Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(6) (2021) 857-860
DOI: 10.22060/mej.2020.18265.6795

A new method for estimating the compressive strain of cellular structures using microstructure of foams based on Laguerre tessellations

A. Shiravand, M. Asgari*

Research Laboratory of Passive Safety Systems, Faculty of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: In this study, energy absorption behavior of cellular structures such as foams will be investigated. In this paper, developing microstructural modeling of cellular structures and analyzing their plastic behavior through the finite element method is the main goal. In this research, a unit cell is first developed for numerical computation reduction as well as modeling that has the desired foam statistical properties, and then the dynamic behavior of this unit cell under simulated impact will be analyzed. An analytical method to obtain the compressive strain value of the foams with the help of numerical solution results will be presented. In other words, using the analytical method, the finite element method and the simulation will be evaluated. Then, using simulated experiments, a model using the response surface methodology to obtain the compressive strain will be presented and the results of this model will be evaluated by numerical method. The results of this study showed that it is possible to model and analyze the energy absorption of the foams using the method presented in this study and as a result, suitable structural equation for microstructural analysis of foams can be obtained in future researches.

Review History:

Received: Apr. 20, 2020
Revised: Jul. 10, 2020
Accepted: Aug. 18, 2020
Available Online: Aug. 28, 2020

Keywords:

Energy absorption
Closed-cell foams
Response surface method
Compression strain, Laguerre method.

1- Introduction

Filling the thin-walled structures with a lightweight material such as foam or composite with the aim of increasing the Specific Energy Absorption (SEA), is one of the important topics that has attracted the attention of researchers. Asgari and Shiravand in 2019 [1], the effect of various parameters of metal and composite on the crushing behavior of the structure is studied. The energy absorption analysis of a cellular structure was performed using the three-dimensional Voronoi model and the finite element method by Song et al [2]. Redenbach et al. [3] analyzed the dependence of the elastic modulus on the relative density for a closed-cell structure using Laguerre microstructure modeling. Jabour [4] analyzed the elastic behavior of foam using theoretical relationships belonging to microstructure.

In all the studies mentioned, a precise mechanical model of the microstructure of the foams has not been done so that the properties of plastics and their energy absorption behavior can be estimated by analyzing the micromechanical parameters of the foams without the need for experimental testing. In this research, a suitable method for modeling the microstructure of foams is proposed so that the micromechanical properties of foams such as cell density, size and thickness are used to estimate the amount of densification strain of cellular structures. Access to this type of analysis for foams reduces the costs associated with experimental analysis.

*Corresponding author's email: asgari@kntu.ac.ir

2- Methodology

In the Laguerre model, each cell has a weight that determines the size of the cell. A set of random spheres is designed according to a specific algorithm so that no volume of two spheres overlaps. The diameter of these spheres determines the weight of the cell that surrounds the sphere, and the center point of the sphere represents the grain points for each cell. In Laguerre model, the thickness of each cell can also be entered into the model. Therefore, using the Laguerre layout, the microstructure of a foam can be effectively modeled close to the real state [5, 6].

First, a number of points are placed randomly as the centers of the spheres. These spheres will be in a cube range of volume $(L)^3$. To properly distribute the spheres in the specified cube volume, the actual material distribution method proposed by Raines et al. [7] has been used. The method of obtaining this type of distribution is in accordance with Eq. (1).

$$probability = \frac{e^{\frac{-(\ln V-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2}(V\pi\sigma)} \tag{1}$$

The values of μ and σ will be determined according to the following equations, and V is a variable of the volume of the respective spheres, indicating that the above equation is a function of the volume of the spheres.

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

$$\mu = \ln V_m - \sigma \tag{2}$$

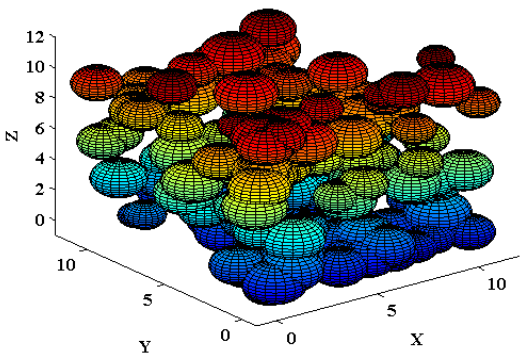
$$\sigma = \sqrt{\ln(C_v^2 + 1)} \tag{3}$$

The value of C_v is also considered to be 0.8 and the value of V_m is the value of the average weight of the spheres. The distribution of spheres with different volumes is in accordance with the lognormal distribution. The volume of the spheres overlapped (V_{ov}) is calculated. In this algorithm, the goal is to reduce this volume. The overlap of the spheres can be created in two general and partial forms. In this step, the spheres move one by one and calculate the volume value V_{ov}, and if the volume ratio calculated in this step is not less than the previous step by a value of ε, the spheres must continue to move again, and this The process continues until the overlapped volume of the spheres be minimum value. If the displacement of the spheres does not cause much change in the amount of volume desired, then the change in the diameter of the spheres should be done. Finally, a cube range is formed which is filled with a number of spheres of different diameters, which is presented in Fig. 1.

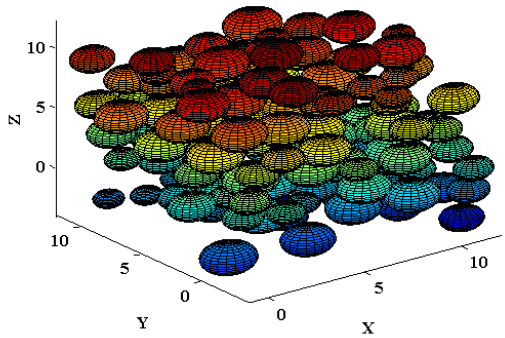
3- Discussion and Results

using the topological information obtained from these algorithms, which contains the coordinates of the center of the spheres, the coordinates of the points corresponding to the cell plates and their connection points, it is completely modeled in a CAD software. The unit-cell is formed according to these specifications provided and is shown in Fig. 2.

After meshing the cell structure in Abaqus software, FE model are provided for studding. The stress and strain diagram of the cell structure under dynamic impact is presented in Fig. 3. The amount of stress at each point is equal to the cross-sectional area of the cell structure. The amount of strain in each step is also determined using the ratio of deformation to initial length.



a)



b)

Fig. 1. Unit cell of random spheres a) Before Relocating b) After Relocating ε=10^{-5}

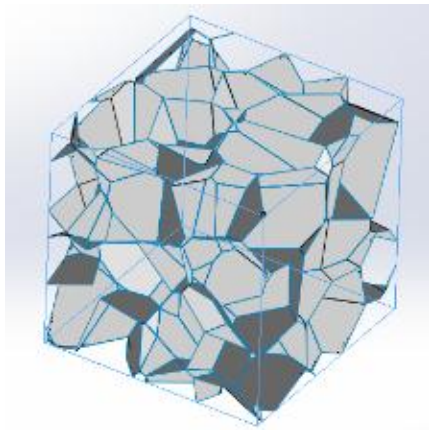


Fig. 2. Laguerre model prepared by SolidWorks

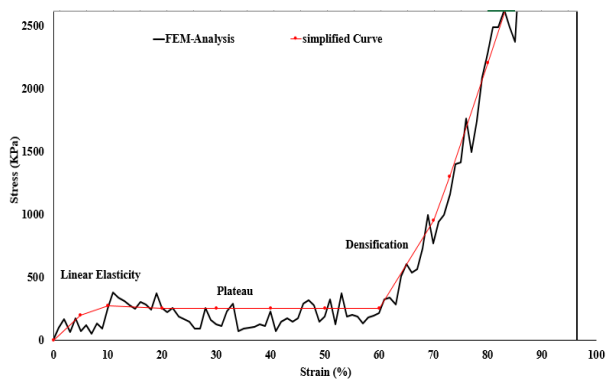


Fig. 3. Stress-Strain diagram (FEM Analysis)

4- Conclusions

In this research, an aluminum foam with closed cells was dynamically modeled and simulated using the formation of a unit cell using the Laguerre cell modeling method. The dynamic behavior of the impact foam has been simulated using Abaqus finite element solver and the results of this analysis have been validated with experimental results. After confirming the results of finite element analysis, an analytical method is presented. Also, the dynamic behavior obtained from finite element analysis indicates the appropriate model of the unit cell, which can help in future researches The results of the RSM are in good agreement with the results of theoretical and finite element analysis. The finite element method fully provides the elastic-plastic behavior of the desired cellular structure, which can lead to the achievement of a main equation of foam that is a function of the microstructure of the foam. The proposed analytical method is used to obtain the approximate compression strain value of the designed cell structures.

References

[1] A. Shiravand, M. Asgari, Hybrid metal-composite conical tubes for energy absorption; theoretical development and numerical simulation, Thin-Walled Structures, 145 (2019) 106442.

[2] Y. Song, Z. Wang, L. Zhao, J. Luo, Dynamic crushing behavior of 3D closed-cell foams based on Voronoi random model, Materials & Design, 31(9) (2010) 4281-4289.

[3] C. Redenbach, I. Shklyar, H. Andrä, Laguerre tessellations for elastic stiffness simulations of closed foams with strongly varying cell sizes, International Journal of Engineering Science, 50(1) (2012) 70-78.

[4] Q.H. Jebur, Characterisation and modelling of transversely isotropic flexible viscoelastic foam, University of Glasgow, 2013.

[5] E.B. Matzke, The three-dimensional shape of bubbles in foam-an analysis of the role of surface forces in three-dimensional cell shape determination, American Journal of Botany, (1946) 58-80.

[6] S. Kanaun, O. Tkachenko, Mechanical properties of open cell foams: Simulations by laguerre tesselation procedure, International Journal of Fracture, 140(1-4) (2006) 305-312.

[7] Z. Fan, Y. Wu, X. Zhao, Y. Lu, Simulation of polycrystalline structure with Voronoi diagram in Laguerre geometry based on random closed packing of spheres, Computational Materials Science, 29(3) (2004) 301-308.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Shiravand, M. Asgari , .A new method for estimating the compressive strain of cellular structures using microstructure of foams based on Laguerre tessellations ,Amirkabir J. Mech. Eng., 53(6) (2021) 857-860.

DOI: 10.22060/mej.2020.18265.6795

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ۶، سال ۱۴۰۰، صفحات ۳۶۲۹ تا ۳۶۴۴
DOI: 0.22060/mej.2020.18265.6795

روش جدید تخمین کرنش تراکمی سازه‌های سلولی با استفاده از مدل‌سازی میکروساختار فوم‌ها بر اساس چینش لاگوئر

علی شیراوند، مسعود عسگری*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، ایران

خلاصه: در این تحقیق به بررسی رفتار جذب انرژی سازه‌های سلولی نظیر فوم‌ها از جنس آلومینیوم پرداخته شده‌است. یکی از اهداف، توسعه‌ی مدل‌سازی میکروساختار سازه‌های سلولی و تحلیل رفتار پلاستیک آن‌ها از طریق روش المان محدود می‌باشد. در این تحقیق، ابتدا یک سلول واحد برای کاهش محاسبات عددی و همچنین مدل‌سازی تهیه می‌شود که دارای خواص آماری فوم موردنظر می‌باشد و سپس رفتار دینامیکی این سلول واحد تحت ضربه شبیه‌سازی شده‌است. همچنین، روش تحلیلی برای بدست‌آوردن مقدار کرنش تراکمی فوم‌ها با استفاده از نتایج المان محدود ارائه شده به طوری‌که حل المان محدود ارائه‌شده در این تحقیق دارای تطابق مناسبی با روش‌های تئوری دیگر پژوهش‌های انجام‌شده می‌باشد. به عبارت دیگر، با استفاده از روش تحلیلی، روش المان محدود و شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. با استفاده از آزمایش‌های شبیه‌سازی‌شده، یک مدل با استفاده از روش سطح پاسخ برای بدست‌آوردن کرنش تراکمی ارائه شده‌است که نتایج حاصل از این مدل نیز مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. نتایج حاصل ازاین پژوهش، نشان داد که امکان مدل‌سازی و تحلیل جذب انرژی (ضربه) فوم‌ها با استفاده از روش ارائه‌شده در این پژوهش امکان‌پذیر خواهد بود و می‌تواند در پژوهش‌های آینده به معادله ساختاری مناسب برای تحلیل میکروساختار انواع فوم‌ها دست یافت.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۰۱
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۰
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۰۷

کلمات کلیدی:
جذب انرژی
فوم‌های سلول بسته
روش سطح پاسخ
کرنش تراکمی
روش لاگوئر.

