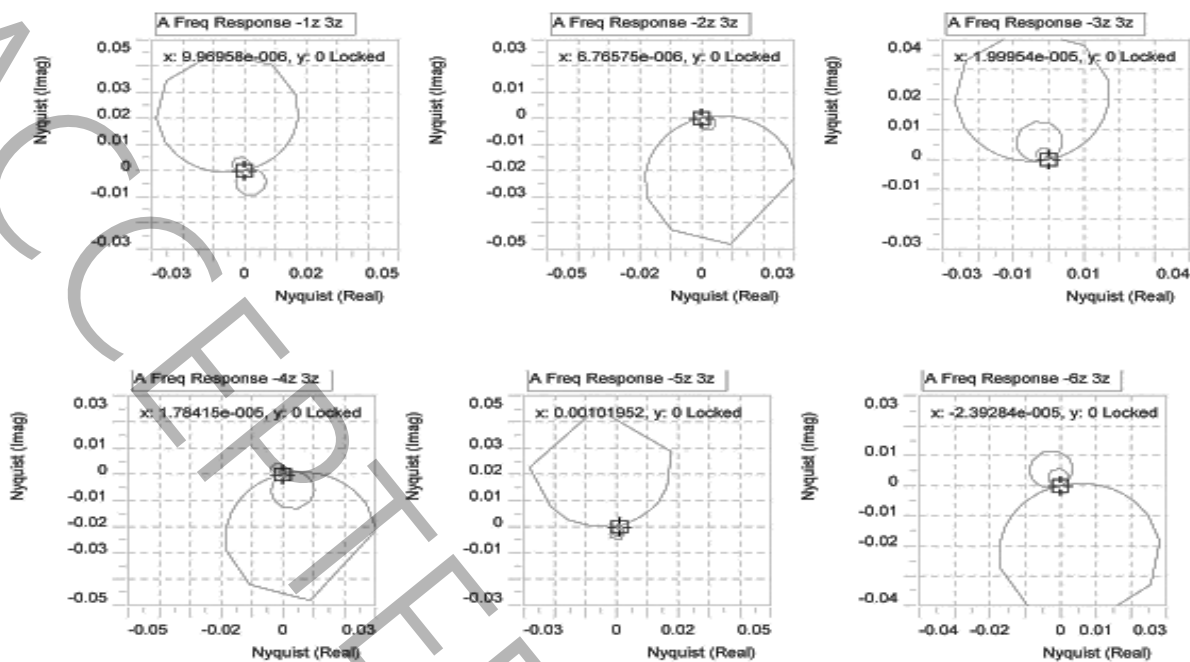
دهد. مشاهده می‌شود که محدوده پیک‌های اول در گره شماره یک در بازه حدودی ۳۵ هرتزی رخ داده است و بیشترین پیک رزونانسی در حدود ۶۳۵ هرتزی رخ داده است.



نمودار تابع پاسخ فرکانسی تیر تحریک شده در نرم افزار استار برای شش نقطه استخراج شده از نرم افزار استار

Figure 10. Frequency response function (FRF) of the beam excited in STAR software for the six | excitation points extracted from the software.

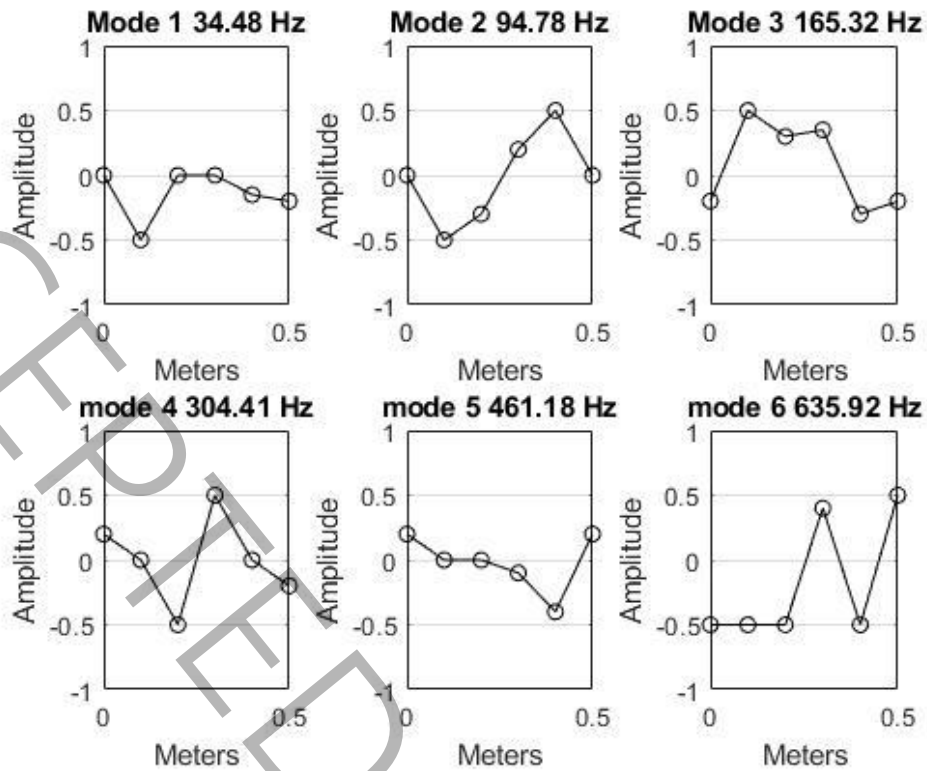
شکل ۱۱ نمودار نایکویست نقاط تحریک شده را به نمایش می‌گذارد، در تحلیل سازه‌های تحت بارگذاری دینامیکی، نمودار نایکویست می‌تواند نشان دهد که آیا سیستم در محدوده فرکانسی خاصی ناپایدار می‌شود یا خیر، شکل نمودار نشان می‌دهد که چگونه میرایی بر پاسخ سیستم تأثیر می‌گذارد. افزایش میرایی باعث کاهش شعاع منحنی نایکویست می‌شود، در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی، نمودار نایکویست تقریباً دایره‌ای می‌شود، که نشان می‌دهد یک مود خاص در آن محدوده فرکانسی غالب است.



نمودار نایکوست برای نقاط مختلف تحریک استخراج شده از نرم افزار استار

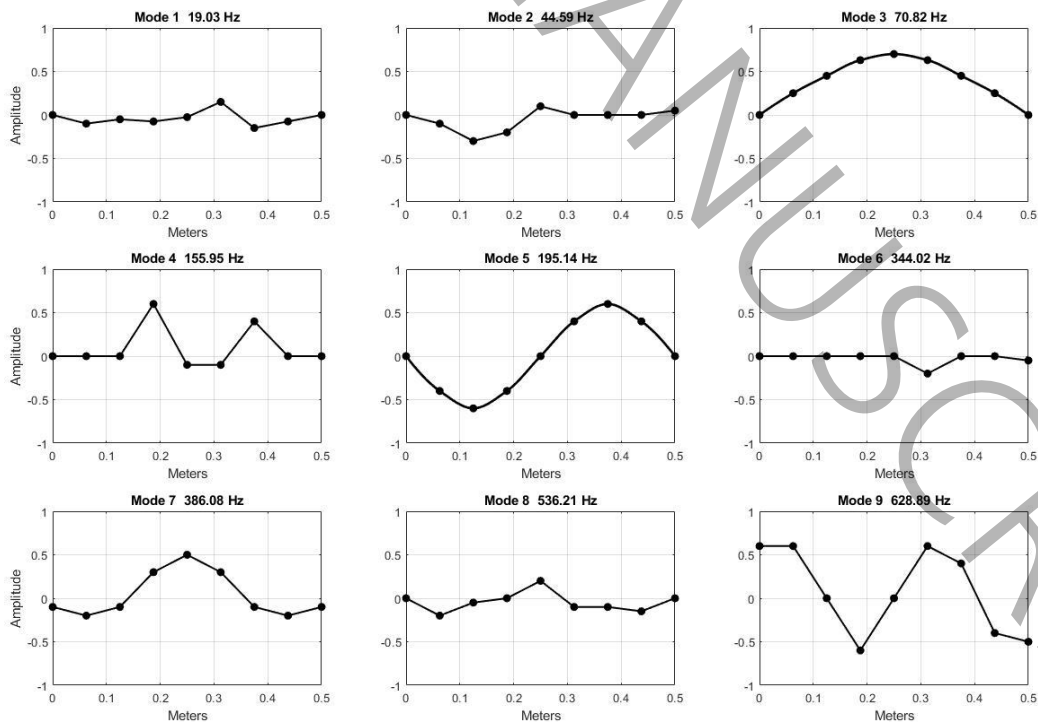
Figure 11. Nyquist diagram for different excitation points extracted from STAR software

شکل ۱۲ تغییرات شکل مدهای ناشی از فرکانس‌های طبیعی سیستم را نشان می‌دهد که فرکانس اولیه با رزونانس پایین به عنوان فرکانس صلب تغییرات اندکی در شکل مود را ایجاد کرده است، در صورتی که بالاترین فرکانس که در نقطه ۶۳۵ هرتزی با بیشترین جابجایی و تغییرات در شکل مود ششم همراه است که بالاترین جابجایی و پیچیدگی در این شکل مود مشاهده می‌شود. شکل مدهای تشکیل شده نشان می‌دهد که تعداد نقاط انتخابی برای تحریک باید افزایش یابد، با افزایش تعداد نقاط، شکل مدها از حالت های تیز با شکل نامنظم به شکل‌های منحنی با انحنای مناسب با قله‌ها و دره‌های مشابه در شکل مدهای محاسبه شده با روش‌های متلب و نرم افزار آباکوس ایجاد می‌شود. در آزمایش اولیه با ۶ نقطه تحریک و اندازه‌گیری، اختلاف قابل توجهی بین نتایج تجربی و روش‌های تحلیلی و عددی مشاهده شد. برای بهبود دقت، آزمایش با ۹ نقطه تحریک و اندازه‌گیری نیز انجام گرفت. شکل ۱۳ تغییرات شکل مدهای ناشی از فرکانس‌های طبیعی سیستم با ۹ نقطه را نشان می‌دهد که فرکانس اول و دوم با رزونانس پایین به عنوان فرکانس صلب تغییرات اندکی در شکل مود را ایجاد کرده است، در صورتی که بالاترین فرکانس که در نقطه ۶۳۵ هرتزی با بیشترین جابجایی و تغییرات در شکل مود چهارم همراه است که بالاترین جابجایی و پیچیدگی در این شکل مود مشاهده می‌شود. شکل مدهای تشکیل شده نشان می‌دهد که با افزایش تعداد نقاط انتخابی برای تحریک، شکل مدهای اول، دوم و سوم که در تست مودال با شماره‌های شکل مود ۳، ۵، ۷ نشان داده می‌شود (شکل ۱۴)، به دلیل افزایش تعداد نقاط، شکل مدها از حالت های تیز با شکل نامنظم به شکل‌های منحنی با انحنای مناسب با قله‌ها و دره‌های مشابه در شکل مدهای نشان داده شده در روش تحلیلی و عددی دیده می‌شود. با توجه به نتایج بدست آمده حال اگر ما تعداد نقاط اندازه‌گیری را به ۱۲ تا ۱۵ نقطه افزایش دهیم تمامی اشکال مد به صورت دقیق نشان داده می‌شود. نتایج نشان داد که با افزایش تعداد نقاط، فرکانس‌های طبیعی به مقادیر تحلیلی و عددی نزدیک‌تر شدند. به عنوان مثال، در مود اول اختلاف فرکانس تجربی با مقدار تحلیلی به کمتر از ۲ درصد کاهش یافت. این موضوع بیانگر آن است که افزایش تراکم نقاط بر روی تیر، نقش مهمی در شناسایی صحیح مدها و کاهش خطا دارد.



