



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و هفت، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۳۱ تا ۳۱
Vol. 47, No. 1, Summer 2015, pp. 13-31



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)
(AJSR - ME)

معرفی یک الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی هارمونی اصلاح شده برای بررسی روش‌های معرفی‌کننده‌ی هندسه ایرفویل و بهینه‌سازی آیرودینامیکی

فرهاد جلیلی^{۱*}، مجید ملک‌جعفریان^۲، علی صفوی‌نژاد^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
۲- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

(دریافت ۱۳۹۰/۹/۲۱، پذیرش ۱۳۹۳/۱۲/۱۹)

چکیده

استفاده از یک روش توصیف‌کننده‌ی هندسه‌ی ایرفویل یکی از نیازهای اساسی برای بهینه‌سازی ایرفویل‌ها است. انتخاب این روش نقش بسیار مهمی در بهینه‌سازی دارد، به طوری که استفاده از روشی نامناسب، نتایج ضعیفی را ارائه داده و همگرایی را به تأخیر خواهد انداخت. از این رو در کار حاضر، اصلاحی بر الگوریتم تکاملی بهینه‌سازی جستجوی هارمونی انجام شده و با استفاده از آن و یک طراحی بهینه‌سازی معکوس (با یک تابع هزینه غیر آیرودینامیکی)، سه روش متداول معرفی‌کننده‌ی هندسه‌ی ایرفویل (منحنی‌های بزیر، روش پارسس و فرمول‌های ۴ رقمی ناکا) مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که منحنی‌های بزیر و روش پارسس دارای کارایی بالایی نسبت به فرمول‌های ۴ رقمی ناکا هستند. در نهایت روش پارسس به دلیل داشتن پارامتر کنترلی کمتر، به همراه الگوریتم بهینه‌سازی اصلاح شده، برای بهینه‌سازی هندسه‌ی یک ایرفویل تحت جریان لزج و درهم، با هدف بیشینه نمودن نسبت برآ به پسا استفاده شده است. برای انجام این مهم، معادلات دو بعدی تراکم‌پذیر ناویر-استوکس به همراه مدل درهم اسپالارت-آلماراس در اطراف ایرفویل حل گردیده‌اند. نتایج به دست آمده نشان از توانایی بالای الگوریتم بهینه‌سازی اصلاح شده به منظور ارزیابی روش‌های توصیف‌کننده‌ی هندسه ایرفویل و بهینه‌سازی آیرودینامیکی دارد.

کلمات کلیدی

بهینه‌سازی آیرودینامیکی، ارزیابی روش‌های معرفی‌کننده‌ی هندسه‌ی ایرفویل، الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی هارمونی اصلاح شده، نسبت برآ به پسا، معادلات ناویر-استوکس.

* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات Email: f.jalili65@gmail.com

۱- مقدمه

بهینه‌سازی هندسه، یکی از مسائلی است که به صورت مکرر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در دینامیک سیالات، جستجو برای یافتن هندسه‌ی بهینه‌ی آیرودینامیکی به زمان نیوتن برمی‌گردد. تلاش برای حصول به یک جسم تقارن محوری با مینیمم نیروی بازدارنده از طرف سیال اطراف خود، در حین حرکت در آن (که سرعت سیال ثابت و در جهت محور تقارن جسم باشد)، منجر به پیدایش اشکالی شده است که اصطلاحاً اشکال هیدرودینامیکی یا آیرودینامیکی نامیده می‌شوند. در این میان، ایرفویل‌ها پر کاربردترین اشکال آیرودینامیکی طراحی شده هستند [۱].

پیشرفت روزافزون قدرت محاسباتی در کنار توسعه‌ی روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)^۱ در چند دهه‌ی اخیر باعث شده است که تحقیقات قابل توجهی در زمینه‌ی بهینه‌سازی شکل ایرفویل‌ها انجام گیرد. با وجود این تحقیقات گسترده و حصول پیشرفت‌های بزرگی در این زمینه، اما پیشرفت و ترقی بیشتری نیاز است، تا بتواند پاسخگوی درخواست‌های روزافزون بشر در زمینه‌های مختلف و کاربردهای عملی باشد. در این راستا می‌توان به بهینه‌سازی ایرفویل‌ها با هدف بیشینه کردن برآ، کمینه کردن پسا، بیشینه کردن نسبت برآ به پسا، کنترل جدایش جریان، کنترل گذر به آشفتگی و غیره پرداخت [۵-۱].

بهینه‌سازی هندسه‌ی اشکال آیرودینامیکی، توسط سه عنصر اساسی بیان می‌شوند: ابتدا انتخاب روندی برای توصیف هندسه و تغییر آن به وسیله‌ی متغیرهای کنترلی، سپس اختیار مدلی برای انجام محاسبات آیرودینامیکی و در انتها استفاده از یک روش بهینه‌سازی مناسب [۶]. بدیهی است که محاسبات آیرودینامیکی نقش اصلی را در بهینه‌سازی دارد، اما تاثیر نحوه‌ی توصیف هندسه و روش بهینه‌سازی نیز بسیار مهم است. به طوری که استفاده از روش‌های نامناسب، نتایج ضعیفی را ارائه خواهد داد و چه بسا همگرایی را به تاخیر خواهد انداخت [۷].

منظور از توصیف هندسه‌ی یک ایرفویل عبارت است از روشی که به وسیله‌ی آن، هندسه‌ی یک ایرفویل ایجاد گردد. در به وجود آمدن این ایرفویل، پارامترهایی باید دخیل باشند، به طوری که با تغییر در آن پارامترها بتوان هندسه‌ی ایرفویل را تغییر داد. روش‌های متفاوتی به عنوان این ابزار مورد استفاده قرار می‌گیرند. از آن جمله می‌توان به روش توابع بی-اسپلاین^۲ [۹، ۸]، منحنی-های بزی^۳ [۱۰، ۱۱]، توابع هیک-هن بامب^۴ [۶]، روش پارسس^۵ [۹، ۱۲]، روابط ایرفویل‌های ۴ رقمی ناکا^۶ [۱۳] و غیره اشاره کرد. در یک دسته‌بندی کلی، روش‌های بهینه‌سازی به دو گروه روش‌های مبتنی بر گرادیان و روش‌های غیر مبتنی بر گرادیان

(روش‌های اکتشافی یا مکاشفه‌ای)^۷ تقسیم می‌شوند. روش‌های گرادیانی، همواره با مشتق اول و گاه‌ها مشتق دوم تابع هزینه (و توابع محدودکننده) سر و کار دارند. از جمله این روش‌ها می‌توان حساب دیفرانسیل، حساب تغییرات، برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی و غیره را نام برد. این تکنیک‌ها برخلاف همگرایی سریع، در حل برخی مسائل گاه‌ها دچار مشکل می‌شوند. از این موارد می‌توان حالت‌هایی مانند رویارویی با توابع پله‌ای، توابع ناپیوسته، توابع دارای نقاط نوک‌تیز و غیره را نام برد. به دلیل وجود این کاستی‌ها، محققان به روش‌های مکاشفه‌ای علاقه‌مند شده‌اند. روش‌های مکاشفه‌ای نیازی به اطلاعات گرادیانی ندارند و تنها مشخص بودن مقدار تابع هزینه (و توابع محدودکننده) در نقاط مختلف، برای کار بهینه‌سازی کفایت می‌کند. این روش‌ها که بعد از سال ۱۹۷۰ میلادی توسعه داده شده‌اند، از پدیده‌های طبیعی الهام گرفته و با تلفیق نظم و تصادف در جهت یافتن حالت بهینه عمل می‌کنند [۱۴]. از جمله این روش‌ها می‌توان به الگوریتم‌های شبیه‌سازی گداختن، جستجوی تابو، تکاملی، کلونی مورچه‌ها، ژنتیک، انفجار بزرگ-انقباض بزرگ و غیره اشاره کرد.

در زمینه‌ی بهینه‌سازی ایرفویل‌ها، محققین با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مختلف و روش‌های توصیف‌کننده‌ی هندسه‌ی متفاوت به بهینه‌سازی هندسه‌ی ایرفویل‌ها پرداخته‌اند. در سال ۲۰۰۰، واکیز بهینه‌سازی هندسه‌ی ایرفویل‌ها را با استفاده از روش مشتق‌گیری اتوماتیک بررسی کرده است. در این تحقیق، فرمول‌های ۴ رقمی ناکا برای توصیف هندسه‌ی ایرفویل به کار برده شده است [۱۳]. در سال ۲۰۰۳، آلن گاردنر و سلیق به بررسی بهینه‌سازی ایرفویل‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش پارسس پرداخته‌اند [۱۵]. در سال ۲۰۰۶ د میچلی ویتوری و به‌اوکس، رویکرد گرادیان گسسته را برای بهینه‌سازی هندسه‌ی آیرودینامیکی در جریان آشفته مورد بررسی قرار داده‌اند [۳]. در سال ۲۰۰۸ شاه‌رخ و جهانگیری، با به کارگیری الگوریتم ژنتیک، تاثیر استفاده از چند جمله‌های بی-اسپلاین و روش پارسس را بر بهینه‌سازی ایرفویل‌ها مطالعه کرده‌اند [۸]. در سال ۲۰۱۰ آویناش و آویل، با استفاده از منحنی‌های بزی و الگوریتم ژنتیک، به بررسی بهینه‌سازی ایرفویل‌ها پرداخته‌اند [۶]. در سال ۲۰۱۱ اندو، به بررسی ایرفویل‌های توربین بادی با استفاده از الگوریتم زنبور عسل پرداخته است. وی روش پارسس را برای توصیف هندسه‌ی ایرفویل به کار برده است [۱۶].

الگوریتم جستجوی هارمونی، یکی از الگوریتم‌های غیر گرادیانی است که در سال ۲۰۰۱ توسط گیم و همکارانش معرفی شده است. به دنبال معرفی این الگوریتم، از آن در طراحی بهینه مبدل‌های پوسته و لوله با استفاده از تحلیل حساسیت استفاده

درک بهتر روابط بالا، حالت دو بعدی آن ها به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{x,i} \\ P_{y,i} \end{bmatrix}; i = 0, \dots, n \quad (3)$$

$$C(t) = \begin{bmatrix} C_x(t) \\ C_y(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^n \begin{bmatrix} P_{x,i} B_i^n(t) \\ P_{y,i} B_i^n(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

به روش های متفاوتی می توان منحنی های بزر را برای توصیف هندسه ی ایرفویل مورد استفاده قرار داد. در کار حاضر، ۱۴ نقطه ی کنترلی برای توصیف ایرفویل به کار می رود که ۴ مورد از آن ها (نقاط کنترلی ابتدایی و انتهایی) ثابت می باشند. همچنین، طول ۱۰ نقطه ی کنترلی دیگر نیز ثابت بوده و تنها عرض آن ها کنترل کننده می باشد. پس برای توصیف هندسه ی یک ایرفویل، باید منحنی بالا و پایین به صورت جداگانه تولید و به هم وصل گردند. شکل (۱) یک نمونه ایرفویل تشکیل شده (مطابق توضیحات بالا) را نمایش می دهد.