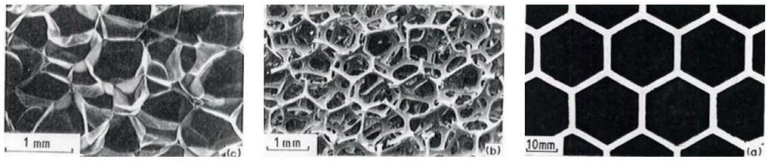
۱- مقدمه

استفاده از سازه‌های جذب انرژی در انواع وسایل نقلیه امری ضروری برای حفاظت از سرنشینان است [۱]. پرکردن سازه‌های جدارنازک با یک ماده‌ی سبک مانند فوم یا کامپوزیت با هدف افزایش انرژی جذب‌شده‌ی ویژه[1]، یکی از موضوعات مهمی است که توجه محققان را به خود جلب کرده‌است. عسگری و شیراوند در سال ۲۰۱۹ [۲] در تحقیقی که بر روی تاثیر پارامترهای مختلف فلز و کامپوزیت بر رفتار لهیدگی سازه‌ی مورد نظر انجام دادند نیز به تاثیر مثبت وجود کامپوزیت در رفتار لهیدگی سازه، تحت تغییر شکل پلاستیک اشاره کرده‌اند. عظیمی و عسگری در سال ۲۰۱۶ [۳] یک تحقیق با تمرکز بر تحلیل رفتار جذب انرژی سازه‌های دو لایه‌ی جدارنازک حاوی فوم با استفاده از روش المان محدود انجام داده‌اند. در تحقیق انجام‌شده توسط ژیفنگ[2] و همکارانش در سال ۲۰۱۷ [۴]، خواص جذب انرژی سازه‌های فلزی جدارنازک استوانه‌ای حاوی فوم تحت نیروی عرضی به دو روش تجربی و تئوری مورد تحلیل قرار گرفته‌است. تحلیل میکروساختار فوم‌ها تا حد زیادی وابسته به تست‌ها و تحلیل‌های تجربی می‌باشد که این موضوع مستلزم زمان و هزینه زیاد بررسی فوم‌ها می‌باشد [۵]. ژو[3] و همکارانش [۶, ۷] نیز با استفاده از مدل ورونی خواص الاستیک تعیین کرده‌است. یوآن[4] و همکارانش [۸]، یک فوم سلول باز را با استفاده از مدل‌سازی هندسی اتفاقی، شبیه‌سازی کرده‌اند وسپس خواص مکانیکی فوم موردنظر را بدست آورده‌اند. گان[5] و همکارانش [۹] یک مدل ورونی اتفاقی را گسترش می‌دهند و خواص مکانیکی فوم را با استفاده از این مدل تعیین می‌کنند. تأثیر نامنظمی، غیریکنواخت‌بودن سلول‌های سازه‌ی فومی سلول باز بر مقدار مدول الاستیک توسط لی[6] و همکارانش [۱۰] با استفاده از چینش ورونی و المان محدود مورد تحلیل قرار گرفته‌است. در تحقیق انجام‌شده در سال ۲۰۰۴ توسط فن[7] و همکارانش [۱۱] مدل‌سازی لاگوئر برای

1 Specific Energy Absorption (SEA)
2 Zhifang
3 Zhu
4 Yuan
5 Gan
6 Li
7 Fan

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: asgari@kntu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.



ج) ب) الف)

شکل ۱. میکروساختار فوم فلزی به صورت دو بعدی الف) نمایش سلولهای لانه‌زنبوری ب) نمایش سلولهای باز ج) نمایش سلولهای بسته [۲۲]

Fig .1. 2D Microstructure of Metal Foams. a) Honeycomb Cells b) Open-Cells c) Closed-Cells

میکروساختار سازه‌های سلولی ارائه شده‌است به طوری‌که بر پایه‌ی مدل‌سازی ورونی استوار می‌باشد. در تحقیق انجام‌شده توسط سونگ[1] و همکارانش در سال ۲۰۱۰ [۱۲]، تحلیل دینامیک جذب انرژی یک سازه‌ی سلولی با استفاده از مدل سه‌بعدی ورونی و روش المان محدود انجام گرفته‌است. ردنباخ[2] و همکارانش در سال ۲۰۱۲ [۱۳] با استفاده از مدل‌سازی میکروساختار لاگوئر، وابستگی مدول الاستیک به چگالی نسبی را برای سازه‌ی سلول بسته مورد تحلیل قرار داده‌است. در رساله‌ی انجام‌شده توسط جبور[3] در سال ۲۰۱۳ [۱۴] رفتار الاستیک یک فوم با استفاده از روابط تئوری متعلق به میکروساختار و واحدهای سلولی مورد تحلیل قرار گرفته‌است. در تحقیق انجام‌شده توسط ژیکیانگ[4] و همکارانش در سال ۲۰۱۴ [۱۵] ، تأثیر سرعت ضربه و چگالی نسبی روی مودهای تغییرشکل، تنش و کرنش پلاستیک، جذب انرژی فوم سلول باز بررسی شده‌است. چِن[5] و همکارانش در سال ۲۰۱۵ [۱۶] بر مدل‌سازی میکروساختار یک فوم سلول بسته‌ی پلیمری و شبیه‌سازی رفتار الاستیک برای تعیین مدول یانگ به روش المان محدود تمرکز کرده‌اند. در تحقیق انجام‌شده در سال ۲۰۱۶ توسط ونگ[6] و همکارانش [۱۷] رفتار دینامیکی و لهیدگی یک سازه‌ی فومی با استفاده از مدل‌سازی میکروساختار بر اساس روش ورونی بررسی شده‌است. ژانگ[7] و همکارانش در سال ۲۰۱۷ [۱۸] تأثیر شکل واحدهای سلولی مربوط به میکروساختار سازه‌ی سلولی آلومینیومی را بر رفتار دینامیکی آن مورد تحلیل قرار داده‌است. چِن[8] و همکارانش [۱۹] با استفاده از چینش ورونی تصادفی، یک فوم را مدل‌سازی کرده‌اند. با استفاده از مدل هندسی لاگوئر می‌توان مدل دقیق‌تری از فوم را نسبت به مدل ورونی فراهم آورد [۲۰]. در تحقیق انجام‌شده توسط سان[9] [۲۱] برخی از تحقیقات انجام‌شده بر ظرفیت جذب انرژی سازه‌های سلولی مورد مرور قرار گرفته‌است.

در همه تحقیقاتی که به آنها اشاره شد، یک مدل مکانیکی دقیق از میکروساختار فوم‌ها به طوری‌که بتوان با تحلیل پارامترهای میکرومکانیک فوم‌ها و بدون نیاز به تست تجربی، خواص پلاستیک و رفتار جذب انرژی آن‌ها را مورد تحلیل و تخمین قرار داد، انجام نگرفته‌است. تحلیل المان محدود نمونه‌های فوم مورد نظر در نرم‌افزار آباکوس به صورت سه‌بعدی انجام گرفته‌است. تحلیل‌های دینامیکی انجام‌شده روی نمونه‌های فوم طبق چیدمان ورونی و تحلیل‌های استاتیکی در برخی از تحقیقات شامل چیدمان لاگوئر نیز می‌باشد، اما در تحلیل‌های دینامیکی از چیدمان لاگوئر بهره گرفته نشده‌است. به عبارت دیگر، در این تحقیق یک روش مناسب برای مدلسازی میکروساختار فوم‌ها پیشنهاد می‌شود به طوری‌که از خواص میکرومکانیکی فوم‌ها از قبیل چگالی سلولها، اندازه و ضخامت آن‌ها برای تخمین مقدار کرنش تراکمی سازه‌های سلولی بهره گرفته شده‌است. دسترسی به این نوع از تحلیل برای فوم‌ها باعث کاهش میزان هزینه‌های مربوط به تحلیل تجربی می‌شود. با دسترسی به میکروساختار سازه‌های سلولی می‌توان به بهینه‌سازی انواع رفتار الاستیک و پلاستیک آن‌ها دست یافت. در این تحقیق سه روش تحلیلی، المان محدود و آماری برای آنالیز میکروساختار فوم‌های آلومینومی ارائه شده‌است به طوری‌که پارامترهای ورودی هر یک از روش‌های مذکور متغیرهای میکرومکانیکی فوم‌ها می‌باشند و نسبت به یکدیگر تفاوت‌هایی دارند که منجر به برتری‌های مختلف این روش‌ها نسبت به یکدیگر خواهند شد. در نهایت مقدار کرنش تراکمی بدست‌آمده از نتایج تحلیلی با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۲- مدلسازی سازه‌های سلولی

میکروساختار سازه‌های سلولی به دو روش مختلف می‌توانند مدل‌سازی

1 Song
2 Redenbach
3 Jebur
4 Zhiqiang
5 Chen
6 Wang
7 Zhang
8 Chen
9 Sun

شوند. یکی از روش‌های مذکور روش چینش ورونی[1] می‌باشد که می‌تواند شکل واحدهای سلولی نامنظم را نیز شبیه‌سازی کند. در چینش دیگری با عنوان روش چینش لاگوئر[2] که مدل اصلاح‌شده‌ی چینش ورونی می‌باشد، شبیه‌سازی دقیق‌تری نسبت به چینش ورونی فراهم می‌شود. سازه‌های سلولی از لحاظ ساختاری می‌توانند با توجه به خواص مختلف از قبیل خواص توپولوژیک (سلول باز و بسته)، چگالی نسبی، اندازه‌ی سلول، شکل سلول و غیرایزوتروپیک دسته‌بندی شوند. هنگامی‌که فلز مورد استفاده در فوم فلزی فقط متشکل از لبه‌های به هم پیوسته باشد و بین این لبه‌ها فضای خالی وجود داشته باشد، فوم مورد نظر را سلول باز[3] می‌نامند. در صورتی که سلولهای فلزی مذکور حاوی صفحات توپر باشد و در حقیقت منفذی در بین نقاط اتصال وجود نداشته‌باشد، فوم موردنظر را سلول بسته[4] می‌نامند. در شکل ۱، ساده‌ترین مدل از یک شبکه‌ی سلول فلزی به صورت دوبعدی که با شکل چندضلعی منتظم در کنار هم قرار گرفته‌اند، نمایش داده شده‌است. همچنین یک مدل سه‌بعدی از دو نوع از سلول‌های باز و بسته‌ی فلزی نمایش داده شده‌است [۲۲, ۲۳].

یکی دیگر از مشخصه‌های فوم‌ها، کنترل چگالی نسبی این مواد برای افزایش یا کاهش استحکام آن‌ها می‌باشد. به عبارت دیگر، فوم‌ها این قابلیت را دارند که مقدار کرنش فشاری بزرگی در حدود ۰/۷ را تحمل کنند در حالی که مقدار تنش وارده تقریباً ثابت بماند، این موضوع منجر به افزایش قابل توجهی در مقدار جذب انرژی سازه‌های متشکل از فوم می‌شود در حالی‌که تنش‌های بزرگی ایجاد نشود [۲۲]. منحنی تنش-کرنش رایج برای فوم‌ها دارای سه ناحیه می‌باشد [۲۴]. ناحیه‌ی خطی: در مقدار کرنش‌های کوچک در حدود کمتر از ۵ درصد، تنش و کرنش به صورت خطی تغییر می‌کنند که شیب ناحیه‌ی موردنظر همان مدول الاستیک فوم است. ناحیه‌ی پلاستیکی: با افزایش نیرو، مقدار کرنش افزایش قابل توجهی در این محدوده پیدا می‌کند، به طوری‌که محدوده‌ی تغییرات تنش خیلی کم می‌باشد. ناحیه‌ی تراکمی: در این محدوده، تنش به شدت دچار افزایش می‌شود و تغییرات قابل توجهی در مقدار کرنش فوم مشاهده نمی‌شود و در ناحیه‌ی باربرداری، تنش با تابعی غیرخطی نسبت به کرنش تغییر می‌کند. برخی از فرضیات که برای مدلسازی و حل مسئله در این تحقیق در نظر گرفته شده‌است به اختصار به آن‌ها اشاره می‌شود:

۱) استفاده از مدل لاگوئر برای مدل‌سازی سازه‌های سلولی و تشکیل مدل سلولی اولیه به صورت سلول واحد

۲) استفاده از یک سلول واحد متشکل از چند سلول که دارای خواص فوم اصلی می‌باشد برای تحلیل میکرومکانیک و بدست‌آوردن رابطه‌ی ساختاری فوم در سطح ماکرومکانیکی.