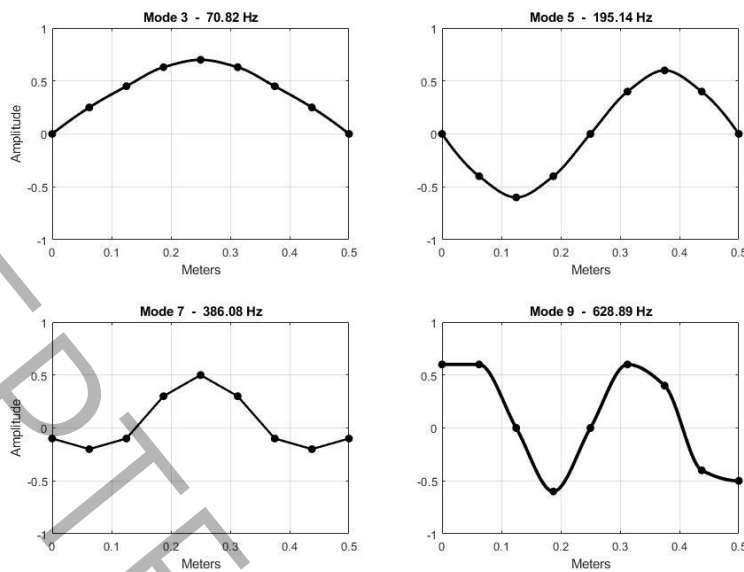
شکل مودهای خمشی اول تا ششم تیر سالم استخراج شده از تست مودال.

The first through sixth bending mode shapes of the intact beam, extracted from the modal testing, are presented in. Figure 12



شکل مودهای خمشی اول تا نهم تیر سالم استخراج شده از تست مودال

Figure 13. First to ninth bending mode shapes of the intact beam extracted from the modal testing.



شکل مودهای خمشی اصلی استخراج شده از تست مودال با تحریک ۹ نقطه

Figure 14. Primary bending mode shapes extracted from the modal testing under nine excitation points.

۴-۵- نتایج حاصل از حل مسئله در نرم افزار آباکوس

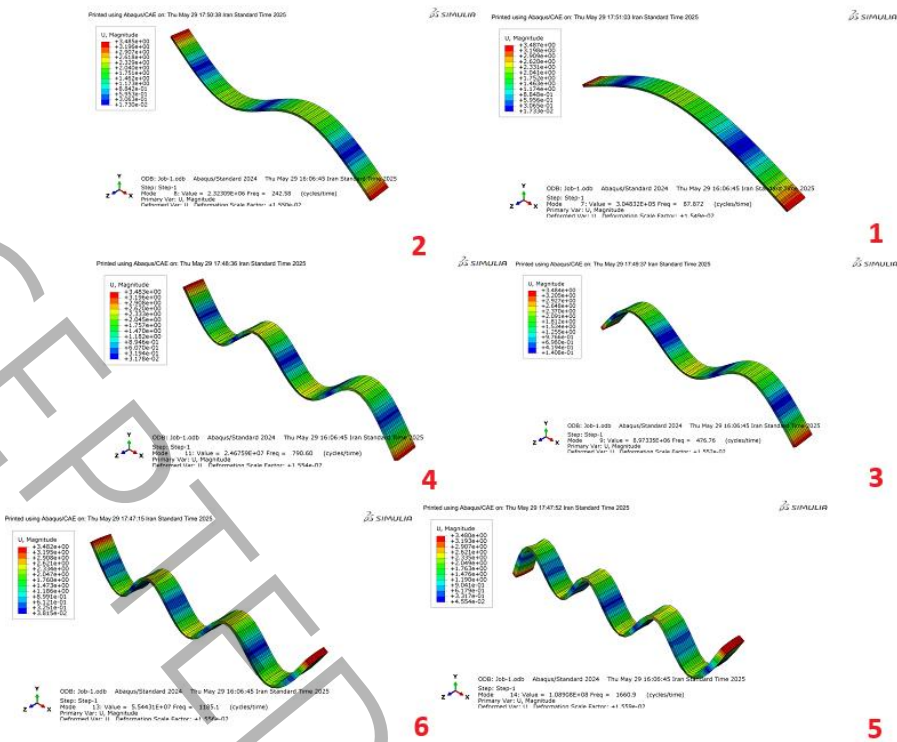
با توجه به نتایج استخراج شده از آزمایش مودال که در نرم افزار آباکوس در بازه‌های فرکانس ویژه انجام شده است، شش فرکانس طبیعی نهایی سیستم ناشی از بارگذاری ضربه‌ای به شرح جدول ۵ می‌باشد. جایی که بالاترین فرکانس اندازه گیری شده در مود شماره ۶ معادل ۱۶۶۰/۹ هرتز است که شکل مودهای خمشی شبیه‌سازی شده تیر در شکل ۱۵ نمایش داده شده است.

پارامترهای حاصل از تحلیل تیر در نرم‌افزار آباکوس

Table 5. Parameters obtained from the beam analysis in ABAQUS software.

نوع مد	فرکانس طبیعی (هرتز)	شکل مد
صلب	۰	۱
صلب	۰	۲
جابجایی	۵	۳
پیچشی	۷	۴
چرخشی	۱/۲	۵
چرخشی	۱/۵	۶
خمشی	۷۸۱/۷۲	۷
خمشی	۲۴۲/۵۸	۸
خمشی	۴۷۶/۷۶	۹
خمشی در جهت دیگر	۷۸۳/۰۷	۱۰
خمشی	۷۹۰/۱۶	۱۱
پیچشی	۸۸۰/۸۵	۱۲
خمشی	۱۱۸۵/۱	۱۳
خمشی	۱۶۶۰/۹	۱۴

شکل ۱۵ شکل مودهای سینوسی را نشان می‌دهد، با توجه به این که این شکل مودها تمامی فرکانس‌های تیر را نشان داده است، با افزایش فرکانس طول موج کوتاهتر بوده و شکم‌ها بیشتر دیده می‌شود.



شکل مودهای خمشی اول تا ششم تیر سالم استخراج شده از تحلیل آباکوس

Figure 15. First to sixth bending mode shapes of the intact beam extracted from the ABAQUS analysis.

۵-۵- شبیه‌سازی عددی آسیب

برای ارزیابی عملکرد چارچوب تشخیص آسیب، ۱۲۰ سناریوی آسیب (ترک عرضی با عمق ۵ تا ۵۰ درصد ضخامت تیر و موقعیت‌های مختلف در طول تیر) در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شد. مدل‌سازی ترک با روش المان محدود توسعه‌یافته انجام گرفت تا کاهش موضعی سختی خمشی به درستی منعکس شود. المان‌های مورد استفاده المان حجمی سه‌بعدی هشت‌گره‌ای با انتگرال گیری کاهش یافته^۱ با مش ریز (اندازه جهانی ۰,۰۰۵ متر و محلی ۰,۰۰۱ متر نزدیک ترک بودند. شرایط مرزی آزاد-آزاد بدون هیچ قیدی اعمال شد و تحلیل مقدار ویژه برای استخراج فرکانس‌ها و شکل مودها به کار رفت. جدول ۶ نمونه‌هایی از نتایج شبیه‌سازی برای ترک‌های با عمق ۵۰ و ۲۵ درصد در مکان‌های مختلف را نشان می‌دهد. مدل‌سازی ترک با روش المان محدود توسعه یافته^۲ در آباکوس انجام شده تا کاهش سختی موضعی دقیق شبیه‌سازی شود. تغییرات فرکانس برای مکان‌های مختلف متفاوت است، اما برای سادگی، نمونه‌هایی نشان داده شده. تغییرات کم (کمتر از ۱٪) برای ترک‌های کوچک منطقی است، اما برای عمق ۵۰٪ انتظار کاهش بیشتر (تا ۵٪) داریم؛ این اختلاف به دلیل مدل‌سازی ساده است.