۲-۲- روش پارسس

روش پارسس، یکی دیگر از روش های معرفی هندسه ی ایرفویل می باشد. در این روش، ایرفویل توسط ۱۱ پارامتر کنترلی ایجاد شده و قادر به کنترل خواهد بود. رابطه ی مربوطه به صورت زیر است:

$$Z_{parces} = \sum_{n=1}^6 a_n \cdot X^{n-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

پارامتر کنترلی در شکل (۲) به خوبی نشان داده شده اند که به ترتیب عبارتند از شعاع لبه ی جلویی (r_{le})، موقعیت ماکزیم سطوح بالایی و پایینی ($Z_{lo}, X_{lo}, Z_{up}, X_{up}$)، مشتق دوم در محل ماکزیم سطوح بالایی و پایینی (Z_{xxlo}, Z_{xxup})، موقعیت لبه ی انتهایی و ضخامت آن ($Z_{TE}, \Delta Z_{TE}$) و در نهایت جهت و پهنای لبه ی انتهایی (β_{TE}, α_{TE}). رابطه ی (۵) باید به صورت مجزا، یک مرتبه برای سطح بالایی و بار دیگر برای سطح پایینی ایرفویل مورد استفاده قرار گیرد تا هندسه ی یک ایرفویل ایجاد شود. ضرایب a_n نیز با در نظر گرفتن پارامترهای معلوم مربوط به هندسه تعیین می گردند.

در برخی موارد، می توان ۱۱ پارامتر کنترلی مذکور را با صفر در نظر گرفتن پارامترهای ΔZ_{TE} و Z_{TE} کاهش داد. دلیل این امر را می توان به صورت زیر بیان کرد:

۱- در اکثر موارد علاقه مندیم که عمل بهینه سازی را در شرایط زاویه ی حمله ی ثابت بررسی کنیم. از طرفی وجود پارامتر Z_{TE} باعث تغییر زاویه ی حمله می شود.

۲- پارامتر ΔZ_{TE} باعث ایجاد حفره ی کوچک در بین سطوح بالایی و پایینی می گردد. این حفره در بعضی از حالات باعث

شد [۱۷]. کاوه و شکوری [۱۸] از یک الگوریتم جستجوی هارمونی بهبود یافته برای بهینه سازی اقتصادی یک سیستم کف مرکب استفاده نمودند. الگوریتم جستجوی هارمونی برای بهینه سازی هندسه پره با انتقال حرارت جابجایی و تابش توسط جلیلی و همکاران [۱۹] بکار گرفته شد. یوسفی و همکاران [۲۰] بهینه سازی مبدل های حرارتی صفحه ای پره دار را با استفاده از یک الگوریتم جستجوی هارمونی بهبود یافته، انجام دادند.

بر اساس بررسی های انجام شده توسط نویسندگان مقاله حاضر، تاکنون از الگوریتم جستجوی هارمونی در مسائل آیرودینامیکی استفاده نشده است. بنابراین در کار حاضر، ابتدا به منظور افزایش کارایی الگوریتم بهینه سازی جستجوی هارمونی، اصلاحیه ای بر آن صورت می گیرد. سپس مقایسه ای بین الگوریتم اولیه و الگوریتم اصلاحی (با اعمال آن بر روی توابع محک مختلف) انجام خواهد شد. آنگاه با استفاده از الگوریتم بهینه سازی اصلاح شده، مطالعه ی جامعی بر توانایی روش های متداول توصیف کننده ی هندسه ی ایرفویل (منحنی های بزر، روش پارسس و فرمول های ۴ رقمی ناکا) صورت می گیرد. در نهایت با استفاده از الگوریتم بهینه سازی اصلاح شده و روش توصیف کننده ی هندسه ی منتخب، ابتدا بهینه سازی معکوس و سپس بهینه سازی مستقیم هندسه ی ایرفویل با هدف دستیابی به بیشترین مقدار نسبت برآ به پسا انجام می گردد.

۲- معرفی روش های متداول توصیف کننده ی ایرفویل

۲-۱- منحنی های بزر

مجموعه نقاط زیر که نقاط کنترلی یا نقاط بزر نامیده می شوند را در نظر بگیرید:

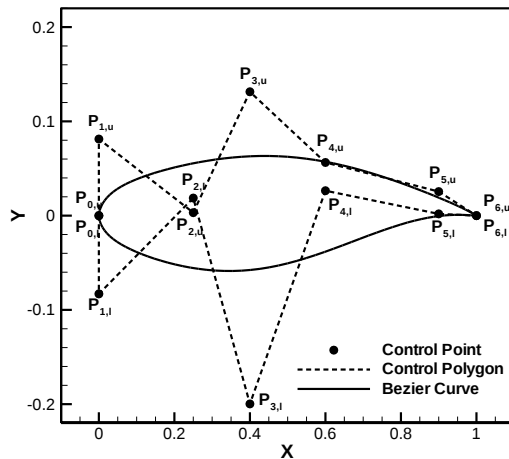
$P = \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_n\}; P_i \in IR^d; d = 2, 3; i = 0, \dots, n$
آنگاه رابطه ی منحنی بزر که نقاط بالا را در خود جا داده باشد به صورت زیر معرفی می گردد:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(t) \quad (1)$$

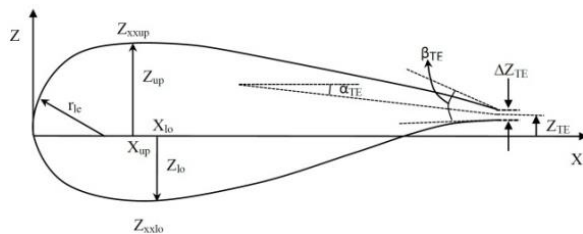
که در آن $B_i^n(t)$ چند جمله ای های برنشتاین^۹ هستند و به صورت زیر بیان می شوند:

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i = \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-t)^{n-i} t^i; i = 0, \dots, n \quad (2)$$

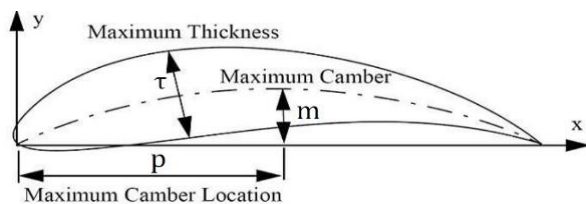
که n درجه ی چند جمله ای است، به طوری که $n+1$ نقطه ی کنترلی، تشکیل چند جمله ای درجه n را می دهد [۲۱]. برای



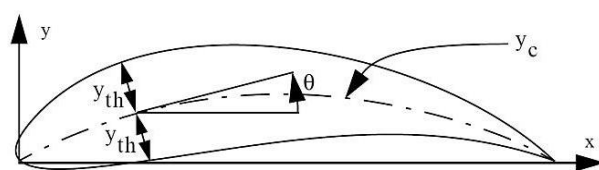
شکل (۱): تشکیل هندسه‌ی ایرفویل توسط منحنی‌های بزی



شکل (۲): تشکیل هندسه‌ی ایرفویل توسط روش پارسس



شکل (۳): تشکیل هندسه‌ی ایرفویل توسط فرمول‌های ۴ رقمی ناکا



شکل (۴): نمایش شیب منحنی وسط

۳- محاسبات آیرودینامیکی

برای به‌دست آوردن کارایی آیرودینامیکی یک ایرفویل، باید

معادلات جریان حول آن حل گردد. این کار توسط حل گر عددی صورت می‌گیرد. این ابزار باید دارای دقت کافی باشد تا بتوان میدان‌های سرعت و فشار را در اطراف ایرفویل با دقت خوبی به‌دست آورد. جریان حول یک ایرفویل را می‌توان به‌صورت‌های مختلفی شبیه‌سازی کرد. در کار حاضر جریان لزج، آشسته و گذر صوتی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین معادلات حاکم بر جریان، معادلات تراکم‌پذیر وابسته به زمان ناویر-استوکس به‌همراه

ایجاد حل‌های مشکوک می‌شود [۱۶]. از طرفی تجربه نشان می‌دهد که با صفر در نظر گرفتن این پارامتر نیز می‌توان نتایج قابل قبولی گرفت.

بنابراین در کار حاضر، روش پارسس با ۹ پارامتر کنترلی، برای معرفی هندسه‌ی ایرفویل مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳-۲- فرمول‌های ۴ رقمی ناکا

یکی دیگر از روش‌های مشهور برای معرفی هندسه‌ی ایرفویل و کنترل آن، استفاده از روابط ایرفویل‌های ۴ رقمی ناکا است. در این روش هندسه‌ی ایرفویل تنها با ۳ پارامتر ایجاد و کنترل می‌شود. این سه پارامتر عبارتند از ماکزیمم منحنی وسط (m)، محل ماکزیمم منحنی وسط (p) و در نهایت ماکزیمم ضخامت خود ایرفویل (τ). این سه پارامتر، در شکل (۳) نشان داده شده است. روابط توصیف‌کننده‌ی سطوح بالایی و پایینی ایرفویل در این روش، به صورت زیر می‌باشد:

$$X_{up} = x - y_{th} \sin \theta \quad (6)$$

$$Y_{up} = y_c + y_{th} \cos \theta \quad (7)$$

$$X_{lo} = x + y_{th} \sin \theta \quad (8)$$

$$Y_{lo} = y_c - y_{th} \cos \theta \quad (9)$$

که در این روابط y_{th} ، توزیع ضخامت و y_c ، خط منحنی وسط بوده و توسط روابط زیر معرفی می‌شود:

$$y_{th} = 5\tau \times c \left(0.2969 \sqrt{\frac{x}{c}} - 0.126 \frac{x}{c} - 0.3537 \left(\frac{x}{c} \right)^2 + 0.2843 \left(\frac{x}{c} \right)^3 - 0.1015 \left(\frac{x}{c} \right)^4 \right) \quad (10)$$

$$y_c = \begin{cases} \frac{m}{p^2} \left(2p \frac{x}{c} - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right) & \text{For } \frac{x}{c} \leq p \\ \frac{m}{(1-p)^2} \left(1 - 2p + 2p \frac{x}{c} - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right) & \text{For } \frac{x}{c} \geq p \end{cases} \quad (11)$$

در روابط فوق، θ به شیب منحنی وسط در هر نقطه بستگی دارد (شکل (۴)). می‌توان مقدار آن را با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۱۱) به صورت زیر به دست آورد:

$$\theta(x) = \tan^{-1} \frac{dy_c(x)}{dx} \quad (12)$$

مدل درهم اسپالارت-آلماراس [۲۲] می باشد. شکل بقایی و بی- بعد این معادلات در مختصات دوبعدی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x} + \frac{\partial G_i}{\partial y} = \frac{1}{Re_\infty} \left(\frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \right) + S \quad (۱۳)$$

که W بردار کمیات جریان است و به صورت زیر تعریف می- شود:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho \hat{v} \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

که F_i و G_i بردارهای شار غیر لزج، F_v و G_v بردارهای شار لزج و S جمله چشمه می باشد که به صورت زیر تعریف می- گردند:

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \\ \rho \hat{v} u \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

$$G_i = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \\ \rho \hat{v} v \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + q_x \\ \frac{\rho}{\sigma} (v + \hat{v}) \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{xy}v + \tau_{yx}u + q_y \\ \frac{\rho}{\sigma} (v + \hat{v}) \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

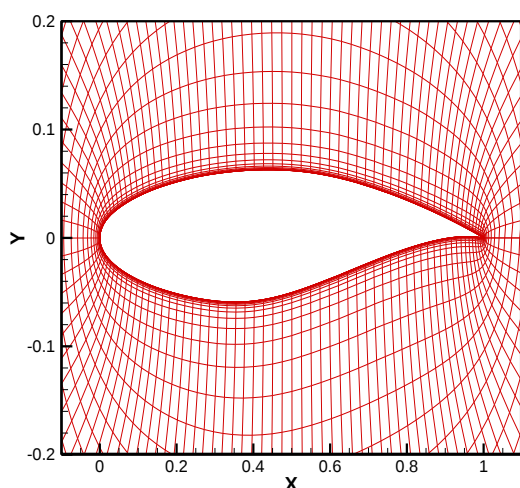
$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

در معادلات بالا $u, v, p, \hat{v}$ و E به ترتیب مؤلفه های سرعت در جهات x و y ، چگالی، فشار استاتیک، متغیر میانی لزجت درهم سینماتیکی و مجموع انرژی درونی و جنبشی هستند. همچنین τ مؤلفه های تنش و q شار حرارتی را نشان می دهد. D

نیز جمله ی چشمه ی مربوط به مدل درهم مورد استفاده می- باشد.