۳) ساده‌سازی سلولهای نامنظم محاط بر کره‌های درنظرگرفته شده برای بخش تحلیلی مسئله

در ابتدا مدل توپولوژیکی نقاط مختلف سلول واحد تشکیل‌شده طبق الگوریتمی که در ادامه مطرح می‌شود، تعیین می‌شود. این مرحله از مدلسازی توسط برنامه نویسی در نرم افزار متلب[5] انجام گرفته‌است. سپس باید با استفاده از یک نرم افزار مدلسازی مدل توپولوژیکی را به یک مدل هندسی سلولی تبدیل کرد. خروجی نرم‌افزار متلب در مرحله قبل به گونه‌ای می‌باشد که در نرم‌افزار برنامه‌نویسی پایتون[6] قابل اجرا باشد. سپس با استفاده از نرم افزار فریکَد[7] مدل مربوطه که حاصل از زبان برنامه نویسی پایتون می‌باشد به یک مدل هندسی تبدیل می‌شود. فایل حاصل از نرم‌افزار فریکَد را به نرم‌افزار سالیدورکز[8] انتقال داده تا به فرمت قابل تحلیل در نرم‌افزار آباکوس تبدیل شود. شبکه‌بندی سلولها به علت شکل بسیار نامنظم آنها با حساسیت بسیار بالایی باید انجام گیرد. برای شبکه‌بندی دقیق نرم‌افزار اَنسا[9] انتخاب شده‌است که پس از شبکه‌بندی در نرم‌افزار انسا به نرم‌افزار آباکوس[10] انتقال داده می‌شود. تحلیل نهایی سلول واحد ایجادشده در نرم‌افزار آباکوس انجام گرفته‌است.

۳- الگوریتم بدست آوردن مدل توپولوژیکی سلولها و مدلسازی آنها

در چینش لاگوئر، هر سلول دارای یک وزن می‌باشد که مشخص‌کننده‌ی اندازه‌ی مربوط به سلول موردنظر است. مجموعه‌ی از کره‌های تصادفی طبق ی $R=\{r_1,r_2,...,r_n\}$ ک الگوریتم مشخص، طراحی می‌شوند به طوری‌که هیچ حجمی از دو کره بر روی هم قرار نگیرند. اندازه‌ی

1 Voronoi Tessellations
2 Laguerre Tessellation
3 Open Cell Foams
4 Closed-Cell Foams

5 Matlab
6 Python
7 FreeCad
8 SolidWorks
9 ANSA
10 Abaqus

قطر این کره‌ها مشخص‌کننده‌ی وزن سلولی است که این کره را در برگرفته‌است و نقطه‌ی مرکزی کره نشان‌دهنده‌ی نقاط دانه برای هر یک از سلول‌ها می‌باشد. تعداد n نقطه در ناحیه‌ی S مشخص می‌شود به طوری‌که وزن برای هر سلول به صورت r_i (شعاع هر یک از کره‌ها)، تعیین می‌شود [۱۶]. بنابراین، مجموعه‌ی وزن همه‌ی سلول‌ها به صورت رابطه (۱) نمایش داده شده‌است:

$$R=\{r_1,r_2,...,r_n\} \tag{۱}$$

همچنین فاصله‌ی بین نقطه‌ی P_i و هر نقطه‌ی Q با استفاده از رابطه (۲) اندازه‌گیری می‌شود که همان فاصله در ساختار ورونی با توجه به وزن هر سلول یعنی مقدار شعاع آن برای سلول لاگوئر اصلاح شده‌است:

$$d_l(Q,P_i)=\left\{\left[d_E(Q,P_i)\right]^2-r_i^2\right\}^{0.5} \tag{۲}$$

سپس ناحیه‌ی $V_L(P_i)$ برای هر نقطه‌ی P_i تعریف شده‌است که نشان‌دهنده‌ی سلول لاگوئر برای نقطه‌ی موردنظر است و مطابق با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود [۱۶]:

$$V_l(P_i)=\left\{Q\middle|Q\in R,d_l(Q,P_i)<d_l(Q,P_j),j\neq i\right\} \tag{۳}$$

بنابراین، هر یک از نقاط P_i در ناحیه‌ی S دارای یک سلول لاگوئر می‌باشند که مجموعه‌ی این سلول‌ها را مدل لاگوئر می‌نامند. در فوم‌های واقعی وجود تغییرات در اندازه‌ی هر سلول و ضخامت جداره‌ی آن‌ها رایج و قابل‌توجه می‌باشد، بنابراین مدل‌سازی فوم‌ها با توجه به وجود این تغییرات، از اهمیت ویژه‌ای برای دستیابی به نتایج دقیق در شبیه‌سازی فوم‌ها برخوردار است. در چینش لاگوئر، می‌توان همچنین اندازه‌ی ضخامت هر یک از سلول‌ها را در مدل‌سازی وارد کرد. بنابراین، با استفاده از چینش لاگوئر می‌توان به صورت مؤثری، میکروساختار یک فوم را نزدیک به حالت واقعی مدل‌سازی کرد [۲۵, ۲۶]. تأثیر ضخامت جداره سلول بر سفتی یک مدل دوبعدی سلول باز یک فوم توسط [۱۰, ۲۷] مورد تحلیل قرار گرفته‌است. پیش‌نیازهای مربوط به این نوع مدل‌سازی در تحقیق [۱۱] ارائه شده‌است که مدل کره‌های تصادفی لاگوئر[1] نامیده می‌شود که ساختار لاگوئر بر پایه‌ی استفاده از کره‌های تصادفی می‌باشد. برای دستیابی به این ترکیب از مجموعه‌ی کره‌ها باید یک الگوریتم مطابق دستورالعمل زیر نوشته شود:

در ابتدا تعدادی نقطه به عنوان مراکز کره‌ها به صورت اتفاقی قرار داده و سپس تعدادی کره‌ها، با محدوده‌ی قطرهای متفاوت به صورت کاملا تصادفی در نظر گرفته می‌شود. این کره‌ها در یک محدوده‌ی مکعبی به طول ضلع L قرار خواهند گرفت. برای توزیع مناسب کره‌ها در حجم مکعب مشخص شده، از روش توزیع واقعی مواد که توسط راینز[2] و همکارانش [۲۸] پیشنهاد شده، استفاده شده‌است. در تحقیق انجام‌شده توسط وو[3] و همکارانش [۱۱] به این موضوع اشاره شده‌است که این نوع توزیع دانه به توزیع واقعی سازه‌های سلولی نزدیکتر از دیگر توزیع‌های موجود است. نحوه بدست‌آوردن این نوع توزیع مطابق با رابطه‌ی (۴) می‌باشد [۱۱]:

$$probability=\frac{e^{\frac{-(\ln V-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2}(V\pi\sigma)} \tag{۴}$$

به طوریکه مقادیر μ و σ مطابق با روابط زیر تعیین خواهند شد و پارامتر V نیز متغیر حجم کره‌های مربوطه می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی این موضوع است که معادله‌ی فوق تابعی از حجم کره‌ها می‌باشد.

$$\mu=\ln V_m-\sigma \tag{۵}$$

$$\sigma=\sqrt{\ln(C_v^2+1)} \tag{۶}$$

مقدار C_v نیز برابر با ۰/۸ در نظر گرفته شده‌است [۱۱] و مقدار V_m نیز مقدار حجم میانگین وزنی کره‌ها می‌باشد که می‌تواند در ابتدا مشخص شود. توزیع کره‌ها با حجم‌های مختلف مطابق با توزیع لوگونرمال[4] می‌باشد که نمودار توزیع حجم آن‌ها مطابق با شکل ۲ می‌باشد.

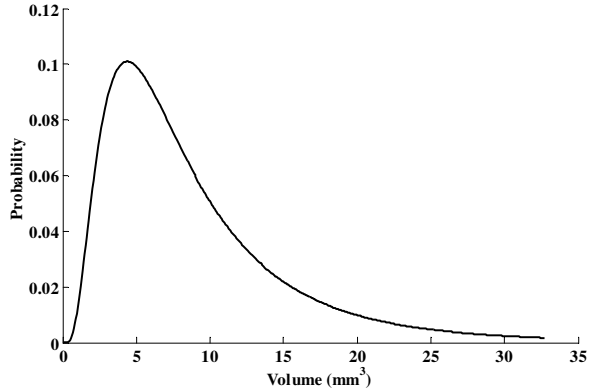
سپس حجمی از کره‌ها که بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند (V_{ov})، محاسبه می‌شود. در این الگوریتم هدف کاهش میزان این حجم می‌باشد. هم‌پوشانی کره‌ها به دو شکل کلی و جزئی می‌تواند ایجاد شود که بدست‌آوردن حجم هم‌پوشانی هر یک از این موارد متفاوت است. برای بدست‌آوردن حجم بخش هم‌پوشانی کره‌ها باید در ابتدا فضای هم‌پوشانی کره‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد و سپس حجم حاصل

1 Random Closed Packing-Laguerre Voronoi (RCP-LV)

2 Rhines

3 Wu

4 Lognormal



شکل ۲. تابع توزیع حجم کره‌ها بر حسب میلیمترمکعب

Fig. 2. Volume distribution of spheres in (mm)^3

از این فضا تعیین شود.

تقاطع دو کره‌ی موردنظر، یک منحنی می‌باشد که موازی با صفحه‌ی y-z است، این بدین معنی‌است که معادله‌ی منحنی موردنظر عبارت است از:

$$y^2+z^2=\frac{4d^2R^2-(d^2-r^2+R^2)^2}{4d^2} \quad (۷)$$

این منحنی در واقع، یک دایره با شعاع a می‌باشد:

$$a=\frac{\sqrt{4d^2R^2-(d^2-r^2+R^2)^2}}{2d} \quad (۸)$$

بنابراین، منحنی مربوط به ناحیه‌ی تقاطع دو کره از طریق رابطه‌ی (۸) بدست می‌آید. حجم هم‌پوشانی برای کره‌هایی که به طور کامل هم پوشانی دارند (V_{Fo})[1] از طریق رابطه (۹) تعیین می‌شود.