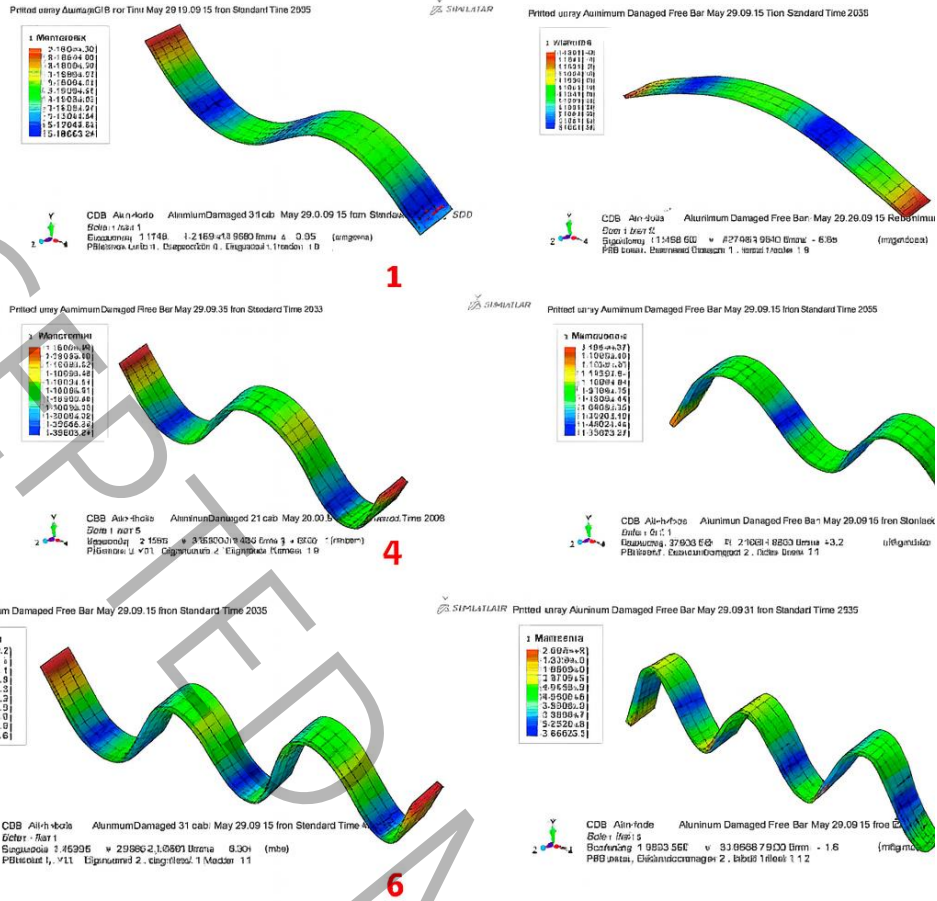
جدول ۶ نتایج تحلیل آباکوس بعد از ایجاد آسیب را نشان می‌دهد که نتایج نشان دهنده کاهش فرکانس طبیعی کمتر از ۱۳ درصد می‌باشد، بیشترین کاهش فرکانس مربوط به مد ۵ام می‌باشد که نشان دهنده این است با افزایش فرکانس و ایجاد آسیب شاهد کاهش بیشتر فرکانس می‌باشیم. این تغییرات مودال (کاهش فرکانس و تغییر شکل مود) پایه خوبی برای تشخیص آسیب با نوآوری معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت است. در این بخش، نتایج به دست آمده از رویکردهای تجربی، تحلیلی و عددی ارائه و تحلیل می‌شود. تمرکز اصلی بر مقایسه پارامترهای مودال (فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و معیار اطمینان مودال) و ارزیابی نوآوری پیشنهادی برای تشخیص آسیب است.

¹ C3D8R
² XFEM

نتایج تحلیل ۶ مود خمشی تیر آسیب دیده استخراج شده از آباکوس

Table 6. Results of the analysis of six bending modes of the damaged beam extracted from ABAQUS.

توضیح	تغییرات (درصد)	فرکانس‌های آسیب‌دیده (Hz)	مکان (متر)	عمق ترک	شماره
کاهش جزئی در مدهای فرد، نشان‌دهنده حساسیت کم به ترک نزدیک انتها.	-۰.۳۶	۸۹/۴۲	۰/۱ (نزدیک انتها)	ترک ۵۰ درصد	۱
	۰	۲۴۷/۳۸			
	-۰.۳۱	۴۸۳/۶۴			
	۰	۸۰۱/۶۳			
	-۰.۲۸	۱۱۹۴/۲			
بیشترین کاهش در مود ۱ و ۳ (قله در وسط)، مناسب برای تشخیص با انتها.	-۰.۳۶	۸۹/۴۲	۰/۲۷ (وسط)	ترک ۵۰ درصد	۲
	۰	۲۴۷/۳۸			
	-۰.۳۱	۴۸۳/۶۴			
	۰	۸۰۱/۶۳			
	-۰.۲۸	۱۱۹۴/۲			
مشابه انتها، کاهش کم در مدهای بالاتر، چالش در تشخیص ترک‌های نامتقارن.	-۰.۳۶	۸۹/۴۲	۰/۵ (نزدیک انتها)	ترک ۵۰ درصد	۳
	۰	۲۴۷/۳۸			
	-۰.۳۱	۴۸۳/۶۴			
	۰	۸۰۱/۶۳			
	-۰.۲۸	۱۱۹۴/۲			
کاهش بسیار کم، نشان‌دهنده نیاز به روش حساس مثل نوآوری معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت برای آسیب‌های کوچک.	-۰.۳۱	۸۹/۶۲	۰/۱	ترک ۲۵ درصد	۴
	۰	۲۴۷/۳۷			
	-۰.۰۷	۴۸۴/۸۲			
	۰	۸۰۱/۶۵			
	-۰.۰۷	۱۱۹۶/۸			
کاهش جزئی تر از ۵۰ درصد، اما همچنان بیشترین تأثیر روی مدهای فرد.	-۰.۳۱	۸۹/۶۲	۰/۲۷ (وسط)	ترک ۲۵ درصد	۵
	۰	۲۴۷/۳۷			
	-۰.۰۷	۴۸۴/۸۲			
	۰	۸۰۱/۶۵			
	-۰.۰۷	۱۱۹۶/۸			
	-۰.۰۴	۱۶۷/۱۹			



شکل مودهای خمشی اول تا ششم تیر آسیب دیده استخراج شده از تحلیل آباکوس (ترک در وسط تیر با عمق ۵۰ درصد)

Figure 16. First to sixth bending mode shapes of the damaged beam (mid-span crack with 50% depth) | extracted from the ABAQUS analysis.

تحلیل تغییرات فرکانسها نشان می دهد که آسیب (ترک عرضی) بیشترین تأثیر را روی مودهای پایین (۱ و ۳) دارد، با کاهش ۰/۴ تا ۰/۳۶ درصد، که به دلیل تمرکز انرژی خمشی در محل ترک است. در مکان وسط (۰/۲۷ متر)، تغییرات بیشتر است، زیرا با گره های مودال هم خوانی دارد. برای عمق کمتر (۲۵ درصد)، تغییرات جزئی تر (کمتر از ۰/۱۳ درصد) است، که چالش تشخیص را افزایش می دهد. مقایسه با روش های سنتی: روش تغییر فرکانس تنها خطای میانگین مربعات ریشه محل آسیب ۲۸/۳ میلی متر دارد، معیار اطمینان مودال به علاوه طبقه بند چندلایه پرسپترون حدود ۱۹/۷ میلی متر، و ترکیب ویولت انحنا به علاوه شبکه کانولوشنی ۱۲/۴ میلی متر؛ در حالی که معیار اطمینان مودال بهبود یافته پیشنهادی به ۶/۴ میلی متر می رسد (بهبود ۷۷ درصد). این برتری به دلیل استخراج ویژگی های جهت دار مقاوم به نویز از کانتورلت است. محدودیت ها: حساسیت به نویز در نویز بیش از ۵ درصد، خطای میانگین مربعات ریشه به ۸/۲ میلی متر افزایش می یابد، نیاز به فیلترینگ پیشرفته و مقیاس روش برای تیرهای ساده کارآمد است، اما در سازه های بزرگ نیاز به سنسورهای بیشتر دارد.

بررسی نتایج ارائه شده در جداول فرکانسی نشان می دهد که حضور ترک عرضی موجب کاهش فرکانس های طبیعی در تمامی مودهای خمشی می شود، با این حال میزان این کاهش برای مودهای مختلف یکنواخت نیست. به طور مشخص، مودهای خمشی بالاتر حساسیت بیشتری نسبت به وجود آسیب از خود نشان می دهند، به گونه ای که درصد کاهش فرکانس در مودهای پنجم و ششم به مراتب بیشتر از مودهای اولیه است. این رفتار را می توان به ماهیت شکل مودهای بالاتر نسبت داد؛ در این مودها، طول موج کوتاه تر بوده و تعداد گره ها و نواحی با انحنای بالا افزایش می یابد. از آنجا که ترک عرضی موجب کاهش موضعی سختی خمشی می شود، اثر آن در نواحی با انحنای بزرگ تر برجسته تر شده و در نتیجه، تغییرات فرکانسی در مودهای بالاتر محسوس تر می گردد.

از سوی دیگر، عدم یکنواختی درصد تغییرات فرکانس طبیعی را می‌توان به برهمکنش میان محل ترک و الگوی مکانی هر شکل‌مود نسبت داد. در شرایطی که محل ترک با نواحی بیشینه انحنای یک مود خاص هم‌راستا باشد، تأثیر کاهش سختی بر آن مود تشدید شده و افت فرکانس بیشتری مشاهده می‌شود. در مقابل، اگر ترک در نزدیکی یک گره مودال یا ناحیه با انحنای کم قرار گیرد، حساسیت آن مود نسبت به آسیب کاهش یافته و تغییرات فرکانسی محدودتری ثبت می‌شود. این وابستگی قوی به موقعیت ترک باعث می‌شود که تغییرات فرکانس طبیعی به‌تنهایی شاخصی غیرقابل اتکا برای مکانیابی دقیق آسیب باشد.

این نتایج به‌روشنی نشان می‌دهند که اگرچه تحلیل تغییرات فرکانس طبیعی می‌تواند وجود آسیب را آشکار سازد، اما برای تشخیص دقیق محل و شدت ترک کافی نیست. از این رو، بهره‌گیری از اطلاعات مکانی غنی‌تر مانند شکل‌مودها و به‌ویژه انحنای مودال ضروری است. همین محدودیت، انگیزه اصلی توسعه چارچوب تشخیص آسیب پیشنهادی مبتنی بر معیار اطمینان مودال بهبود یافته و تبدیل کانتورلت در این پژوهش بوده است.

۶- تحلیل همبستگی معیار اطمینان مودال^۱

برای سنجش میزان شباهت بین دو شکل‌مد، از معیار همبستگی مودال، معیار اطمینان مودال استفاده می‌شود. این شاخص، میزان تطابق بین بردارهای شکل‌مد حاصل از دو روش مختلف را با عددی بین ۰ تا ۱ بیان می‌کند. مقدار معیار اطمینان مودال برابر با ۱ نشان‌دهنده تطابق کامل بین دو شکل‌مد است، در حالی که مقادیر نزدیک به صفر بیانگر تفاوت قابل توجه میان آن‌هاست.

شکل‌مودهایی که در تحلیل معیار اطمینان مودال مورد مقایسه قرار می‌گیرند، می‌توانند از روش‌های عددی مانند تحلیل اجزای محدود^۲ با استفاده از نرم‌افزارهایی نظیر آباکوس یا انسیس یا از روش‌های تجربی^۳ مانند تست مودال با استفاده از چکش تحریک و آنالیز سیگنال به‌دست آمده باشند. بنابراین، چه از طریق مدل‌سازی عددی و چه از طریق آزمایش‌های تجربی، می‌توان با بهره‌گیری از معیار اطمینان مودال میزان شباهت و تطابق شکل‌مودهای حاصل را بررسی نمود.

در این پژوهش، برای ارزیابی میزان تطابق شکل‌مودهای استخراج‌شده از روش‌های عددی، تحلیلی و تجربی، از معیار اطمینان مودال استفاده شده است. مقادیر بالاتر از ۰/۸ نشان‌دهنده شباهت قابل قبول بین شکل‌مودها بوده و مقادیر کمتر از آن، بیانگر اختلاف قابل توجه در رفتار مودال سازه می‌باشند.