به منظور حل عددی معادلات حاکم در کار حاضر از کد عددی استفاده شده است. در این کد عددی، انفصال معادله (۱۳) به روش حجم محدود (طرح تفاضل مرکزی) صورت گرفته است. همچنین انتگرال گیری زمانی صریح به کمک طرح گام زمانی رانگ-کوتای ۴ مرحله ای انجام می گیرد. مبانی اساسی و ابتدایی حل عددی مذکور ابتدا توسط جیمسون و همکاران [۲۳] در ارتباط با مسایل جریان تراکم پذیر معرفی شد. به منظور حذف نوسانات در مجاورت امواج ضربه ای، طرح اتلاف مصنوعی اسکالر در کد عددی مذکور بکار گرفته شده است. به دلیل اینکه هدف ما در مقاله حاضر بررسی حالت پایدار میدان جریان است، روش- های تسریع همگرایی نظیر گام زمانی محلی و متوسط گیری ضمنی از باقی مانده ها نیز در حل بکار رفته است [۲۴]. حل عددی بکار رفته در کار حاضر توسط بسیاری از محققین در سه دهه اخیر به منظور حل معادلات ناویر-استوکس و اوایلر، برای دامنه وسیعی از کاربردهای آیرودینامیک مورد استفاده قرار گرفته و درستی آن به اثبات رسیده است.

شبکه مورد استفاده در کار حاضر از نوع O با ابعاد 81×41 است. این شبکه در سطح ایرفویل دارای تراکم مش بیش تری می باشد. این امر باعث می شود تا بتوان لایه ی مرزی را به خوبی شبیه سازی کرد و تأثیر آن را در حل وارد نمود. همچنین شبکه- ی مورد استفاده غیر یکنواخت می باشد. به طوری که لبه ی حمله و لبه ی فرار ایرفویل با تعداد نقاط بیش تری معرفی شده است. نمونه ای از این شبکه در شکل (۵) آمده است.



شکل (۵): نمونه ای از شبکه ی مورد استفاده در کار حاضر

۴- الگوریتم بهینه‌سازی

الگوریتم مورد استفاده در کار حاضر، الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی هارمونی (HS) است. این الگوریتم از تفکرات موسیقی‌دان‌ها الهام گرفته شده است. به طوری که یافتن حالت بهینه در مسائل، معادل با یافتن یک هارمونی مطلوب در موسیقی است. در کار حاضر به منظور افزایش کارایی این الگوریتم، اصلاحی روی آن انجام می‌گیرد و الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین در ابتدا به توضیح الگوریتم جستجوی هارمونی پرداخته می‌شود و در ادامه الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده معرفی می‌گردد.

۴-۱- الگوریتم جستجوی هارمونی

در الگوریتم HS، هر حل یک هارمونی نامیده می‌شود و به صورت یک بردار n بعدی معرفی می‌گردد. یک جمعیت اولیه ابتدا به صورت تصادفی ایجاد شده و در حافظه‌ی الگوریتم (HM) ذخیره می‌گردد. سپس یک بردار جواب جدید، مبتنی بر قاعده‌ی در نظر گرفتن حافظه، قاعده‌ی تنظیم زیر و بمی و انتخاب به صورت تصادفی ایجاد می‌شود. در نهایت بردار جواب ایجاد شده با بدترین بردار جواب موجود در حافظه ($\vec{X}_w$) مقایسه و در صورت بهتر بودن، با بدترین بردار جواب تعویض می‌شود و به این ترتیب HM به‌هنگام می‌گردد. این فرایند تا برقرار شدن شرط توقف ادامه می‌یابد. با توجه به توضیحات مذکور، الگوریتم HS دارای سه مرحله‌ی اصلی می‌باشد که عبارتند از مقدار دهی اولیه، بهبود یک هارمونی جدید و به‌هنگام کردن HM. این مراحل در زیر توضیح داده می‌شوند.

۱- معرفی مسئله و پارامترهای الگوریتم

به طور کلی، هر مسئله‌ی بهینه‌سازی را می‌توان به صورت مینیم‌سازی زیر بیان کرد:

$$\text{Min } F(\vec{X}); \vec{X} = (x(1), \dots, x(n)); x(j) \in [LB(j), UB(j)] \quad (20)$$

که در آن، $F(\vec{X})$ تابع هزینه، $\vec{X}$ بردار متغیرهای طراحی، n تعداد متغیرهای طراحی، $LB(j)$ و $UB(j)$ حدود پایینی و بالایی برای متغیر $x(j)$ است. پارامترهای الگوریتم HS عبارتند از اندازه-ی حافظه هارمونی (HMS) ۱۲ یا تعداد بردار جواب‌های موجود در حافظه‌ی هارمونی، نرخ در نظر گرفتن حافظه (HMCR) ۱۳، نرخ تنظیم زیر و بمی (PAR) ۱۴، پهنای باند (BW) ۱۵ و تعداد کل تکرارها (NI) ۱۶.

۲- مقدار دهی اولیه به حافظه‌ی هارمونی

HM شامل HMS بردار جواب است. در صورتی که فرض شود $\vec{X}_i = (x_i(1), \dots, x_i(n))$ امین بردار جواب HM باشد، آنگاه بردار

جواب‌های HM به صورت تصادفی با استفاده از رابطه‌ی زیر ایجاد می‌شود:

$$X_i(j) = LB(j) + (UB(j) - LB(j)) \times r, j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, HMS \quad (21)$$

که در آن r یک عدد تصادفی بین ۰ و ۱ می‌باشد. به این ترتیب، ماتریس HM با HMS بردار جواب پر می‌گردد و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$HMS = \begin{bmatrix} x_1(1) & x_1(2) & \dots & x_1(n-1) & x_1(n) \\ x_2(1) & x_2(2) & \dots & x_2(n-1) & x_2(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{HMS}(1) & x_{HMS}(2) & \dots & x_{HMS}(n-1) & x_{HMS}(n) \end{bmatrix} \quad (22)$$

۳- بهبود یک هارمونی جدید

یک بردار جواب جدید X_{new} با استفاده از ۳ دستور بهبود داده می‌شود که عبارتند از: در نظر گرفتن حافظه، تغییر زیر و بمی و انتخاب تصادفی. برای این منظور، ابتدا یک عدد تصادفی ($r1$) بین ۰ و ۱ انتخاب می‌شود. اگر $r1$ کوچکتر از HMCR باشد، $X_{new}(j)$ از HM انتخاب می‌شود. در غیر این صورت $X_{new}(j)$ به صورت تصادفی به دست می‌آید (یعنی مشابه رابطه-ی (۱۴) بین حدود پایینی و بالایی انتخاب می‌گردد). انتخاب از HM به صورت رابطه‌ی (۲۳) می‌باشد که در آن a به صورت تصادفی، از مجموعه‌ی $\{1, \dots, HMS\}$ انتخاب می‌شود.

$$X_{new}(j) = X_a(j), a \in \{1, \dots, HMS\} \quad (23)$$

در صورت انتخاب $X_{new}(j)$ از HM، پارامتر PAR وارد عمل می‌شود. از این رو عدد تصادفی دیگری ($r2$) بین ۰ و ۱ انتخاب می‌شود. اگر $r2$ کوچکتر از PAR باشد، $X_{new}(j)$ به صورت رابطه-ی زیر تغییر می‌کند که در آن r یک عدد تصادفی بین ۰ و ۱ می‌باشد.

$$X_{new}(j) = X_{new}(j) + BW(j) \times r \quad (24)$$

۴- به‌هنگام کردن حافظه

بعد از ایجاد یک بردار هارمونی جدید ($\vec{X}_{new}$)، باید HM به-هنگام شود. به این صورت که تابع هزینه‌ی مربوط به $\vec{X}_{new}$ با تابع هزینه مربوط به بدترین عضو موجود در حافظه ($\vec{X}_w$) مقایسه می‌شود. اگر تابع هزینه مربوط به $\vec{X}_{new}$ از تابع هزینه مربوط به $\vec{X}_w$ بهتر باشد، $\vec{X}_{new}$ با تعویض $\vec{X}_w$ می‌شود. بدین صورت $\vec{X}_w$ از حافظه خارج شده و $\vec{X}_{new}$ به عنوان عضو جدید وارد حافظه می‌شود.

در پایان مراحل ۳ و ۴ تا رسیدن شرط توقف تکرار می‌شوند تا حل بهینه به دست آید [۲۵ و ۲۶].

۴-۲- الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده در کار

حاضر

تعیین مقدار پارامترهای اصلی الگوریتم HS (یعنی BW، PAR و HMCR)، تاثیر زیادی در عملکرد الگوریتم دارد. بنابراین در کار حاضر در نظر است برای افزایش دقت و کاهش تعداد تکرارهای حل، روشی برای انتخاب این پارامترها ارائه شود. در این راستا، پارامتر HMCR یک مقدار ثابت خواهد داشت، پارامتر PAR به صورت دینامیکی به هنگام خواهد شد و پارامتر BW به صورت خود اصلاح شونده معرفی می گردد. همچنین یک اصلاح کلی در نحوه ی انتخاب بردار جواب جدید نیز معرفی می شود.

اصلاح پارامتر HMCR

در اصلاح حاضر، تنها در یک دهم اول کل تکرارها، حل تصادفی پیشنهاد می شود و مقدار پارامتر HMCR، ۰/۹۵ در نظر گرفته می شود. در نه دهم بقیه ی حل، مقدار ۱ به پارامتر HMCR اختصاص داده می شود. این بدان معنی است که در نه دهم بقیه ی حل، تغییری به صورت تصادفی انتخاب نمی شود و تنها بردار جواب های موجود در حافظه اصلاح می شوند.

اصلاح پارامتر PAR

در اصلاح حاضر، برای پارامتر PAR مقادیر ماکزیمم و مینیمم در نظر گرفته شده و حل مسئله با مقدار ماکزیمم آن شروع می شود. در ادامه، PAR با گذشت هر یک دهم تعداد کل تکرارها، طبق رابطه ی ۲۵ به هنگام می شود:

$$PAR = PAR - \frac{PAR_{MAX} - PAR_{MIN}}{9} \quad (25)$$

اما PAR_{MAX} اغلب بین ۰/۹ و ۱ در نظر گرفته می شود. اما PAR_{MIN} به تعداد متغیرهای بردار جواب بستگی خواهد داشت. طبق تجربه، به ازای ۲ متغیر PAR_{MIN} برابر ۰/۹ و به ازای ۸ متغیر PAR_{MIN} برابر ۰/۴۵ مناسب می باشند. کمترین مقداری که PAR_{MIN} می تواند داشته باشد نیز برابر ۰/۱ است که در مسائل با تعداد متغیر زیاد، مورد استفاده قرار می گیرد.