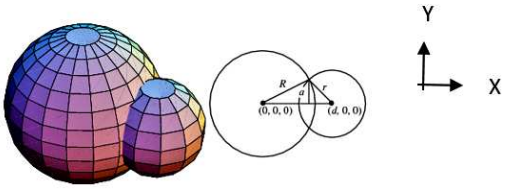
$$V_{Fo}=\sum_{s=1}^{S_1}\frac{4}{3}\pi r_s^3 \quad (۹)$$

به‌طوری‌که r_s توسط رابطه (۱۰) بدست می‌آید و S_1 تعداد کره‌هایی است که دارای حجم کلی هم‌پوشانی می‌باشند.

$$r_s=\min(r_i,r_j) \quad (۱۰)$$

به طوری‌که r_i و r_j کره‌های اطراف کره‌ی مورد نظر که هم‌پوشانی آن مورد تحلیل قرار می‌گیرد می‌باشند. اگر کره‌ها به طور جزئی با یکدیگر هم‌پوشانی داشته‌باشند، مقدار حجم هم‌پوشانی جزئی (V_{Po})[2] از طریق

1 Fully Overlap Volume
2 Partially Overlap Volume



شکل ۳. شکل شماتیک دو کره متقاطع

Fig. 3. Schematic of two intersecting spheres

رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$V_{Po}=\sum_{l=1}^{L_1}\frac{\pi}{12d}\left[\left(r_l-d\right)^2\left(2dr_l-3r_l^2+d^2\right)\right] \quad (۱۱)$$

به‌طوری‌که r_L و d از طریق روابط (۱۲) و (۱۳) تعیین خواهند شد و L_1 تعداد کره‌هایی است که دارای هم‌پوشانی جزئی می‌باشند.

$$d=\left[\left(x_j-x_i\right)^2+\left(y_j-y_i\right)^2+\left(z_j-z_i\right)^2\right] \quad (۱۲)$$

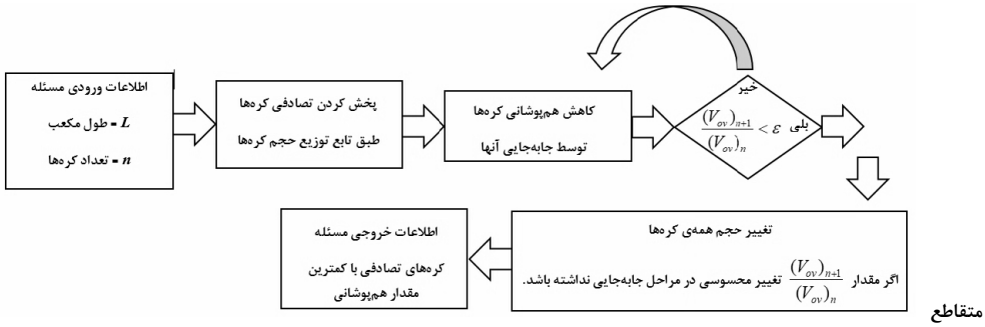
$$r_l=r_i+r_j \quad (۱۳)$$

به‌طوری‌که مقادیر x، y و z مختصات مراکز کره‌های اطراف کره‌ی مورد نظر می‌باشد. در نهایت کل حجم هم‌پوشانی کره‌ها مطابق با رابطه‌ی زیر می‌باشد:

$$V_{ov}=V_{Po}+V_{Fo} \quad (۱۴)$$

در این مرحله کره‌ها را به صورت تک تک جابه‌جا کرده و مقدار حجم V_{ov}، را محاسبه کرده و در صورتی که نسبت حجم محاسبه شده در این مرحله نسبت به مرحله‌ی قبل از یک مقدار ε کمتر نشده‌باشد، باید مجددا جابه‌جایی کره‌ها ادامه پیدا کند و این فرآیند آنقدر ادامه پیدا می‌کند که میزان حجم همپوشانی کره‌ها به کمترین مقدار خود برسد. در صورتی که جابه‌جایی کره‌ها تغییر زیادی در مقدار حجم موردنظر ایجاد نکرد آنگاه تغییر قطر کره‌ها باید انجام گیرد. در نهایت یک محدوده‌ی مکعبی که از تعدادی کره با اندازه‌ی قطر متفاوت پر شده‌است، به وجود می‌آید که مطابق با شکل ۵ می‌باشد.

بعد از دستیابی به مجموعه‌ی از کره‌های تصادفی طبق آمار داده‌شده به حجم آنها، نقاط مرکزی هر یک از کره‌ها و قطر آن‌ها مشخص شده‌است. در حقیقت یک گروهی از نقاط به وجود آمده‌است که هر



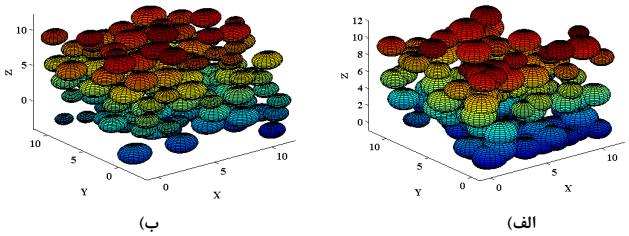
شکل ۴. فلوچارت الگوریتم کاهش هم‌پوشانی کره‌ها

Fig. 4. Reduction algorithm of overlap volume

یک از کره‌ها بر روی این نقاط رسم شده‌است. هر یک از این نقاط دارای چهار طول مشخصه می‌باشند که عبارتست از:

$$P_i^*\left(x_i, y_i, z_i, x_i^2+y_i^2+z_i^2-r_i^2\right) \qquad (۱۵)$$

به طوری‌که (x_i,y_i,z_i) مرکز کره‌های تصادفی می‌باشد و بعد چهارم نشان‌دهنده‌ی فاصله‌ی تعریف‌شده‌ی مربوط به چینش لاگوئر است که در رابطه‌ی (۲) ارائه شده‌است. با فرض وجود n نقطه در فضای R، برای هر نقطه‌ی Q در فضا، فاصله‌ی اقلیدسی بین نقطه‌ی Q و P_i را با علامت $d_v(Q,P_i)$ می‌توان نشان داد. برای ایجاد سلول‌های لاگوئر، باید برای هر یک از کره‌های ترسیم‌شده یک سلول درنظرگرفته‌شود که این سلول باید با استفاده از یک چند ضلعی[1] رسم شود، به طوری که نقاط این چندضلعی کمترین فاصله را تا نقاط داخل کره برقرار کنند (این همان تعریف مربوط به فاصله‌ی لاگوئر می‌باشد که در رابطه‌ی (۲) ارائه شده‌است). بعد از رسم هر یک از سلول‌ها، مجموعه‌ای از این سلول‌ها در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و تشکیل‌دهنده‌ی چینش

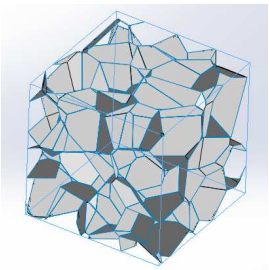


شکل ۵ . کره‌های تصادفی در محدوده‌ی یک مکعب با استفاده از الگوریتم موردنظر در دو حالت الف) قبل از جابه‌جایی همراه با هم‌پوشانی‌ها و ب) بعد از جابه‌جایی و رفع هم‌پوشانی‌ها تا حد امکان با مقدار $\varepsilon=10^{-5}$

Fig. 5. Unit cell of random spheres a) Before Relocating b) After Relocating $\varepsilon=10^{-5}$

1 Convex Hull

لاگوئر ساختار سلولی یک فوم می‌باشد. سپس با استفاده از اطلاعات توپولوژیکی بدست‌آمده از این الگوریتم‌ها که در حقیقت حاوی مختصات مرکز کره‌ها، مختصات نقاط مربوط به صفحه‌های سلول‌ها و نقاط اتصالی آنها می‌باشد در یک نرم افزار مدلسازی به طور کامل مدل می‌شود. برای مدلسازی اولیه‌ی این مدل، از نرم افزار فریکَد استفاده شده‌است که قابلیت برنامه‌نویسی به زبان پایتون را دارد. در حقیقت خروجی نرم‌افزار متلب که نوشتار مختصات نقاط، خطوط و صفحات است به زبان برنامه‌نویسی پایتون می‌باشد. پس از مدل‌سازی کامل سلول‌ها در نرم‌افزار فریکَد مدل تهیه شده برای اینکه به نرم‌افزار شبیه‌سازی آباکوس وارد شود در نرم‌افزار سالیدورکز آماده می‌شود. در نرم‌افزار آباکوس مورد شبیه‌سازی غیرخطی دینامیکی برای یافتن رفتار لهیدگی و جذب انرژی آن، قرار گرفته‌است. مدل‌سازی میکروساختار فوم‌ها و سازه‌های سلولی برای انجام تحلیل غیرخطی دینامیکی و به روش سلول واحدو چینش لاگوئر در این تحقیق انجام می‌گیرد. سلول واحد مورد نظر با توجه به مشخصات ارائه‌شده تشکیل شده‌است و در شکل ۶ نمایش داده شده‌است. همانطور که مشاهده می‌شود، فوم سلولی مدلسازی‌شده، یک فوم سلول بسته می‌باشد و صفحاتی که یک سلول را پدید آورده‌اند، صفحات توپر می‌باشند.



شکل ۶. مدل لاگوئر تهیه‌شده توسط نرم افزار سالیدورکز

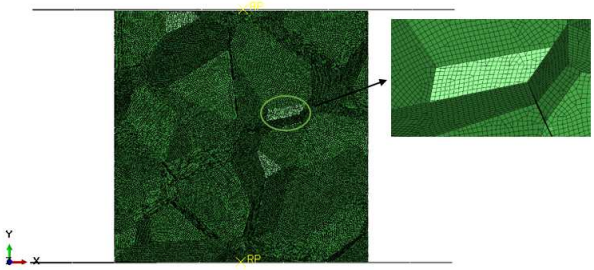
Fig. 6. Laguerre model prepared by SolidWorks

۴- نتایج و بحث

در این پژوهش از حل المان محدود در ابتدا بهره گرفته می‌شود و این حل با نتایج تجربی مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرد و پس از اطمینان از نتایج المان محدود، آزمایشات دیگر نیز به مجموعه اطلاعات مسئله افزوده می‌شود تا هم به روابط تئوری و هم روابط آماری مناسب دست یافت. برای دستیابی به نتایج مورد نظر، ۲۱ مدل به صورت تصادفی انتخاب شده‌است به طوری‌که محدوده‌ی مقادیر کرنش تراکمی آن‌ها ۰/۶ تا ۰/۸ باشد. علت این موضوع این است که کاربرد فوم مورد تحلیل در سازه‌های جذب انرژی می‌باشد که در این نوع سازه‌ها نیاز به فوم‌های سبک با جذب انرژی بالا می‌باشد و نیاز به فوم‌هایی با ساختار صلب نیست. بنابراین محدوده‌ی بررسی موارد مذکور با توجه به چگالی بسته‌بندی آن‌ها، طوری انتخاب شده‌اند که مقدار کرنش تراکمی در محدوده‌ی مذکور باشند

۱-۱- روش حل المان محدود مسئله

با توجه به حساسیت شبکه‌بندی این سلول‌ها، نرم افزار آباکوس توانایی لازم برای شبکه‌بندی دقیق این سلول‌ها را دارا نیست و ابزار مناسبی برای شبکه‌بندی با مشخصات خاص را در اختیار نمی‌گذارد. به همین علت، برای شبکه‌بندی این نوع سازه از نرم افزار دقیق‌تر و با جزئیات بیشتر شبکه‌بندی انسا بهره گرفته شده‌است. پس از شبکه‌بندی سازه مورد نظر به نرم افزار آباکوس برای تحلیل بازگردانده می‌شود و شبیه‌سازی در نرم‌افزار آباکوس انجام گرفته‌است. یکی از مشکلات اصلی شبکه‌بندی در نرم‌افزار آباکوس برای مدل میکرومکانیک فوم موردنظر مقدار نسبت ابعادی المان‌ها می‌باشد که علت پدیدآمدن این مشکل، شکل هندسی کاملاً نامنظم سازه مذکور می‌باشد. برخی از صفحات سازه شکل‌های خاصی دارند که منجر به المان‌بندی با نسبت ابعاد نامناسب درآن می‌شود. وجود المان‌های با



شکل ۷. مدل شبکه‌بندی شده توسط نرم‌افزار اَنسا

Fig. 7. Finite Element Model prepared by ANSA

جدول ۱. خواص مکانیکی آلیاژ آلومینوم صفحات سلولی [۲]