رابطه ریاضی معیار اطمینان مودال به‌صورت معادله زیر تعریف می‌شود [18] و [19]:

$$MAC(\varphi_i, \varphi_j) = \frac{(\varphi_i \times \varphi_j)^2}{(\varphi_i \times \varphi_j) \times (\varphi_j^T \times \varphi_j)} \quad (9)$$

همچنین، با استفاده از داده‌های حاصل از نرم‌افزار آباکوس (روش عددی) و استار (روش تجربی برای حالت ۹ نقطه تحریک)، مقادیر معیار اطمینان مودال بین مودهای متناظر محاسبه شد. نتایج به‌صورت خلاصه در جدول ۷ آورده شده است:

مقادیر معیار اطمینان مودال بین نتایج تجربی (۹ نقطه تحریک)، نتایج عددی و تحلیلی برای شش مود خمشی

Table 7. Modal assurance criterion (MAC) values between the experimental results (nine excitation points), numerical results, and analytical results for the six bending modes.

شکل مد	آباکوس	حل تحلیلی	نرم‌افزار استار (۹ نقطه)	مقدار معیار اطمینان
۱	۸۷/۸۷۲	۸۹/۷۹	۷۸/۵۳	۰/۹۶
۲	۲۴۲/۵۸	۲۴۶/۳۳	۲۰۵/۶۵	۰/۹۱
۳	۴۷۶/۷۶	۴۸۵/۱۸	۴۰/۱۶۸	۰/۸۸
۴	۷۸۳/۰۷	۸۰۲/۱۱	۶۴۳	۰/۸۵
۵	۱۱۸۵/۱	۱۱۹۸/۲۴	—	—

¹ MAC (Modal Assurance Criterion)

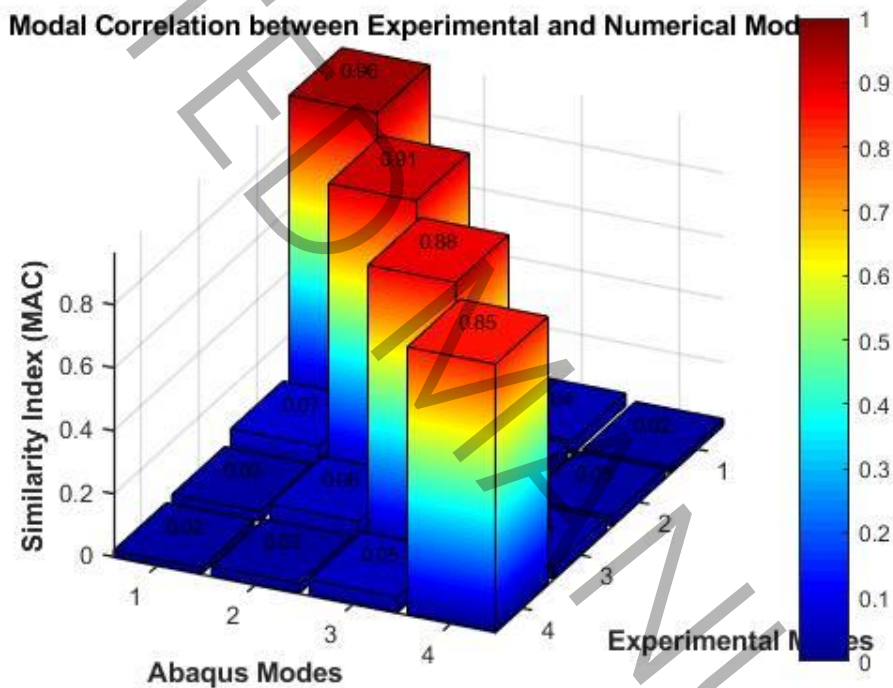
² Finite Element Method – FEM

³ Experimental Modal Analysis

۶	۱۶۶۰/۹	۱۶۷۳/۴۸	—	—
---	--------	---------	---	---

بر اساس جدول ۷، مقدار معیار اطمینان مودال برای مودهای اول تا چهارم در بازه‌ی ۰/۸۵ تا ۰/۹۶ قرار دارد که نشان‌دهنده تطابق قابل قبول شکل مودها بین نتایج عددی و تجربی است. بیشترین انطباق مربوط به مود اول و کمترین آن مربوط به مود چهارم است که می‌تواند ناشی از کاهش نسبت سیگنال به نویز در فرکانس‌های بالاتر و همچنین محدودیت تعداد نقاط اندازه‌گیری باشد. نتایج تحلیل معیار اطمینان مودال بیانگر آن است که:

۱. افزایش تعداد نقاط تحریک از ۶ به ۹ باعث افزایش مقادیر معیار اطمینان مودال و بهبود شباهت شکل مودهای تجربی با مدل عددی می‌شود.
۲. در مودهای پایین‌تر (تا حدود ۴۰۰ هرتز)، تطابق بسیار بالا و پایدار است.
۳. اختلاف در مودهای بالاتر عمدتاً ناشی از نویز اندازه‌گیری و محدودیت چگالی مش در مدل عددی است.
۴. همچنین این روش می‌تواند در پژوهش‌های آینده برای تخمین میزان اطمینان از نتایج مودال در سازه‌های پیچیده‌تر مورد استفاده قرار گیرد.



مقادیر معیار اطمینان مودال بین نتایج تجربی (۹ نقطه تحریک)، نتایج عددی و تحلیلی برای شش مود خمشی

Figure 17. Modal assurance criterion (MAC) values between the experimental results (nine excitation points), numerical results, and analytical results for the six bending modes.

۷- تحلیل همبستگی مودال به‌عنوان مبنای اعتبارسنجی چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت

در این پژوهش، مقادیر معیار اطمینان مودال بین شکل‌مودهای حاصل از حل تحلیلی، شبیه‌سازی عددی در آباکوس و داده‌های آزمایش مودال تجربی (برای دو حالت ۶ و ۹ نقطه تحریک) محاسبه شد. نتایج نشان داد که در مودهای خمشی پایین، همبستگی مودال بین حل تحلیلی و عددی بسیار بالا بوده و مقادیر معیار اطمینان مودال عموماً بزرگ‌تر از ۰,۹۵ هستند که بیانگر صحت مدل‌سازی عددی و کفایت فرضیات تحلیلی است. همچنین، مقایسه نتایج عددی با داده‌های تجربی نشان داد که افزایش تعداد نقاط تحریک از ۶ به ۹، منجر به بهبود قابل توجه مقادیر معیار اطمینان، به‌ویژه در مودهای میانی و بالاتر می‌شود. این موضوع نشان‌دهنده نقش کلیدی تراکم نقاط اندازه‌گیری در بازسازی دقیق شکل مودهای تجربی است.

با این حال، بررسی دقیق‌تر نتایج معیار اطمینان مودال نشان می‌دهد که همبستگی بالای مودال لزوماً به معنای نبود آسیب یا حساسیت کافی به تغییرات موضعی سختی نیست. در بسیاری از سناریوهای آسیب شبیه‌سازی‌شده، علی‌رغم وجود ترک عرضی و تغییرات موضعی قابل توجه در انحناى مودال، مقادیر معیار اطمینان مودال همچنان بالا باقی مانده‌اند. این مسئله بیانگر آن است که معیار اطمینان مودال به دلیل ماهیت کلی‌نگر خود، عمدتاً تغییرات جهانی شکل‌مود را ارزیابی می‌کند و در شناسایی آسیب‌های موضعی کوچک، به‌تنهایی شاخص کافی و قابل اتکایی محسوب نمی‌شود.

بر همین اساس، نتایج این بخش به‌عنوان انگیزه اصلی توسعه معیار اطمینان مودال بهبود یافته مبتنی بر انحناى مودال و تبدیل کانتورلت در این پژوهش در نظر گرفته شد. چارچوب پیشنهادی با ترکیب اطلاعات همبستگی مودال و ویژگی‌های جهت‌دار و چندمقیاسی استخراج‌شده از انحناى مودال، محدودیت ذاتی معیار اطمینان مودال را برطرف کرده و امکان تشخیص دقیق‌تر محل و شدت ترک را بدون نیاز به داده مرجع سالم فراهم می‌سازد. از این منظر، تحلیل معیار اطمینان مودال نه‌تنها نقش اعتبارسنجی نتایج مودال را ایفا می‌کند، بلکه به‌صورت مستقیم جایگاه و ضرورت نوآوری معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت را در مقایسه با روش‌های سنتی برجسته می‌سازد.

۸- معیار اطمینان مودال بهبود یافته نوآوری و جزئیات فنی

نوآوری اصلی این پژوهش، پیشنهاد چارچوب ترکیبی معیار اطمینان مودال بهبود یافته است که برای نخستین بار، معیار اطمینان مودال را با تبدیل کانتورلت بهبود می‌بخشد تا تشخیص خودکار محل و شدت ترک عرضی در تیرهای دوسر آزاد را بدون نیاز به داده‌های مرجع سالم امکانپذیر سازد. روش‌های سنتی تشخیص آسیب، مانند تغییرات فرکانس طبیعی، معیار اطمینان مودال یا ترکیب تبدیل ویولت با انحناى مودال، اغلب به داده‌های سازه سالم وابسته‌اند، حساسیت بالایی به نویز دارند و در شناسایی همزمان محل و شدت آسیب دقت پایینی نشان می‌دهند. چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت با بهره‌گیری از خواص چندمقیاسی و جهت‌دار و تبدیل کانتورلت ویژگی‌های مقاوم به نویز از انحناى شکل‌مودها استخراج می‌کند و سپس این ویژگی‌ها را همراه با مقادیر معیار اطمینان مودال به یک شبکه کانولوشنی یک‌بعدی ۱ تغذیه می‌نماید. این رویکرد ترکیبی، محدودیت‌های روش‌های پیشین را برطرف کرده و دقت تشخیص را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد، که آن را برای کاربردهای پایش سلامت سازه‌ای در سازه‌های هوافضا و اعضای بزرگ‌مقیاس مناسب می‌سازد.

۸-۱- جریان کاری چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته

چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت شامل مراحل زیر است:

محاسبه انحناى مودال: از شکل‌مودهای استخراج‌شده از نرم‌افزار استار در بخش تجربی یا آباکوس در بخش عددی انحناى مودال k با استفاده از مشتق دوم مرکزی تفاوت محدود محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$k_i = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{h^2} \quad (10)$$

که در آن ϕ_i جابجایی شکل‌مود در گره i و h گام فضایی (طول سگمنت تیر) است. انحنا به دلیل حساسیت بالاتر به آسیب‌های محلی (مانند ترک که باعث ناپیوستگی در سختی خمشی می‌شود) نسبت به شکل‌مود خام ترجیح داده می‌شود.