اصلاح پارامتر BW

در کار حاضر، پارامتر PAR به صورت خود اصلاح شونده معرفی می گردد. این پارامتر با یک مقدار متوسط اولیه (BW_M)، که معمولاً یک دهم حوزه ی تغییرات مجاز هر متغیر است) شروع به کار می کند. هنگام نیاز به این پارامتر، مقدار متوسط به صورت تصادفی، به اندازه ی یک دهم خودش افزایش و یا کاهش می یابد و این مقدار به عنوان پارامتر BW استفاده می شود. در صورت ورود بردار هارمونی جدید به حافظه، مقدار بهبود تابع هزینه

نسبت به بدترین عضو محاسبه و به ازای BW متناظر (یعنی حالت افزایش و یا حالت کاهش مقدار متوسط) ذخیره می گردد. بعد از گذشت AP^{17} تکرار، مقدار متوسط این پارامتر با توجه به اینکه مقدار بهبود تابع هزینه، در حالت افزایش مقدار متوسط بیشتر بوده است یا در حالت کاهش آن، اصلاح می شود. این اصلاح به صورت رابطه ی زیر می باشد:

$$BW_M = \begin{cases} BW_M + \frac{BW_M}{30} & \text{if } (Improvement_{up} > Improvement_{low}) \\ BW_M - \frac{BW_M}{30} & \text{if } (Improvement_{up} \leq Improvement_{low}) \end{cases} \quad (26)$$

در این رابطه، $Improvement_{up}$ نشان دهنده ی مجموع بهبودهای تابع هزینه در طول AP تکرار، به ازای BW هایی می باشد که مقدار آن به اندازه ی $\frac{BW_M}{10}$ از BW_M بیشتر بوده و $Improvement_{low}$ نشان دهنده ی مجموع بهبودهای تابع هزینه در طول AP تکرار، به ازای BW هایی می باشد که مقدار آن به اندازه ی $\frac{BW_M}{10}$ از BW_M کمتر بوده است.

تغییر در نحوه ی انتخاب بردار جواب جدید

در اصلاح حاضر پیشنهاد می شود که به طور تصادفی یک بردار جواب به طور کامل از حافظه برداشته شود. در ادامه، پارامتر HMCR احتمال انتخاب تصادفی بر روی هر یک از متغیرهای بردار جواب انتخاب شده را مشخص می کند. همچنین پارامتر PAR تعیین خواهد کرد که تغییر زیر و بمی روی هر متغیر صورت گیرد یا خیر [۷ و ۱۹].

۵- نتایج

۵-۱- نتایج مربوط به اصلاح الگوریتم بهینه سازی جستجوی هارمونی

در اولین قسمت از بخش ارائه ی نتایج کار حاضر، به ارائه ی نتایج حاصل از اصلاح معرفی شده برای الگوریتم بهینه سازی جستجوی هارمونی پرداخته می شود. در این راستا سه مسأله حل می شود و نتایج به دست آمده، با نتایج حاصل از روش های دیگر مقایسه می گردد.

ارزیابی شماره ی ۱

در ارزیابی اول مینیمم تابع روزنبروک^{۱۸} به دست آورده می شود. این تابع به صورت زیر معرفی می شود.

$$f = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

$$x_1, x_2 \in [-10, 10]$$

ارزیابی شماره ی ۲

در ارزیابی دوم مینیمم کردن یک تابع مقید در نظر است. این مسأله برای اولین بار توسط براکن و کورمیک [۲۷] معرفی شده

نتایج ارائه می‌گردد. مقدار HMS برای هر سه ارزیابی برابر ۱۰ و AP برای ارزیابی‌های اول و دوم برابر ۱۰ و برای ارزیابی سوم برابر ۲۰۰ در نظر گرفته می‌شود. دیگر پارامترهای لازم برای این الگوریتم، با اصول ارائه‌شده در بخش الگوریتم جستجوی هارمونی در کار حاضر تعیین شده‌اند.

جدول‌های ۱، ۲ و ۳ نتایج حل الگوریتم حاضر برای ارزیابی‌های مذکور را به همراه نتایج حل الگوریتم‌های مختلف دیگر نشان می‌دهد. در این مقایسه الگوریتم اصلاح شده، با الگوریتم جستجوی هارمونی اولیه و چند الگوریتم دیگر مقایسه شده است. بررسی جدول (۱) حاکی از کاهش قابل توجه تعداد تکرار الگوریتم حاضر، در رسیدن به تابع هزینه است. نتایج جداول ۲ و ۳ نشان‌دهنده کاهش چشم‌گیر تعداد تکرار الگوریتم حاضر و افزایش دقت جواب‌ها نسبت به حل تحلیلی می‌باشد. به طور کلی نتایج حاصل، تاثیر اصلاحات پیشنهادی را بر الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی هارمونی نشان می‌دهد. بنابراین در ادامه از الگوریتم اصلاح شده (به دلیل داشتن دقت بهتر و سرعت همگرایی بالاتر) به منظور بهینه‌سازی شکل ایرفویل، استفاده خواهد شد.

۵-۲- ارزیابی روش‌های متداول توصیف‌کننده‌ی ایرفویل

از یک روش خوب توصیف‌کننده‌ی هندسه‌ی ایرفویل انتظار می‌رود که موارد زیر را ارضاء کند:

- ۱- دارای انعطاف‌پذیری بالایی باشد.
- ۲- تا حد امکان دارای مینیمم پارامتر کنترلی باشد.
- ۳- تا حد امکان از پارامترهای کنترلی مستقل استفاده کند.
- ۴- منحنی‌های صاف و واقع بینی را ارائه دهد.
- ۵- فرموله کردن آن آسان باشد.

است. این تابع باید در شرایطی مینیمم گردد که ۲ شرط اعمال شده بر مسأله نیز برآورده شوند. وجود قید در مسأله، رسیدن به جواب را به مراتب می‌باشند:

$$\begin{aligned} f &= (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ g_1 &= x_1 - 2x_2 + 1 = 0 \\ g_2 &= -\frac{1}{4}x_1^2 - x_2^2 + 1 \geq 0 \\ x_1, x_2 &\in [-10, 10] \end{aligned}$$

ارزیابی شماره‌ی ۳

ارزیابی سوم با معادلات مربوط به مشکل‌تر می‌کند. بنابراین روش‌های ضعیف از به دست آوردن جواب‌های با دقت خوب باز خواهند ماند. تابع موردنظر که با f و قیدهای اعمال شده که با g نشان داده شده‌اند به صورت زیر

طراحی یک مبدل حرارتی مربوط می‌شود. در این مورد مینیمم کردن تابع f تحت ۶ قید g مطلوب است. تابع هزینه و قیدهای مسأله در زیر آورده شده است:

$$\begin{aligned} f &= x_1 + x_2 + x_3 \\ g_1 &= 0/0025(x_4 + x_6) - 1 \leq 0 \\ g_2 &= 0/0025(x_5 + x_7 - x_4) - 1 \leq 0 \\ g_3 &= 1 - 0/01(x_8 - x_5) \geq 0 \\ g_4 &= x_1x_6 - 833/33252x_4 - 100x_1 + 83333/333 \geq 0 \\ g_5 &= x_2x_7 - 1250x_5 - x_2x_4 + 1250x_4 \geq 0 \\ g_6 &= x_3x_8 - x_3x_5 + 2500x_5 - 1250000 \geq 0 \\ x_1 &\in [100, 10000] \\ x_2 &\in (-\infty, 1000] \\ x_3 &\in (-\infty, 10000] \\ x_i &\in [10, 1000] ; i = 4 \text{ to } 8 \end{aligned}$$

سه ارزیابی معرفی‌شده‌ی فوق، توسط الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده حل گردیده است. در این ارزیابی‌ها، حل مسأله ۱۰ مرتبه توسط الگوریتم حاضر انجام می‌شود و میانگین

جدول (۱): مقایسه‌ی نتایج مربوط به ارزیابی ۱ الگوریتم بهینه‌سازی

Lee and Geem [28]	Jaberipour and Khorram [29]	کار حاضر	حل تحلیلی Jaberipour and Khorram [29]
تابع هزینه	.	.	.
تعداد تکرار	۵۰,۰۰۰	۱۶,۸۰۰	۱,۰۰۰

جدول (۲): مقایسه‌ی نتایج مربوط به ارزیابی ۲ الگوریتم بهینه‌سازی

Lee and Geem [28]	Homaifar et al. [31]	Fogel [30]	Jaberipour and Khorram [29]	کار حاضر	حل تحلیلی Jaberipour and Khorram [29]
تابع هزینه	۱/۳۷۷۰	۱/۴۳۳۹	۲/۳۷۷۲	۱/۳۹۳۵	۱/۳۹۳۵
تعداد تکرار	۴۰,۰۰۰	گزارش نشده	گزارش نشده	۹۸,۰۰۰	۲,۰۰۰

جدول (۳): مقایسه ی نتایج مربوط به ارزیابی ۳ الگوریتم بهینه سازی

تابع هزینه	Deb [32]	Lee and Geem [28]	Jaberipour and Khorram [29]	کار حاضر	حل تحلیلی [29] Jaberipour and Khorram
۷۰۶۰/۲۲۱	۷۰۵۷/۲۷	۷۰۵۱/۳۰۱۲	۷۰۴۹/۳۳	۷۰۴۹/۳۳۰۹	
۳۲۰،۰۸۰	۱۵۰،۰۰۰	۲۰۰،۰۰۰	۱۵۰،۰۰۰	-----	

از بین موارد فوق، شماره های ۳، ۴ و ۵ توسط هر سه روش معرفی شده در بخش ۲ (منحنی های بزی، پارسس و فرمول-های ۴ رقمی ناکا) ارضاء می شود. پس شرایط ۱ و ۲ نقش اصلی را در انتخاب روش مناسب خواهند داشت.

مورد شماره ی ۱، که مهم ترین شرط نیز به نظر می رسد، داشتن انعطاف پذیری بالا می باشد. یعنی روش مورد نظر باید قادر باشد که شکل هندسه های مختلف را به خود بگیرد. این کار ما را قادر می سازد که در فضای جستجوی بزرگتری، هندسه ی بهینه را جستجو کنیم. در صورتی که روش توصیف کننده ی هندسه ی ایرفویل این توانایی را نداشته باشد، قادر نخواهیم بود به یک حل سراسری نائل شویم. چرا که به دلیل پایین بودن انعطاف پذیری روش، از بررسی بعضی از هندسه ها غافل خواهیم شد و چه بسا در بین این هندسه های بررسی نشده، ایرفویل شایسته تری برای هدف مورد نظر وجود داشته است.