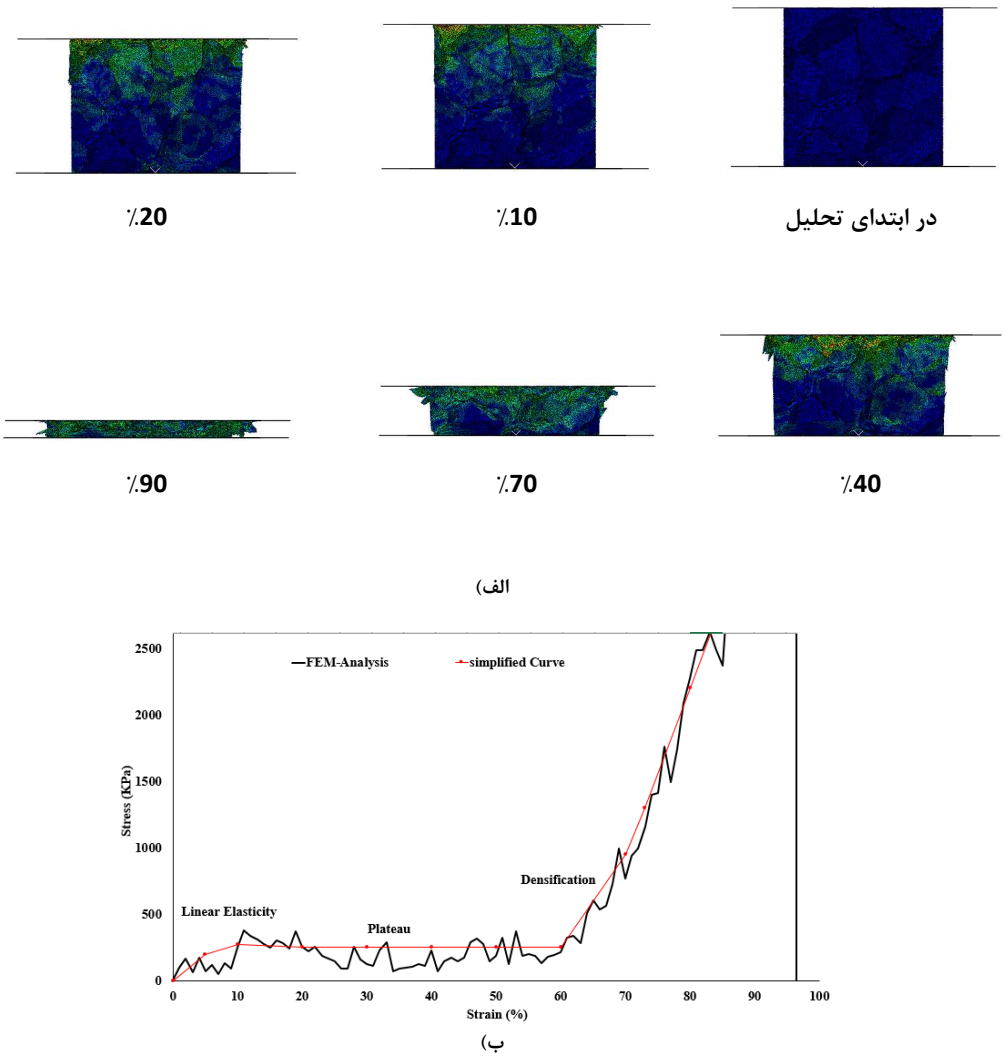
Table 1. Mechanical properties of aluminum alloy used in cell faces

پارامترهای الاستیک ماده	مدول یانگ (GPa)	۶۸/۹
	نسبت پواسون	۰/۳۳
پارامترهای تسلیم ماده	پارامتر A (MPa)	۲۵۲
	پارامتر B (MPa)	۲۴۶
	پارامتر C	۰/۰۱۵
	پارامتر m	۱
	پارامتر n	۰/۳۴
پارامترهای فیزیکی ماده	چگالی (kg/m^3)	۲۷۰۰

نسبت ابعاد نامناسب در هنگام تحلیل دینامیکی منجر به پیغام خطای المان تغییرشکل‌یافته[1] در المان‌های موردنظر می‌شود که ادامه‌ی روند تحلیل را غیرممکن می‌کند. برای رفع این مشکل در نرم‌افزار انسا محدودیت نسبت ابعاد المان را با توجه به معیار نرم‌افزار آباکوس فعال کرده و شبکه‌بندی با توجه به معیار فوق انجام خواهد گرفت تا مشکل در هنگام تحلیل سازه‌ی مورد نظر حل شود. شبکه‌بندی در نرم‌افزار انسا به صورت خودکار صورت می‌گیرد به طوری‌که برخی از مشخصات شبکه‌بندی در ابتدا به نرم‌افزار داده می‌شود. در شکل ۷ شبکه‌بندی سازه‌ی مورد نظر نمایش داده شده‌است که طول ماکزیمم المان‌های مورد نظر ۰,۱ میلیمتر و طول کمترین المان‌های مورد نظر ۰,۰۱ انتخاب شده‌است و المان‌بندی به صورت مختلط انجام گرفته است. به عبارت دیگر، المان‌های سه‌ضلعی و چهارضلعی با توجه محل قرارگیری المان‌ها در سازه‌ی مورد نظر در نرم‌افزار انسا شبکه‌بندی شده‌است.

پس از شبکه‌بندی سازه‌ی سلولی مورد نظر، تحلیل دینامیکی آن در نرم‌افزار آباکوس انجام می‌گیرد. برای تحلیل دینامیکی سازه‌ی سلولی موردنظر، یک قطعه صلب به صورت صفحه‌ای در بالا و پایین سازه‌ی سلولی تعریف شده‌است، به طوریکه صفحه‌ی بالایی متحرک و صفحه‌ی پایینی ثابت در نظر گرفته می‌شود. صفحه‌ی بالایی فقط دارای درجه آزادی در راستای محور Y می‌باشد و صفحه‌ی پایینی در همه‌ی جهات ثابت شده‌است. مقدار تلرانس صفحه‌ی متحرک و سازه‌ی سلولی ۰/۰۰۱ میلیمتر در نظر گرفته شده‌است تا از نفوذ اولیه‌ی این دو قطعه جلوگیری شود. مقدار سرعت قطعه‌ی صلب بالایی که در حال حرکت می‌باشد دارای سرعت ۱ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده‌است. مقدار جرم قطعه‌ی صلب بالایی نیز که در حال

1 Elements are distorted



شکل ۸. الف) روند تغییرشکل سازه‌ی سلولی ارائه‌شده برای مدل ۱ ب) نمودار تنش و کرنش حاصل از تحلیل المان محدود سازه‌ی سلولی برای مدل ۱

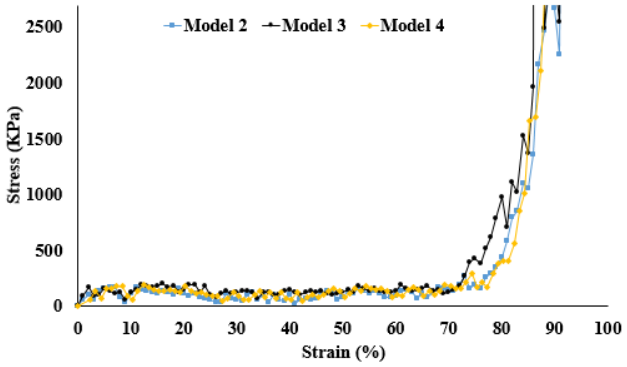
Fig. 8. a) Deformation mode of unit cell b) Stress-Strain diagram for model No.1

حرکت به سمت پایین می‌باشد، دارای وزن ۱۰۰ کیلوگرم می‌باشد. برای جلوگیری از حرکات عرضی صفحه صلب ثابت و سازه‌ی سلولی نسبت به یکدیگر، قید گره[1] بین صفحه زیرین و نقاط پایینی سازه‌ی سلولی برقرار می‌شود. برای شبیه‌سازی تماس بین سازه‌ی سلولی و صفحات صلب از اثر متقابل[2] صفحه به صفحه با رفتار تماسی و مدل تماس نفوذ[3] با ضریب اصطکاک ۰/۲۵ [۲] بهره گرفته شده‌است. در تحقیق انجام‌شده توسط ما و همکارانش در سال ۲۰۰۹ [۲۹] به این موضوع اشاره دارد که نتایج شبیه‌سازی در حالت مطالعه پارامتری وابسته به مقدار ضریب اصطکاک نمی‌باشد. مدل مکانیکی که برای آلیاژ آلومینوم مورد نظر انتخاب شده‌است، مدل جانسون-کوک[4] می‌باشد که مطابق با رابطه‌ی زیر تنش و کرنش تغییر خواهند کرد [۳۰].

$$\sigma=\left[A+B\varepsilon_p^n\right]\left[1+C\ln\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right]\left(1-T^{*m}\right) \qquad (۱۶)$$

به طوریکه m و n ثوابت ماده و A، B و C پارامترهای ماده، ε_p کرنش پلاستیک و T^* دمای همولوگ[5] می‌باشد که در این تحلیل برابر با صفر در نظر گرفته شده‌است، چون تغییرات دما در این تحلیل موردنظر نمی‌باشد. مقدار نرخ کرنش $\dot{\varepsilon}_0$ نیز برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شود. مشخصات آلیاژ آلومینوم درنظرگرفته در این تحقیق برای صفحات سلول‌ها مطابق با جدول ۱ می‌باشد.

1 Node-to-Surface Tie
2 Surface-to-Surface Interaction
3 Penalty
4 Johnson–Cook
5 homologous temperature



شکل ۹. نمودار تنش و کرنش حاصل از تحلیل المان محدود سازه‌ی سلولی برای ۳ مدل با طول سلول واحد ۱۸ میلیمتر

Fig. 9. Stress-Strain diagram of models with L=18mm

تحلیل مورد نظر با توجه به پارامترهای مذکور انجام می‌گیرد و روند تغییر شکل سازه‌ی سلولی مربوط به مدل ۱ تحت بار موردنظر مطابق با شکل ۸ الف می‌باشد. نمودار تنش و کرنش سازه‌ی سلولی موردنظر تحت ضربه‌ی دینامیکی واردشده مطابق با شکل ۸ ب می‌باشد. مقدار تنش در هر نقطه با استفاده از سطح مقطع سازه‌ی سلولی مورد نظر که برابر بدست آمده‌است. مقدار کرنش در هر مرحله نیز با استفاده از نسبت تغییر شکل به طول اولیه تعیین می‌شود.

همانطور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، روند تغییر شکل بدست‌آمده از این سازه‌ی سلولی روند مطابق با فوم‌های معمول می‌باشد به طوریکه از کرنش ۶۰ درصد تغییر شکل پلاستیک وارد مرحله تراکمی می‌شود. با توجه به نمودار تنش–کرنش حاصل‌شده، می‌توان نمودار رایج را در ناحیه معرفی‌شده فوق ترسیم کرد و مقدار کرنش تراکمی را در انتهای بخش پلاستیک نمودار تخمین زد. به عبارت دیگر، از انتهای بخش خطی یا الاستیک نمودار، خطی برابر با میانگین مقادیر تنش‌ها در محدوده‌ی پلاستیک ترسیم نموده و تقاطع این خط با خط ترسیم‌شده در محدوده‌ی تراکمی را موازی با محور تنش ترسیم کرده تا مقدار کرنش تراکمی حاصل شود. در شکل ۹ نمودار تنش–کرنش برای ۳ مدل شبیه‌سازی‌شده توسط نرم‌افزار آباکوس نمایش داده شده‌است. مقدار چگالی این فوم‌ها با توجه به سلول واحد یکسان آن‌ها برای مدل ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر با ۴۱۵/۵۲، ۴۸۸/۵۵ و ۴۰۱/۱۸ کیلوگرم بر متر مکعب بر اساس رابطه (۲۵) بدست می‌آید که با توجه به چگالی هر یک از آنها انتظار می‌رود که فوم با چگالی کمتر دارای محدوده‌ی پلاستیک بیشتری نسبت به فوم با چگالی بالاتر باشد که این موضوع توسط نمودار شکل ۹ تأیید می‌شود. با توجه به این روند شبیه‌سازی ۱۴ آزمایش شبیه‌سازی و نتایج حاصل از آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده‌است.

۱- ۲- روش حل تحلیلی مسئله

یکی از مهمترین پارامترهای یک سازه‌ی سلولی از جنس فلز، چگالی نسبی می‌باشد، که برابر با نسبت چگالی سازه‌ی سلولی (ρ^*) به چگالی فلز تشکیل‌دهنده‌ی فوم موردنظر (ρ_s) است. همان‌طور که می‌دانید، هر چقدر مقدار چگالی نسبی افزایش یابد، دیواره‌ی سلولهای فلزی ضخیم‌تر و از سوی دیگر فضاهای خالی کاهش خواهند یافت. برخی از روش‌های تئوری برای تحلیل فوم‌ها و بدست‌آوردن کرنش تراکمی ارائه شده‌است. مقدار کرنش تراکمی توسط اَشبی و گیبسون[1] [۲۲] با استفاده از نتایج تجربی، برای فوم‌های سلول باز و بسته به‌صورت زیر ارائه شده‌است:

$$\varepsilon_D = 1 - 1.4\left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) \qquad (۱۷)$$

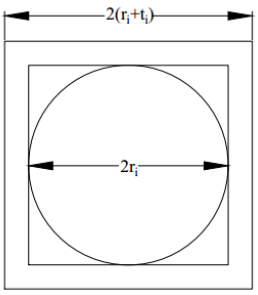
رابطه‌ی مربوط به مقدار کرنش تراکمی اخیراً توسط اَشبی برای فوم‌های سلول باز و بسته پیشنهاد شده‌است که رابطه‌ی منطبق بر نتایج تجربی و تئوری می‌باشد [۲۳]:

$$\varepsilon_D = (0.9-1)\left(1 - 1.4\frac{\rho^*}{\rho_s} + 0.4\left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^3\right) \qquad (۱۸)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، مقدار کرنش تراکمی مطابق رابطه فوق در یک محدوده قرار خواهد گرفت که با توجه به ضریب ۰/۹ و ۱ تعیین می‌شود [۲۳]. مقدار چگالی نسبی برای فوم‌های مدلسازی‌شده توسط این پژوهش را می‌توان با استفاده از حجم سلولهای ایجادشده (V_{cells}) نسبت به حجم مکعب اولیه (V_{cube}) که حاوی کره‌های موردنظر بوده‌است بدست آورد. محاسبه‌ی حجم سلول‌ها به صورت دقیق در این تحقیق با حاصلضرب سطح مقطع سلول‌ها در ضخامت انجام می‌شود، اما در این بخش با ارائه یک روش می‌توان به حجم سلول‌ها با دقت بالایی دست یافت. در این پژوهش با استفاده از فرضیه ساده‌سازی سلولها مقدار حجم سلولهای محاط بر کره‌ها را به صورت تحلیلی بدست آورده و سپس مقدار چگالی نسبی تعیین می‌شود و کرنش تراکمی فوم تخمین زده می‌شود.