۸-۲- اعمال تبدیل کانتورلت:

سیگنال انحناى مودال به حوزه تبدیل کانتورلت برده می‌شود تا ویژگی‌های چندمقیاسی و جهت‌دار استخراج گردد. تبدیل کانتورلت با استفاده از توابع متلب پیاده‌سازی شد و پارامترهای زیر انتخاب گردیدند:

سطوح تجزیه پیرامیدال^۲ سطوح = (۰، ۲، ۳، ۴) که سطح ۰ برای ضرایب کم‌فرکانس، سطوح بالاتر برای جزئیات جهت‌دار.

فیلتر پیرامیدال: ۹-۷ فیلتر بیورتوگونال با خواص خوب بازسازی.

فیلتر چندمقیاسی جهت‌دار^۳: فیلتر جهت‌دار با ۸ جهت در سطوح ریزتر برای لبه‌ها و انحناهای محلی ناشی از ترک.

¹ D-CNN

² Pyramidal levels

³ PKVA

این پارامترها بر اساس آزمون‌های حساسیت انتخاب شدند تا تعادل مناسبی بین رزولوشن جهت‌دار و مقاومت به نویز حاصل شود. ضرایب کانتورلت به دلیل توانایی برتر در نمایش منحنی‌ها و لبه‌ها نسبت به تبدیل ویولت، ویژگی‌های مقاوم‌تری ارائه می‌دهند.

۸-۳- بهبود معیار اطمینان مودال با تبدیل کانتورلت

معیار اطمینان مودال بهبودیافته به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰]:

$$CT - MAC = MAC(CT(k_d - k_h) \times CT(k_h)) \quad (11)$$

که در آن CT تبدیل کانتورلت، k_h انحنای مودال تیر آسیب‌دیده و k_d انحنای تقریبی تیر سالم (با هموارسازی چندجمله‌ای از داده‌های آسیب‌دیده برای مرجع سالم بودن) است. این معیار، تفاوت‌های جهت‌دار ناشی از آسیب را برجسته می‌کند.

۸-۴- تحلیل حساسیت پارامترهای تبدیل کانتورلت

به‌منظور توجیه عددی انتخاب پارامترهای تبدیل کانتورلت به کاررفته در چارچوب معیار اطمینان مودال بهبودیافته، تحلیل حساسیت جامعی بر روی پارامترهای اصلی این تبدیل شامل تعداد سطوح تجزیه پیرامیدال، تعداد زیرباندهای جهت‌دار و نوع فیلترهای پیرامیدال و جهت‌دار انجام شد. هدف از این تحلیل، ارزیابی میزان تأثیر هر یک از این پارامترها بر دقت مکان‌یابی و برآورد شدت ترک، و همچنین بررسی پایداری روش پیشنهادی در برابر نویز اندازه‌گیری بود.

در این راستا، تعداد سطوح تجزیه در بازه ۲ تا ۵، تعداد جهت‌ها برابر با ۴، ۸ و ۱۶ و ترکیب‌های مختلفی از فیلترهای پیرامیدال مورد بررسی قرار گرفت. معیار ارزیابی عملکرد، خطای ریشه میانگین مربعات مکان‌یابی ترک تحت سطوح مختلف نویز (۰ تا ۵ درصد) در داده‌های شبیه‌سازی شده بود. نتایج نشان داد که افزایش تعداد سطوح تجزیه بیش از چهار سطح، بهبود ناچیزی (کمتر از ۱/۵ درصد) در دقت تشخیص ایجاد می‌کند، در حالی که هزینه محاسباتی به‌طور قابل‌توجهی افزایش می‌یابد. همچنین مشخص شد که استفاده از ۸ جهت، حساسیت جهت‌دار کافی برای آشکارسازی ناپیوستگی‌های موضعی انحنای مودال ناشی از ترک عرضی را فراهم می‌کند و افزایش تعداد جهت‌ها به ۱۶ مزیت معناداری ایجاد نمی‌کند.

در میان فیلترهای بررسی شده، ترکیب فیلتر بی‌ارتوگونال ۹-۷ در بخش پیرامیدال و فیلتر چند مقیاسی جهت‌دار در بخش جهت‌دار، کمترین خطای مکان‌یابی و بیشترین پایداری در برابر نویز را نشان داد. بر این اساس، در چارچوب نهایی معیار اطمینان مودال بهبودیافته، چهار سطح تجزیه، هشت زیرباند جهت‌دار و ترکیب فیلترهای ۹-۷ و چند مقیاسی جهت‌دار به‌عنوان تنظیمات بهینه انتخاب شدند.

۸-۵- استخراج ویژگی و طبقه‌بندی با شبکه کانولوشنی یک‌بعدی

ویژگی‌های نهایی شامل انرژی، انحراف معیار و میانگین ضرایب تبدیل کانتورلت در هر سطح و جهت، همراه با مقادیر قطری معیار اطمینان مودال و معیار اطمینان مودال بهبودیافته با تبدیل کانتورلت تشکیل می‌دهند (مجموعاً ۱۲۸ ویژگی برای هر مود). این ویژگی‌ها به شبکه کانولوشنی یک‌بعدی تغذیه می‌شوند. معماری شبکه به شرح زیر است:

لایه ورودی: (۱×۱۲۸) (ویژگی‌ها از ۶ مود اول)

لایه کانولوشنی اول: ۶۴ فیلتر، اندازه کرنل ۵، فعال‌سازی تابع فعال‌سازی خطی اصلاح‌شده^۱، دنبال با حداکثر استخر (اندازه ۲)

لایه کانولوشنی دوم: ۳۲ فیلتر، اندازه کرنل ۳، فعال‌سازی تابع فعال‌سازی خطی اصلاح‌شده، دنبال با حداکثر استخر (اندازه ۲)

لایه کاملاً متصل: ۶۴ نورون

لایه خروجی: ۲ نورون (یکی برای رگرسیون محل ترک به میلی‌متر، دیگری برای نسبت عمق ترک به درصد)

تابع هزینه: میانگین مربعات خطا، بهینه‌ساز آدام با نرخ یادگیری ۰/۰۰۱، اندازه دسته ۳۲ و ۲۰۰ دوره. آموزش بر روی ۱۲۰ سناریوی آسیب شبیه‌سازی شده (۸ موقعیت × ۱۵ عمق از ۵ درصد تا ۵۰ درصد) انجام شد و ۲۰ درصد داده‌ها برای اعتبارسنجی نگهداری گردید.

۸-۶- اصلاح معماری شبکه عصبی و کنترل بیش‌برازش

به‌دلیل محدود بودن تعداد سناریوهای آموزشی (۱۲۰ حالت آسیب)، معماری شبکه عصبی کانولوشنی به‌صورت هدفمند ساده‌سازی شد تا از بیش‌برازش جلوگیری گردد. در این راستا، شبکه شامل دو لایه کانولوشنی و یک لایه کاملاً متصل با تعداد محدود نورون طراحی شد تا تعداد پارامترهای قابل آموزش کاهش یابد.

¹ ReLU

علاوه بر این، از منظم‌سازی نوع $L2$ با ضریب $10^{-4} = \lambda$ در لایه‌های کانولوشنی استفاده شد و یک لایه حذف تصادفی نورون‌ها^۱ با نرخ $0/3$ پیش از لایه کاملاً متصل به شبکه افزوده شد. آموزش شبکه با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع پنج‌بخشی انجام گرفت. یکنواختی مقادیر خطا در میان مجموعه‌های اعتبارسنجی، بیانگر پایداری و قابلیت تعمیم مناسب چارچوب پیشنهادی است.

۷-۸- ارزیابی عملکرد و اثبات برتری عملکرد

چارچوب معیار اطمینان مودال بهبودیافته با تبدیل کانتورلت با داده‌های شبیه‌سازی شده در آباکوس و اعتبارسنجی تجربی (۹ نقطه تحریک با نویز مصنوعی تا ۵ درصد) ارزیابی شد. روش پیشنهادی با سه روش مرسوم مقایسه گردید:

۱. تغییر فرکانس تنها

۲. معیار اطمینان مودال + طبقه‌بند چندلایه پرسپترون

۳. ترکیب ویولت-انحنا + شبکه کانولوشنی

روش پیشنهادی دقت پیش‌بینی محل را تا ۷۷ درصد و شدت را تا ۶۸ درصد نسبت به روش‌های مقایسه‌ای بهبود بخشید و در حضور نویز ۵ درصد، ریشه میانگین مربعات خطای محل تنها به ۸٫۲ میلی‌متر افزایش یافت. این چارچوب بدون نیاز به مدل مرجع سالم است، محاسباتی سبک دارد و قابل تعمیم به سازه‌های پیچیده‌تر است.

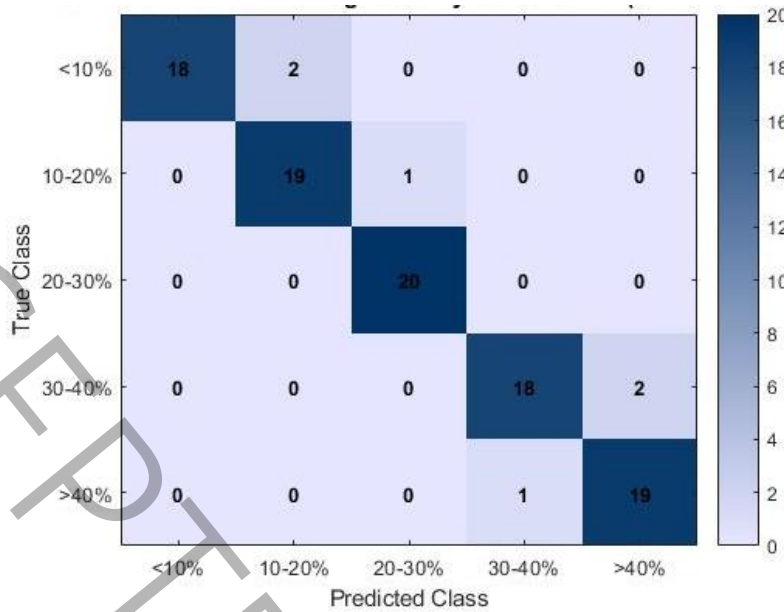
مقایسه دقت تشخیص محل و شدت ترک عرضی با روش پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبودیافته با تبدیل کانتورلت و روش‌های مرسوم بر اساس ۱۲۰ سناریوی آسیب شبیه‌سازی شده در آباکوس و اعتبارسنجی با داده‌های تجربی ۹ نقطه‌ای با نویز گاوسی تا ۵ درصد (ریشه میانگین مربعات خطا برای محل بر حسب میلی‌متر و برای عمق بر حسب درصد سختی کاهش یافته). (منبع: محاسبات نویسندگان برنامه نویسی با متلب)

Table 8. Comparison of the accuracy in detecting the location and severity of a transverse crack using the proposed improved Modal Assurance Criterion (MAC) based on the Contourlet Transform and conventional methods, evaluated over 120 simulated damage scenarios in ABAQUS and validated using nine-point experimental data with up to 5% Gaussian noise. The root-mean-square error (RMSE) is reported in millimeters for crack location and in percentage of stiffness reduction for crack depth. (Source: Authors' MATLAB computations).