بنابراین منطقی به نظر می رسد که دقت مضاعفی به این موضوع داده شود. چرا که حتی اگر سایر عناصر مورد استفاده بهترین عملکرد را نیز داشته باشند، ولی به دلیل عدم توانایی روش توصیف کننده ی هندسه ی ایرفویل، از دستیابی به یک حل سراسری باز خواهیم ماند. از این رو، در این بخش در نظر است با استفاده از روش طراحی بهینه سازی معکوس، توانایی انعطاف پذیری سه روش توصیف کننده ی هندسه ی ایرفویل بررسی گردد. از آنجایی که دخالت دادن محاسبات آیرودینامیکی، زمان اجرای برنامه را در حد زیادی بالا می برد، بنابراین یک تابع هزینه غیر آیرودینامیکی برای بررسی توانایی انعطاف پذیری مورد استفاده قرار خواهد گرفت. برای این مهم، یک ایرفویل به عنوان ایرفویل هدف در نظر گرفته می شود و تابع هزینه، اختلاف هندسه ی ایرفویل در حال بررسی و هندسه ی ایرفویل هدف خواهد بود که الگوریتم قصد مینیمم کردن آن را خواهد داشت. تابع هزینه غیر آیرودینامیک مذکور به صورت زیر معرفی می گردد:

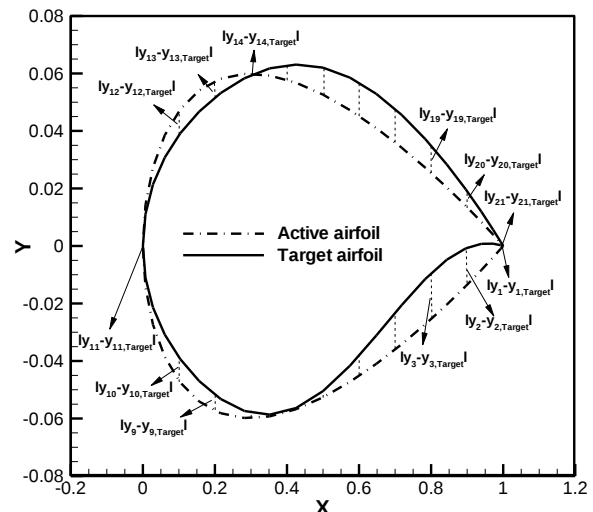
$$\text{Cost function} = \sum_{i=1}^n |y_i - y_{i,\text{TARGET}}| \quad (27)$$

که در آن n تعداد نقاط تشکیل دهنده ی ایرفویل ها، y_i مربوط به i امین x تشکیل دهنده ی ایرفویل در حال بررسی و

نویسی، مختصات مربوط به ایرفویل‌ها، با X و Y نمایش داده می‌شود.

بررسی جداول و اشکال مذکور، نشان می‌دهد که روش فرمول‌های ۴ رقمی ناکا توانایی انعطاف‌پذیری خوبی از خود نشان نمی‌دهد. بنابراین این روش، برخلاف اینکه تعداد پارامتر کنترلی کمتری دارد، کنار گذاشته می‌شود. اما دو روش دیگر، یعنی روش پارسس و روش منحنی‌های بزیر در این آزمایش توانا ظاهر شده‌اند. علی‌رغم بهتر بودن روش بزیر به روش پارسس در این آزمایش، به بررسی دیگر شرط مسئله پرداخته می‌شود. چرا که برتری روش بزیر در این آزمایش نسبت به روش پارسس چندان چشم‌گیر نیست و تقریباً دارای مجموع خطای یکسان هستند. شرط مهم و تعیین‌کننده‌ی دیگر داشتن تعداد پارامتر کنترلی کم می‌باشد. روش پارسس دارای ۹ پارامتر کنترلی و روش بزیر مورد استفاده در این آزمایش دارای ۱۰ پارامتر کنترلی است. از آنجا که پارامتر کنترلی تاثیر مستقیمی در همگرایی دارد، بنابراین می‌توان با انتخاب روش پارسس، هم به انعطاف‌پذیری خوبی رسید و هم به تعداد پارامتر کنترلی کمتر و در نتیجه همگرایی سریع‌تری دست یافت. بنابراین در کار حاضر روش پارسس برای توصیف هندسه‌ی ایرفویل معرفی می‌گردد.

اگر در کاربردهای خاص، توانایی انعطاف‌پذیری از اهمیت بیشتری برخوردار باشد، می‌توان از روش بزیر با تعداد پارامتر کنترلی بیشتر استفاده نمود. این کار یک روش با انعطاف‌پذیری بالایی را ارائه خواهد داد اما در عوض همگرایی به تاخیر خواهد افتاد. چرا که باید پارامترهای کنترلی بیشتری در کنار یکدیگر هماهنگ شوند.



شکل (۶): محاسبه تابع هزینه مربوط به بررسی انعطاف‌پذیری

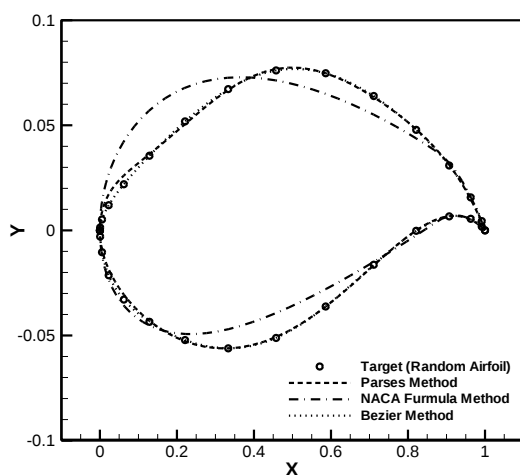
جدول (۴) نتایج مربوط به این ارزیابی را نشان می‌دهد. در این جدول، مقدار تابع هزینه (که متناظر با خطای هر روش می‌باشد)، به صورت جداگانه برای هر آزمایش ارائه شده است. جدول (۵) نیز مجموع کل خطاها در ۱۰ آزمایش را برای سه روش گزارش می‌کند. شکل‌های (۷) الی (۱۶) نیز نشان‌دهنده‌ی نتایج هر کدام از آزمایش‌های انجام شده در جدول (۴) می‌باشند. این نمودارها به نوبه‌ی خود انعطاف‌پذیری این سه روش در رسیدن به ایرفویل هدف را نشان می‌دهند. در کار حاضر ابعاد ایرفویل‌ها به صورت بی‌بعد معرفی می‌گردد. به طوری که مختصات طول و عرض ایرفویل، با تقسیم بر اندازه‌ی طول وتر ایرفویل بی‌بعد شده‌اند. اما در شکل‌های ارائه شده، برای مختصر

جدول (۴): نتایج آزمایش ارزیابی انعطاف‌پذیری روش‌های معرفی‌کننده‌ی هندسه‌ی ایرفویل

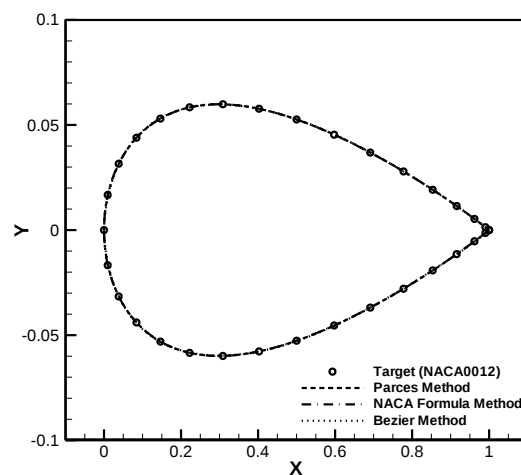
شماره‌ی آزمایش	نام روش	فرمول‌های ۴ رقمی ناکا	پارسس	منحنی‌های بزیر
آزمایش ۱ (ایرفویل هدف NACA0012)	۱/۱۷۶۷E-۶	۵/۴۶۳۷E-۳	۳/۲۹۴۱E-۲	
آزمایش ۲ (ایرفویل هدف NACA4812)	۵/۱۷۸۳E-۳	۱/۱۹۷۷E-۱	۱/۰۸۷۴E-۱	
آزمایش ۳ (ایرفویل هدف NACA2211)	۴/۷۱۵۱E-۳	۱/۷۹۱۲E-۱	۵/۱۴۹E-۲	
آزمایش ۴ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط پارسس)	۶/۵۴۰۶E-۱	۱/۸۷۹۴E-۴	۹/۵۴۷۸E-۲	
آزمایش ۵ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط پارسس)	۱/۱۴۷۷	۳/۳۴۹۱E-۳	۱/۱۱۴E-۱	
آزمایش ۶ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط پارسس)	۴/۶۴۲۰E-۱	۶/۲۳۹E-۴	۹/۸۲۶۴E-۲	
آزمایش ۷ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط منحنی‌های بزیر)	۵/۴۳۵۵E-۱	۳/۲۹۴۱E-۲	۳/۲۹۷۴E-۳	
آزمایش ۸ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط منحنی‌های بزیر)	۳/۲۹۴۱E-۱	۲/۰۷۰۴E-۱	۸/۶۸۶۳E-۳	
آزمایش ۹ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط منحنی‌های بزیر)	۶/۵۵۳۷E-۱	۱/۲۲۵۱E-۱	۳/۶۱۶۱E-۴	
آزمایش ۱۰ (ایرفویل هدف RAE 2822)	۵/۲۲۵۷E-۱	۲/۲۶۶۵E-۲	۳/۵۰۳۲۱E-۲	

جدول (۵): نتایج مربوط به مجموع خطاها در آزمایش ارزیابی انعطاف پذیری روش های معرفی کننده ی هندسه ی ایرفویل

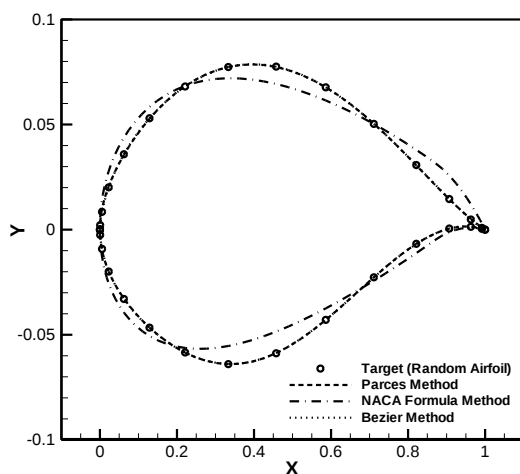
روش فرمول های ۴ رقمی ناکا	روش پارسس	روش منحنی های بزییر
۴/۰۲۰۶	۶/۹۳۶۳E-۱	۵/۴۵۶۹E-۱
مجموع خطاها		



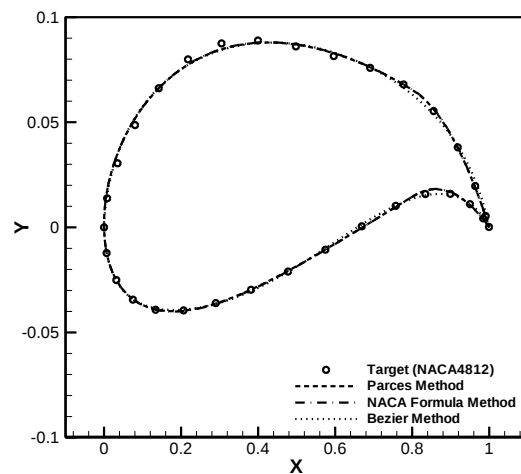
شکل (۱۰): آزمایش ۴ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط روش پارسس)



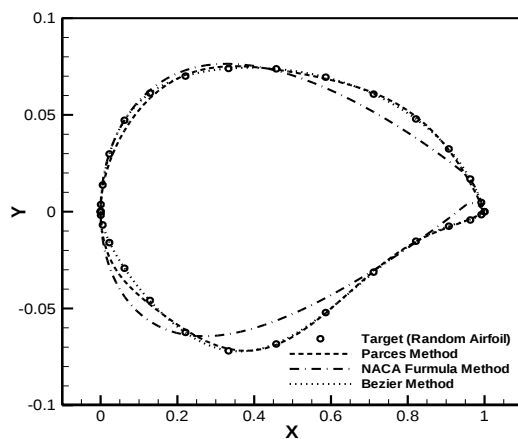
شکل (۷): آزمایش ۱ (ایرفویل هدف NACA0012)