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{V_{cells}}{V_{cube}} \qquad (۱۹)$$

1 L.J. Gibson, M.F. Ashby



شکل ۱۰. مدل ساده‌سازی‌شده از سلولهای محاط بر کره‌های موردنظر

Fig. 10. Simplified model of cells of foam

اگر مقدار حجم مکعب اولیه با طول ضلع L که همه‌ی کره‌ها درون آن قرار می‌گیرند برابر با V_{cube}، مقدار مجموع حجم کره‌ها V_{sp} و مقدار حجم هم‌پوشانی کره‌ها برابر با V_{ov} باشند و مقدار حجم هوای بین سلولها V_a باشد، مقدار مجموع حجم همه سلول‌ها با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$V_{cells} = V_{cube} - V_{Sp} - V_{ov} - V_a \qquad (۲۰)$$

برای بدست‌آوردن مستقیم حجم سلولها به صورت تحلیلی فرضیه ساده‌سازی سلول‌ها انجام گرفته‌است. برای ساده‌سازی سلولها، فرض می‌شود که تمام سلولها دارای شکل هندسی مکعب و دارای دیواره باشند به طوریکه ضخامت دیواره‌های آن‌ها برابر با t_i باشد (i تعداد کره‌های موجود در مکعب اولیه). در نتیجه با استفاده از رابطه‌ی (۲۱) مقدار حجم سلول‌های موجود در فوم مدلسازی‌شده (V_{cells}) تعیین می‌شود.

$$V_{cells} = \sum_{i=1}^{n}\left(8t_i^3 + 24t_i r_i^2 + 24t_i^2 r_i\right) \qquad (۲۱)$$

به طوریکه مقدار n و r_i به ترتیب برابر با تعداد کره‌های موجود در سلول واحد و شعاع کره‌های مذکور می‌باشد. در شکل ۱۰ سلول محاط بر کره با ضخامت میانگین وزنی نمایش داده شده‌است که سلول ساده‌سازی‌شده مطابق با فرضیه بیان‌شده در ابتدا طراحی شده‌است.

با توجه به رابطه‌ی (۲۱)، مقدار حجم سلول‌ها را مورد محاسبه قرار داده و سپس مقدار چگالی نسبی برای بدست‌آوردن کرنش تراکمی تعیین شده‌است. مقدار t_m و r_m برابر با ضخامت و شعاع میانگین وزنی سلول‌ها می‌باشد که از این مقادیر برای روش آماری بهره گرفته شده‌است. ρ_{PD} مقدار چگالی بسته‌بندی کره‌های موجود در مکعب اولیه می‌باشد که برابر با مجموع حجم کره‌ها به حجم مکعب اولیه است. L طول مکعب حاوی سلول‌ها است که برای هر یک از مدل‌ها در جدول ۲ ارائه شده‌است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار خطای روش المان محدود نسبت به روش تحلیلی (مربوط به مقالات قبل) بین ۱ تا ۵ درصد می‌باشد که برای تحلیل دقیق‌تر باید یک ضریب اصلاح برای حل تحلیلی در این پژوهش معرفی شود. با توجه به مقادیر بدست‌آمده برای کرنش تراکمی از طریق روابط (۱۷) و (۱۸) می‌توان رابطه‌ی (۲۲) را برای کرنش تراکمی در این پژوهش مطابق با نتایج تحلیل عددی و تحلیلی ارائه داد.

$$\varepsilon_D = 1 - \alpha_e \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(8t_i^3 + 24t_i r_i^2 + 24t_i^2 r_i\right)}{L^3} \right) \qquad (۲۲)$$

به طوری‌که مقدار α_e برای اصلاح رابطه‌ی فوق مورد استفاده قرار گرفته‌است و مقدار آن تقریباً در محدوده‌ی ۱/۴۵ تا ۱/۵ قرار دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کرنش تراکمی بدست‌آمده از رابطه‌ی (۲۲) به ضخامت سلول‌ها، حجم کره‌ی سلولها و ابعاد مکعب اولیه وابسته می‌باشد. در نتیجه می‌توان پارامتر α_e را ضریب اصلاح حجم سلول‌ها نامید و با انجام روش سطح پاسخ[1] روی مقادیر مختلف این ضریب، این نتیجه حاصل می‌شود که این پارامتر از مقادیر ضخامت‌ها، حجم کره‌ها و طول ابعاد مکعب مستقل می‌باشد. با توجه به اختلاف کم محدوده‌ی ضریب α_e مقدار متوسط آن حاصل از این آزمایش‌ها را می‌توان با تکیه بر نتایج حل عددی بدست آورد که برابر با مقدار ۱/۴۷۵ می‌شود. بنابراین،

$$\varepsilon_D = 1 - 1.475 \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(8t_i^3 + 24t_i r_i^2 + 24t_i^2 r_i\right)}{L^3} \right) \qquad (۲۳)$$

نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام‌شده در جدول ۳ به همراه نتایج تحلیلی حاصل از رابطه‌ی (۲۳) ارائه شده‌است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر کرنش تراکمی بدست‌آمده از روش تحلیلی دارای خطای حداکثر ۰/۵ درصد نسبت به مقادیر بدست‌آمده از روش المان محدود می‌باشد. پارامترهای مربوط به رابطه (۲۳)، وابسته به شعاع کره‌های موجود در سلول واحد و همچنین ضخامت جداره‌ها سلولهای لاگوئر می‌باشد.

1 [1] Response Surface Methodology (RSM)

جدول ۲. مدل‌های مورد آنالیز و نتایج حاصل از آن‌ها

Table 2. Models and Results studied

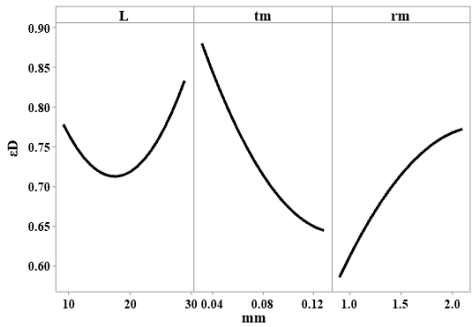
مدل	t_m (mm)	r_m (mm)	L (mm)	ρ_{PD}	ε_D المان محدود (خطا نسبت به رابطه ۱۸ با ضریب ۱)	V_{cells} (mm^3) تحلیلی	ε_D رابطه (۱۷)	ε_D رابطه (۱۸) ضریب ۰/۹	ε_D رابطه (۱۸) ضریب ۱
۱	۰/۰۸۷۹۹	۱/۱۳۰	۱۲	۰/۵۴۳۹	۰/۶۱ (٪ ۳/۱۵)	۴۶۶/۴۸	۰/۶۲۲۱	۰/۵۶۶۹	۰/۶۲۹۹
۲	۰/۰۸۲۱۰	۲/۰۵۰	۱۸	۰/۶۷۴۷	۰/۷۷ (٪۲/۰۳)	۸۹۷/۵۴	۰/۷۸۴۵	۰/۷۰۷۴	۰/۷۸۶۰
۳	۰/۰۶۰۸	۱/۳۳۰	۱۸	۰/۶۰۸۰	۰/۷۴ (٪۱/۴۶)	۱۰۴۸/۸۰	۰/۷۴۸۷	۰/۶۷۵۹	۰/۷۵۱۰
۴	۰/۰۷۸۲	۱/۹۹۰	۱۸	۰/۶۷۷۱	۰/۷۸ (٪۱/۶۷)	۸۶۶/۵۵	۰/۷۹۲۰	۰/۷۱۴۰	۰/۷۹۳۳
۵	۰/۰۵۶۰	۱/۵۲۰	۱۸	۰/۶۹۲۷	۰/۷۹ (٪۱/۱۲)	۸۴۹/۳۰	۰/۷۹۷۸	۰/۷۱۹۱	۰/۷۹۹۰
۶	۰/۰۸۰۵	۱/۲۶۰	۲۰	۰/۵۳۸۶	۰/۶۸ (٪۲/۲۱)	۱۷۶۵/۴۰	۰/۶۹۱۱	۰/۶۲۵۸	۰/۶۹۵۴
۷	۰/۰۶۹۰	۱/۴۲۰	۱۵	۰/۶۴۷۵	۰/۷۳ (٪۲/۵۷)	۶۱۰/۱۰	۰/۷۴۶۹	۰/۶۷۴۴	۰/۷۴۹۳
۸	۰/۰۸۹۰	۱/۵۱۳	۲۲	۰/۵۵۲۲	۰/۷۱ (٪۲/۳۷)	۲۰۹۷/۷۰	۰/۷۲۴۲	۰/۶۵۴۵	۰/۷۲۷۳
۹	۰/۱۱۷۰	۱/۳۱۰	۱۶	۰/۴۸۳۵	۰/۶۰ (٪۵/۶۰)	۱۰۸۸/۱۰	۰/۶۲۸۱	۰/۵۷۲۰	۰/۶۳۵۶
۱۰	۰./۰۸۶۱	۱/۸۲۳	۲۵	۰/۵۹۳۳	۰/۷۶ (٪۲/۳۶)	۲۴۹۰/۸۰	۰/۷۷۶۸	۰/۷۰۰۶	۰/۷۷۸۴
۱۱	۰/۰۳۳۵	۱/۱۷۸	۱۴	۰/۷۶۰۷	۰/۸۱ (٪۰/۶۶)	۳۶۳/۵۱	۰/۸۱۴۵	۰/۷۳۳۹	۰/۸۱۵۴
۱۲	۰/۰۵۵۵	۱/۴۰۰	۱۷	۰/۶۷۷۷	۰/۷۶ (٪۲/۳۰)	۷۴۸/۸۸	۰/۷۷۶۳	۰/۷۰۰۱	۰/۷۷۷۹
۱۳	۰/۰۸۳۰	۱/۶۵۷	۲۳	۰/۵۹۲۹	۰/۷۴ (٪۳/۷۱)	۲۲۰۷/۱۱	۰/۷۶۶۷	۰/۶۹۱۷	۰/۷۶۸۵
۱۴	۰/۰۵۵۰	۰/۹۹۴	۱۰	۰/۶۵۰۲	۰/۶۷ (٪۳/۴۳)	۲۲۱/۸۲	۰/۶۸۹۴	۰/۶۲۴۴	۰/۶۹۳۸