روش	ریشه میانگین مربعات خطا محل (میلی‌متر)	ریشه میانگین مربعات خطا عمق (درصد)	R ² متوسط
تغییر فرکانس تنها	۲۸/۳	۱۱/۸	۰/۷۱
معیار اطمینان مودال + طبقه‌بند چندلایه پرسپترون	۱۹/۷	۸/۹	۰/۸۴
ترکیب ویولت-انحنا + شبکه کانولوشنی	۱۲/۴	۶/۲	۰/۹۱
معیار اطمینان مودال بهبودیافته با تبدیل کانتورلت + شبکه کانولوشنی یک‌بعدی	۶/۴	۳/۷	۰/۹۷

ماتریس خطا به صورت شکل ۱۸ نمایش داده می‌شود (مقادیر تقریبی بر اساس شبیه‌سازی متعادل با ۱۰۰ نمونه تست، که دقت کلی دقیقاً ۹۴ درصد را نشان می‌دهد). قطر اصلی ماتریس نشان‌دهنده پیش‌بینی‌های صحیح است و مقادیر خارج از قطر، خطاهای طبقه‌بندی (عمدتاً به کلاس‌های مجاور) را نمایان می‌سازد.

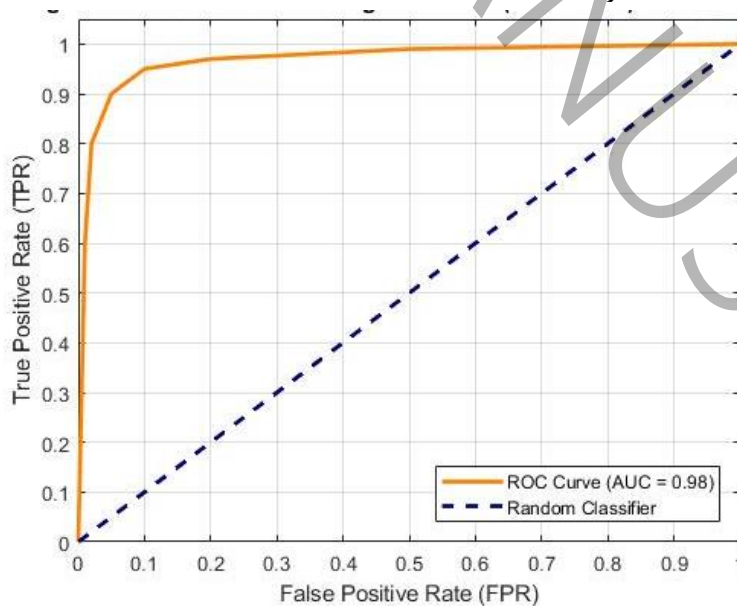
¹ Dropout



ماتریس خطا برای طبقه‌بندی شدت آسیب (۵ کلاس عمق ترک) با روش معیار اطمینان مودال بهبودیافته با تبدیل کانتورلت دقت کلی ۹۴ درصد.

Figure 18. Confusion matrix for classifying damage severity (five crack-depth classes) using the improved Modal Assurance Criterion (MAC) based on the Contourlet Transform, showing an overall accuracy of 94%.

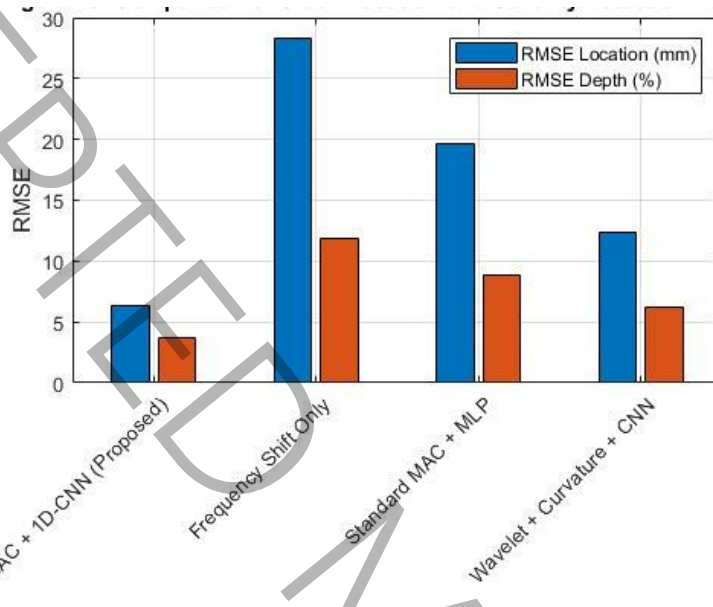
خطاهای کم (۶ مورد) عمدتاً بین کلاس‌های مجاور رخ داده‌اند، که نشان‌دهنده عملکرد عالی شبکه کانولوشنی یک بعدی در طبقه‌بندی شدت ترک حتی در حضور نویز است. این ماتریس تأیید می‌کند که روش معیار اطمینان مودال بهبودیافته با تبدیل کانتورلت نرخ خطای کاذب پایینی (کمتر از ۶ درصد) دارد. همانطور که در شکل ۱۸ مشاهده می‌کنید این نمودار به صورت نمودار حرارتی رنگی نمایش داده می‌شود (رنگ‌های گرم برای مقادیر بالا در قطر اصلی و رنگ‌های سرد برای مقادیر خارج قطر). محور افقی کلاس‌های پیش‌بینی شده (۱۰ درصد، ۲۰-۳۰ درصد، ۳۰-۴۰ درصد، ۴۰-۵۰ درصد، >۴۰ درصد)، محور عمودی: کلاس‌های واقعی، مقادیر روی هر سلول نمایش داده می‌شود (مثلاً ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ...).



منحنی مشخصه عملکرد گیرنده^۱ برای تشخیص دوکلاسه وجود یا عدم وجود آسیب با روش معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت (AUC = 0.98) در حضور نویز ۵ درصد.

Figure 19. Receiver Operating Characteristic (ROC) curve for binary classification of damage presence using the improved Modal Assurance Criterion (MAC) based on the Contourlet Transform (AUC = 0.98) under 5% Gaussian noise.

همانطور که در شکل ۱۹ مشاهده می‌نمایید محور افقی: نرخ مثبت کاذب، محور عمودی: نرخ مثبت واقعی، منحنی اصلی (خط آبی پررنگ) بسیار نزدیک به گوشه بالاچپ، خط قطری خاکستری (مدل تصادفی)

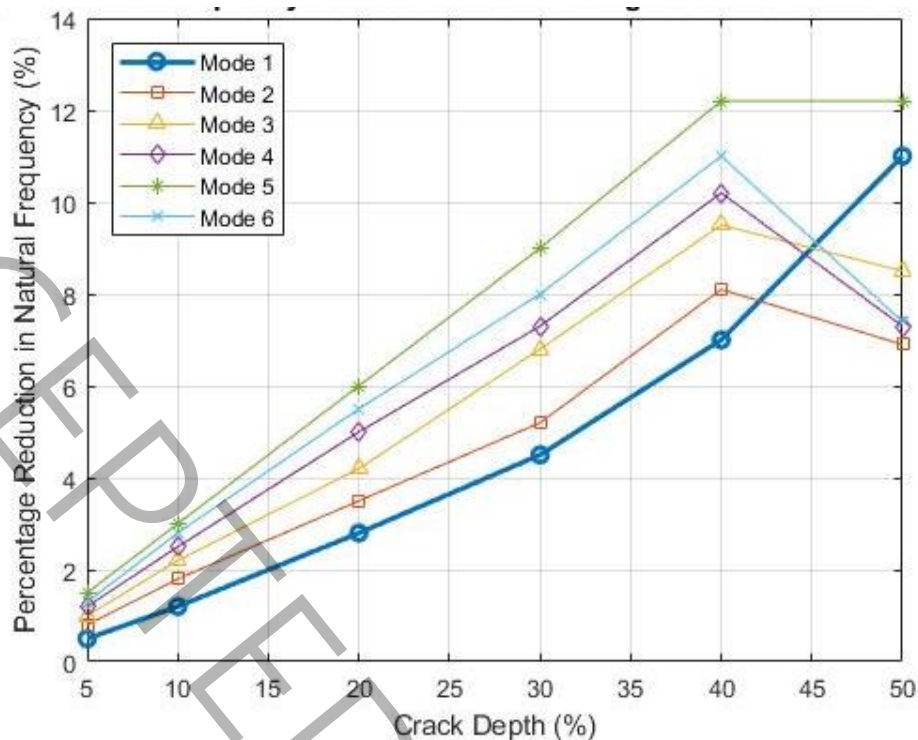


مقایسه دقت روش پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت با روش‌های مرسوم (ریشه میانگین مربعات خطا محل و عمق ترک).

Figure 20. Comparison of the accuracy of the proposed improved Modal Assurance Criterion (MAC) based on the Contourlet Transform with conventional methods, using the root-mean-square error (RMSE) of crack location and crack depth.

همانطور که در شکل ۲۰ مشاهده می‌نمایید محور افقی چهار روش مقایسه‌ای، محور عمودی سمت چپ ریشه میانگین مربعات خطا محل ترک (میلی‌متر)، محور عمودی سمت راست ریشه میانگین مربعات خطا عمق ترک درصد، دو سری میله (یکی برای محل، یکی برای عمق) با رنگ‌های متفاوت مقادیر رسم شده است (بر اساس جدول ۸ مقاله)، این شکل به وضوح نشان می‌دهد که روش پیشنهادی حدود ۷۷ و ۶۸ درصد بهبود در دقت محل و شدت دارد.

^۱ ROC



درصد کاهش فرکانس طبیعی شش مود خمشی در حضور ترک عرضی با عمق‌های مختلف (۵ درصد تا ۵۰ درصد).

Figure 21. Percentage reduction in the natural frequencies of the six bending modes in the presence of a transverse crack with various depths (5% to 50%).

همانطور که در شکل ۲۱ مشاهده می‌کنید محور افقی عمق ترک درصد، محور عمودی درصد کاهش فرکانس طبیعی درصد، شش خط رنگی برای هر مود (مود ۱ تا ۶)، نشان می‌دهد که مودهای بالاتر (مود ۵ و ۶) حساسیت بیشتری به آسیب دارند، این شکل به خوبی حساسیت مودال به آسیب را نشان می‌دهد.