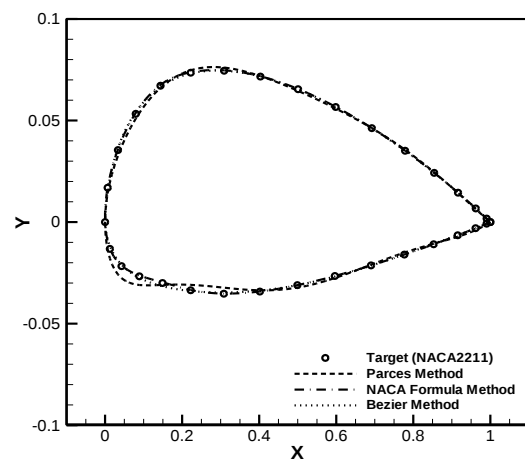
شکل (۱۱): آزمایش ۵ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط روش پارسس)



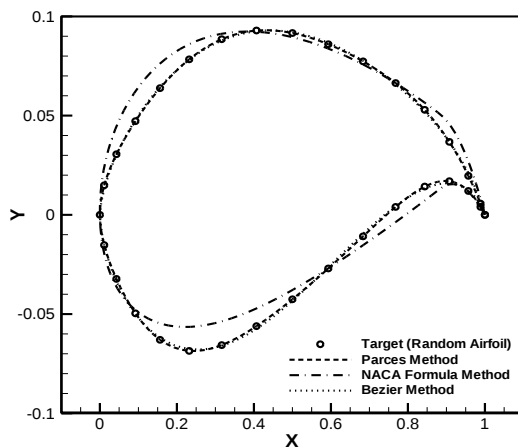
شکل (۸): آزمایش ۲ (ایرفویل هدف NACA4812)



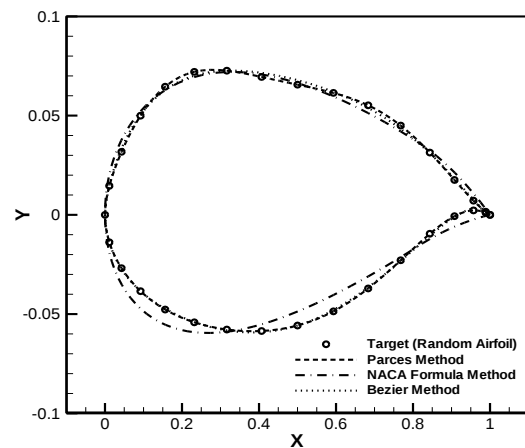
شکل (۱۲): آزمایش ۶ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط روش پارسس)



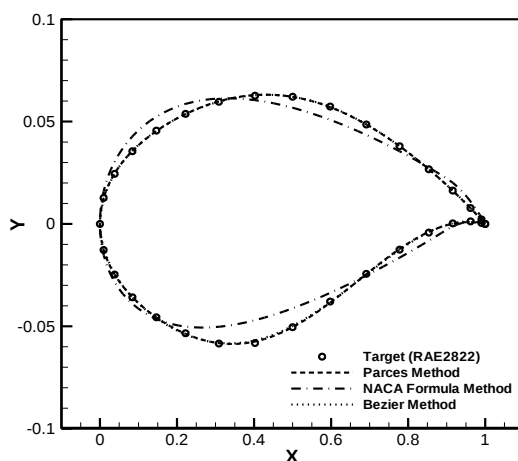
شکل (۹): آزمایش ۳ (ایرفویل هدف NACA2211)



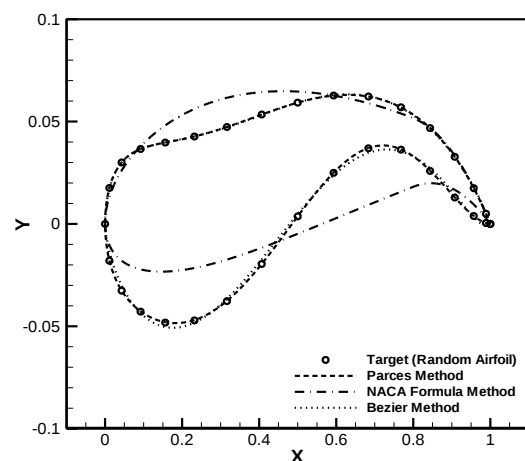
شکل (۱۵): آزمایش ۹ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط منحنی‌های بزیئر)



شکل (۱۳): آزمایش ۷ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط منحنی‌های بزیئر)



شکل (۱۶): آزمایش ۱۰ (ایرفویل هدف RAE 2822)



شکل (۱۴): آزمایش ۸ (ایرفویل هدف، ایجاد شده به صورت تصادفی توسط منحنی‌های بزیئر)

۶- بهینه سازی آیرودینامیکی

قبل از انجام بهینه سازی مستقیم، برای نشان دادن دقت و توانایی مجموعه ی بهینه ساز (شامل توصیف هندسه ی ایرفویل، حل گر عددی و الگوریتم بهینه ساز)، یک مسئله ی بهینه سازی معکوس ارائه شده و در ادامه بهینه سازی مستقیم انجام خواهد شد. لازم به ذکر است که در تمامی بهینه سازی های کار حاضر (بهینه سازی مستقیم و معکوس) حافظه ی الگوریتم برابر ۱۰ بوده و ایرفویل NACA0012 به عنوان ایرفویل شروع کننده در نظر گرفته می شود. به طوری که حافظه اولیه الگوریتم، با یک ایرفویل NACA0012 و ۹ ایرفویل دیگر (که با تغییرات تصادفی بر روی ایرفویل NACA0012 ایجاد شده اند) پر می شود.

۶-۱- بهینه سازی معکوس

در این حالت ایرفویل RAE2822 به عنوان ایرفویل هدف در نظر گرفته می شود. در نظر است با مینیمم سازی اختلاف توزیع فشار سطح، ایرفویل هدف بدست آید. این کار در شرایط گذر صوتی و آشفتگی زیر انجام می گیرد:

$$\alpha = 2^\circ, \quad M_\infty = 0.73, \quad Re_\infty = 6.5E6$$

شکل های (۱۷) و (۱۸)، نتیجه ی این آزمایش را در قالب هندسه و توزیع ضریب فشار ایرفویل های اولیه و نهایی نشان می دهد. همانطوری که دیده می شود، مجموعه توانسته است از ایرفویل ابتدایی شروع کرده و با دقت خوبی خود را به ایرفویل هدف برساند. برای بررسی دقت و همگرایی عمل بهینه سازی، نمودار تابع هدف در برابر تکرار مراحل (نمودار تاریخچه ی همگرایی) ارائه می شود (شکل ۱۹). در این شکل، تاریخچه ی همگرایی مربوط به بهترین عضو حافظه ی الگوریتم بهینه سازی در کنار میانگین کل اعضای حافظه نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، دیده می شود که مجموعه توانسته است مقدار تابع هدف را تا ۶-۲/۵ کاهش دهد. همچنین این منحنی نشان از عدم همگرایی کامل دارد. یعنی با افزایش تعداد تکرار، احتمال کاهش مقدار تابع هدف به مقادیری کمتر از مقدار به دست آمده نیز وجود دارد. اما به دلیل این که مقدار تابع هدف به دست آمده برای این مسئله، دقت مجموعه را به نحو احسن نشان می دهد، به این تعداد تکرار اکتفا شده است.

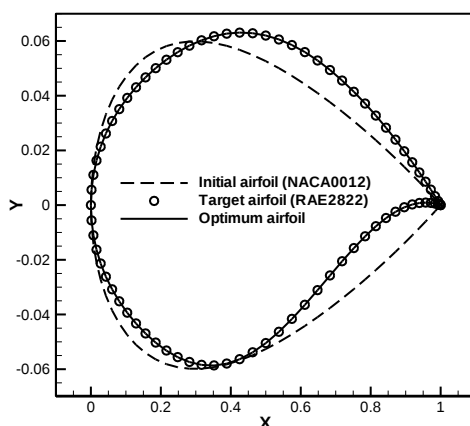
۶-۲- بهینه سازی مستقیم

در این بخش، بهینه سازی هندسه ی یک ایرفویل با هدف دستیابی به بیشینه مقدار نسبت برآ به پسا انجام می شود. برای این مهم، روش پارسس (که در بخش قبل بهتر از روشهای

منحنی های بزیرو فرمول های ۴ رقمی ناکا ارزیابی شد) هندسه ی ایرفویل را توصیف می کند و از الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده به عنوان ابزار بهینه ساز استفاده می شود. شرایط جریان، لزج، آشفتگی و گذر صوتی با مقدار عدد رینولدز جریان خارجی $Re_\infty = 6.5 \times 10^6$ ، مقدار عدد ماخ $M_\infty = 0.734$ و زاویه ی حمله $\alpha = 2.79^\circ$ در نظر گرفته شده است.

در ادامه، الگوریتم با تغییر پارامترهای طراحی و ایجاد ایرفویل های جدید، جستجو به دنبال ایرفویل بهینه را آغاز می کند. برای ایجاد هندسه های معقول، پارامترهای طراحی در یک محدوده ی مجاز تعیین می شوند. حدود بالایی و پایینی این محدوده ی مجاز برای پارامترهای طراحی، در جدول (۶) آورده شده است.

ایرفویل های نازک ذاتا دارای پسای کمتری هستند. این در حالی است که در عمل، کم بودن ضخامت ایرفویل ها چندان مورد علاقه نیست. از این رو، یک محدودیت ضخامت بر الگوریتم اعمال می گردد تا از انتخاب و بررسی ایرفویل های نازک تر خودداری کند. در صورت عدم اعمال محدودیت ضخامت، هندسه ی نهایی به سمت ایرفویل های نازک تر کشیده خواهد شد. در کار حاضر، ضخامت مجاز ایرفویل، ۱۱ الی ۱۲/۲ درصد طول ایرفویل در نظر گرفته می شود. شکل (۲۰) نتیجه ی این عمل بهینه سازی آیرودینامیکی را در قالب هندسه های اولیه و بهینه شده نمایش می دهد. این شکل به وضوح نشان می دهد که مجموعه برای رسیدن به ماکزیمم تابع هزینه، هندسه را به چه



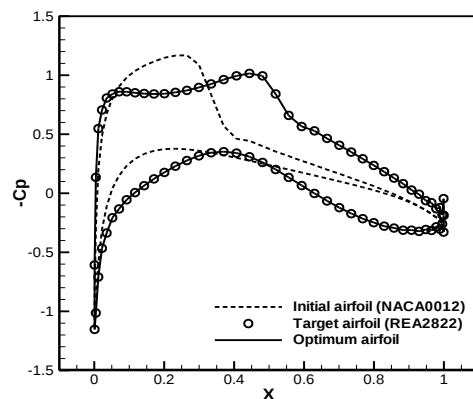
شکل (۱۷): نمایش هندسه ی ایرفویل های اولیه، هدف و بهینه شده، برای رسیدن از ایرفویل NACA0012 به ایرفویل RAE2822 تحت شرایط $\alpha = 2^\circ$, $M_\infty = 0.73$, $Re_\infty = 6.5E6$

الگوریتم برای به دست آوردن ایرفویل بهینه، هندسه‌های متفاوتی را ایجاد و بررسی نموده و هندسه‌ی ایرفویل را به سمت ایرفویل بهینه سوق داده است.