۴-۱- روش سطح پاسخ برای حل مسئله

روش سطح پاسخ مجموعه‌ای از روش‌های ریاضی است که رابطه بین یک یا چند متغیر پاسخ را با چندین متغیر مستقل تعیین می‌کند [۳۱]. روش سطح پاسخ، یک مجموعه از تکنیک‌های آماری و ریاضیات کاربردی برای ساخت مدل های تجربی است. هدف در طرح های سطح پاسخ، بهینه‌سازی پاسخ می‌باشد که متأثر از چندین متغیر مستقل می باشد. پس از بدست‌آوردن یک مدل تقریبی، جواب توسط تحلیل رگرسیون تحت بررسی قرار گرفته‌است تا مشخص شود که خط واریانس تعیین‌شده چقدر با میزان مشاهدات واقعی تطابق دارد. اگر جواب تایید نشود تخمین فرآیند دوباره شروع می شود و آزمایش‌ها بیشتری انجام می شود. در طراحی آزمایش‌ها، هدف، شناسایی و تحلیل متغیرهای موثر بر خروجی‌ها با کمترین تعداد آزمایش است. در این پژوهش، در ابتدا با ۱۰ آزمایش روش سطح پاسخ انجام گرفته‌است و نتایج تحلیل رگرسیون نشان داد که تطابق جواب با مشاهدات دیگر فاصله قابل توجهی پیدا کرد. با همین روال تا ۱۴ آزمایش روش سطح پاسخ انجام گرفت و تحلیل رگرسیون این آزمایش‌ها ورودی تطابق مناسبی با دیگر مشاهدات انجام‌گرفته داشت و می‌توان این طور بیان کرد که حداقل آزمایش‌ها برای دست‌یافتن به تحلیل رگرسیون مناسب ۱۴ آزمایش است. در رابطه (۲۴) مدل تقریبی ارائه‌شده توسط روش سطح پاسخ نمایش داده شده‌است:

$$\varepsilon_D = 0.5287 - 0.00828L - 7.088t_m + 0.668r_m + 0.0000931L^2 + 19.90t_m^2 + 0.0991r_m^2 - 0.0065Lt_m - 0.01586Lr_m + 1.079t_m r_m \quad (۲۴)$$

برتری این مدل نسبت به مدل تحلیلی ارائه‌شده در این پژوهش این می‌باشد که در این مدل متغیرها شعاع میانگین و ضخامت میانگین سلول‌ها می‌باشد که تخمین رفتار کرنش تراکمی فوم با استفاده از



شکل ۱۱. نمودار تاثیر هر یک از پارامترها روی مقدار کرنش تراکمی توسط روش سطح پاسخ (L، tm و rm بر حسب میلیمتر می‌باشند)

Fig. 11. Effects of various parameters on densification strain in RSM (L, tm, rm (mm))

این پارامترها بسیار پراهمیت می‌باشد. از سوی دیگر، با استفاده از میانگین وزنی مقادیر ضخامت و شعاع کره‌ها مقدار کرنش تراکمی با دقت کمتری نسبت به روش تحلیلی (که حاوی شعاع همه کره‌ها و ضخامت هم سلولها می‌باشد) تخمین زده شده‌است. این طور می‌توان نتیجه گرفت که روش سطح پاسخ روش سریع‌تری برای دستیابی به مقدار کرنش تراکمی می‌باشد در حالی‌که روش تحلیلی این مقدار را به دقت بالاتری تخمین می‌زند. در شکل ۱۱ تاثیر هر یک از پارامترها بر مقدار کرنش تراکمی توسط مدل بدست‌آمده از روش سطح پاسخ نمایش داده شده‌است.

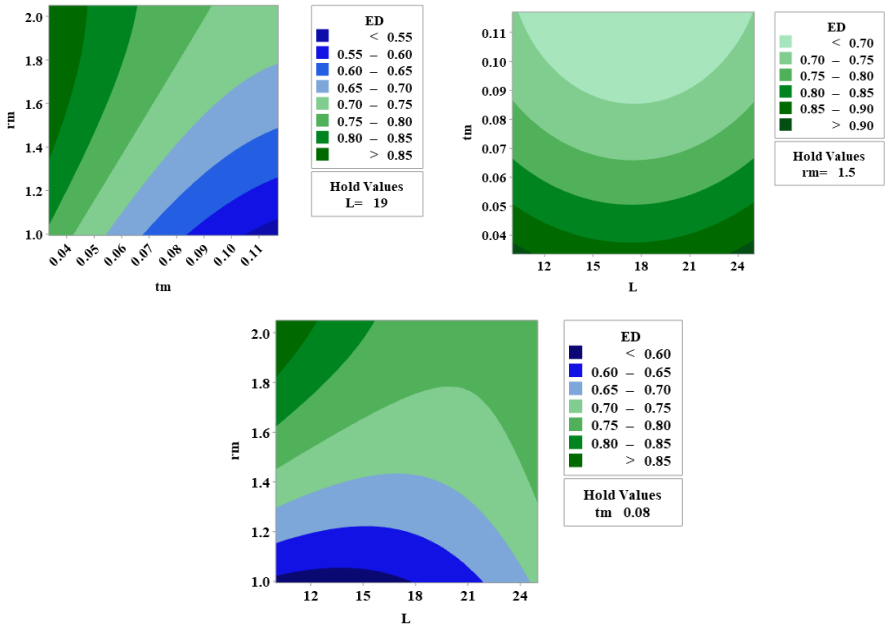
همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار شعاع میانگین دارای رابطه مستقیم و ضخامت میانگین رابطه‌ی غیرمستقیم با مقدار کرنش تراکمی دارند. این بدین معنی است که برای بدست‌آوردن مقادیر کرنش تراکمی بالاتر باید ضخامت سلول‌ها کم و شعاع کره‌ها افزایش یابد و فوم دارای سلولهای بزرگ همراه با ضخامت کم باشد. فوم در این شکل یک ساختار با چگالی پایین و سبک‌تر می‌باشد. در شکل ۱۲ تاثیر پارامترها به صورت همزمان بر کرنش تراکمی مورد توجه قرار گرفته‌است. به عبارت دیگر با ثابت‌نگه‌داشتن یکی از پارامترها، تاثیر دو پارامتر دیگر به صورت همزمان نمایش داده شده‌است.

همان‌طورکه مشاهده می‌شود، بیشترین مقدار کرنش تراکمی هنگامی که مقدار شعاع میانگین ثابت در نظر گرفته شود، در هنگامی اتفاق می‌افتد که مقدار ضخامت میانگین پایین باشد و ابعاد فوم دارای مقداری متوسط در محدوده مورد بررسی باشد. همچنین مشاهده می‌شود که سلول‌های بزرگتر با ضخامت جداره‌ی پایین‌تر دارای کرنش تراکمی بالاتر می‌باشند. از طرفی مقادیر پایین کرنش تراکمی متعلق به حالتی می‌باشد که ضخامت جداره‌ها افزایش یابد و شعاع میانگین کره‌ها کاهش یابد. در این حالت سازه‌ی سلولی به سمت جسم صلب نزدیکتر می‌شود. در جدول ۳ مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل سطح پاسخ ارائه‌شده در رابطه (۲۴) با مقادیر رابطه تحلیلی (۲۳) و مدل المان محدود آن‌ها مورد مقایسه قرار گرفته‌است.

همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، مقادیر کرنش تراکمی حاصل از روش عددی، روش تحلیلی و روش سطح پاسخ مطابقت خوبی با یکدیگر دارند. چگالی فوم آلومینومی ارائه‌شده در این تحقیق با استفاده از مقدار حجم سلولهای فوم که از روش تحلیلی تعیین شده‌است همراه با چگالی فلز آلومینوم و حجم سلول واحد مطابق با رابطه‌ی (۲۵) تعیین شده‌است:

$$\rho_{foam} = \frac{\rho_s V_{cells}}{V_{cube}} \qquad (۲۵)$$

چگالی فوم آلومینومی شماره ۱ و ۲ که در تحقیق انجام‌شده توسط سالاری‌پور و همکارانش [۳۲] انجام گرفته‌است، به ترتیب برابر با ۵۰۰ و ۶۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد. در جدول ۴ مقادیر کرنش تراکمی تعیین‌شده در این تحقیق توسط روشهای مختلف و تجربی [۳۲] مورد مقایسه قرار گرفته‌است. به عبارت دیگر، فوم ۱ [۳۲] با



شکل ۱۲. نمودار (L، tm و rm بر حسب میلیمتر می‌باشند)

Fig. 12. Simultaneous effect of various parameters on the densification strain by RSM (L, tm, rm (mm))

جدول ۳. مدل‌های مورد آنالیز برای اعتبارسنجی روش سطح پاسخ و روش تحلیلی

Table 3. Comparison RSM and analytical method and validating the results by FEM

مدل	t_m (mm)	r_m (mm)	L (mm)	ρ_{PD}	V_{cells} (mm^3) تحلیلی	ε_D المان محدود	ε_D رابطه (۲۳) – خطا نسبت به المان محدود	ε_D رابطه (۲۴) – خطا نسبت به المان محدود
۱۵	۰/۰۷۵۳	۱/۸۱۲۲۶۱	۲۴	۰/۶۳۰۳	۲۰۱۲/۵۷	۰/۷۸	۰/۷۹۶۱ (٪-۲/۰۶)	۰/۷۷۶۱ (٪۰/۵)
۱۶	۰/۱۲۳۴	۱/۴۵۷۹۸۹	۲۰	۰/۴۷۹۹	۱۸۷۱/۷۱	۰/۶۵	۰/۶۵۴۹ (٪-۰/۷۵)	۰/۶۴۲۷ (٪۱/۱۲)
۱۷	۰/۱۱۷۴	۱/۶۰۲۲۱۷	۲۱	۰/۵۰۵۶	۲۰۳۸/۴۰	۰/۶۸	۰/۶۷۵۳ (٪۰/۶۹)	۰/۶۷۶۷ (٪۰/۴۸)
۱۸	۰/۱۰۱۶	۱/۱۱۵۶۶۸	۲۱	۰/۴۳۹۹	۲۴۶۹/۹۰	۰/۶۱	۰/۶۰۶۶ (٪۰/۵۵)	۰/۶۰۹۳ (٪۰/۱۱)
۱۹	۰/۰۶۴۰	۱/۴۴۱۷۶۷	۱۷	۰/۶۵۸۵	۸۱۰/۴۷	۰/۷۶	۰/۷۵۶۶ (٪۰/۴۴)	۰/۷۴۵۸ (٪۱.۸۶)
۲۰	۰/۱۲۱۰	۱/۴۷۱۱۵۶	۱۹	۰/۴۹۱۶	۱۶۳۶/۵۰	۰/۶۵	۰/۶۴۸۰ (٪۰/۳۱)	۰/۶۴۳۲ (٪۱.۰۴)
۲۱	۰/۰۷۵۰	۱/۳۲۰۶۵۱	۱۵	۰/۶۱۴۳	۶۷۳/۵۹	۰/۷۱	۰/۷۰۵۶ (٪۰/۶۲)	۰/۶۸۹۰ (٪۲.۹۵)

مدل ۱۳ و فوم ۲ [۳۲] با مدل ۱۷ در این تحقیق دارای مقدار چگالی تقریباً برابر می‌باشند.