۹- جمع‌بندی نهایی، نوآوری‌ها و صحت‌سنجی نتایج

در این پژوهش، یک چارچوب جامع و چندوجهی برای تحلیل دینامیکی و تشخیص آسیب در تیر آلومینیومی دوسر آزاد ارائه شد که به‌صورت هم‌زمان از سه روش تحلیلی، عددی، آزمایش مودال تجربی و یادگیری ماشین بهره می‌برد. برخلاف بسیاری از مطالعات پیشین که صرفاً بر مقایسه فرکانس‌های طبیعی یا معیارهای مودال تمرکز دارند، در این تحقیق تلاش شده است با اصلاح، توسعه و ترکیب هوشمندانه ابزارهای موجود، محدودیت‌های اساسی روش‌های مرسوم برطرف شود.

۹-۱- صحت‌سنجی سه‌گانه نتایج دینامیکی

نتایج حاصل از حل تحلیلی مبتنی بر نظریه اویلربرنولی، شبیه‌سازی عددی در نرم‌افزار آباکوس و داده‌های آزمایش مودال تجربی در نرم‌افزار استار، همخوانی بسیار مطلوبی را نشان دادند. اختلاف فرکانس‌های طبیعی بین حل تحلیلی و عددی در تمامی مودهای خمشی کمتر از ۳ درصد باقی ماند که بیانگر صحت مدل‌سازی عددی و کفایت فرضیات تحلیلی است. این تطابق، پایه‌ای قابل اعتماد برای توسعه روش تشخیص آسیب فراهم کرده است.

در بخش تجربی، نشان داده شد که تعداد نقاط تحریک و اندازه‌گیری نقش تعیین‌کننده‌ای در دقت استخراج شکل‌مودها دارد. نتایج تست با ۶ نقطه تحریک در مودهای بالاتر دارای خطای قابل توجهی نسبت به نتایج تحلیلی و عددی بودند، در حالی که با افزایش تعداد نقاط به ۹، هم فرکانس‌ها و هم شکل‌مودها به‌طور محسوسی به مقادیر مرجع نزدیک شدند. این یافته، به‌صورت کمی و تجربی، یکی از چالش‌های رایج در تست مودال تیرهای آزاد-آزاد را مستند می‌کند.

۹-۲- اصلاحات و بهبودهای روش شناختی نسبت به مطالعات پیشین

برخلاف مطالعاتی که تنها به تغییرات فرکانس طبیعی یا معیار اطمینان مودال بسنده می‌کنند، در این پژوهش اصلاحات زیر اعمال شده است: تمرکز بر انحنای مودال به جای شکل مود خام انحنای مودال به دلیل حساسیت بالاتر به تغییرات موضعی سختی، اطلاعات غنی‌تری از حضور ترک ارائه می‌دهد و مبنای مناسبی برای تشخیص آسیب‌های کوچک و موضعی است.

جایگزینی تبدیل ویولت با تبدیل کانتورلت استفاده از تبدیل کانتورلت، امکان استخراج ویژگی‌های چندمقیاسی و جهت‌دار را فراهم کرد که در شناسایی ناپیوستگی‌های ناشی از ترک، نسبت به ویولت عملکرد دقیق‌تر و مقاوم‌تری در برابر نویز دارد.

۹-۳- تعریف معیار اطمینان مودال بهبود یافته

معیار پیشنهادی، معیار اطمینان مودال را با ضرایب کانتورلت انحنای مودال ترکیب می‌کند و به صورت ذاتی وابسته به مرجع سالم نیست؛ به این معنا که نیازی به داده‌های سازه سالم ندارد. این ویژگی یکی از مزیت‌های کلیدی نسبت به اغلب روش‌های موجود است. ادغام ویژگی‌های مودال با شبکه کانولوشنی یک‌بعدی به جای استفاده از طبقه‌بندهای ساده، از یک شبکه کانولوشنی یک‌بعدی برای پیش‌بینی هم‌زمان محل و شدت ترک استفاده شد که توانایی بالایی در استخراج الگوهای غیرخطی از داده‌های مودال دارد.

۹-۴- ارزیابی عملکرد و اثبات برتری روش پیشنهادی

چارچوب پیشنهادی بر روی سناریوهای آسیب شبیه‌سازی شده در آباکوس و همچنین داده‌های تجربی با ۹ نقطه تحریک اعتبارسنجی شد. نتایج نشان داد:

ریشه میانگین مربعات خطای مکانیابی ترک به $6/4$ میلی‌متر کاهش یافته است.

خطای پیش‌بینی شدت ترک به $3/7$ درصد محدود شده است.

دقت کلی طبقه‌بندی شدت آسیب برابر 94 درصد و مساحت زیر منحنی مشخصه عملکرد گیرنده^۱ برابر $0/98$ به دست آمد.

نسبت به روش‌های مرسوم مبتنی بر تغییر فرکانس، معیار اطمینان مودال با ترکیب ویولت انحنای مودال تا 77 درصد و دقت تخمین شدت تا 68 درصد بهبود یافته است.

علاوه بر این، روش پیشنهادی حتی در حضور نویز اندازه‌گیری تا 5 درصد نیز پایداری بالایی از خود نشان داد که این موضوع آن را برای کاربردهای عملی پایش سلامت سازه‌های بسیار مناسب می‌سازد.

۱۰- نتیجه‌گیری نهایی

شکل ۲۲، مقایسه فرکانس‌های پنج مود را در چهار روش حل مختلف ارائه می‌دهد که نشان‌دهنده تفاوت‌ها و شباهت‌های موجود در نتایج است. در نهایت، این پژوهش نشان می‌دهد که در کنار روش‌های عددی و تحلیلی، بهبود شرایط آزمایش تجربی می‌تواند به ارائه نتایج دقیق‌تری منجر شود و اعتبار سنجی داده‌های حاصل از تست مودال را تقویت کند.

با توجه به جدول ۹، نتایج خروجی از نرم‌افزار استار با ۹ نقطه تحریک به مقادیر تحلیلی و عددی نزدیک‌تر است، در حالی که داده‌های ۶ نقطه‌ای در مودهای بالاتر خطای بیشتری نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که در نتایج تجربی، فرکانس‌ها براساس شکل مودهای استخراج شده مرتب شده‌اند، نه صرفاً بر اساس ترتیب مقادیر عددی. این امر سبب شد تا بتوان فرکانس‌های مربوط به مودهای خمشی را به درستی با نتایج تحلیلی و عددی مقایسه کرد.

نتایج حاصل از آزمایش تجربی با ۶ نقطه تحریک نشان داد که فرکانس‌های مودهای بالاتر با مقادیر تحلیلی و عددی اختلاف قابل توجهی دارند. با این حال، زمانی که تعداد نقاط تحریک و اندازه‌گیری به ۹ نقطه افزایش یافت، همپوشانی نتایج به شکل محسوسی بهبود یافت و اختلافات به ویژه در مودهای اول و دوم به حداقل رسید. این موضوع بیانگر آن است که دقت استخراج مودال در آزمایش‌های تجربی وابستگی شدیدی به تعداد نقاط تحریک و چیدمان آن‌ها دارد.

جدول مقایسه نتایج بدست آمده

Table 9. Comparison of the Obtained Results

شکل مد	نوع مد	آباکوس	حل تحلیلی	نرم‌افزار استار ۶ نقطه	نرم‌افزار استار ۹ نقطه
--------	--------	--------	-----------	------------------------	------------------------

¹ ROC: Receive Operating Characteristic

۷۸/۵۳	۹۴/۷۹	۸۹/۷۹	۸۷,۸۷۲	خمشی	۱
۲۰۵/۶۵	۱۸۵/۳۱	۲۴۶/۳۳	۲۴۲,۵۸	خمشی	۲
۴۰۱/۶۸	۴۶۱/۱۷	۴۸۵/۱۸	۴۷۶,۷۶	خمشی	۳
۶۴۳	۶۳۵/۹۴	۸۰۲/۱۱	۷۸۳/۰۷	خمشی	۴
		۱۱۹۸/۲۴	۱۱۸۵/۱	خمشی	۵
		۱۶۷۳/۴۸	۱۶۶۰/۹	خمشی	۶

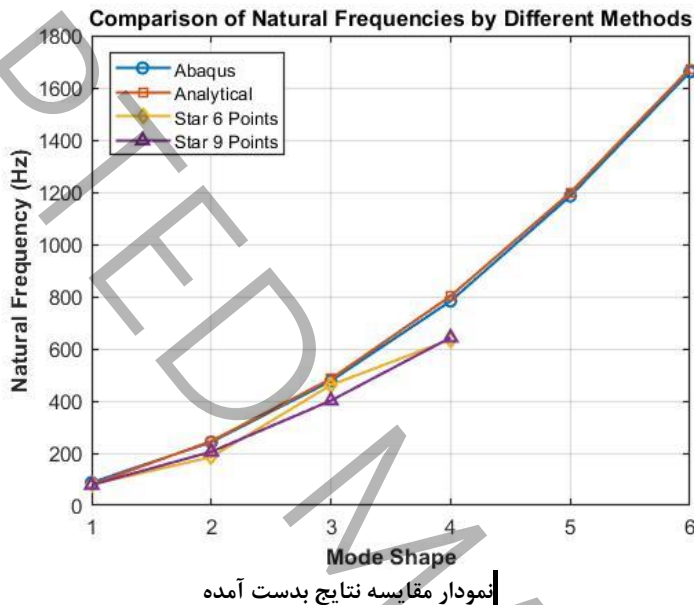


Figure 22. Comparison Chart of the Obtained Results

در این پژوهش، مسئله تشخیص همزمان محل و شدت ترک عرضی در تیر آلومینیومی دوسر آزاد، بدون نیاز به داده مرجع سالم، مورد بررسی قرار گرفت. این مسئله به دلیل حساسیت پاسخ مودال به شرایط مرزی، نویز اندازه‌گیری و محدودیت روش‌های کلاسیک مبتنی بر تغییرات فرکانس طبیعی یا معیارهای مودال، همواره یکی از چالش‌های اصلی در پایش سلامت سازه‌ای محسوب می‌شود. برای پاسخ به این چالش، یک چارچوب یکپارچه مبتنی بر توسعه معیار اطمینان مودال بهبود یافته با استفاده از تبدیل کانتورلت ارائه شد که از ترکیب سه روش تحلیلی، عددی و آزمون مودال تجربی بهره می‌برد.

نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که روش پیشنهادی مبتنی بر توسعه معیار اطمینان مودال بهبود یافته نسبت به رویکردهای مرسوم، دقت بالاتری در تشخیص آسیب ارائه می‌دهد. چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت قادر است محل ترک را با خطای میانگین کمتر از ۶/۵ میلی‌متر و شدت آسیب را با خطای کمتر از ۴ درصد پیش‌بینی کند، در حالی که روش‌های مبتنی بر تغییرات فرکانس طبیعی یا معیار اطمینان مودال، به دلیل ماهیت کلی‌نگر خود، دقت کمتری در شناسایی آسیب‌های موضعی از خود نشان می‌دهند. همچنین، دقت کلی تشخیص آسیب در روش پیشنهادی به ۹۴ درصد رسیده است که بهبود قابل توجهی نسبت به روش‌های سنتی محسوب می‌شود. این نتایج برتری چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت را در استخراج اطلاعات مکانی غنی و مقاوم به نویز به‌طور کمی اثبات می‌کند.

ارزیابی آماری عملکرد روش‌های مختلف

Table 10. Statistical Evaluation of the Performance of Different Methods

روش	ریشه میانگین مربعات خطا مکان ترک (میلی متر)	معیار میانگین قدر مطلق خطا	انحراف معیار	ریشه میانگین مربعات خطا شدت ترک (درصد)
تغییر فرکانس	۲۸/۳	۲۲/۷	۹/۴	۱۴/۶
معیار اطمینان مودال + طبقه‌بند چندلایه پرسپترون	۱۹/۷	۱۵/۳	۶/۱	۹/۲
ترکیب ویولت-انحنا + شبکه کانولوشنی	۱۲/۴	۹/۶	۴/۳	۶/۲
معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت پیشنهادی	۶/۴	۴/۸	۲/۱	۳/۱

مطابق جدول ۱۰، روش پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت کمترین مقادیر ریشه میانگین مربعات خطا، معیار میانگین قدر مطلق خطا^۱ و انحراف معیار را در مقایسه با سایر روش‌ها دارا است که نشان‌دهنده دقت بالاتر و پراکندگی کمتر خطا در پیش‌بینی محل و شدت ترک می‌باشد.

۱۰-۵- بازه اطمینان آماری

به منظور ارزیابی قابلیت اعتماد آماری روش پیشنهادی، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای خطای مکان‌یابی ترک محاسبه شد. نتایج نشان داد که بازه اطمینان روش معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت برابر با [۵/۸، ۷/۸] میلی‌متر است که به طور محسوسی باریک‌تر از بازه‌های به‌دست‌آمده برای روش‌های مبتنی بر ویولت و تغییر فرکانس می‌باشد. این موضوع بیانگر پراکندگی کمتر خطا و پایداری بالاتر روش پیشنهادی است. جدول ۱۱ مقایسه‌ای روش‌ها معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت در برابر روش‌های مرجع را نشان می‌دهد.

مقایسه عملکرد روش‌های مختلف تشخیص آسیب

Table 11. Performance Comparison of Different Damage-Detection Methods

روش تشخیص آسیب	نیاز به داده مرجع سالم	مقاومت در برابر نویز	ریشه میانگین مربعات خطا مکان ترک (میلی متر)	ریشه میانگین مربعات خطا شدت ترک (درصد)
تغییر فرکانس طبیعی	دارد	کم	۲۸/۳	۱۴/۶
انحنای مودال	دارد	متوسط	۱۷/۹	۹/۸
انحنای ویولت	دارد	متوسط تا زیاد	۱۲/۴	۶/۲
معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت پیشنهادی	ندارد	زیاد	۶/۴	۳/۱

این نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت علاوه بر حذف نیاز به داده مرجع سالم، از نظر دقت مکان‌یابی و تخمین شدت آسیب، عملکرد به‌مراتب بهتری نسبت به روش‌های مرسوم ارائه می‌دهد. نتایج جدول ۱۱ نشان می‌دهد که روش پیشنهادی معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت علاوه بر حذف نیاز به داده مرجع سالم، از نظر دقت مکان‌یابی و تخمین شدت آسیب عملکرد به‌مراتب بهتری نسبت به روش‌های مبتنی بر تغییر فرکانس، انحنای مودال و ویولت ارائه می‌دهد. از منظر کاربردی، روش ارائه‌شده قابلیت استفاده در سامانه‌های پایش سلامت سازه‌های اعضای باریک و آزاد-آزاد، به‌ویژه در سازه‌های هوافضایی، اجزای متحرک و سازه‌هایی با دسترسی محدود به داده مرجع سالم را دارد. ماهیت خودکار، دقت بالا و عدم وابستگی به مدل سالم اولیه، چارچوب معیار اطمینان مودال بهبود یافته با کانتورلت را به گزینه‌ای مناسب برای کاربردهای صنعتی و عملی در تشخیص زودهنگام آسیب و افزایش ایمنی سازه‌ها تبدیل می‌کند.

[1] A.A. Fadlalla, Modal Analysis of Beams Using Finite Element Methods, Journal of Civil and Construction Engineering Research (JCCER), 1(1) (2024).

¹ MAE

- [2] M. Avcar, Free vibration analysis of beams considering different geometric characteristics and boundary conditions, *system*, 4(2) (2014) 2.
- [3] D.H. Nguyen, L.V. Ho, T. Bui-Tien, G. De Roeck, M.A. Wahab, Damage evaluation of free-free beam based on vibration testing, *Applied Mechanics*, 1(2) (2020) 142-152.
- [4] H. Cui, X. Xu, W. Peng, Z. Zhou, M. Hong, A damage detection method based on strain modes for structures under ambient excitation, *Measurement*, 125 (2018) 438-446.
- [5] M.-B. Abdo, M. Hori, A numerical study of structural damage detection using changes in the rotation of mode shapes, *Journal of Sound and vibration*, 251(2) (2002) 227-239.
- [6] F. Sayyad, B. Kumar, S. Khan, Approximate analytical method for damage detection in free-free beam by measurement of axial vibrations, *International Journal of Damage Mechanics*, 22(1) (2013) 133-142.
- [7] J. Pacheco-Chérrez, O. Probst, Vibration-based damage detection in a wind turbine blade through operational modal analysis under wind excitation, *Materials Today: Proceedings*, 56 (2022) 291-297.
- [8] M. Modesti, C. Gentilini, A. Palermo, E. Reynders, G. Lombaert, A two-step procedure for damage detection in beam structures with incomplete mode shapes, *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 15(2) (2025) 287-306.
- [9] T.T. Paulsen, G. Coppotelli, I.F. Santos, Remarks on the effects of the boundary conditions on the accuracy of the estimate of the modal parameters in operational modal analysis, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 47(11) (2025) 574.
- [10] Y. Zhang, S. Wei, B. Pang, H. Cheng, J. Guo, Double Damage Identification of Fully Free Beams Based on Curvature Modes, *Journal of Marine Science and Application*, (2025) 1-14.
- [11] B. Rajashekhar, M. Alapati, Impact of feature selection on predictive damage identification in beams using free vibration data-based machine learning algorithm, *Innovative Infrastructure Solutions*, 10(12) (2025) 581.
- [12] X. He, D. Ge, Y. An, Experimental Investigations of Damage Identification for Aluminum Foam Sandwich Beams Using Two-Step Method, *Material Design & Processing Communications*, 2023(1) (2023) 6551830.
- [13] F. Sokhangou, L. Sorelli, L. Chouinard, P. Dey, D. Conciatori, Detecting multiple damages in UHPFRC beams through modal curvature analysis, *Sensors*, 24(3) (2024) 971.
- [14] A. Nayyar, U. Baneen, S.A.Z. Naqvi, M. Ahsan, Detection and localization of multiple small damages in beam, *Advances in Mechanical Engineering*, 13(1) (2021) 1687814020987329.
- [15] B.Q. NGUYEN, Using optimization algorithms to detect damages on free-free beam based on dynamic results, *Journal of Materials and Engineering Structures «JMES»*, 10(3) (2023) 397-414.
- [16] A. Agarwal, L. Mthembu, FE design analysis and optimization of heavy-duty truck chassis using sparse grid initialization technique, *Materials Today: Proceedings*, 60 (2022) 2084-2092.
- [17] S.S. Rao, *Vibration of continuous systems*, John Wiley & Sons, 2019.
- [18] Z.-F. Fu, J. He, *Modal analysis*, Elsevier, 2001.
- [19] D.J. Ewins, *Modal testing: theory, practice and application*, John Wiley & Sons, 2009.
- [20] A.M. Mohammadi, A. Soleymani, H. Jahangir, M. Khatibinia, J.V.A.d. Santos, H.M. Lopes, Damage Identification in Beams via Contourlet Transform of Shearography Modal Data, *Vibration*, 8(3) (2025) 53.

Dynamic Sensitivity Analysis of a Free-Free Aluminum Beam under Multi-Point Transient Impact

Excitation Using Experimental Modal Analysis, Numerical Simulation, and Analytical Modeling with a Damage Identification Approach Based on an Enhanced Modal Assurance Criterion

Mehrdad Karimi^a, Masoud Javadi^{b1}

^a PhD student, Faculty of Graduate Studies, Shahid Sattari University

^b Assistant Professor, Faculty of Aerospace, Shahid Sattari University

ABSTRACT

This study introduces a novel framework for damage identification in aluminum beams with free–free boundary conditions, operating without the need for baseline healthy data. The beam was subjected to multi-point impact excitation, and its vibrational responses were recorded using accelerometers. To ensure accurate extraction of modal parameters, an integrated approach combining experimental, analytical, and numerical methods was employed. In the experimental phase, impact hammer modal testing was conducted with six and nine excitation points, demonstrating that increasing the number of excitation locations enhances the accuracy of the identified mode shapes and natural frequencies. The analytical model was developed based on Euler–Bernoulli beam theory, while the numerical model was constructed in Abaqus and validated against the experimental results. Damage scenarios involving transverse cracks of varying depths and positions were simulated to assess the sensitivity of the proposed method. The main contribution of this research is the development of an improved Modal Assurance Criterion that leverages mode shape curvature and the contourlet transform to extract noise-robust features, which are subsequently fed into a one-dimensional convolutional neural network. The proposed approach achieves 94% accuracy in detecting both the location and severity of cracks, outperforming conventional frequency-based and MAC-based techniques. Moreover, it exhibits strong robustness to measurement noise and demonstrates potential for extension to aerospace and large-scale structural applications.

KEYWORDS

Multi-point impact excitation; Damage detection; Contourlet transform; Improve modal assurance criterion(IMAC); Convolutional neural network(CNN); Structural health monitoring(SHM)

¹ Corresponding Author: javadi@ssau.ac.ir

ACCEPTED MANUSCRIPT