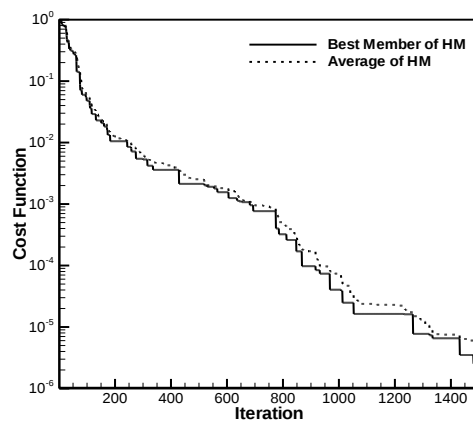
به طور کلی به تاخیر انداختن موج ضربه‌ای و کاستن قدرت آن، در افزایش برآ و کاهش پسا مفید خواهد بود. شکل (۲۳)، توزیع ضریب فشار سطح مربوط به دو هندسه‌ی اولیه و بهینه شده را در کنار هم نشان می‌دهد. در این شکل، مشاهده می‌شود که موج ضربه‌ای به طور چشم‌گیری کاهش یافته است.

برای اینکه نحوه‌ی توزیع فشار حول ایرفویل اولیه و نهایی به صورت بهتر درک گردد، نمودار خطوط فشار ثابت مربوط به هر کدام از ایرفویل‌های ابتدایی و بهینه‌شده، به طور جداگانه گزارش می‌شود. شکل (۲۴) خطوط فشار ثابت حول ایرفویل ابتدایی (NACA0012) را نشان می‌دهد. حضور موج ضربه‌ای نسبتاً قوی در این شکل به خوبی مشهود است. شکل (۲۵) خطوط فشار ثابت را برای ایرفویل بهینه نشان می‌دهد. این شکل نیز به نوبه‌ی خود، کاهش قدرت موج ضربه‌ای و پخش‌تر شدن آن را در طول ایرفویل بهینه شده، نسبت به ایرفویل ابتدایی نشان می‌دهد.

شکل (۲۶)، بهترین مقدار تابع هزینه و میانگین مقادیر تابع هزینه موجود در حافظه‌ی الگوریتم بهینه‌سازی را در مقابل تکرارهای انجام شده نمایش می‌دهد. همانطوری که در این شکل دیده می‌شود، بعد از گذشت حدود ۷۰۰ تکرار، نتایج به همگرایی مطلوب میل می‌کند. به طوری که با گذشت ۵۰۰ تکرار دیگر، تغییر قابل توجهی در مقدار تابع هزینه مشاهده نمی‌شود. بنابراین می‌توان این نتایج را به عنوان نتایج همگرا شده معرفی نمود. در این عمل بهینه‌سازی، مقدار ضریب برآ از ۰/۴۳۱۶ به ۰/۵۱۷ افزایش و مقدار ضریب پسا از ۰/۱۸۶۸ به ۰/۱۱۰۴ کاهش یافته است. این نتایج، نشان از افزایش نسبی ۱۹/۷۹ درصدی ضریب برآ و کاهش نسبی ۶۹/۱۳ درصدی ضریب پسا دارد. تابع هزینه در این عمل بهینه‌سازی، نسبت برآ به پسا (یا نسبت ضریب برآ به ضریب پسا) بوده و مقدار آن از ۲۷/۹۵ به ۴۶/۸۲ افزایش یافته است. به این ترتیب، نسبت برآ به پسا یک افزایش نسبی ۶۷/۵۱ درصدی داشته و طی آن برآ افزایش و پسا کاهش یافته است که هر دوی این پدیده‌ها مورد علاقه‌ی طراحان ایرفویل‌ها می‌باشد.



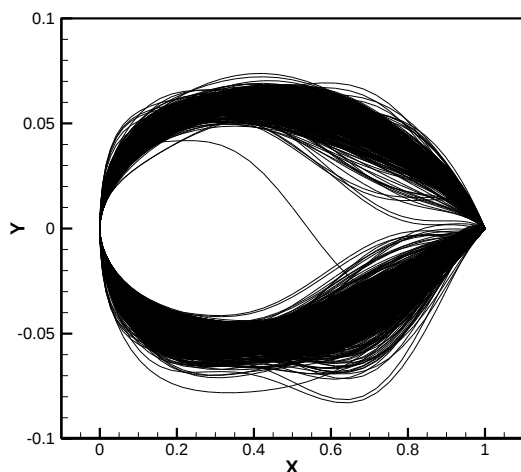
شکل (۱۸): نمایش توزیع ضریب فشار سطح ایرفویل‌های اولیه، هدف و بهینه‌شده، برای رسیدن از ایرفویل NACA0012 به ایرفویل RAE2822 تحت شرایط $\alpha = 2^\circ$, $M_\infty = 0.73$, $Re_\infty = 6.5E6$



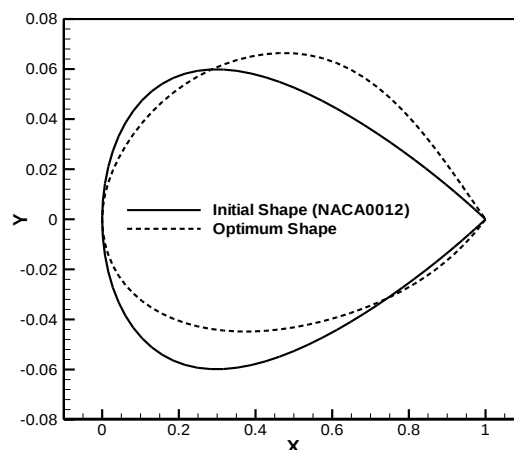
شکل (۱۹): نمودار تاریخچه‌ی همگرایی بهینه‌سازی، برای رسیدن از ایرفویل NACA0012 به ایرفویل RAE2822 تحت شرایط $\alpha = 2^\circ$, $M_\infty = 0.73$, $Re_\infty = 6.5E6$

سویی سوق داده است. ضخامت ایرفویل اولیه ۱۲ درصد طول وتر ایرفویل و ضخامت ایرفویل بهینه شده ۱۱/۰۵ درصد طول وتر ایرفویل می‌باشد. با توجه به محدوده‌ی مجاز تعیین شده برای ضخامت ایرفویل (۱۱ الی ۱۲/۲ درصد طول ایرفویل) این موضوع از قبل پیش بینی شده و دلیل آن، کوچک بودن ذاتی پسای ایرفویل‌های نازک‌تر معرفی شد.

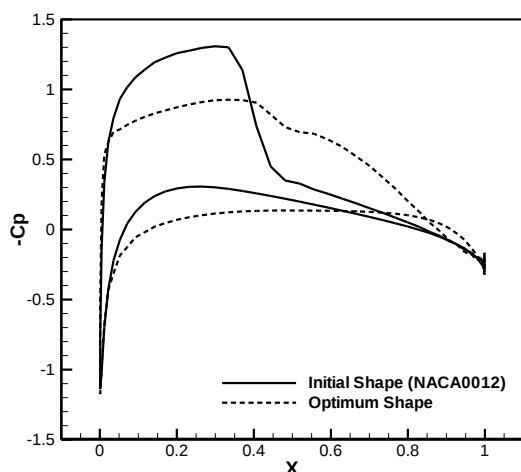
الگوریتم بهینه‌سازی حاضر به صورت تکراری عمل می‌کند و رفته‌رفته به هندسه‌ی بهینه نزدیک‌تر می‌شود. برای ملموس‌تر بودن این گفته و مشاهده‌ی مراحل پیشرفت هندسه، شکل (۲۱) ارائه می‌گردد. در این شکل، ۵ تکرار به نمایندگی از تمام تکرارها، این پیشرفت را نشان می‌دهد. همچنین شکل (۲۲) تمام ایرفویل‌هایی را که الگوریتم ایجاد کرده و مورد بررسی قرار داده است را ارائه می‌دهد. این شکل به خوبی نشان می‌دهد که



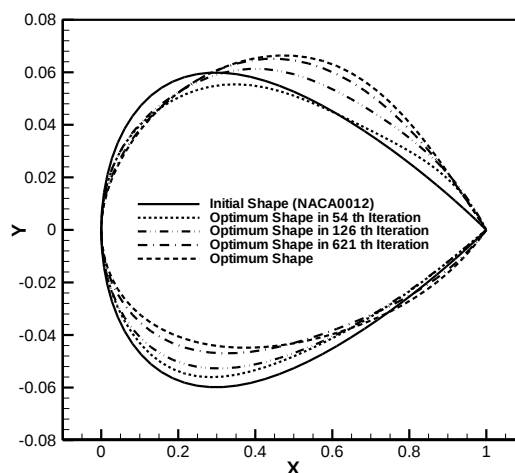
شکل (۲۲): نمایش کل هندسه های بررسی شده توسط الگوریتم



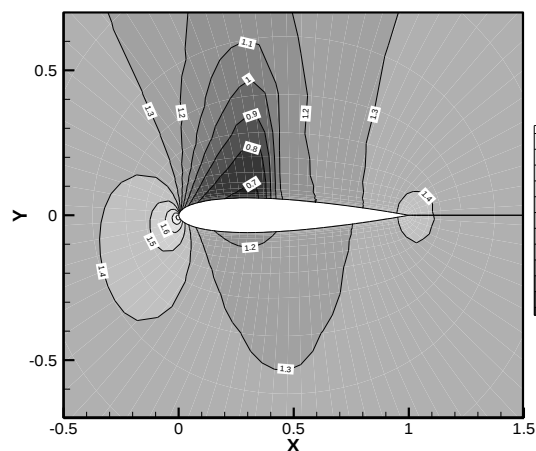
شکل (۲۰): هندسه ی ایرفویل های اولیه و بهینه شده در بهینه سازی مستقیم به منظور دستیابی به ماکزیمم برآ به پسا تحت شرایط $\alpha=2.79^\circ$, $M_\infty=0.734$, $Re_\infty=6.5 \times 10^6$



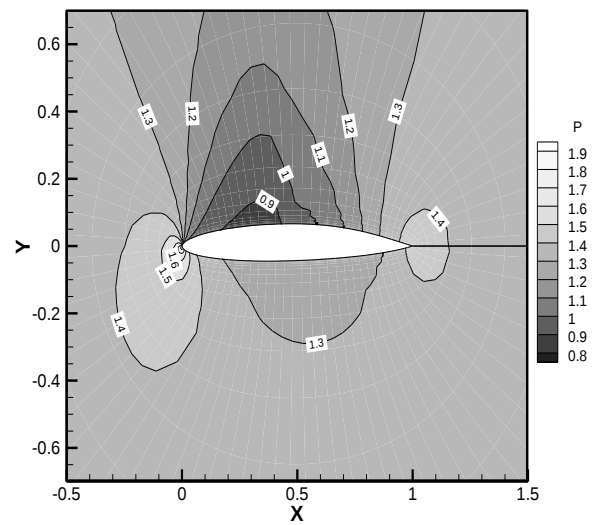
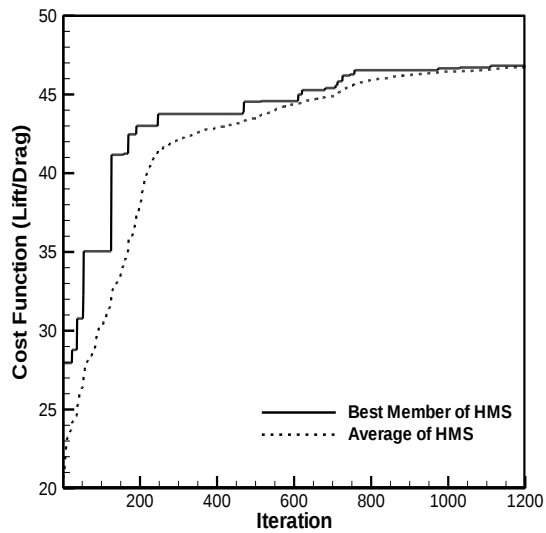
شکل (۲۳): توزیع ضریب فشار سطح ایرفویل های اولیه و بهینه شده در بهینه سازی مستقیم به منظور دستیابی به ماکزیمم برآ به پسا تحت شرایط $\alpha=2.79^\circ$, $M_\infty=0.734$, $Re_\infty=6.5 \times 10^6$