همانطور که مشاهده می‌شود، مقادیر کرنش تراکمی بدست‌آمده در این تحقیق دارای تطابق مناسبی با مقادیر ارائه‌شده در تحقیق [۴۰] می‌باشد. مقدار کرنش تراکمی بدست‌آمده در این تحقیق برای فوم با چگالی ۴۸۹/۷۸ کیلوگرم بر مترمکعب و فوم شماره ۱ در تحقیق [۴۰] که چگالی ۵۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب را دارد، دارای اختلاف تقریباً ۴ درصد می‌باشد که با توجه به اینکه مقدار چگالی این دو نمونه نیز دارای اختلاف ۲ درصدی می‌باشند، تطابق بسیار خوب کرنش تراکمی بدست‌آمده در این تحقیق از روش تحلیلی و المان محدود را نشان می‌دهد. این تطابق مناسب بین نتایج این پژوهش و تجربی در فوم مدل ۱۷ و فوم مدل ۲ در منبع [۴۰] نیز برقرار می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از تشکیل یک سلول واحد با مشخصات آماری مشخص‌شده و با استفاده از روش مدلسازی سلولی لاگوئر یک فوم آلومینیومی با سلول‌های بسته مورد مدلسازی و شبیه‌سازی دینامیکی قرار گرفت. شبیه‌سازی رفتار دینامیکی فوم تحت ضربه با استفاده از حلگر المان محدود آباکوس انجام گرفته‌است و نتایج حاصل از این تحلیل با نتایج تجربی مورد صحت‌سنجی قرار گرفته‌است. پس از اطمینان از نتایج تحلیل المان محدود یک روش تحلیلی ارائه شده‌است. همچنین رفتار دینامیکی بدست‌آمده از تحلیل المان محدود نشان‌دهنده‌ی مدل مناسب سلول واحد فوم می‌باشد که می‌تواند در تحقیقات آینده با استفاده از این روش به بهبود روابط تئوری معادله مشخصه فوم‌ها کمک شایانی کند و با این روابط بتوان با دقت بالاتری مقدار کرنش تراکمی را بدون استفاده از تحلیل‌های تجربی فراوان تخمین زد. نتایج حاصل از تحلیل سطح پاسخ نیز با نتایج تئوری و المان محدود تطابق مناسبی دارد که هر یک از این مدل‌ها کاربرد خاص خودش را دارا می‌باشد. روش المان محدود به طور کامل رفتار الاستیک–پلاستیک سازه‌ی سلولی مورد نظر را در اختیار قرار می‌دهد که می‌تواند منجر به دستیابی به یک معادله‌ی ساختاری از فوم که تابعی از میکروساختار فوم می‌باشد شود. با استفاده از مدل آماری ارائه‌شده در این تحقیق با دقت کمتری و با سرعت بیشتری می‌توان مقدار کرنش تراکمی را برای سازه‌ی سلولی مورد نظر تخمین زد با این تفاوت که در این مدل متغیرهای آن شعاع و ضخامت میانگین سلول‌ها می‌باشد که می‌تواند منجر به ارائه‌ی یک فوم با مشخصات مورد نیاز باشد. نتایج حاصل از روش سطح پاسخ نشان می‌دهد که، سلول‌های بزرگتر با ضخامت جداره‌ی پایین‌تر دارای کرنش تراکمی بالاتر می‌باشند. از طرفی مقادیر پایین کرنش تراکمی متعلق به حالتی می‌باشد که ضخامت جداره‌ها افزایش یابد و شعاع میانگین کره‌ها کاهش یابد. مقدار شعاع میانگین دارای رابطه مستقیم و ضخامت میانگین رابطه‌ی غیرمستقیم با مقدار کرنش تراکمی دارند. این بدین

جدول ۴. مقایسه روش تحلیلی، سطح پاسخ و المان محدود با نتایج تجربی [۳۲]

Table 4. Comparison RSM, analytical and FEM by experimental results

مدل	چگالی فوم آلومینیومی (kg/m^3)	کرنش تراکمی			
		تحلیلی	سطح پاسخ	المان محدود	تجربی [۳۲]
۱۷	۵۹۴/۲۸	۰/۶۷۵۳	۰/۶۷۶۷	۰/۶۸	۰/۶۴
۱۳	۴۸۸/۰۸	۰/۷۳۲۴	-	۰/۷۴	۰/۷۰

معنی است که برای بدست‌آوردن مقادیر کرنش تراکمی بالاتر باید ضخامت سلول‌ها کم و شعاع کره‌ها افزایش یابد و فوم دارای سلولهای بزرگ همراه با ضخامت کم باشد. در نهایت هر سه روش تحلیل، دارای تطابق مناسبی از نتایج می‌باشند و همچنین نتایج تحلیلی والمان محدود دارای تطابق مناسب با نتایج تجربی می‌باشد. مقایسه بین سه روش ارائه‌شده برای تحلیل فوم‌ها در این مقاله نشان می‌دهد که روش حل المان محدود، روش با صرف زمان بیشتر، تحلیل کامل‌تر و دقت قابل قبول‌تری ارائه می‌دهد در حالی‌که روش تحلیلی، روش سریعتر و دقت بالاتر نسبت به حل المان محدود می‌باشد. روش سطح پاسخ نیز روش سریعتر نسبت به هر دو روش قبل و با دقت پایین‌تری کرنش تراکمی را تخمین خواهد زد.

۶- فهرست علائم

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	ضریب جانسون-کوک، MPa
a	شعاع منحنی اشتراک بین دو کره دارای هم‌پوشانی، mm
B	ضریب جانسون-کوک، MPa
C	ضریب جانسون-کوک، MPa
C_v	پارامتر معادله توزیع حجم کره‌ها
d_l	فاصله بین نقاط، mm
d	فاصله بین نقاط مرکز کره‌های دارای هم‌پوشانی کلی، mm
E_{kin}	انرژی جنبشی، J
i	شمارشگر کره‌ها
L	طول سلول واحد، mm
L_1	تعداد کره‌های دارای هم‌پوشانی جزئی
m	ضریب جانسون-کوک
n	ضریب جانسون-کوک
P_i	مختصات مرکز کره‌ها، mm
Q	مختصات مرکز کره‌ها، mm
R	شعاع کره‌های بزرگتر در کره‌های هم‌پوشانی، mm
R^*	مجموعه وزن سلول
r	شعاع کره‌های کوچکتر در کره‌های هم‌پوشانی، mm
r_i	وزن هر سلول، mm
r_m	شعاع میانگین وزنی سلول‌ها، mm
r_s	شعاع کره‌های دارای هم‌پوشانی کلی، mm
r_l	شعاع کره‌های دارای هم‌پوشانی جزئی، mm
S	ناحیه
S_1	تعداد کره‌های دارای هم‌پوشانی کلی
T^*	دمای همولوگ، °C
t	ضخامت سلول‌ها، mm
t_m	ضخامت میانگین وزنی سلول‌ها، mm
V	پارامتر متغیر حجم سلول‌ها، mm^3
V_{cells}	حجم کل سلول‌ها، mm^3
V_{cube}	حجم سلول واحد، mm^3
V_m	حجم میانگین سلول‌ها، mm^3
V_{Fo}	مجموع حجم هم‌پوشانی کلی، mm^3
V_{Po}	مجموع حجم هم‌پوشانی جزئی، mm^3
V_{ov}	مجموع حجم هم‌پوشانی، mm^3

علائم یونانی

α_e	ضریب اصلاح رابطه تحلیلی کرنش تراکمی
ρ	چگالی، kg/m^3
ρ_{foam}	چگالی فوم، kg/m^3
ρ^*	چگالی سازه‌ی سلولی، kg/m^3
ρ_s	چگالی فلز آلومینوم، kg/m^3

۷- مراجع

[1] G. Lu, T. Yu, Energy absorption of structures and materials, Elsevier, 2003.

[2] A. Shiravand, M. Asgari, Hybrid metal-composite conical tubes for energy absorption; theoretical development and numerical simulation, Thin-Walled Structures, 145 (2019) 106442.

[3] M.B. Azimi, M. Asgari, A new bi-tubular conical–circular structure for improving crushing behavior under axial and oblique impacts, International Journal of Mechanical Sciences, 105 (2016) 253-265.

[4] Z. Liu, Z. Huang, Q. Qin, Experimental and theoretical investigations on lateral crushing of aluminum foam-filled circular tubes, Composite Structures, 175 (2017) 19-27.

[5] Q. Feng, C. Liao, Y. Ma, G. Yang, Optimization of Pore Walls Microstructure in Open Cell Aluminum Foams Utilizing Self-Propagating Reaction, MATERIALS TRANSACTIONS, (2019) MT-M2019124.

[6] H. Zhu, A. Windle, Effects of cell irregularity on the high strain compression of open-cell foams, Acta Materialia, 50(5) (2002) 1041-1052.

[7] H. Zhu, J. Hobdell, A. Windle, Effects of cell irregularity on the elastic properties of open-cell foams, Acta materialia, 48(20) (2000) 4893-4900.

[8] Y.-L. Yuan, Z.-X. Lu, Calculation of the elastic modulus of low density open-cell foams with random model, Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 25(2) (2004) 130-132.

[9] Y. Gan, C. Chen, Y. Shen, Three-dimensional modeling of the mechanical property of linearly elastic open cell foams, International Journal of Solids and Structures, 42(26) (2005) 6628-6642.

[10] K. Li, X.-L. Gao, G. Subhash, Effects of cell shape and strut cross-sectional area variations on the elastic properties of three-dimensional open-cell foams, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 54(4) (2006) 783-806.

[11] Z. Fan, Y. Wu, X. Zhao, Y. Lu, Simulation of polycrystalline structure with Voronoi diagram in Laguerre geometry based on random closed packing of spheres, Computational Materials Science, 29(3) (2004) 301-308.

[12] Y. Song, Z. Wang, L. Zhao, J. Luo, Dynamic crushing behavior of 3D closed-cell foams based on Voronoi random model, Materials & Design, 31(9) (2010) 4281-4289.

[13] C. Redenbach, I. Shklyar, H. Andrä, Laguerre tessellations for elastic stiffness simulations of closed foams with strongly varying cell sizes, International Journal of Engineering Science, 50(1) (2012) 70-78.

[14] Q.H. Jebur, Characterisation and modelling of transversely isotropic flexible viscoelastic foam, University of Glasgow, 2013.

[15] Z. Li, C. Xi, L. Jing, Z. Wang, L. Zhao, Effect of loading rate on the compressive properties of open-cell metal foams, Materials Science and Engineering: A, 592 (2014) 221-229.

[16] Y. Chen, R. Das, M. Battley, Effects of cell size and cell wall thickness variations on the stiffness of closed-cell foams, International Journal of Solids and Structures, 52 (2015) 150-164.

[17] S. Wang, Y. Ding, C. Wang, Z. Zheng, J. Yu, Effect of relative density of the dynamic impact behaviors of closed cell foam, in: Proceedings of the ASME 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE'16), 2016.

[18] P. Zhang, Z. Wang, L. Zhao, Dynamic crushing behavior of open-cell aluminum foam with negative Poisson's ratio, Applied Physics A, 5(123) (2017) 1-11.

[19] C. Chen, T. Lu, N. Fleck, Effect of imperfections on the yielding of two-dimensional foams, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 47(11) (1999) 2235-2272.

[20] D. Bourne, P. Kok, S. Roper, W. Spanjer, Laguerre tessellations and polycrystalline microstructures: A fast algorithm for generating grains of given volumes, arXiv preprint arXiv:1912.07188, (2019).

[21] Y. Sun, Q. Li, Dynamic compressive behaviour of cellular materials: A review of phenomenon, mechanism and modelling, International Journal of Impact Engineering, 112 (2018) 74-115.

[22] L.J. Gibson, M.F. Ashby, Cellular solids: structure and properties, Cambridge university press, 1999.

[23] M.F. Ashby, A. Evans, N.A. Fleck, L.J. Gibson, J.W. Hutchinson, H.N. Wadley, Metal foams: a design guide: Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, ISBN 0-7506-7219-6, Published 2000, Hardback, 251 pp., $75.00, in, Elsevier, 2002.

[24] M. Avalle, G. Belingardi, R. Montanini, Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram, International Journal of Impact Engineering, 25(5) (2001) 455-472.

[25] E.B. Matzke, The three-dimensional shape of bubbles in foam-an analysis of the role of surface forces in three-dimensional cell shape determination, American Journal of Botany, (1946) 58-80.

[26] S. Kanaun, O. Tkachenko, Mechanical properties of open cell foams: Simulations by laguerre tesselation procedure, International Journal of Fracture, 140(1-4) (2006) 305-312.

[27] K. Li, X.-L. Gao, G. Subhash, Effects of cell shape and cell wall thickness variations on the elastic properties of two-dimensional cellular solids, International Journal of Solids and Structures, 42(5) (2005) 1777-1795.

[28] F. Rhines, B. Patterson, Effect of the degree of prior cold work on the grain volume distribution and the rate of grain growth of recrystallized aluminum, Metallurgical Transactions A, 13(6) (1982) 985-993.

[29] G. Ma, Z. Ye, Z. Shao, Modeling loading rate effect on crushing stress of metallic cellular materials, International Journal of Impact Engineering, 36(6) (2009) 775-782.

[30] S. Zhu, G.B. Chai, Low-velocity impact response of fibre–metal laminates–Experimental and finite element analysis, Composites Science and Technology, 72(15) (2012) 1793-1802.

[31] R.H. Myers, D.C. Montgomery, C.M. Anderson-Cook, Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, Wiley, 2016.

[32] H. Salaripoor, M.B. Azimi, M. Asgari, Optimized foam filling configuration in bi-tubular crush boxes; a comprehensive experimental and numerical analysis, Engineering Research Express, (2020).

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Ali Shiravand, Masoud Asgari. A new method for estimating the compressive strain of cellular structures using microstructure of foams based on Laguerre tessellations ,Amirkabir J. Mech. Eng., 53(6)(2021) 3629-3644.

DOI: 10.22060/mej.2020.18265.6795

This page intentionally left blank