شکل (۲۱): نمایش نحوه ی همگرایی هندسه ی بهینه شده



شکل (۲۴): خطوط فشار ثابت حول ایرفویل اولیه (NACA0012) در بهینه سازی مستقیم، برای دستیابی به ماکزیمم برآ به پسا



شکل (۲۵): خطوط فشار ثابت حول ایرفویل بهینه شده در بهینه-

سازی مستقیم، برای نمایش تاریخیچه‌ی همگرایی در بهینه‌سازی مستقیم، برای دستیابی به ماکزیمم برآ به پسا

سازی مستقیم، برای دستیابی به ماکزیمم برآ به پسا

جدول (۶): محدوده‌ی مجاز برای پارامترهای طراحی

r_{le}	X_{up}	Z_{up}	X_{lo}	Z_{lo}	Z_{xxup}	Z_{xxlo}	α_{TE}	β_{TE}	
۰/۰۸	۰/۸	۰/۱	۰/۷	۰/۰۶	-۰/۰۱	۰/۳	۰/۰۱	۰/۵	حد بالایی
۰/۰۰۵	۰/۱	۰/۰۲	۰/۲	-۰/۰۴	-۱/۲	-۱	-۰/۸	۰	حد پایینی

۷- نتیجه گیری

۸- مراجع

- [۱] Giannakoglou K.C., "Design of optimal aerodynamic shapes using stochastic optimization methods and computational intelligence", Progress in Aerospace Sciences, vol. 38, pp. 43 – 76, 2002.
 - [۲] Shahrokhi A. and Jahangirian A., "Airfoil shape parameterization for optimum Navier–Stokes design with genetic algorithm", Aerospace Science and Technology, vol. 11, pp. 443 – 450, 2007.
 - [۳] De' Michieli Vitturi M. and Beux F., "A discrete gradient-based approach for aerodynamic shape optimization in turbulent viscous flow", Finite Elements in Analysis and Design, vol. 43, pp. 68 – 80, 2006.
 - [۴] Jameson A. and Sriram, "A continuous adjoint method for unstructured grids" 16th CFD Conference, Orlando, FL, June 23 – 26, 2003.
 - [۵] Buckley H. P., Zhou B. Y. and Zingg D. W., "Airfoil optimization using practical aerodynamic design Requirements", Journal of Aircraft, vol. 47, No. 5, September – October 2010.
 - [۶] Avinash G.S. and Anil Lal S., "Inverse design of airfoil using vortex element method", ICTT Mechanical Engineering Papers, 26 – Nov - 2010.
 - [۷] جلیلی ف., "بهینه سازی دو بعدی هندسه ی یک ایرفویل تحت جریان لزج با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی", پایان نامه ی کارشناسی ارشد، دانشگاه بیرجند، گروه مکانیک، پاییز ۱۳۹۰.
 - [۸] Sobester A. and Thomas B. T., "The quest for a truly parsimonious airfoil parameterization scheme", ICAS 2008 Congress including the 8th AIAA 2008 ATIO Conference.
 - [۹] Shahrokhi A. and Jahangirian A., "The effects of shape parameterization on the efficiency of evolutionary design optimization for viscous transonic airfoils", JAST, vol. 5, pp. 35-43, 2008.
 - [۱۰] Boehm W., "Bezier presentation of airfoils", Computer Aided Geometric Design, vol. 4, pp. 17-22, 1987.
 - [۱۱] De'side'ri J-A., Abou El Majd B. and Janka A., "Nested and self-adaptive bezier parameterizations for shape optimization", Journal of Computational Physics, vol. 224, pp. 117–131, 2007.
 - [۱۲] H'ajek J., "Aerodynamic optimization of airfoils and wings using fast solvers", Ph.D. Thesis, Charles University, Prague, 2009.
- در کار حاضر با معرفی یک الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده، بررسی توانایی روش های متداول توصیف کننده ی ایرفویل ها مورد بررسی قرار گرفت. همچنین بهینه سازی یک ایرفویل با هدف دسترسی به بیشینه نسبت برآ به پسا، با استفاده از معادلات تراکم پذیر ناویر-استوکس متوسط گیری شده ی رینولدز به همراه مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس انجام شد. نتایج به دست آمده از این مطالعات به صورت زیر عنوان می گردد:
- با مطالعه سه روش متداول توصیف کننده ی ایرفویل (منحنی-های بزیر، پارسس و فرمول های ۴ رقمی ناکا) قابلیت انعطاف پذیری بالای منحنی های بزیر و پارسس نسبت به فرمول های ۴ رقمی ناکا نتیجه گیری شد. در پایان روش پارسس به دلیل داشتن تعداد پارامتر کنترلی کمتر، به عنوان روش بهتر معرفی گردید.
- در مواردی که قابلیت انعطاف پذیری از اهمیت بیشتری برخوردار باشد، استفاده از منحنی های بزیر با تعداد پارامتر کنترلی بیشتر، نتایج بهتری را ارائه خواهد داد. اما این امر، مسلماً تاخیر در همگرایی را به دنبال خواهد داشت.
- نتایج به دست آمده نشان داد که استفاده از یک تابع هزینه غیر آیرودینامیکی در قالب یک طراحی معکوس، روش بسیار مفیدی برای ارزیابی روش های توصیف کننده ی ایرفویل ها می باشد. بنابراین می توان از این روش برای ارزیابی دیگر روش های توصیف کننده ی ایرفویل ها نیز استفاده کرد. دلیل استفاده از تابع هزینه غیر آیرودینامیکی، زمان بالای محاسبه ی تابع هزینه آیرودینامیکی می باشد.
- بهینه سازی مستقیم با هدف دسترسی به بیشینه نسبت برآ به پسا، نشان داد که در ایرفویل بهینه، قدرت موج ضربه ای به صورت قابل ملاحظه ای کاهش می یابد. همچنین مکان این موج ضربه ای به طرف انتهای ایرفویل حرکت می کند. نمودار توزیع ضریب فشار سطح مربوط به ایرفویل های اولیه و بهینه شده، نشان می دهد که برای دسترسی به ایرفویل مطلوب، این نمودار باید صافتر و یکنواخت تر باشد.
- در حالت کلی، نتایج به دست آمده نشان می دهد که استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی اصلاح شده، ابزار قدرتمندی را برای انجام بهینه سازی های معکوس و مستقیم، با توابع هزینه آیرودینامیکی و غیر آیرودینامیکی در اختیار می گذارد.

- pp. 423-459, 1995.
- Lee K.S. and Geem Z.W., "A new meta heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 194, pp. 3902-3933, 2005. [۲۵]
- Pan Q. K., Suganthan P.N., Fatih Tasgetiren M. and Liang J.J., "A self-adaptive global best harmony search algorithm for continuous optimization problems", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 216, pp. 830-848, 2010. [۲۶]
- Bracken, J. and McCormick, G. P., "Selected Applications of Nonlinear Programming", New York: John Wiley and Sons, 1968. [۲۷]
- Lee, K.S. and Geem, Z.W. "A New Meta-Heuristic Algorithm for Continues Engineering Optimization: Harmony Search Theory and Practice", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 194, pp. 3902-3933, 2004. [۲۸]
- Jaberipour, M. and Khorram, E., "Two Improved Harmony Search Algorithms for Solving Engineering Optimization Problems", *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, Vol. 15, pp. 3316-3331, 2010. [۲۹]
- Fogel, D. B., "A Comparison of Evolutionary Programming and Genetic Algorithms on Selected Constrained Optimization Problems", *Simulation*, Vol. 64(6), pp. 399-406, 1995. [۳۰]
- Homaifar, A., Lai, S. H. V. and Qi, X., "Constrained Optimization via Genetic Algorithms", *Simulation*, Vol. 62(4), pp. 242-254, 1994. [۳۱]
- Deb, K., "An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 186, pp. 311-338, 2000. [۳۲]
- Wauquiez C., "Shape optimization of low speed airfoils using MATLAB and automatic differentiation" Licentiate's Thesis, 2000. [۱۳]
- Z. W. Geem, "Music-Inspired Harmony Search Algorithm", Springer - Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009. [۱۴]
- Gardner B. A. And Selig M. S., "Airfoil design using a genetic algorithm and an inverse method", 41st Aerospace Sciences Meeting And Exhibit, pp. 43, 2003. [۱۵]
- Endo M., "Wind turbine airfoil optimization by particle swarm method", Msc. Thesis, Department Of Mechanical And Aerospace Engineering Case Western Reserve University, 2011. [۱۶]
- Fesanghary M., Damangir E. and Soleimani I., "Design optimization of shell and tube heat exchangers using global sensitivity analysis and harmony search algorithm", *Applied Thermal Engineering*, Volume 29, Issues 5-6, April, pp. 1026-1031, 2009. [۱۷]
- Kaveh A., Shakouri A. and Mahmud Abadi, "Cost optimization of a composite floor system using an improved harmony search algorithm", *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 66, Issue 5, May, pp. 664-669, 2010. [۱۸]
- جلیلی ف، عزیزی ح. صفوی نژاد ع، "بهینه سازی هندسه پره با انتقال حرارت جابجایی و تابش با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی"، نوزدهمین همایش سالانه مهندسی مکانیک ایران، دانشگاه بیرجند، ۲۰۱۱. [۱۹]
- Yousefi M., Enayatifar R., Darus A. N. and Abdullah A. H., "Optimization of plate-fin heat exchangers by an improved harmony search algorithm", *Applied Thermal Engineering*, Volume 50, Issue 1, 10 January, pp. 877-885, 2013. [۲۰]
- Iglesias A., "Bezier curves and surfaces", Department of Applied Mathematics and Computational Sciences University of Cantabria UC--CAGD Group, 2001. [۲۱]
- Spalart, P.R. and Allmaras, S.R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", *La Recherche Aerospatiale*, No. 1, pp. 5-21, 1994. [۲۲]
- Jameson A. and Schmidt W., "Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes", AIAA Paper 81-1259, June 1981. [۲۳]
- Jameson A., "The Present Status, Challenges, and Future Developments in Computational Fluid Dynamics", Twelfth Australasian Fluid Mechanics Conference, The University of Sydney, Australia, [۲۴]

۹- زیرنویس ها

- ¹ Computational Fluid
- ² B-spline
- ³ Parces
- ⁴ Bezier Curves
- ⁵ Hicks-Henne Bump Functions
- ⁶ Naca 4 Digits Library
- ⁷ Meta-heuristic
- ⁸ An improved meta-heuristic Harmony Search Optimization Algorithm
- ⁹ Bernstein Polynomials
- ¹⁰ Harmony Memory
- ¹¹ Worst Harmony Vector in the HM
- ¹² Harmony Memory Size
- ¹³ Harmony Memory Considering Rate Camber Line
- ¹⁴ Pitch Adjusting Rate
- ¹⁵ Bandwidth
- ¹⁶ Number of Improvisations
- ¹⁷ Adjusting Pace
- ¹⁸ Rosenbrock Function